

**PMR 3103**

**FIXAÇÃO CUBO-EIXO**

# Fixação Cubo-Eixo

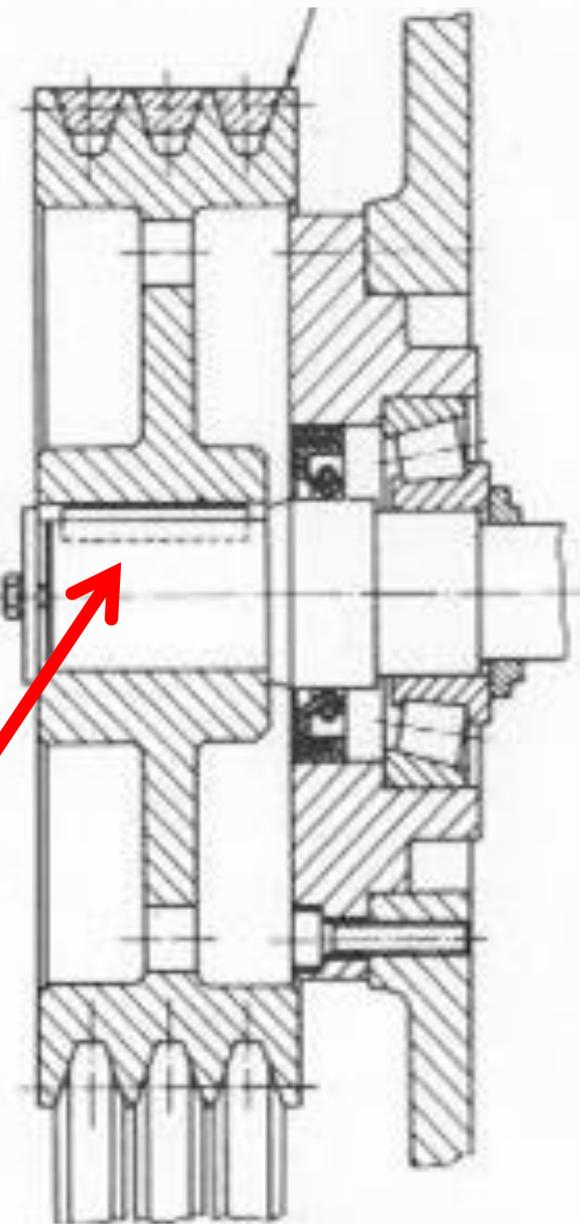
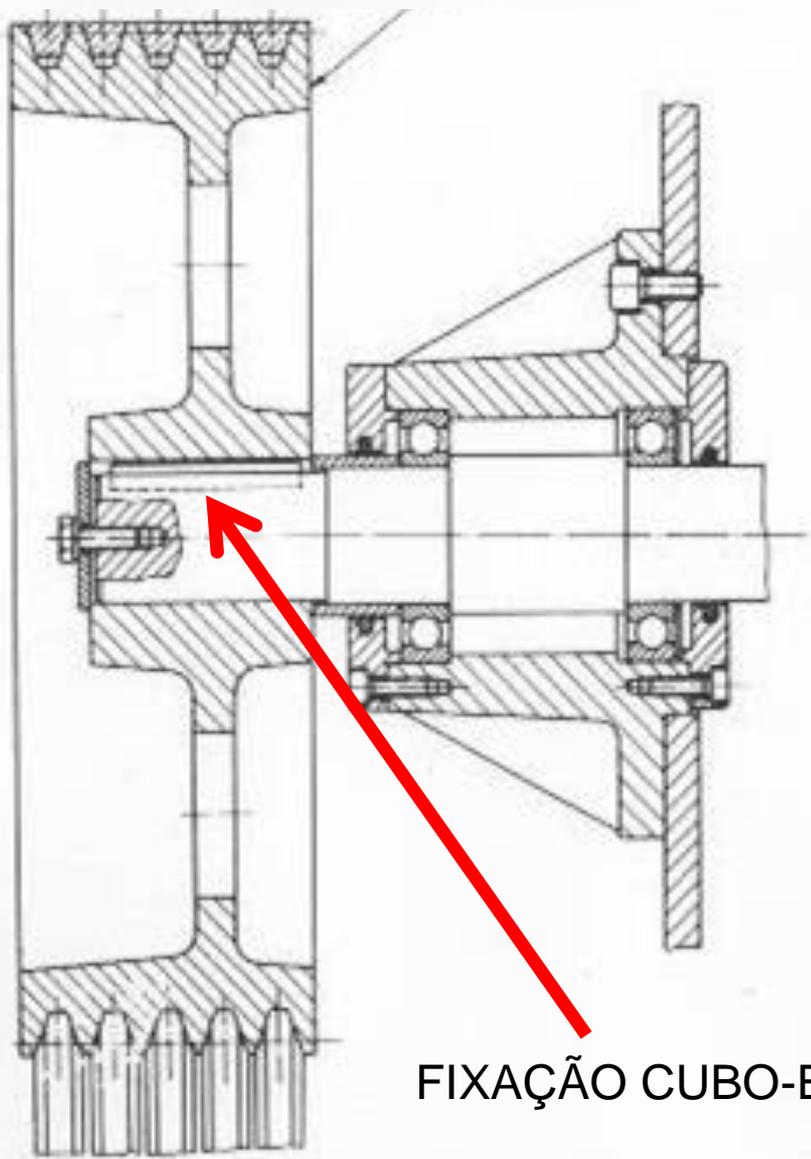
- **1. OBJETIVO**

A fixação cubo-eixo tem como objetivo promover a vinculação entre uma peça qualquer e um eixo, geralmente para transmissão de potência (conjugado e rotação).

Normalmente, esta vinculação não permite qualquer tipo de movimento relativo mas, em alguns casos, pode ocorrer translação entre as partes.

Desenho de montagem do eixo intermediário, com polia conduzida, de uma transmissão ao tambor de um gancho de construção.

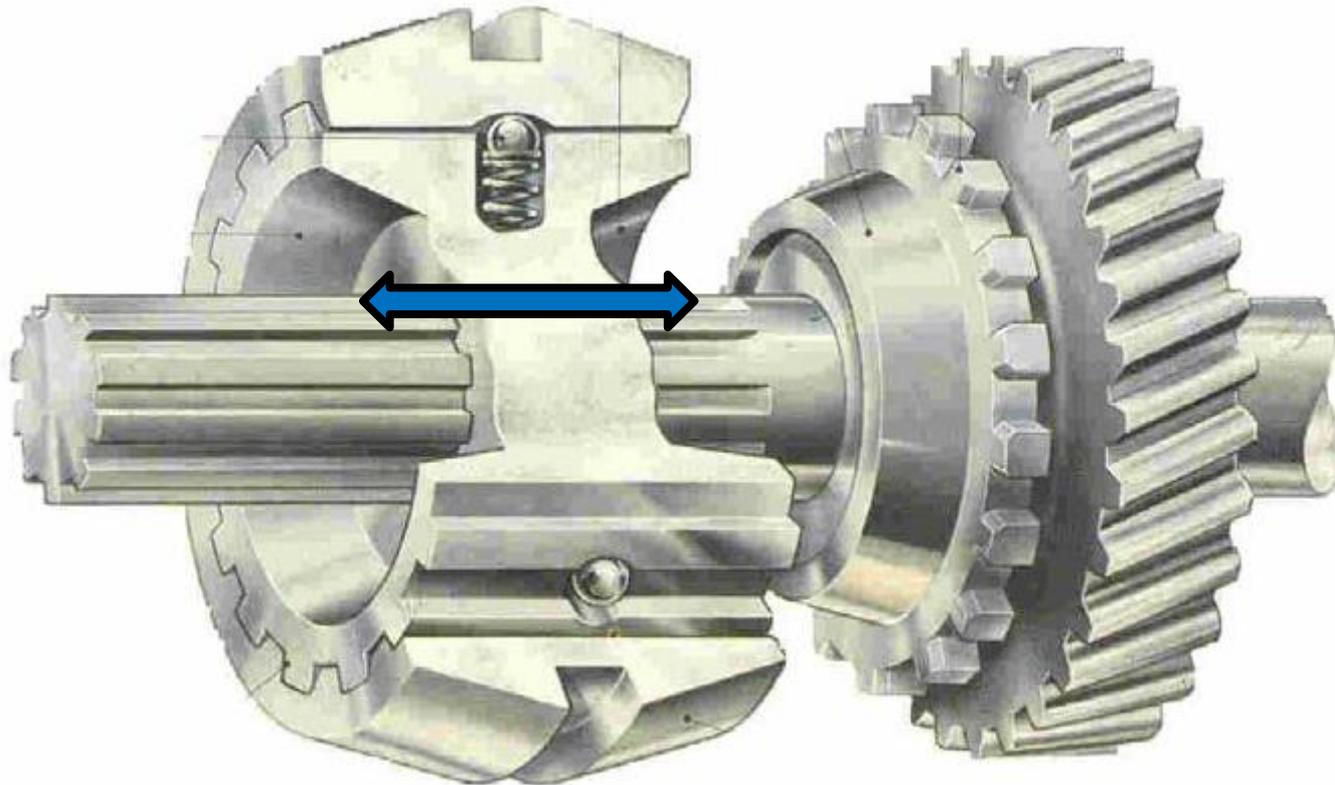
Desenho de montagem parcial do eixo de entrada de transmissão de um torno paralelo. A polia é completamente trabalhada para não dar lugar a desequilíbrio dinâmico.



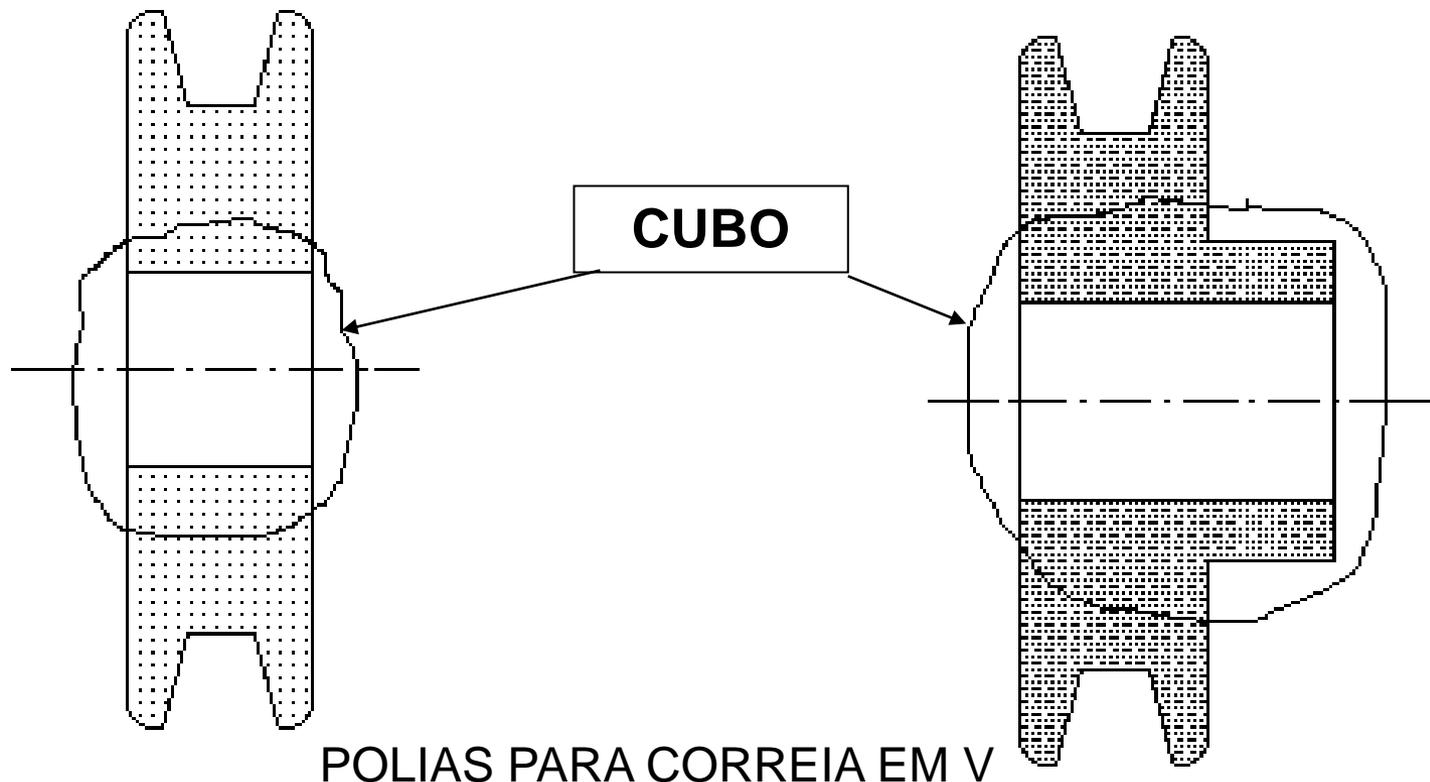
FIXAÇÃO CUBO-EIXO

# Fixação Cubo-Eixo

Normalmente, a fixação cubo-eixo não permite qualquer tipo de movimento relativo mas, em alguns casos, pode ocorrer translação entre as partes.



- **CUBO** – Define-se como CUBO, a região da peça cujo projeto tem como parâmetro fundamental sua fixação a um eixo. O cubo pode ou não destacar-se da geometria básica da peça, como mostra a figura abaixo



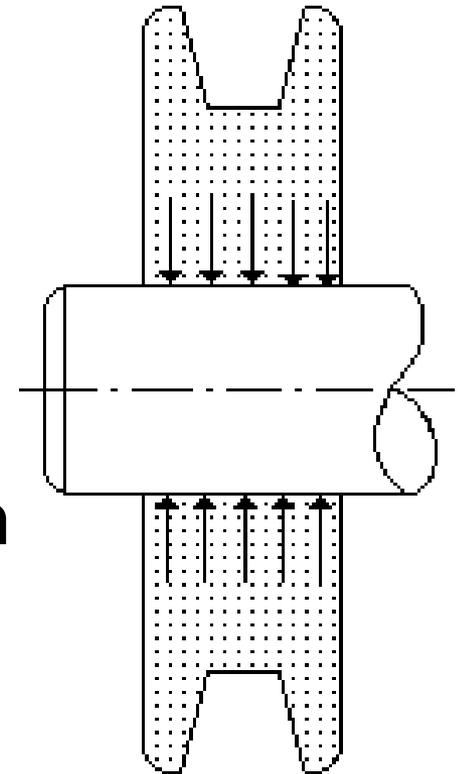
## 2. FIXAÇÃO CUBO-EIXO POR ATRITO

### 2.1 Interferência – Ajuste Forçado

Exemplo:  $H/p$  ( $P/h$ ) ,  $H/r$  ( $R/h$ )

#### CARACTERÍSTICAS:

- Limite Elástico dos Materiais
- Conjugados Leves a Moderados
- Pode causar danos na desmontagem
- Sem ajuste axial
- Não necessita de usinagem do eixo
- Sem concentradores de tensão
- Sem enfraquecimento eixo/cubo
- Baixo custo



[https://web.mit.edu/2.75/fundamentals/FUNdaMENTALS%20Book%20pdf/FUNdaMENTALS%20Design%20Spreadsheets/Topic%205%20Power%20Transmission%20Spreadsheets/Joint\\_interference\\_fit.xls](https://web.mit.edu/2.75/fundamentals/FUNdaMENTALS%20Book%20pdf/FUNdaMENTALS%20Design%20Spreadsheets/Topic%205%20Power%20Transmission%20Spreadsheets/Joint_interference_fit.xls)

[http://www.tribology-abc.com/calculators/e3\\_8.htm](http://www.tribology-abc.com/calculators/e3_8.htm)

# Pressão na Interface da Montagem por Interferência (p)

Cubo e Eixo do mesmo material

$$p = \frac{E \delta_r}{R} \left[ \frac{(r_o^2 - R^2)(R^2 - r_i^2)}{2R^2(r_o^2 - r_i^2)} \right]$$

Eixo é sólido

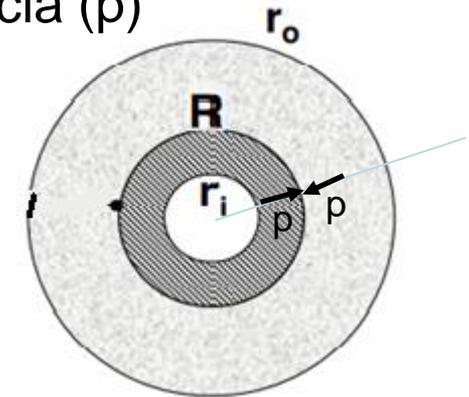
$$p = \frac{E \delta_r}{2R} \left[ 1 - \frac{R^2}{r_o^2} \right]$$

Cubo e Eixo de Materiais Diferentes

$$p = \frac{\delta_r}{\frac{R}{E_o} \left( \frac{r_o^2 + R^2}{r_o^2 - R^2} + \nu_o \right) + \frac{R}{E_i} \left( \frac{R^2 + r_i^2}{R^2 - r_i^2} - \nu_i \right)}$$

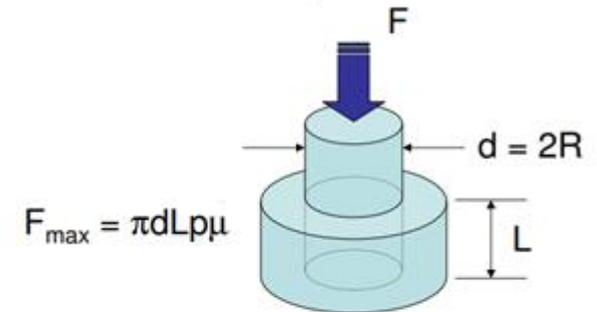
Tensão circunferencial no cubo

$$\sigma_{\theta} = p \frac{r_o^2 + R^2}{r_o^2 - R^2}$$



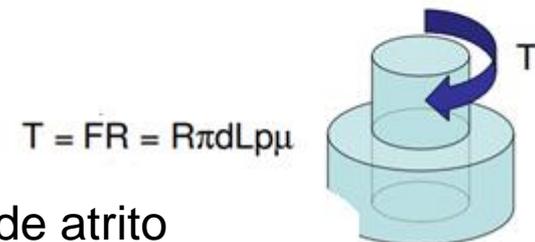
$\delta_r$  = interferência do ajuste  
 $E$  = módulo de elasticidade do material ( $E_o$ -cubo,  $E_i$  -eixo)  
 $r_i$  = raio do furo do eixo  
 $r_o$  = raio do cubo  
 $R$  = raio do eixo

Força necessária para montar a união por interferência (p= pressão na interface)



$$F_{max} = \pi d L p \mu$$

Torque capaz de ser transmitido pela união por interferência



$$T = FR = R \pi d L p \mu$$

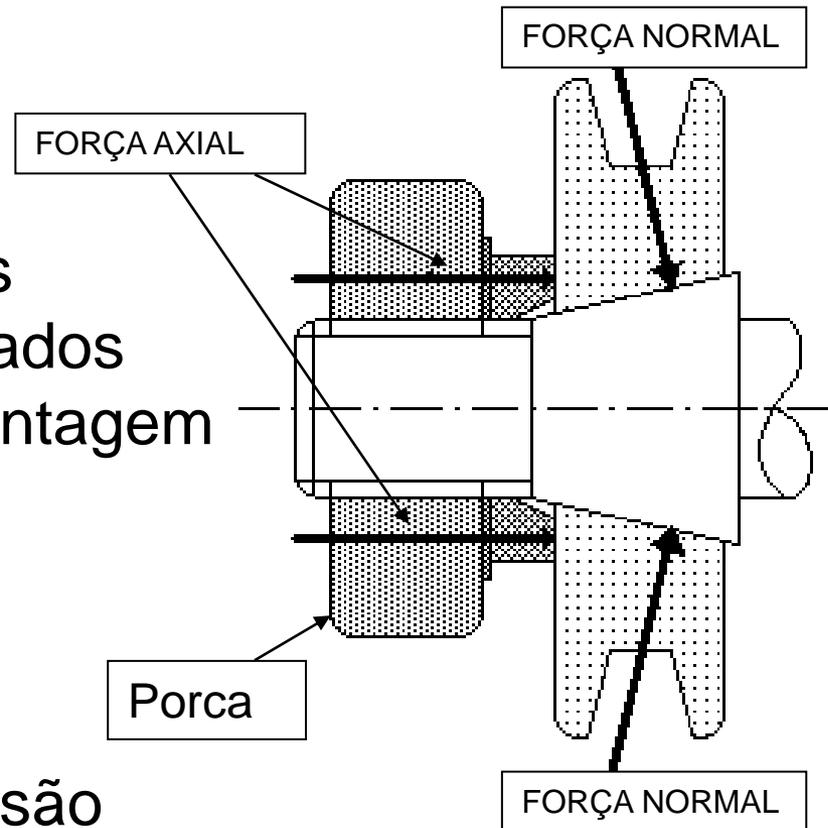
$\mu$  = coeficiente de atrito

# 2. FIXAÇÃO CUBO-EIXO POR ATRITO

## 2.2 Assento Cônico

### CARACTERÍSTICAS:

- Limite Elástico dos Materiais
- Conjugados Leves a Moderados
- Não causa danos na desmontagem
- Sem ajuste axial
- Ajuste angular eixo-cubo
- Necessita de usinagem do eixo e do cubo
- Gera concentradores de tensão
- Sem enfraquecimento eixo/cubo
- Alto custo



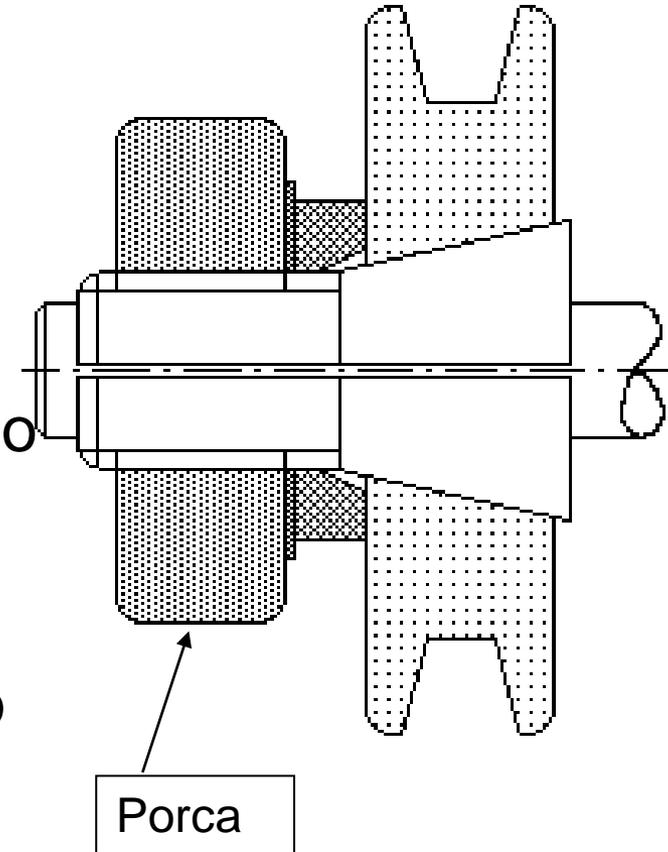
## 2. FIXAÇÃO CUBO-EIXO POR ATRITO

### 2.3 Bucha Cônica

Funcionamento similar ao de assento cônico

#### CARACTERÍSTICAS:

- Limite Elástico dos Materiais
- Conjugados Leves a Moderados
- Não causa danos na desmontagem
- Com ajuste axial e angular eixo-cubo
- Não necessita de usinagem do eixo
- Necessita de usinagem do cubo
- Não gera concentradores de tensão
- Sem enfraquecimento eixo/cubo
- Alto custo

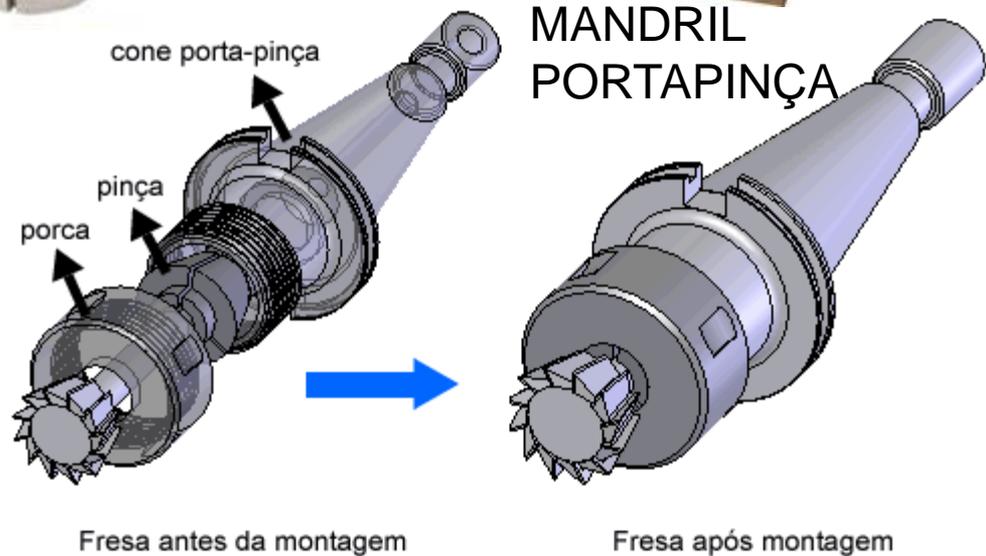


# EXEMPLO DE FIXAÇÃO POR ATRITO

## PINÇAS DE FIXAÇÃO DE FERRAMENTAS



## JOGO DE PINÇAS



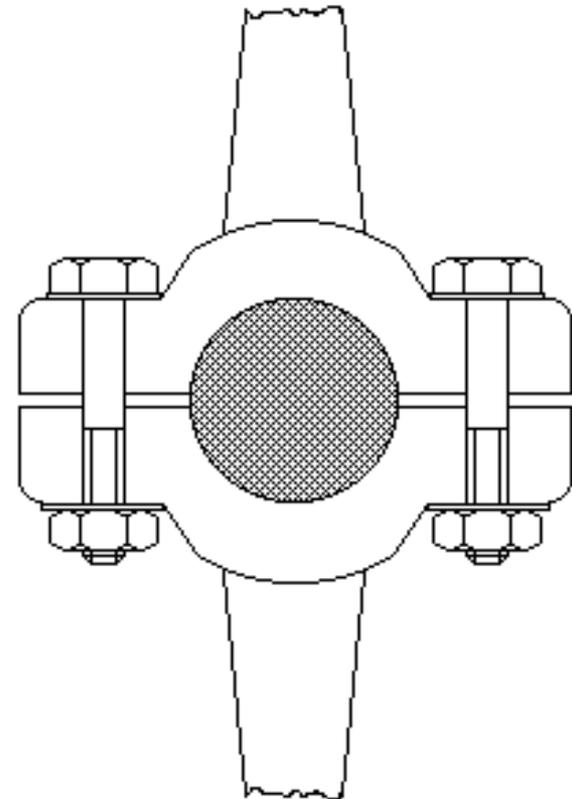
## 2. FIXAÇÃO CUBO-EIXO POR ATRITO

### 2.4 Cubo Bipartido

Funcionamento similar à fixação por Interferência (item 2.1), porém as tensões normais entre o cubo e o eixo podem ser ajustadas pelo aperto dos parafusos.

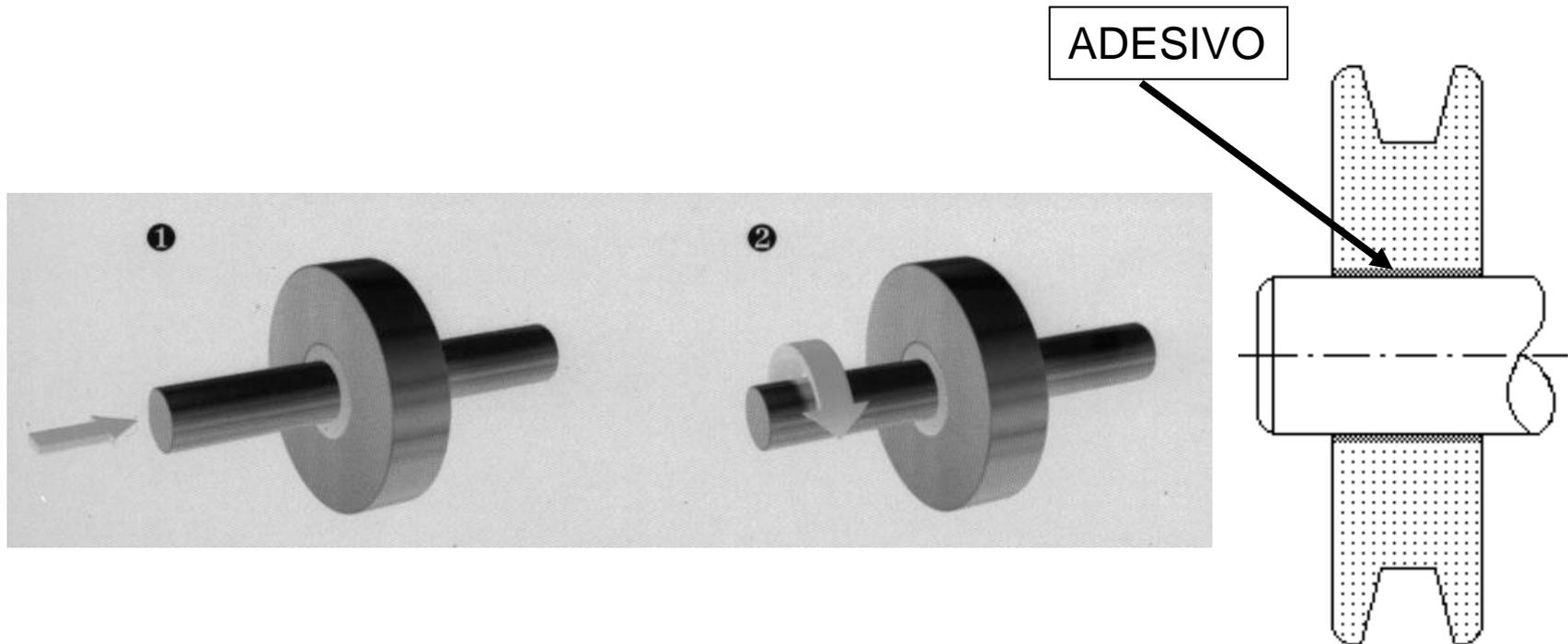
CARACTERÍSTICAS:

- Limite Elástico dos Materiais
- Conjugados Leves a Moderados
- Não causa danos na desmontagem
- Com ajuste axial e angular entre o cubo e o eixo
- Não necessita de usinagem do eixo
- Sem concentradores de tensão
- Sem enfraquecimento eixo/cubo
- Cuidados na usinagem do cubo: balanceamento
- Alto custo



### 3. FIXAÇÃO CUBO-EIXO POR ADESÃO

#### 3.1 - Dimensionamento da União



**HIPÓTESE PARA CÁLCULO :**

**RUPTURA POR CISCALHAMENTO DO ADESIVO**

## Dados para Cálculo da União Colada:

- Conjugado no eixo:  $M_t$
- Diâmetro do eixo:  $d$
- Tensão admissível ao cisalhamento do adesivo :  $\tau_a$

**Incógnita: Comprimento axial da união ( $l_a$ )**

Área da união:  $S_a = l_a \times \pi \times d$

Força de Cisalhamento na União:  $F_t = 2.M_t / d$

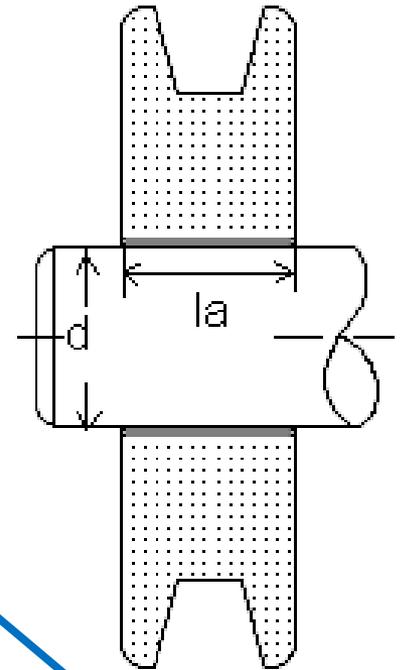
Assumindo que a distribuição de tensões de cisalhamento no adesivo é uniforme:

Tensão de Cisalhamento:  $\tau = F_t / S_a$

Sem ruptura do material  $\tau \leq \tau_a$  assim  $\tau_a \geq (2.M_t / d) / (l_a \times \pi \times d)$

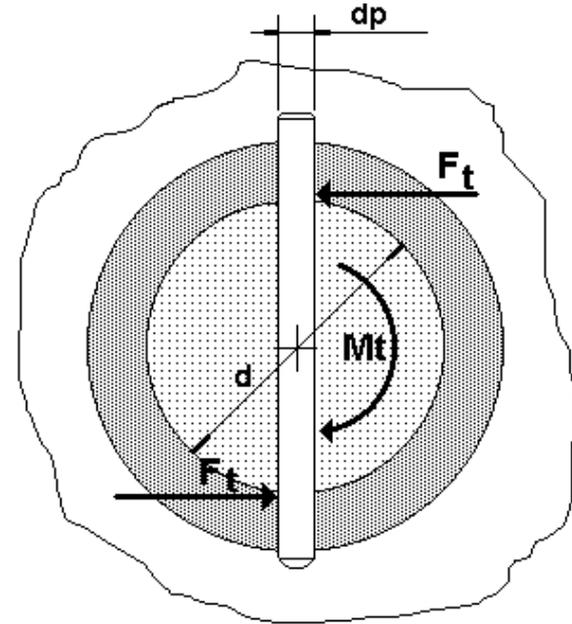
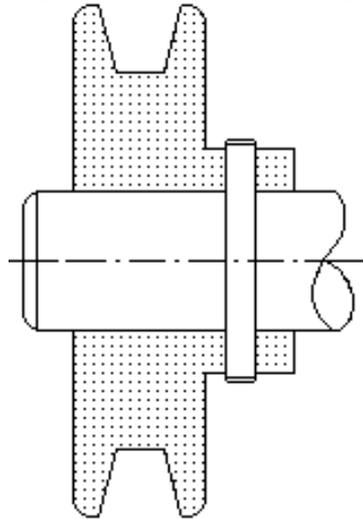
Logo

$$l_a \geq 2.M_t / (d^2 \cdot \tau_a \cdot \pi)$$



## 4. Fixação por Travamento

### 4.1 – Pino Transversal



#### 4.1.1 Dimensionamento da União HIPÓTESE PARA CÁLCULO :

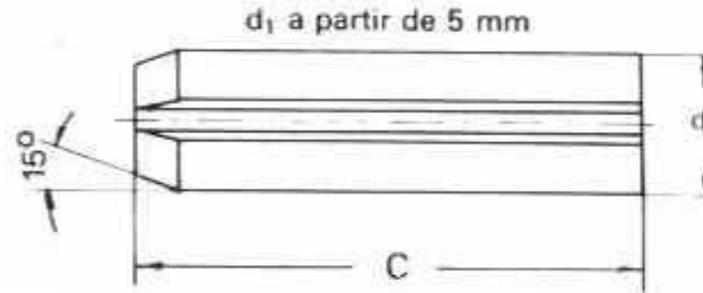
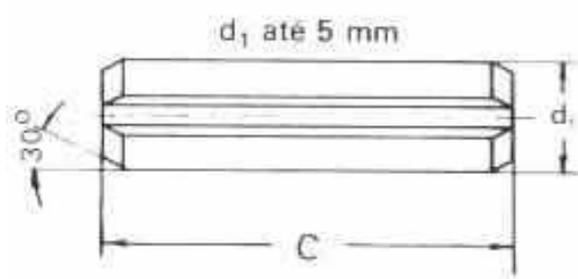
### **RUPTURA POR CISALHAMENTO DO PINO**

Dados para Cálculo da União por Pino Transversal:

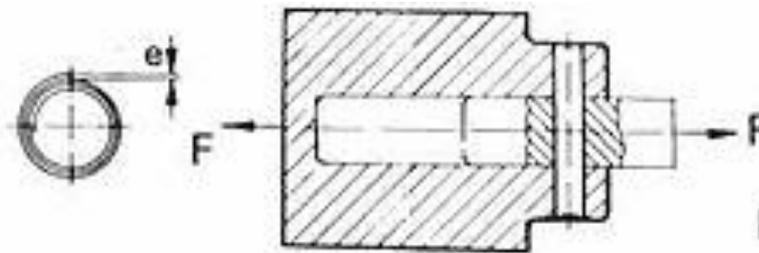
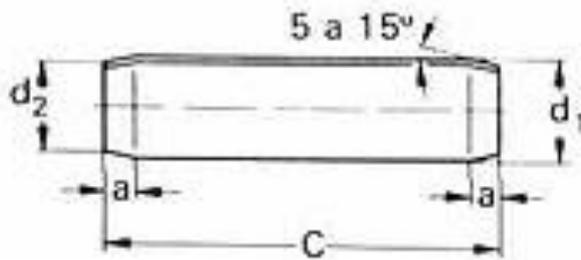
- Conjugado no eixo:  $M_t$
- Diâmetro do eixo:  $d$
- Tensão admissível ao cisalhamento do material do pino :  $\tau_a$

**Incógnita: Diâmetro do pino (  $d_p$  )**

# PINO ELÁSTICO



# PINO ELÁSTICO ESPIRAL



$$F = \frac{2 \cdot R_{cis}}{\text{Fat. seg.}}$$

Área da união (secção transversal do pino):  $S_p = (\pi \times d_p^2) / 4$

Força de Cisalhamento na União:  $F_t = M_t / d$

Admitindo tensão de cisalhamento uniforme  $\tau = F_t / S_p$

Sem ruptura do material  $\tau \leq \tau_a$ , assim  $\tau_a \geq 4 \times (M_t / d) / (\pi \times d_p^2)$

Logo

$$d_p \geq 2 \cdot \sqrt{\frac{M_t}{\pi \cdot d \cdot \tau_a}}$$

Fusível Mecânico

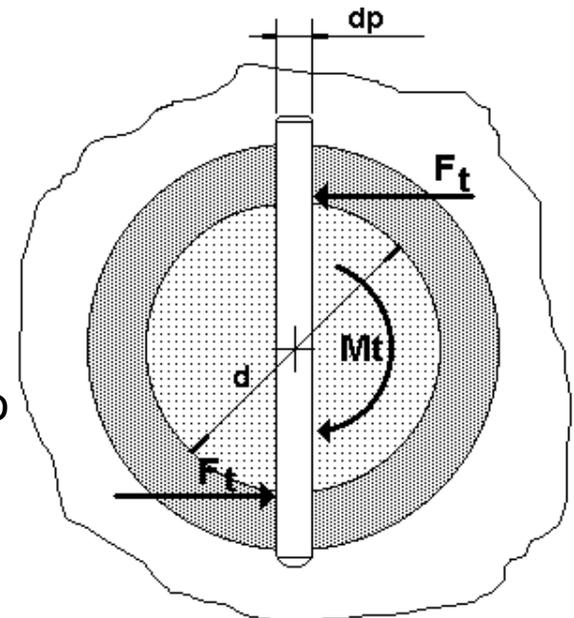
$$M_t \leq \frac{\pi \cdot d_p^2 \cdot d \cdot \tau_a}{4}$$

**CUIDADO:** com o aumento de  $d_p$ , a secção resistente do eixo diminui  
=> PODE HAVER RUPTURA DO EIXO POR TORÇÃO/CISALHAMENTO

Em geral  $d_p \leq 0,2 d$

#### 4.1.2 CARACTERÍSTICAS DA UNIÃO POR PINO:

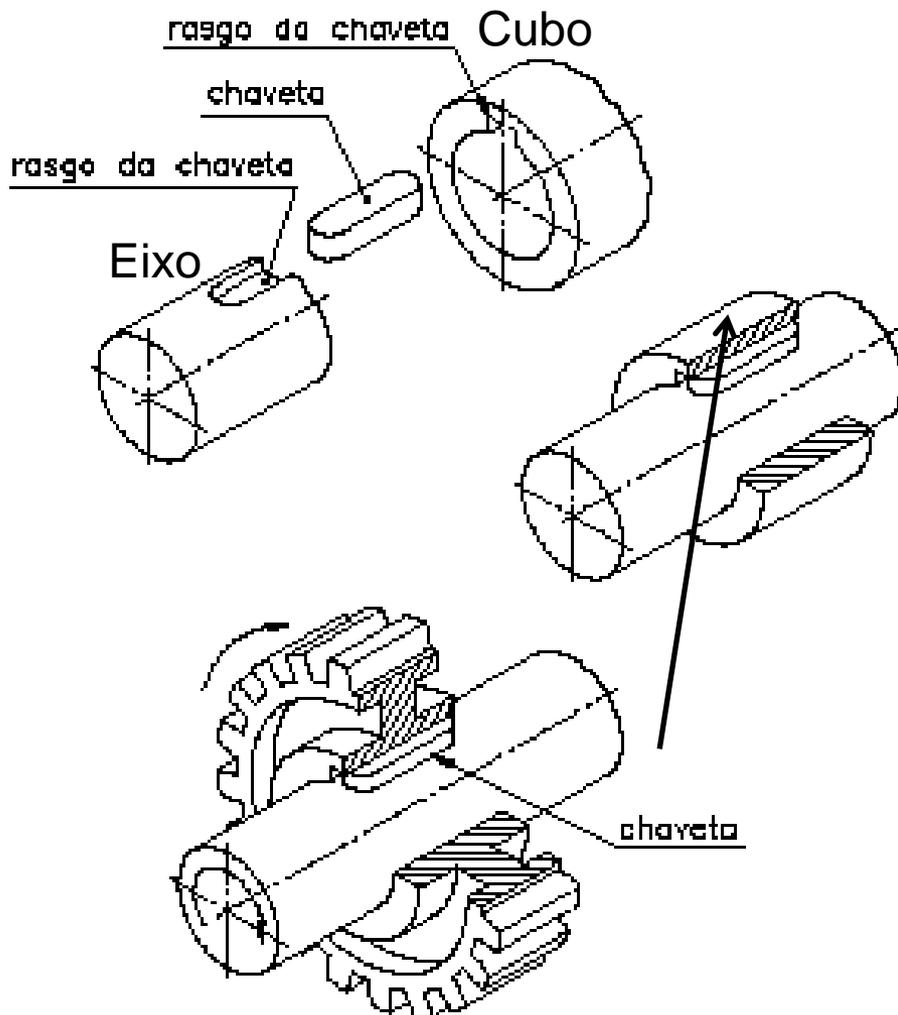
- Conjugados Leves a Moderados
- Desmontável facilmente
- Sem ajuste axial e angular entre o cubo e o eixo
- Necessita de usinagem simples do eixo e do cubo
- Gera concentradores de tensão
- Causa enfraquecimento eixo/cubo
- Utilizado como “fusível” mecânico de baixo custo
- Baixo custo



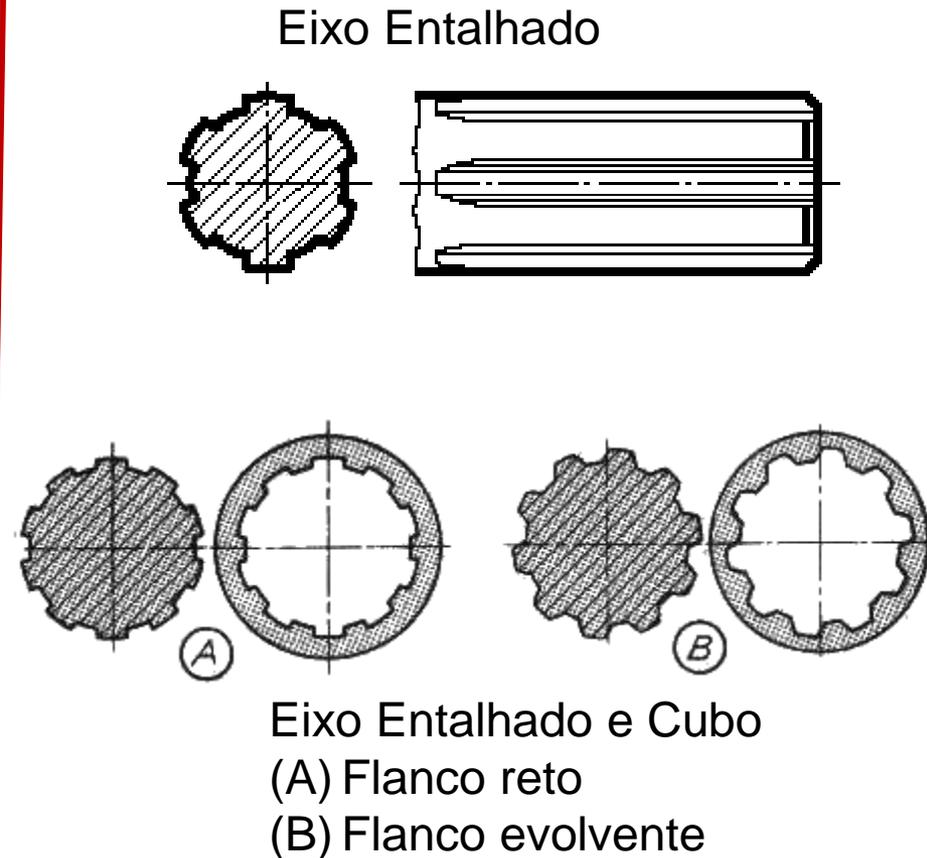
## 4.2 Fixação por Chavetas e Entalhados

SÃO AS FIXAÇÕES CUBO-EIXO MAIS UTILIZADAS NA INDÚSTRIA

### FIXAÇÃO POR CHAVETA

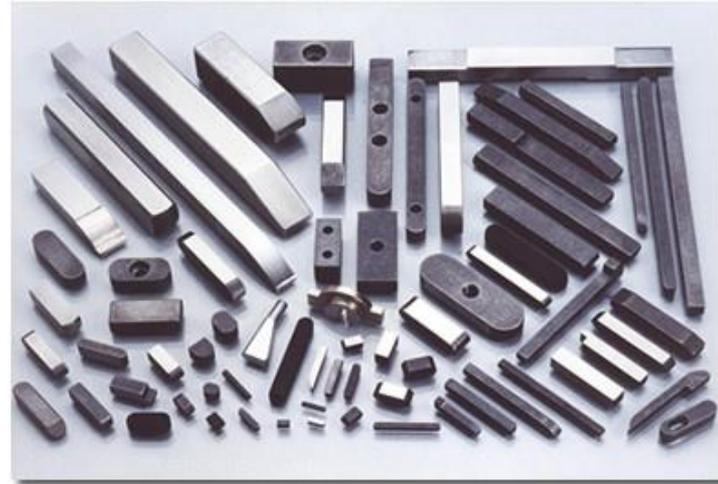


### FIXAÇÃO POR ENTALHADO



## 4.2.1 – Principais Tipos de Chavetas

- PLANAS



- INCLINADAS COM CABEÇA

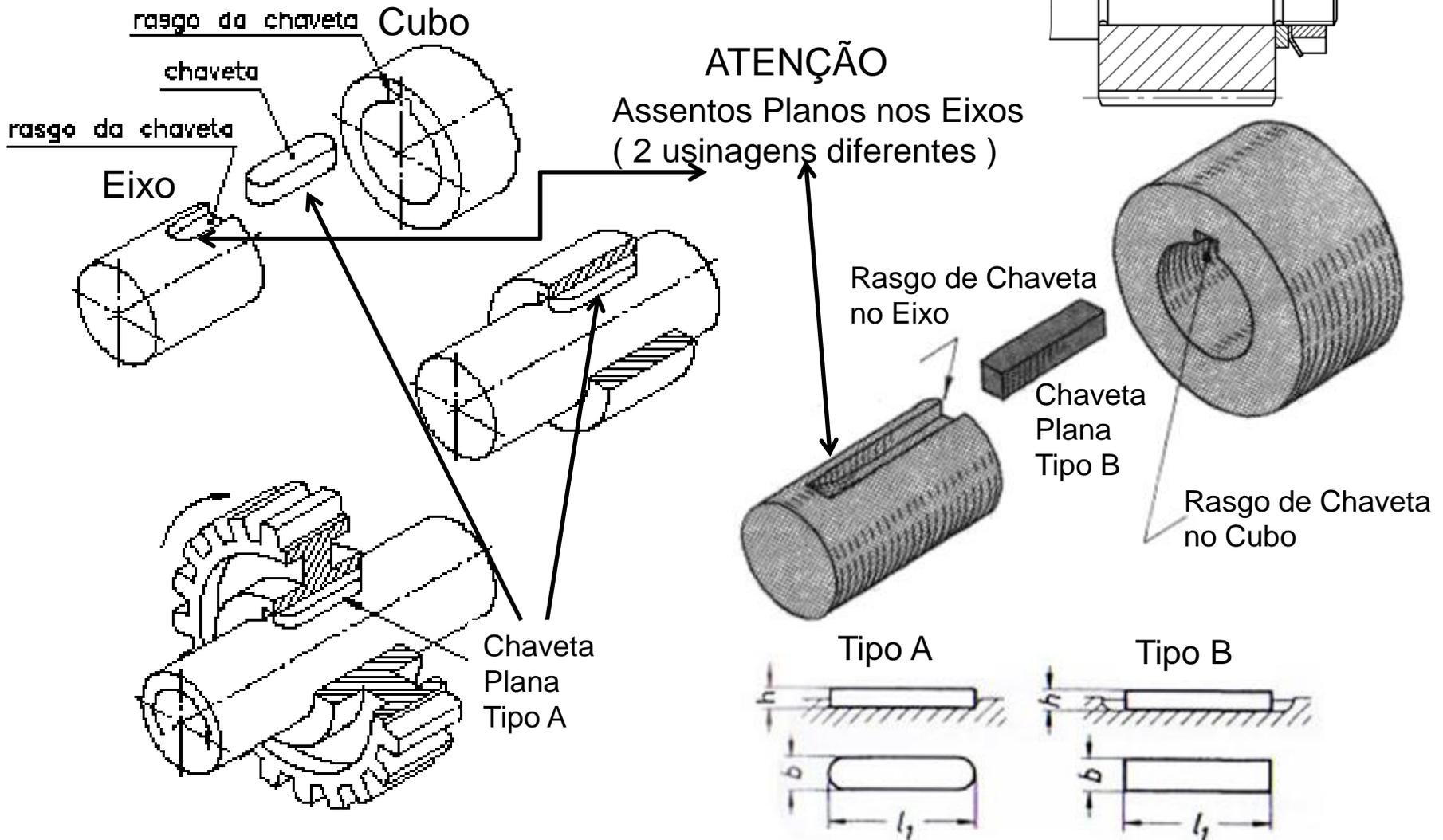


- MEIA – LUA OU “WOODRUFF”



# 4.2.1 Fixação por Chaveta

## FIXAÇÃO POR CHAVETA TIPO PLANA



# CHAVETAS

Rasgo de Chaveta no Cubo da Roda Dentada



Rasgo de Chaveta no Cubo da Engrenagem



Rasgo de Chaveta no Cubo da Polia em V



Chavetas Planas (Tipo A - canto arredondado)

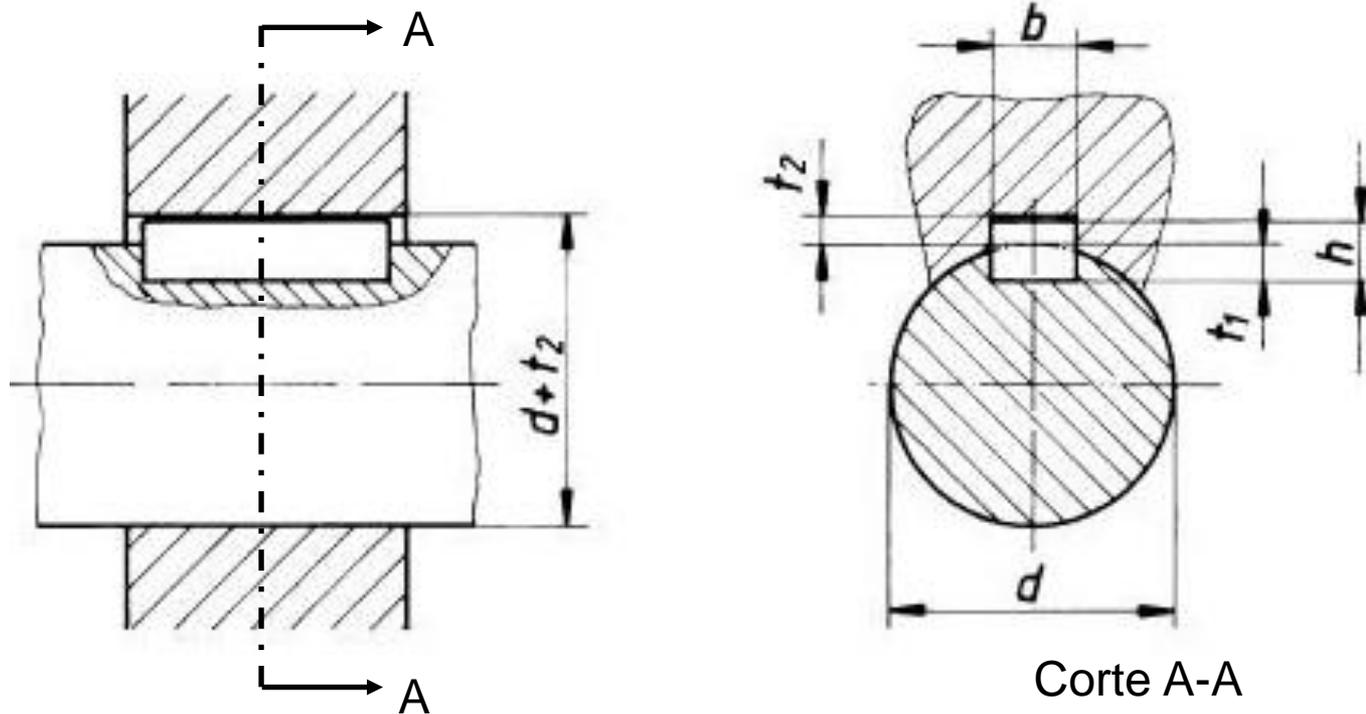


Rasgo de Chaveta no Cubo e no Eixo da Engrenagem

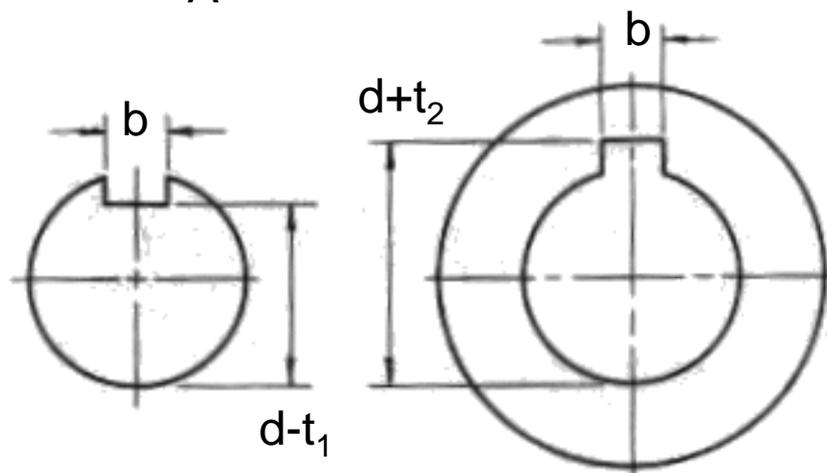


Eixo de Motor com Chaveta

# CHAVETA PLANA ( DIMENSÕES DOS RASGOS) DIN 6885

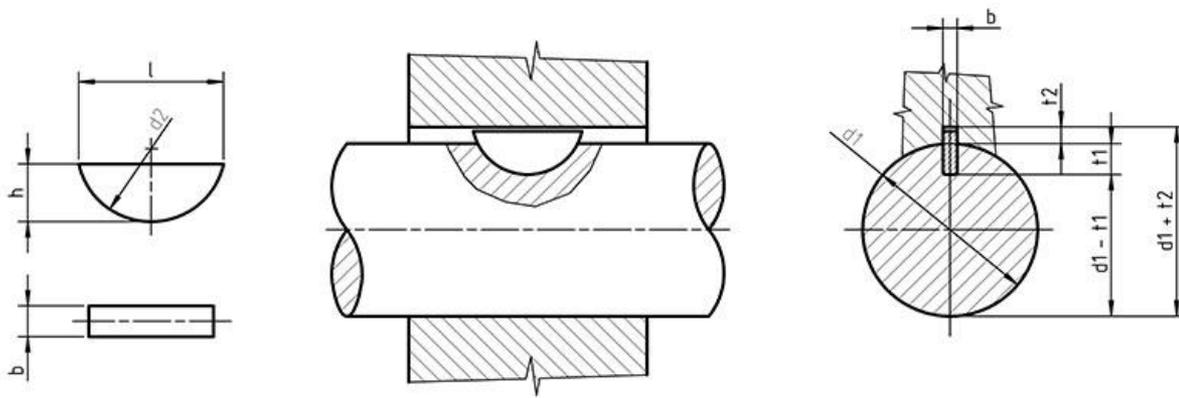


Desenho de Fabricação-  
Dimensões

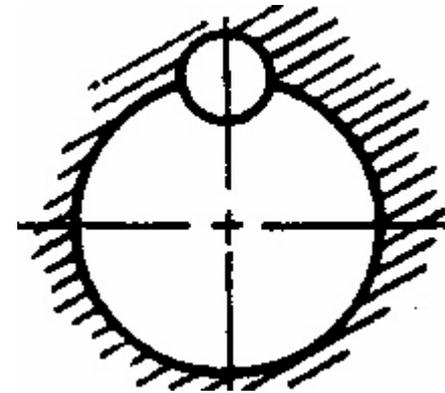


# CHAVETAS

## TIPO WOODRUFF (Meia-Lua/ Circular) DIN 6888

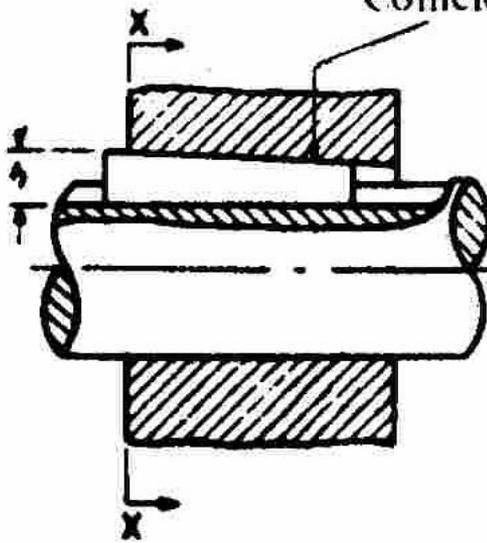


## TIPO CILÍNDRICA



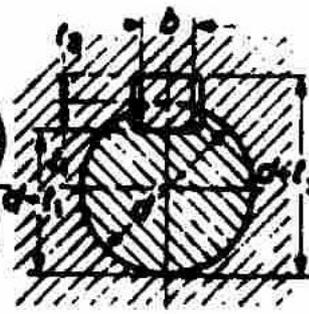
## TIPO INCLINADA

### SEM CABEÇA

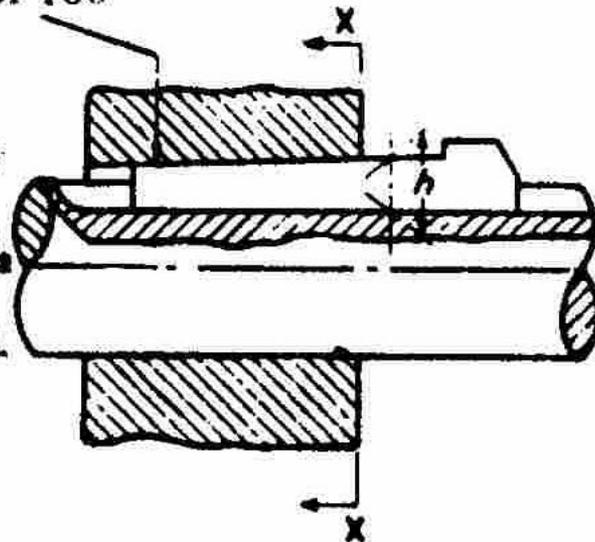


Conicidade básica, 1 por 100

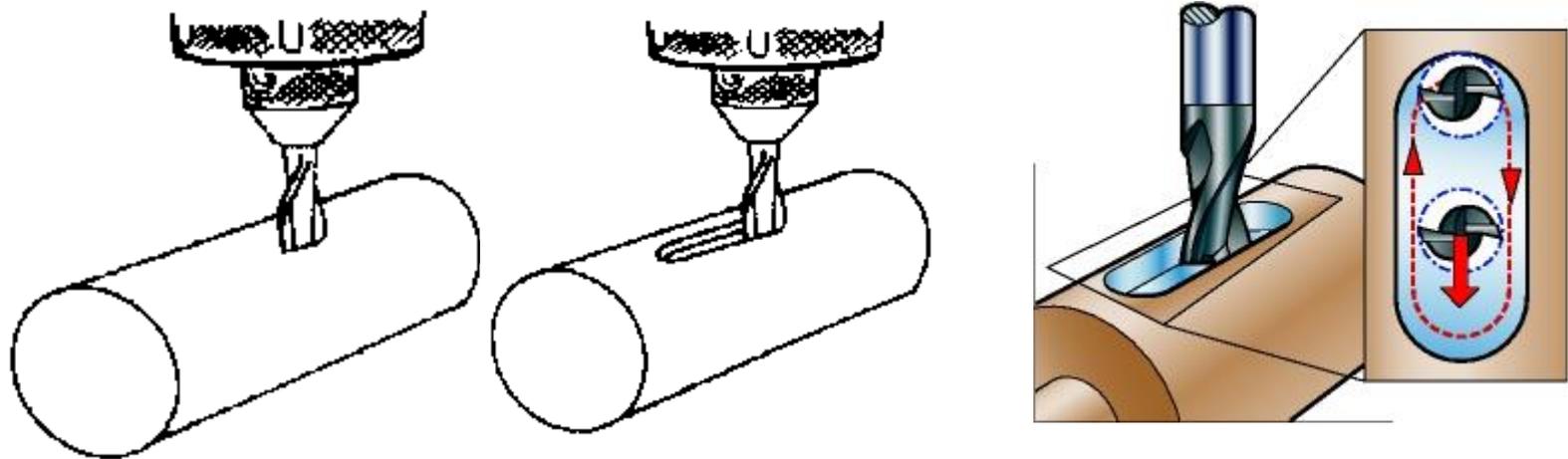
Secção X-X



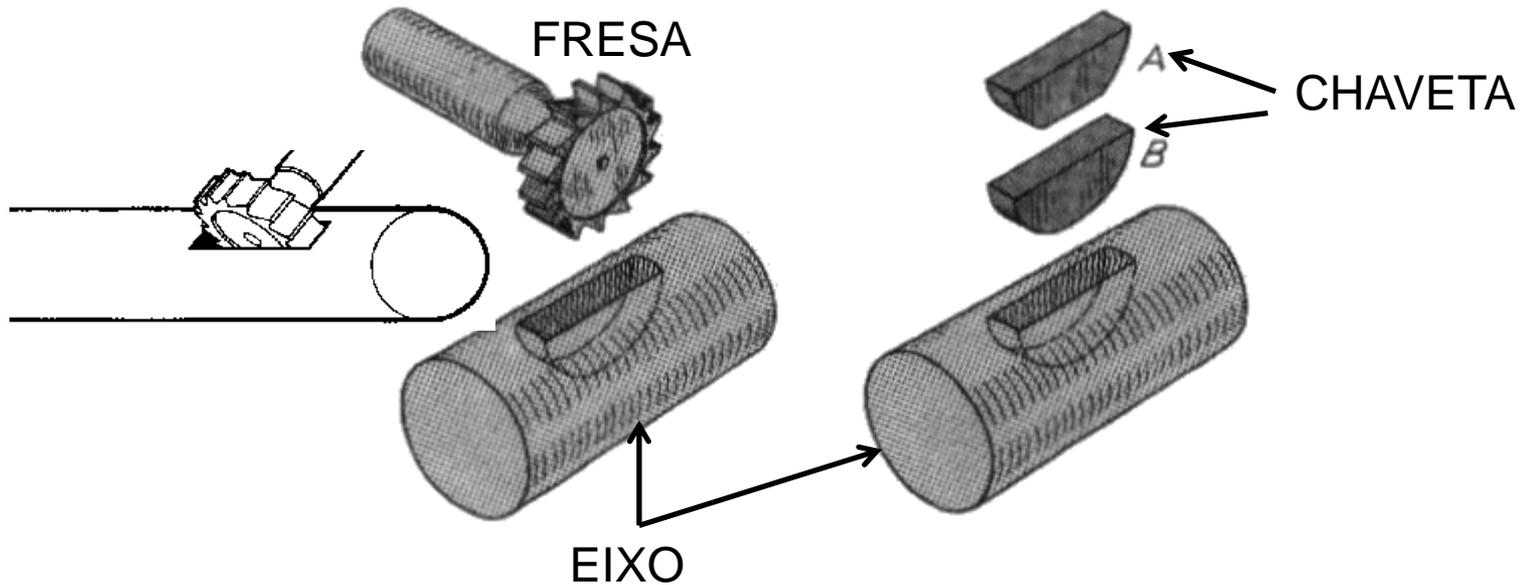
### COM CABEÇA



# FRESAMENTO DE RASGO DE CHAVETA COM FRESA DE TOPO



# FRESAMENTO DE RASGO DE CHAVETA MEIA-LUA / WOODRUFF



# Fresando um rasgo de chaveta no eixo

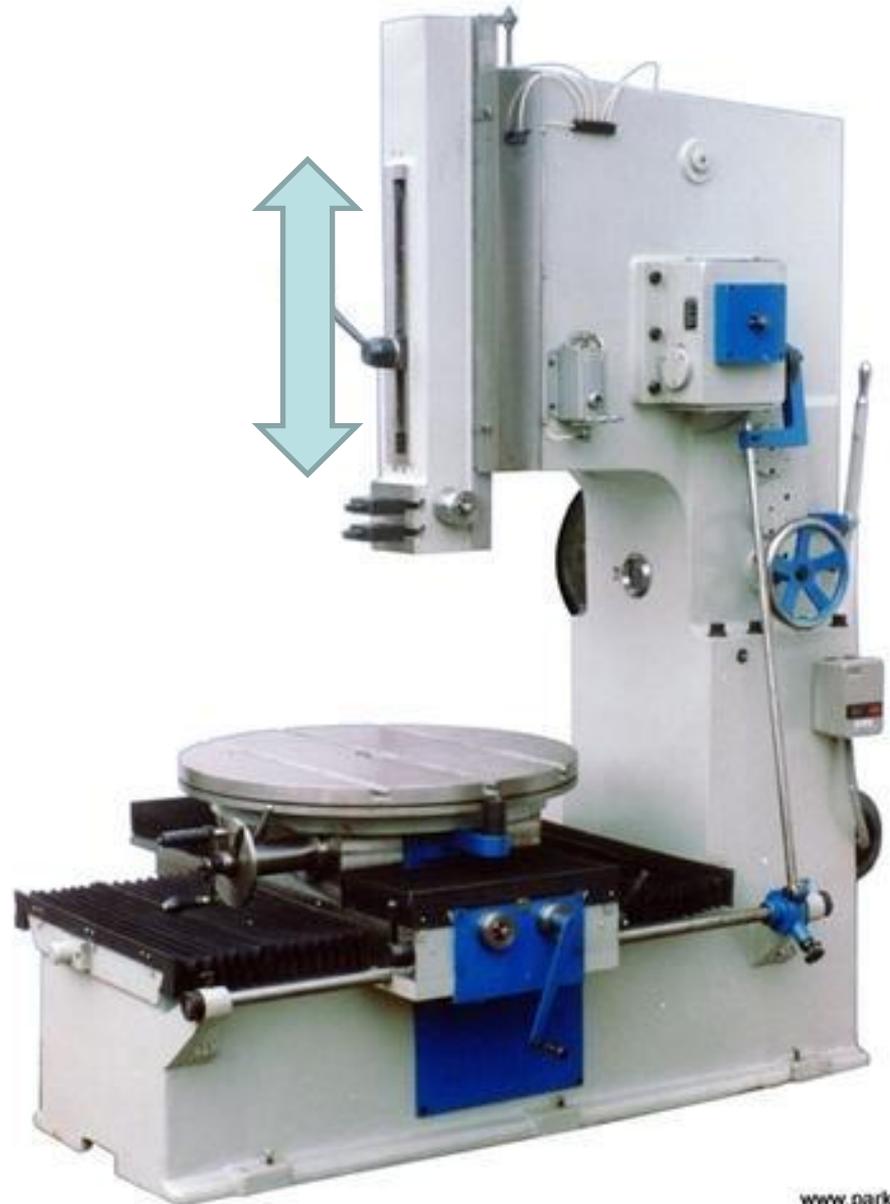


<https://www.youtube.com/watch?v=5PeadD3sPNA>

## RASGO DE CHAVETA NO CUBO (PLAINADO)



## PLAINA VERTICAL (CHAVETEIRA)

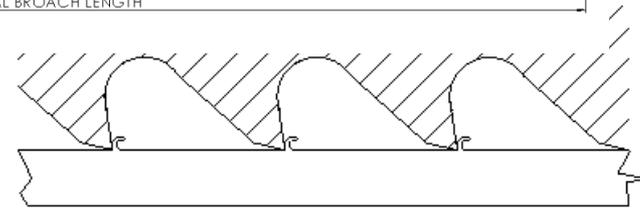
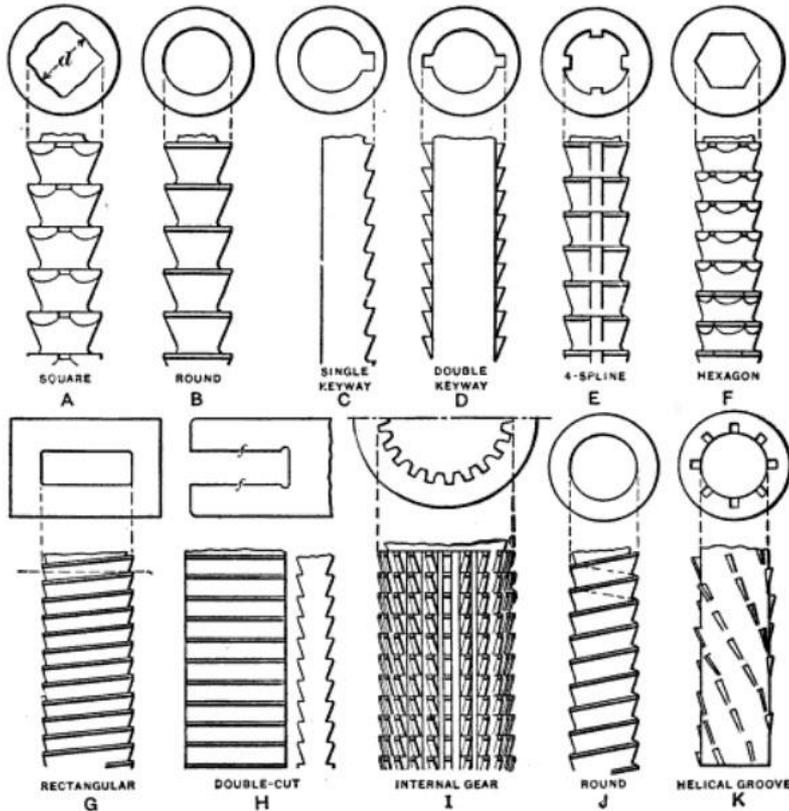
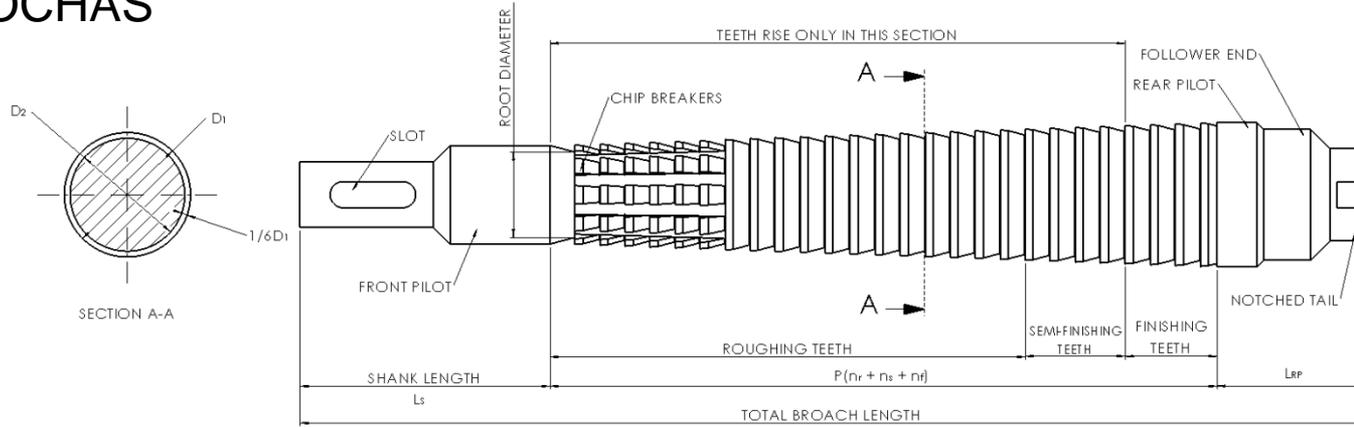


# Plainando um rasgo de chaveta com CNC



<https://www.youtube.com/watch?v=neNiDXlfrB0>

# BROCHAS



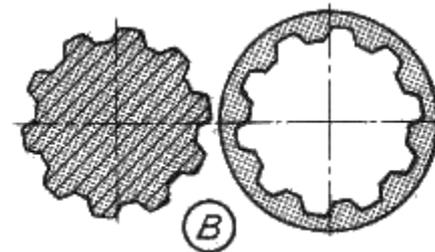
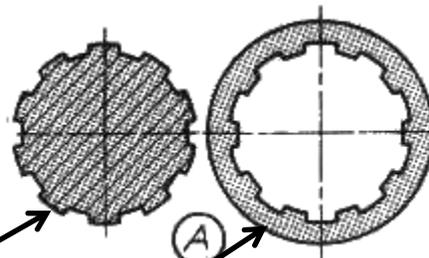
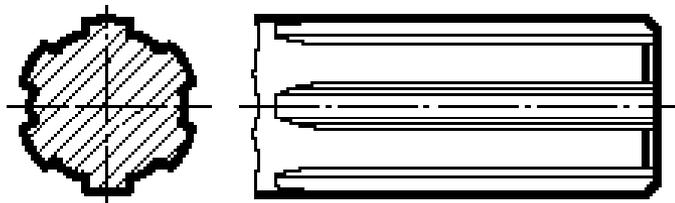
# Brochamento Manual de Rasgo de Chaveta



<https://www.youtube.com/watch?v=8tAz5YDFtAs>

# FIXAÇÃO POR ENTALHADO

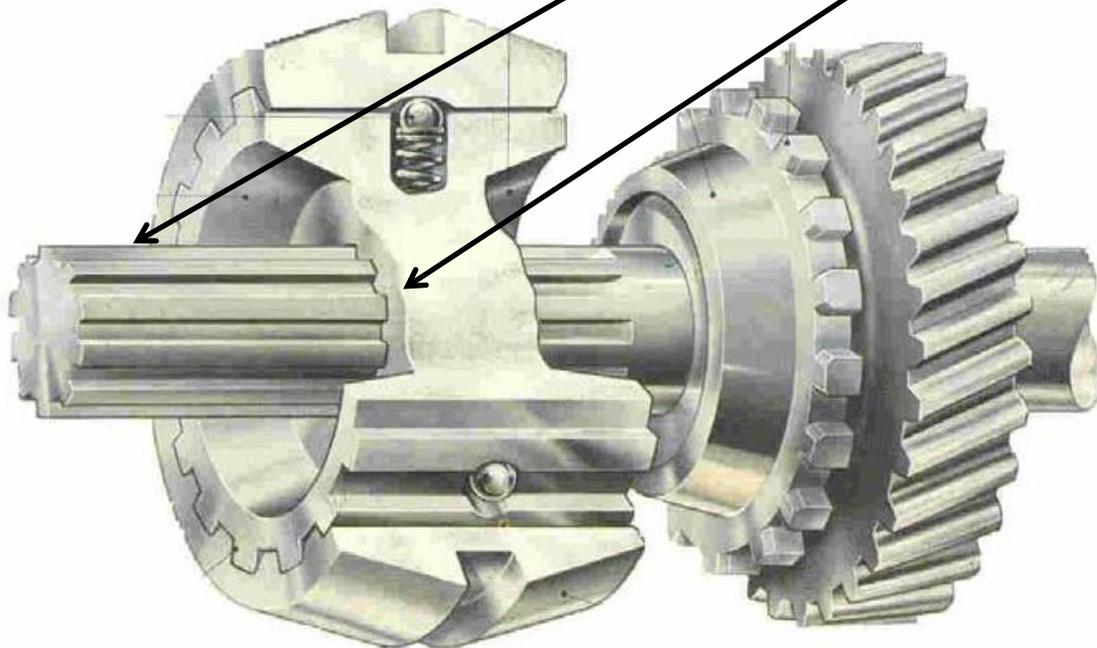
Eixo Entalhado



Eixo Entalhado e Cubo

(A) Flanco reto

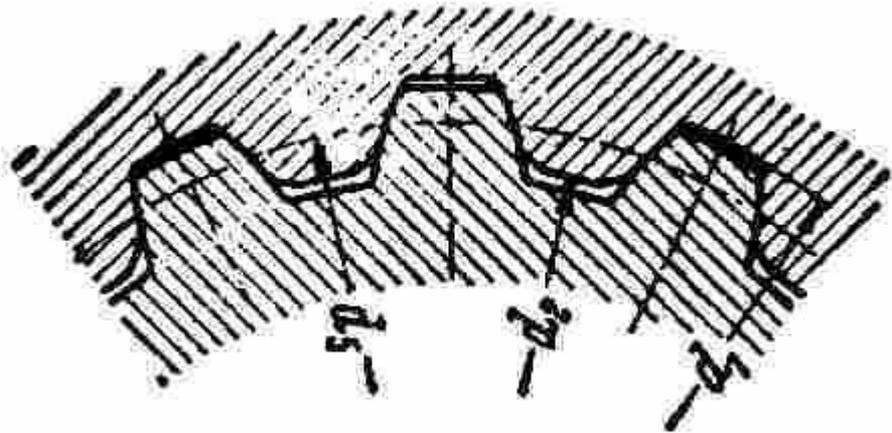
(B) Flanco evolvente



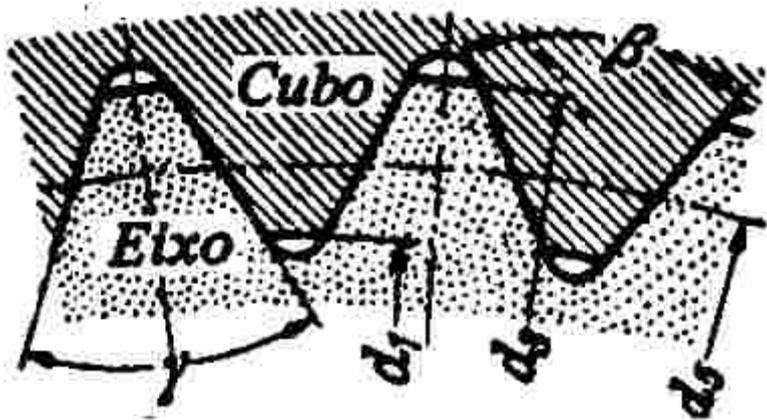
# TIPOS DE ENTALHADOS



PERFIL RETO



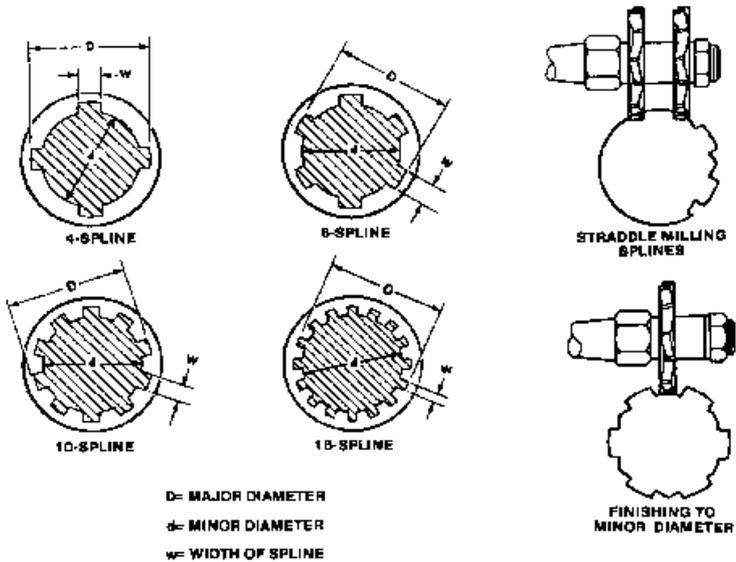
PERFIL DE EVOLVENTE



PERFIL TRIANGULAR

# USINAGEM DE EIXO ENTALHADO

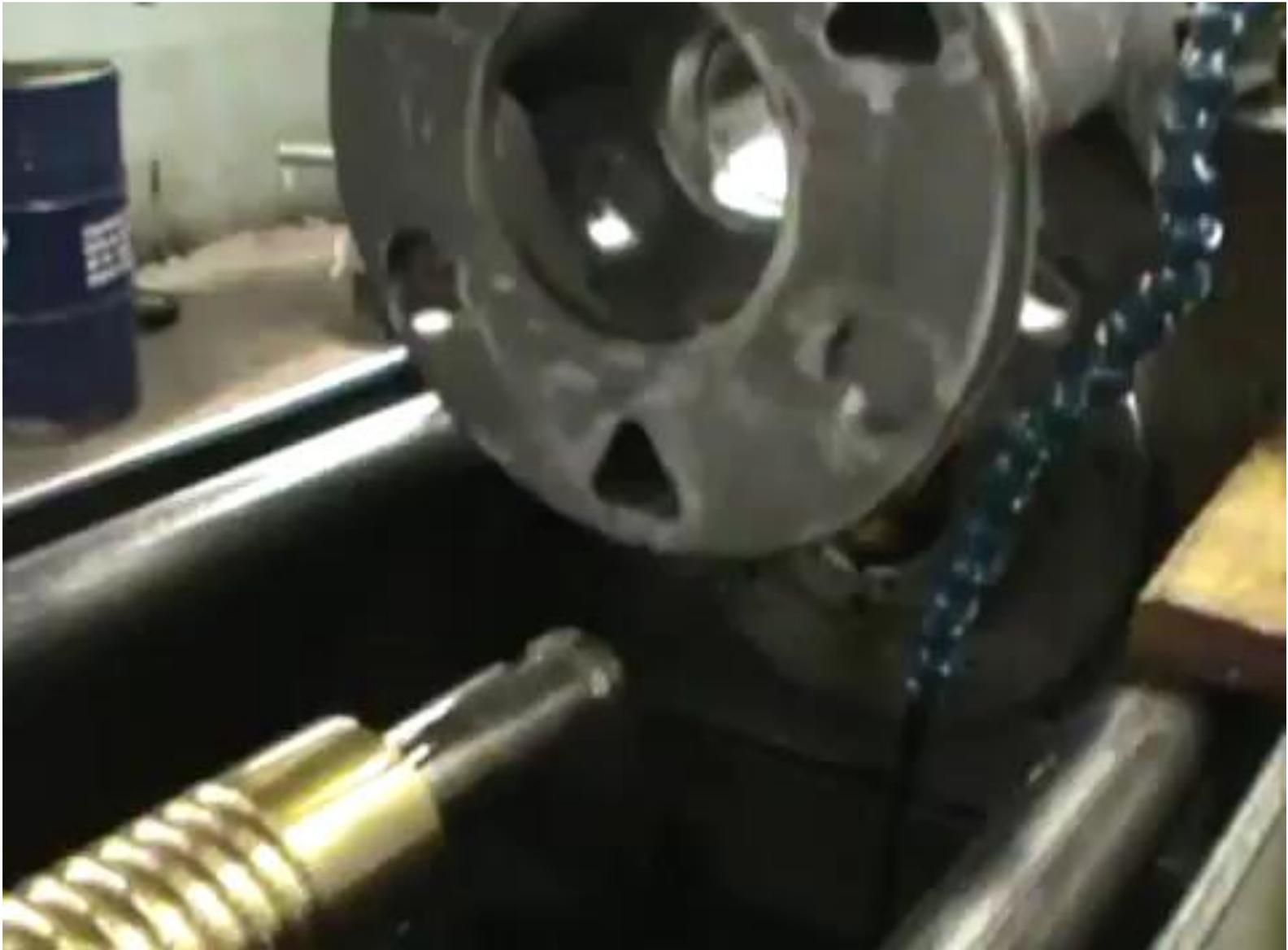
Por Fresamento Convencional



Por Geração

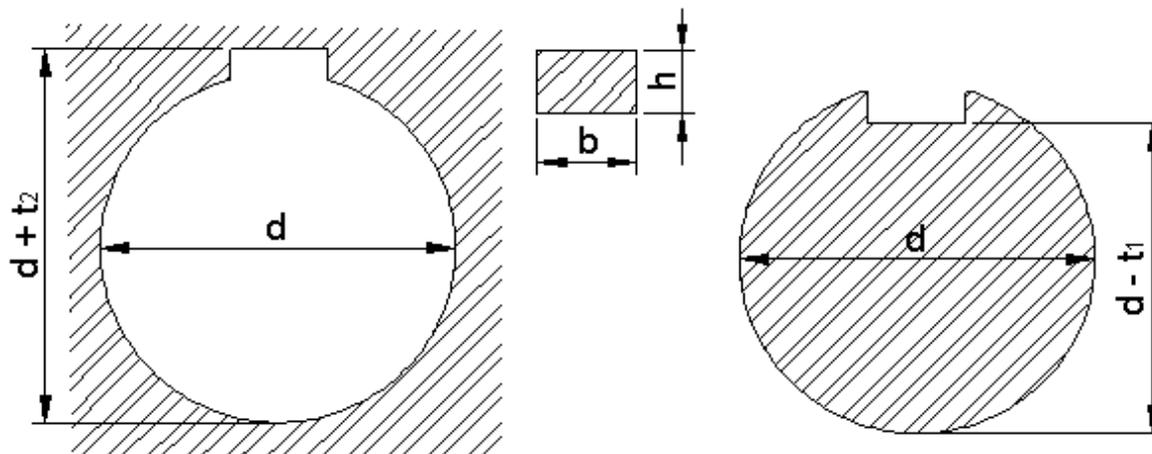


## Brochamento de Entalhado



<https://www.youtube.com/watch?v=sUR1458nsB4>

## 4.2.2 - Norma Técnica – DIN 6885 (Chaveta Plana)



Diâmetro Nominal d		Chaveta b x h largura x altura b (h9) h (h11)	Rasgo da Chaveta											
			Nominal	Largura b (h9)					Profundidade				Raio r	
Tolerância					Eixo t <sub>1</sub>		Cubo t <sub>2</sub>							
Acima	Incluindo	Ajuste Folgado		Ajuste Normal		Ajuste Interferência	Nominal	Tol	Nominal	Tol	Max	min		
			(Eixo) H9	(Cubo) D10	(Eixo) N9	(Cubo) Js9	(Eixo/Cubo) P9							
6	8	2x2	2	+0,025	+0,06	-0,004	+0,012	-0,006	1,2	+0,1 0	1,0	+0,1 0	0,16	0,08
8	10	3x3	3	0	+0,02	-0,029	-0,012	-0,031	1,8		1,4		0,16	0,08
10	12	4x4	4	+0,03 0	+0,078 +0,030	0 -0,030	+0,015 -0,015	-0,012 -0,042	2,5		1,8		0,16	0,08
12	17	5x5	5						3,0		2,3		0,25	0,16
17	22	6x6	6	+0,036 0	+0,098 +0,040	0 -0,036	+0,018 -0,018	-0,015 -0,051	3,5		2,8		0,25	0,16
22	30	8x7	8						4,0	3,3	0,25	0,16		
30	38	10x8	10	5,0	3,3	0,40	0,25							

# 4.2.2 - Norma Técnica – DIN 6888 (Chaveta Woodruff – Meia lua)

Drive Type Fastenings without Taper Action  
Woodruff Keys  
Dimensions and Application

**DIN**  
**6888**

Mitnehmervverbindungen ohne Anzug; Scheibenfedern, Abmessungen und Anwendung

Designation of a Woodruff key of width  $b = 4$  mm and height  $h = 5$  mm:  
Woodruff key 4 x 5 DIN 6888

Dimensions in mm

Breaking of corners  
(all-round)  
Chamfering Radiusing  
at manufacturer's choice

Radius at bottom of keyway  
in shaft and hub

Cross-section of Woodruff key (Half-round steel according to DIN 6882)		Width $b$ h9		1		1,5		2		2,5 <sup>*)</sup>		3		4	
		Height $h$ h12	1,4	2,6	2,6	3,7	3,7	3,7	5	6,5	5	6,5	7,5	7,5	
Allocation <sup>1)</sup>	I	for shaft diameter $d_1$ above	3	4	6					8				10	—
		up to	4	6	8			10					12		—
II	for shaft diameter $d_1$ above	6	8	10			12			17				22	
	up to	8	10	12			17								
Diameter		$d_2$	4	7	7	10	10	10	10	13	16	13	16	19	
Chamfering or radiusing		$r_1$	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
Length		$l =$	3,82	6,76	6,76	9,66	9,66	9,66	9,66	12,65	15,72	12,65	15,72	18,57	
Weight (7.85 kg/dm <sup>3</sup> ) kg/1000 pieces <sup>≈</sup>			0,031	0,153	0,204	0,414	0,518	0,622	1,10	1,80	1,47	2,40	3,27		
Shaft keyway	Width $b^2)$	Tight fit P9	1	1,5	2	2,5	3	4							
		Sliding fit N9													
	Depth $t_1^3)$	Series A	1	2	1,8	2,9	2,9	2,5	3,8	5,3	3,5	5	6		
		Series B	1	2	1,8	2,9	2,9	2,8	4,1	5,6	4,1	5,6	6,6		
Perm.var. for A and B		+0,1	+0,1	+0,1	+0,1	+0,1	+0,1	+0,1	+0,1	+0,1	+0,1	+0,1	+0,1	+0,1	
Diameter $d_2 + 0.5$			4	7	7	10	10	10	13	16	13	16	19		
Hub keyway	Width $b^2)$	Tight fit P9	1	1,5	2	2,5	3	4							
		Sliding fit J9 6)													
	Depth $t_2^3)$	Series A <sup>4)</sup>	0,6	0,8	1	1	1,4	1,7							
		Series B <sup>5)</sup>	0,6	0,8	1	1	1,1	1,1							
Perm.var. for A and B		+0,1	+0,1	+0,1	+0,1	+0,1	+0,1	+0,1	+0,1	+0,1	+0,1	+0,1	+0,1	+0,1	
Radius at bottom of keyway		$r_2$	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
Perm.var.			-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1

\*) Only for automotive applications  
Material: St 60 (steel having a tensile strength of at least 60 kg/mm<sup>2</sup> in the finished condition). alternative materials to be specified in order

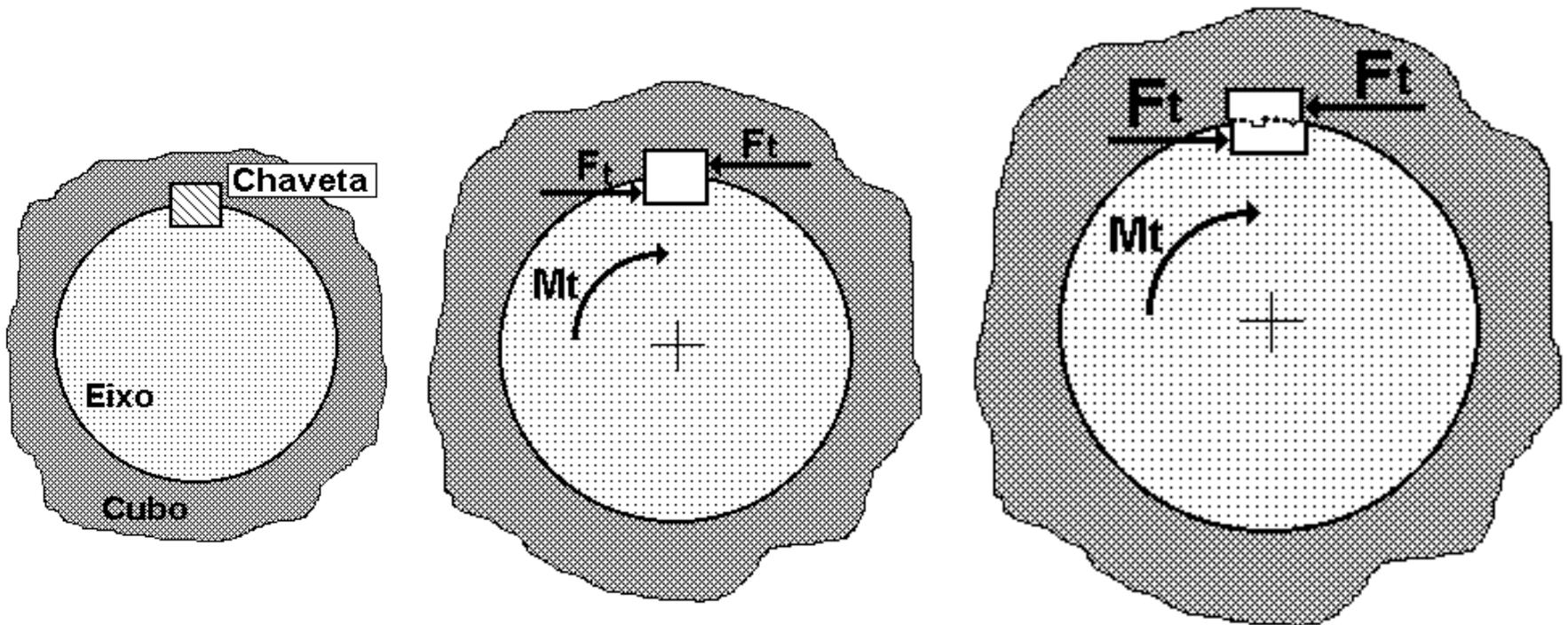
- Where corresponding dimensions are involved, particularly for shaft extensions, allocation of the Woodruff key cross-sections appropriate to the shaft diameters concerned must be observed. Allocation I applies in all cases where the Woodruff key is used in the role of a feather key, i.e. to transmit the whole of the torque. Allocation II applies in all cases where the Woodruff key is used solely for locating the driving element, other elements, e.g. collars or tapers being employed to transmit the torque.
- The listed permissible variations for keyway widths are intended for guidance only. It is recommended that for the widths of broached keyways ISA Class IT 8 be observed instead of IT 9 (similarly P8 instead of P9, N8 instead of N9 and J8 instead of J9).
- In workshop drawings the dimensions  $t_1$  and  $(d_1 - t_1)$ , also  $t_2$  and  $(d_1 + t_2)$  may appear side by side; however, in many cases the dimensions  $t_1$  and  $(d_1 + t_2)$  will suffice. In this connection it may be necessary to allow for permissible variations and machining allowances on the shaft and hub bore.
- Preference should be given to Series A (deep hub keyway); this conforms to DIN 6885 Sheet 1 ( $t_2$  with back clearance).
- Series B (shallow hub keyway) for machine tools; this conforms to DIN 6885 Sheet 2.
- When the relationship between the Woodruff key and the shaft diameter is based on Allocation II it is permissible to use tolerance zone D 10 also.

Continued on page 2

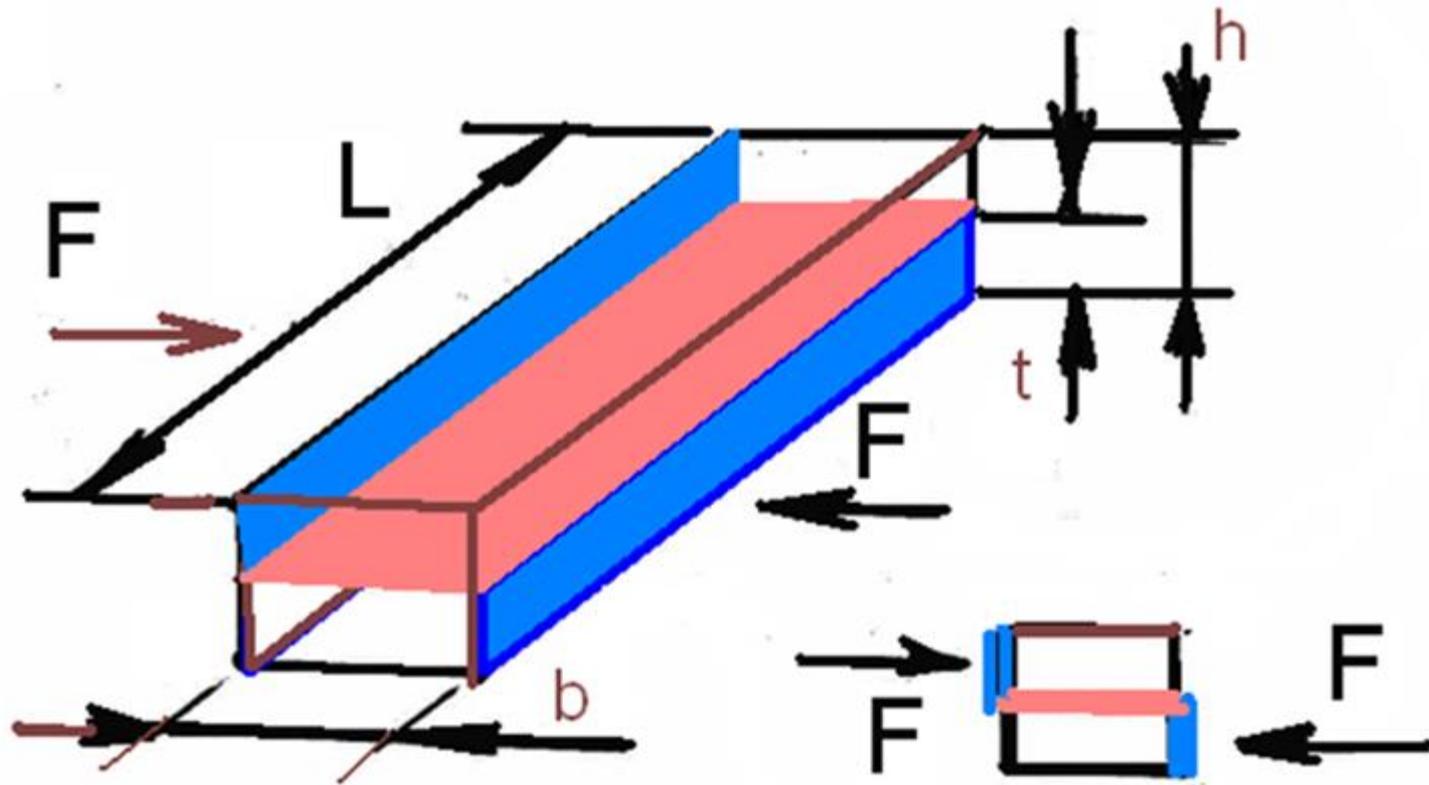
## 4.2.3 – Dimensionamento ao Cisalhamento de Chavetas

HIPÓTESE PARA CÁLCULO:

**RUPTURA POR CISALHAMENTO DA CHAVETA**

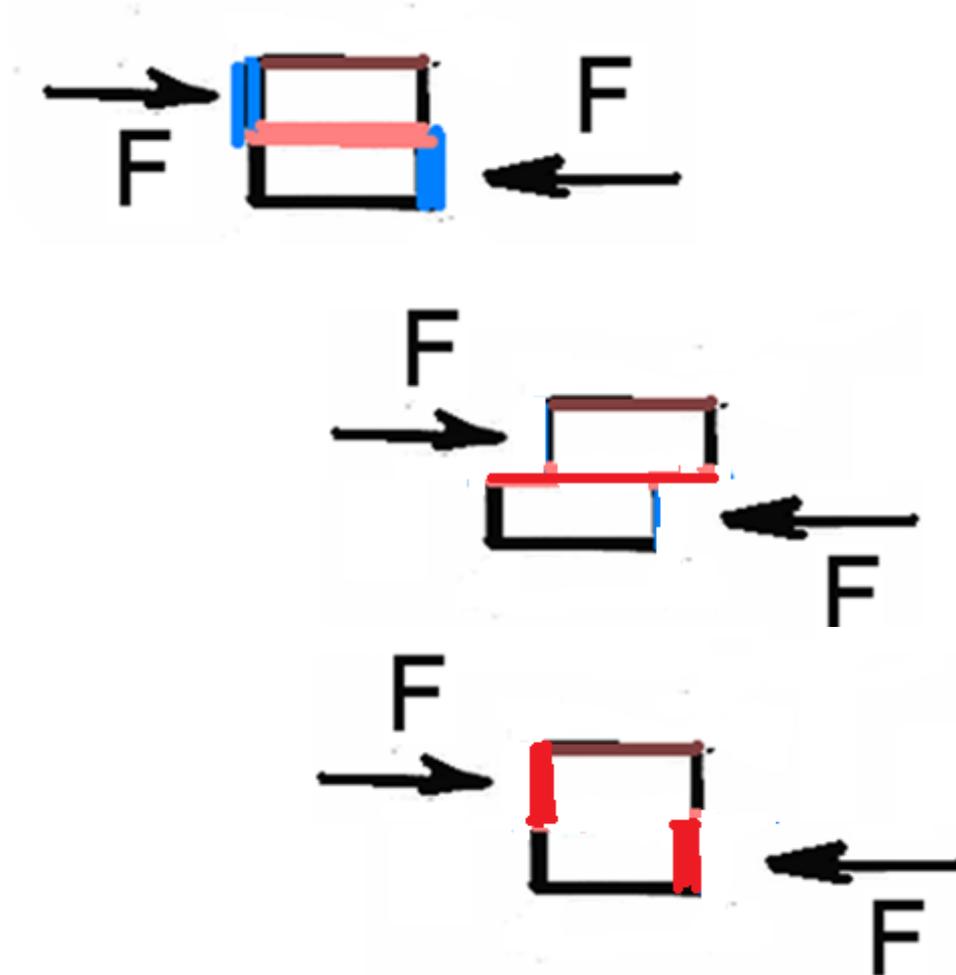


# CISALHAMENTO E COMPRESSÃO NA CHAVETA / RASGO



- Cisalhamento
- Compressão

# CISALHAMENTO E COMPRESSÃO NA CHAVETA / RASGO

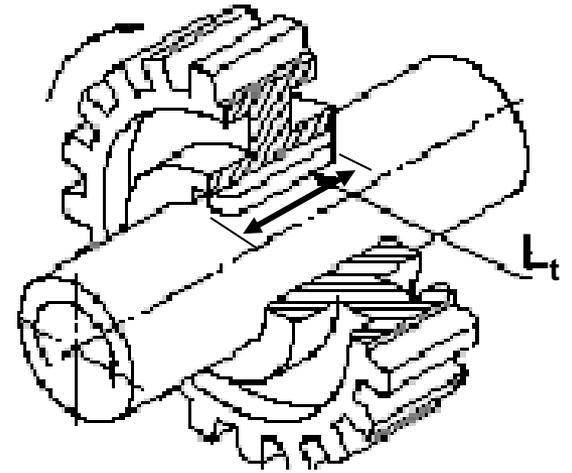


Cisalhamento

Esmagamento  
por compressão

Dados:

- Conjugado no eixo:  $M_t$
- Diâmetro do eixo:  $d$
- Tensão admissível ao cisalhamento do material da chaveta:  $\tau_a$



**Incógnita: Comprimento da chaveta ( $L_t$ )**

{  $b$ (largura) e  $h$ (altura) da chaveta são normalizados =  $f(d)$  }:

Área Cisalhada da união:  $S_t = b \times L_t$

Força de Cisalhamento na União:  $F_t = 2 \cdot M_t / d$

Admitindo tensão de cisalhamento uniforme:  $t = F_t / S_t$

Sem ruptura do material  $\tau \leq \tau_a$  assim  $\tau_a \geq 2 \times (M_t / d) / b \times L_t$

Logo

$$L_t \geq \frac{2 \cdot M_t}{d \cdot \tau_a \cdot b}$$

## 4.2.4 – Verificação quanto à Compressão de Chavetas

**PODE OCORRER ESMAGAMENTO POR COMPRESSÃO DAS LATERAIS DO RASGO/CHAVETA.**

Dados:

- Conjugado no eixo:  $M_t$
- Diâmetro do eixo:  $d$
- Tensão admissível à compressão do material da chaveta:  $\sigma_a$

**Incógnita: Comprimento da chaveta  $L_c$**

{b (largura) e h (altura) são normalizados = f(d)}:

Área da união:  $S_c = (h/2) \times L_c$  (aproximando  $t_1 = t_2$ )

Força de Compressão na União:  $F_c = 2 \cdot M_t / d$

Admitindo tensão de compressão uniforme)  $\sigma = F_c / S_c$

Sem deformação do material  $\sigma \leq \sigma_a$ , assim  $\sigma_a \leq [2 \times (M_t / d)] / [(h/2) \times L_c]$

Logo

$$L_c \geq \frac{4 \cdot M_t}{d \cdot \sigma_a \cdot h}$$

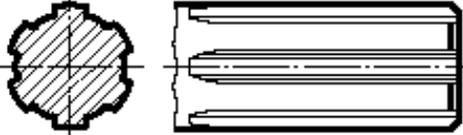
Comprimento da Chaveta para resistir ao Cisalhamento=  $L_t$   
Comprimento da Chaveta para resistir ao Esmagamento=  $L_c$

**ADOPTA-SE O MAIOR ENTRE  $L_t$  e  $L_c$**

- QUANDO O COMPRIMENTO  **$L_{chaveta}$**  FOR MAIOR QUE O COMPRIMENTO  **$L_{cubo}$**  DISPONÍVEL, PODE-SE COLOCAR ATÉ DUAS CHAVETAS OPOSTAS.
- Admite-se até um máximo de 03 chavetas, montadas a 120 graus.  
**PROBLEMA COM CHAVETAS “MULTIPLAS” – CARGA NÃO UNIFORME DEVIDO A ERROS DE FABRICAÇÃO / MONTAGEM**
- QUANDO FOR NECESSÁRIO UM COMPRIMENTO MAIOR DO QUE O CUBO DISPONÍVEL, UTILIZA-SE O ENTALHADO ou ESTRIADO, QUE EQUIVALE AO USO DE CHAVETAS “MÚLTIPLAS”.

## 4.2.5 Dimensionamento de Entalhados

$$L_t \geq \frac{2 \cdot M_t}{d \cdot \tau_a \cdot b}$$

- SIMILAR AO DIMENSIONAMENTO DE CHAVETAS 
- ASSOCIA-SE UM FATOR DE CORREÇÃO DA UNIFORMIDADE DA CARGA EM CADA DENTE DO ENTALHADO

**CÁLCULO AO CISALHAMENTO - COMPRIMENTO:**

b = largura do entalhado

$$L_{et} \geq \frac{2 \cdot M_t \cdot \eta}{d \cdot \tau_a \cdot b \cdot N}$$

ONDE : **N** = NÚMERO DE DENTES DO ENTALHADO

**$\eta$**  = COEFICIENTE DE CORREÇÃO DA CARGA.

EM GERAL ADOTA-SE  **$\eta = 1,25$**

**CÁLCULO À COMPRESSÃO- COMPRIMENTO:**

**$h_e$**  = altura do entalhado

$$L_{ec} \geq \frac{2 \cdot M_t \cdot \eta}{d \cdot \sigma_a \cdot h_e \cdot N}$$

**ADOA-SE O MAIOR COMPRIMENTO ENTRE  **$L_{et}$**  e  **$L_{ec}$****

## 4.2.6 Fixação Cubo-Eixo com Chavetas e Entalhados

### CARACTERÍSTICAS :

- Conjugados Moderados a Elevados
- Facilmente Desmontável
- Sem ajuste axial e angular entre o cubo e o eixo
- Necessita de usinagem de media/alta complexidade do eixo e do cubo
- Gera concentradores de tensão
- Causa pouco enfraquecimento eixo/cubo
- Pode permitir deslocamento axial entre cubo e eixo
- Custo médio a elevado

## 5. CONSIDERAÇÃO FINAL

### FIXAÇÃO CUBO-EIXO

**A RUPTURA DE  
UMA FIXAÇÃO CUBO-EIXO,  
QUANDO E SE OCORRER,  
DEVE LOCALIZAR-SE SEMPRE  
NO ELEMENTO DE FIXAÇÃO  
E NÃO NO EIXO OU NO CUBO.**