UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Faculdade de Zootecnia e Engenharia de Alimentos

ZAB1111 – ESTATÍSTICA BÁSICA

Prof. César Gonçalves de Lima   cegdlima@usp.br

Aula 14 –INTERVALO DE CONFIANÇA PARA A PROPORÇÃO, VARIÂNCIA E DESVIO PADRÃO

3.2.2. INTERVALO DE CONFIANÇA PARA A PROPORÇÃO

O IC para a proporção (p) com coeficiente de confiança γ é definido para duas situações: para grandes e para pequenas amostras. Não discutiremos o $IC(p)$ exato baseado na distribuição binomial.

$a)$ Para **amostras grandes** (Teorema do Limite Central):

$$IC(p; 100\gamma\%) = \left[\hat{p} - z_c\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}};\ \hat{p} + z_c\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right]$$

$b)$ Para **amostras pequenas** (Intervalo de Confiança Conservativo):

$$IC(p; 100\gamma\%) = \left[\hat{p} - z_c\sqrt{\frac{0{,}25}{n}};\ \hat{p} + z_c\sqrt{\frac{0{,}25}{n}}\right]$$

Fixando o valor do coeficiente de confiança (γ) o **erro amostral** ou **margem de erro** da estimativa da proporção $(\hat{p})$ é calcula por:

$$\varepsilon_{\hat{p}} = z_c \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

Exemplo 3.4 Construir um IC para a proporção de eleitores favoráveis ao candidato José da Silva, com 99% de confiança, sabendo-se que de uma pesquisa envolvendo uma amostra de 1000 eleitores, somente 248 foram favoráveis à sua eleição.

Resolução:

- $\hat{p}$ = 248/1000 = 0,248 é a proporção de eleitores favoráveis ao candidato.
- Para $\gamma = 0{,}99 = P(-z_c \leq Z \leq z_c) \Rightarrow z_c = 2{,}58$

- Como o tamanho da amostra, n = 1000, é grande, temos:

$$IC(p;99\%): 0{,}248 \pm 2{,}58\sqrt{\frac{0{,}248(1-0{,}248)}{1000}} = 0{,}248 \pm 0{,}035$$

$$\Rightarrow IC(p;99\%) = [0{,}213;\, 0{,}283]$$

Este intervalo de amplitude 0,07 contém a verdadeira proporção de eleitores favoráveis à eleição do candidato José da Silva com 99% de confiança.

"A proporção de eleitores favoráveis à eleição do candidato José da Silva é de 24,8%, com margem de erro de 3,5 pontos percentuais para mais ou para menos, com 99% de confiança".

Tamanho de amostra para estimar a proporção p

Fixando a margem de erro ($\varepsilon_{\hat{p}}$) e a confiança (γ) pode-se estimar o tamanho ideal de uma amostra para estudar a proporção (p) utilizando:

- $n = \hat{p}(1-\hat{p})\left[\frac{z_c}{\varepsilon_{\hat{p}}}\right]^2$ se tivermos uma boa estimativa $\hat{p}$ obtida de alguma pesquisa anterior ou de uma pesquisa piloto.

- $n = 0{,}25\left[\frac{z_c}{\varepsilon_{\hat{p}}}\right]^2$ se não tivermos qualquer informação *a priori* da proporção.

Exemplo. Simular o tamanho de amostra para uma pesquisa eleitoral sobre o candidato José da Silva, usando diferentes coeficientes de confiança e diferentes margens de erro, sabendo que, de pesquisas anteriores, $\hat{p}$ = 0,248.

$\varepsilon_{\hat{p}}$	0,050	0,040	0,030	0,020	0,010	0,005
$\gamma = 0,90$	204	318	565	1270	5078	20310
$\gamma = 0,95$	287	448	797	1792	7165	28658

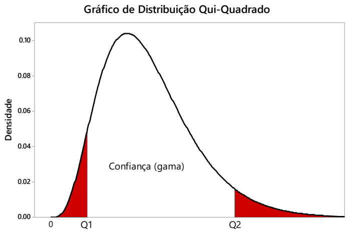
Note que:

- Quanto menor a margem de erro que queremos no resultado da pesquisa, maior é o tamanho da amostra.
- Quanto maior a confiança que se quer no resultado da pesquisa, maior é o tamanho da amostra.

3.2.3. Intervalo de confiança para a variância (σ^2)

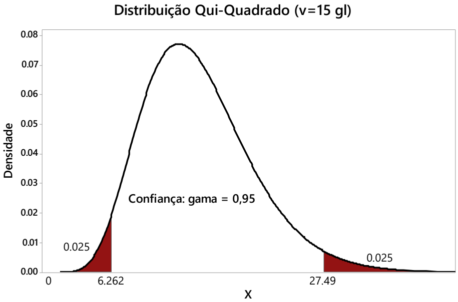
$$IC(\sigma^2; 100\gamma\%) = \left[\frac{(n-1)s^2}{Q_2}; \frac{(n-1)s^2}{Q_1}\right]$$

Onde s^2 é a variância amostral; Q_1 e Q_2 são os valores críticos da quiquadrado (Tábua II) com $v = n - 1$ graus de liberdade, tais que $\gamma = P(Q_1 < Q < Q_2)$, com $Q \sim \chi^2_{(n-1)}$



Observe que a distribuição quiquadrado <u>não é simétrica</u> e está definida somente para os reais positivos. Isso dificulta a obtenção de Q_1 e Q_2.

Exemplo: Obter os valores críticos Q_1 e Q_2, para $\gamma = 1 - p = 0{,}95$ e $v = 15$ gl.



- $Q_1 = 6{,}262$ é obtido no cruzamento da linha $v = 15$ gl com a coluna $p = 0{,}975$.
- $Q_2 = 27{,}490$ é obtido no cruzamento da linha $v = 15$ gl com a coluna $p = 0{,}025$.

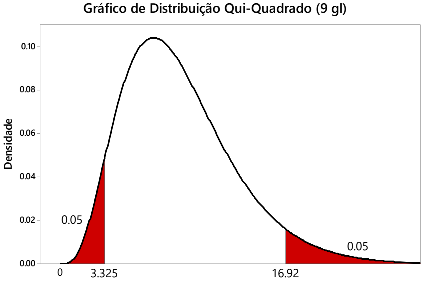
Exemplo 3.3. Construir um $IC(90\%)$ para a variância dos ganhos de peso de animais alimentados com certa ração por 15 dias.

Resolução: $n = 10$ e $s^2 = 0{,}3081$. Da Tábua 2, com 9 gl e γ = 0,90 obtemos Q_1 = 3,325 ($p = 0{,}95$) e Q_2 = 16,919 ($p = 0{,}05$). Então:

$$IC(\sigma^2; 90\%) = \left[\frac{9(0{,}3081)}{16{,}919}; \frac{9(0{,}3081)}{3{,}325}\right]$$

$$= [0{,}1639; 0{,}8340]kg^2$$

Conclusão: Este IC contém a verdadeira variância dos ganhos de peso dos animais alimentados com a ração por 15 dias, com 90% de confiança.



Intervalo de confiança para o desvio padrão (σ) com $\gamma\%$ de confiança é calculado por:

$$IC(\sigma; 100\gamma\%) \; = \left[\sqrt{\frac{(n-1)s^2}{Q_2}}; \sqrt{\frac{(n-1)s^2}{Q_1}}\right]$$

No **Exemplo 3.3**: um IC para o desvio padrão dos ganhos de peso dos animais é dado por:

$$IC(\sigma; 90\%) = \left[\sqrt{0{,}1639};\ \sqrt{0{,}8340}\right] kg = [0{,}405; 0{,}913]\ \ kg$$

Ou seja, este IC contem o verdadeiro desvio padrão dos pesos dos animais alimentados com a ração por 15 dias, com 90% de confiança.