

Universidade de São Paulo  
Instituto de Geociências  
GMG – Departamento de Mineralogia e Geotectônica

GMG-106 – Cristalografia Fundamental

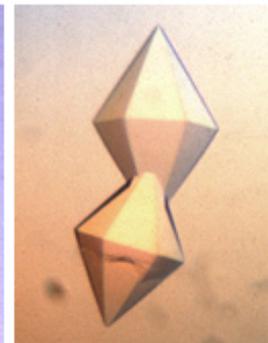
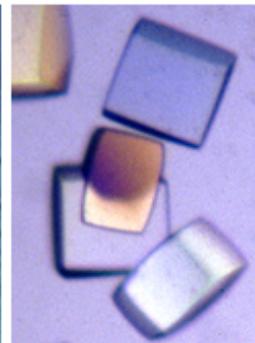
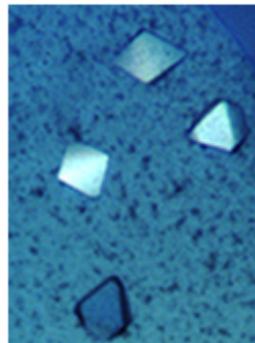
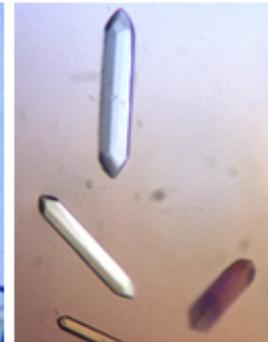
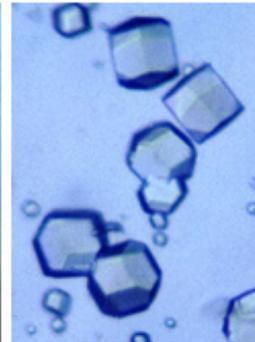
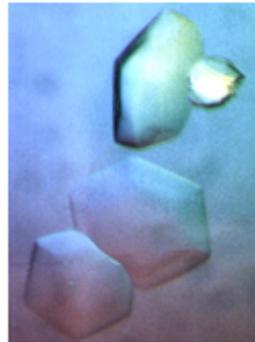
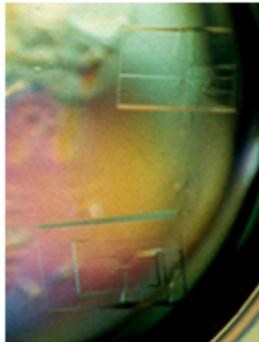
# Simetria de Translação – conceitos básicos

Adriana Alves

# Elementos de simetria externa

- Planos de simetria
- Eixos de simetria próprios e impróprios
- Classes cristalinas

Do onde advém a simetria externa?



# Velhos e novos conceitos

- Cristal: substância sólida com arranjo tridimensional periódico de seus constituintes
- Padrão externo reflete ordenamento interno
- Retículo cristalino: representação da estrutura interna, partículas constituintes representadas por motivos

# Motivos

- Têm identidade própria = simetria de grupo pontual.
- Para ilustrar o padrão resultante da translação apenas, ou seja: os retículos linear, planar ou espacial, substitui-se o motivo por um ponto = ponto equivalente (identipoint). O ponto equivalente pode ser localizado em qualquer detalhe do motivo, mas deve ser sempre posicionado no mesmo detalhe escolhido, para qualquer motivo do arranjo.
- Exemplos de motivos com simetria de Grupo Pontual planar:

1 - 

2 - 

m - 

3m - 

4m - 

6m - 

# Retículo cristalino

- Repetição periódica de motivos
- Lineares, Planares e Espaciais
- Motivo: representação dos atributos repetidos

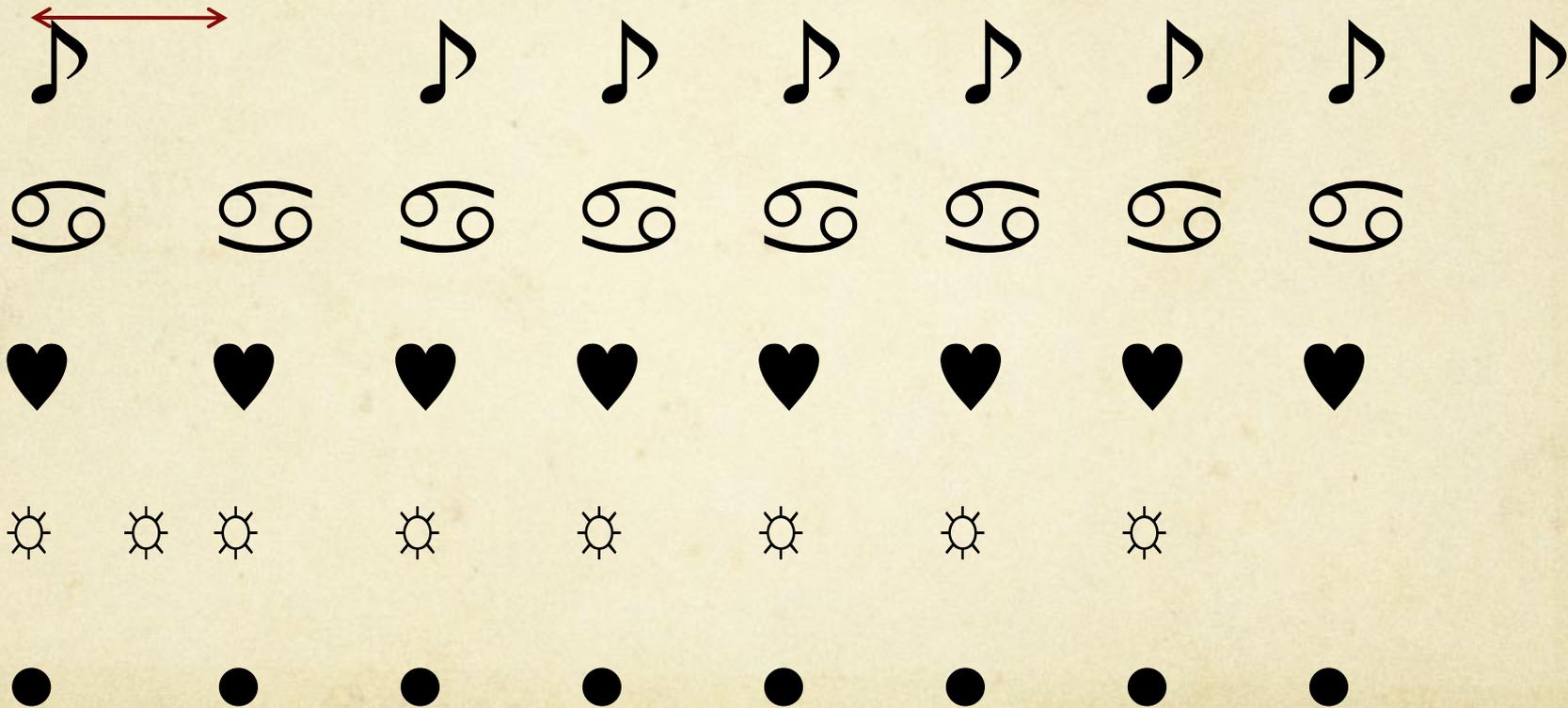
# Grupo pontual

- Coleção de operações de simetria que passam pelo mesmo ponto (motivo)
- Deve ser fechado, ter um elemento de identidade e todo elemento deve ter um inverso

# Operações de translação

- Translações lineares: eixos 2 e/ou planos de simetria

Período de translação



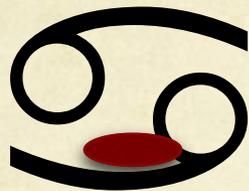
# Grupos pontuais planares



Qual a simetria desse

motivo?

# Simetria de grupo pontual em motivos planares



Grupo pontual 2



Grupo pontual 2mm



Grupo pontual m

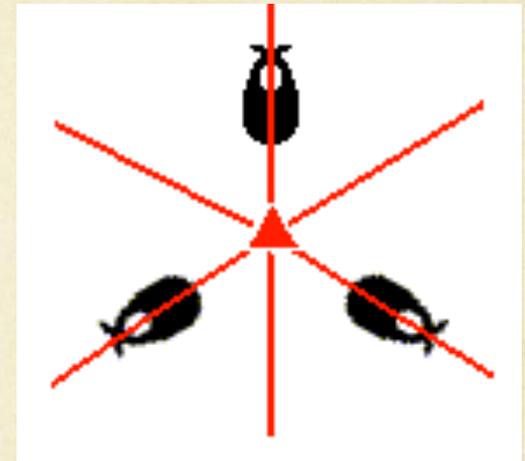
# Simetria de grupos pontuais em motivos planares

- Motivos com simetria 3



Grupo pontual 3

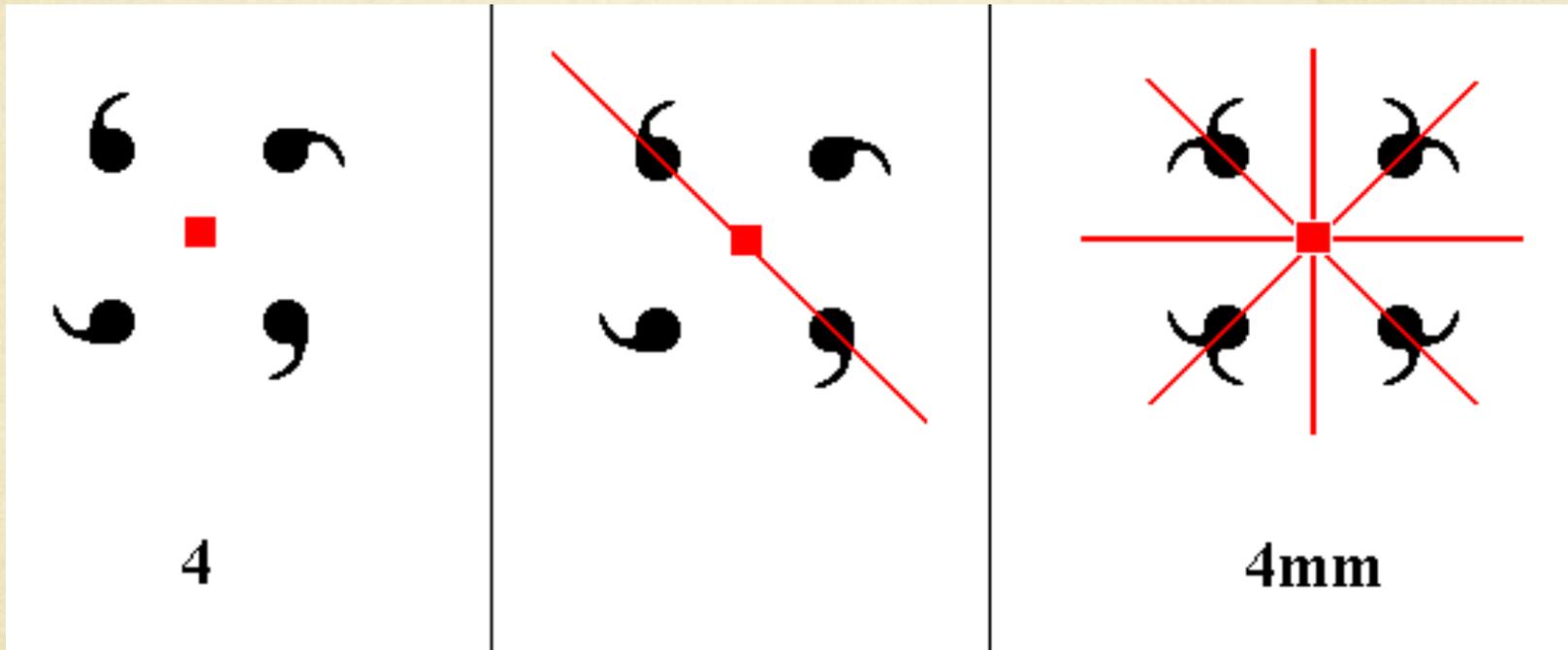
Adicionando-se um plano de simetria ao motivo tem-se



Grupo pontual 3m

# Simetria de grupos pontuais em motivos planares

- Motivos com simetria 4

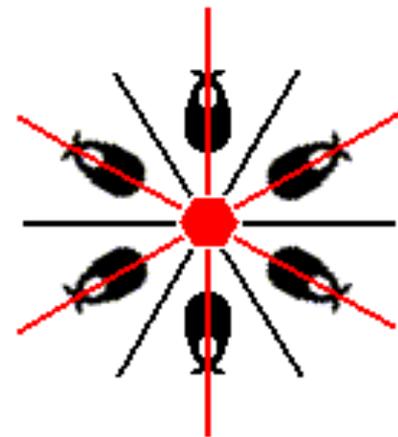


# Simetria de grupos pontuais em motivos planares

- Motivos com simetria 6



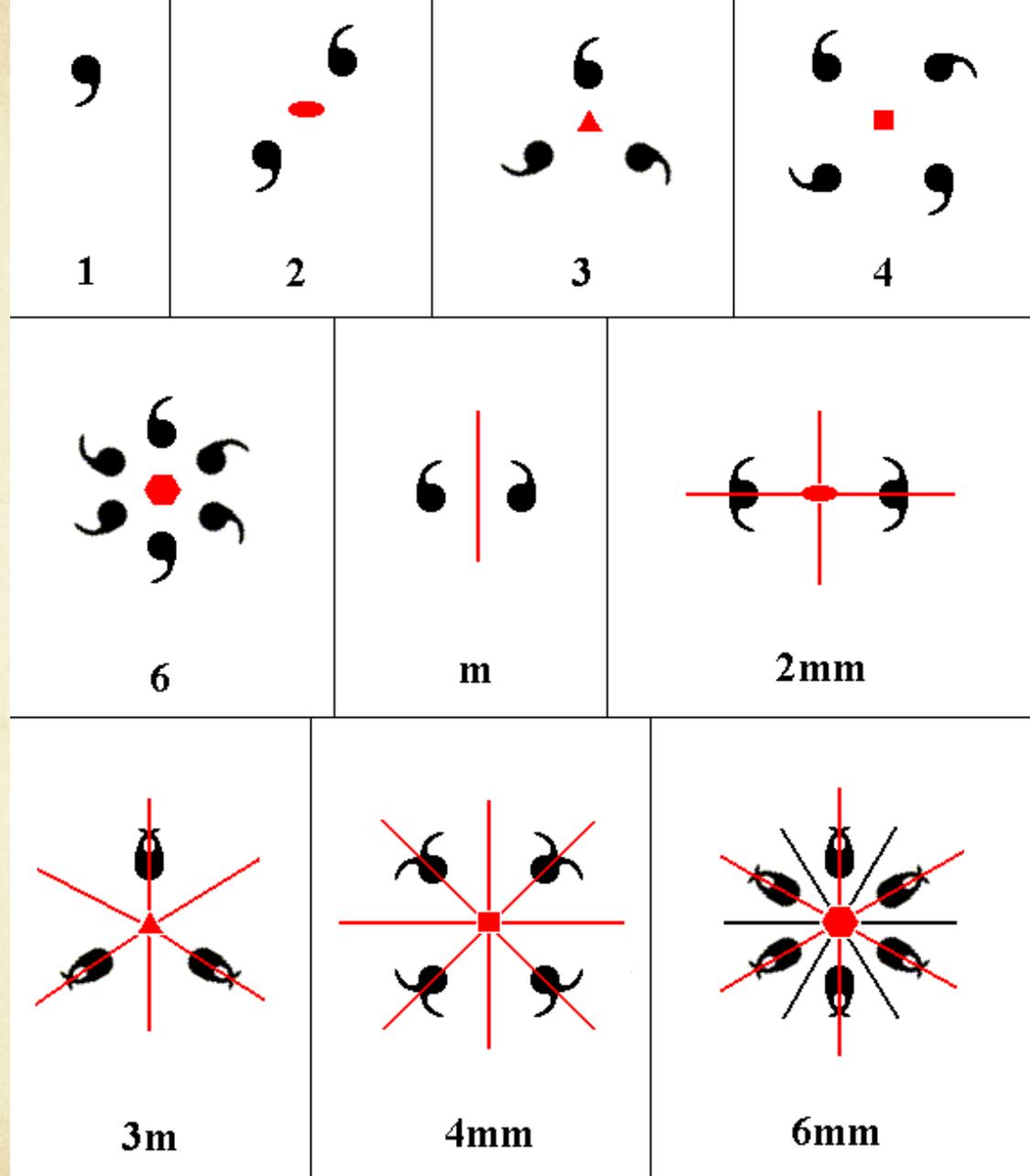
6



6mm

# Sumário

○ Ao todo 10 combinações possíveis de elementos de simetria em motivos planares



The Ten Planar Point Groups

# Translação em duas direções



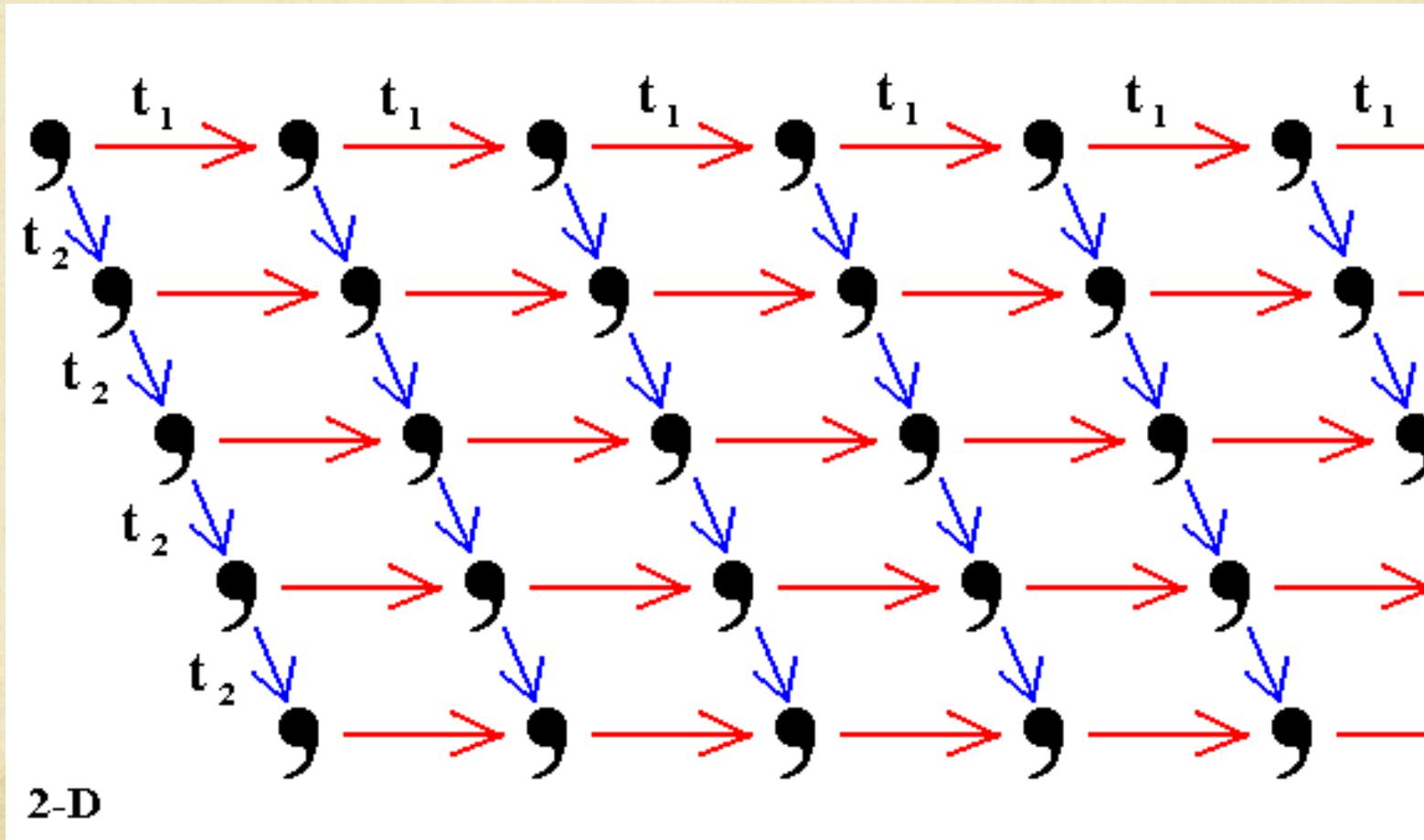
# Translação em duas direções



Além da simetria do motivo tem-se a simetria do conjunto

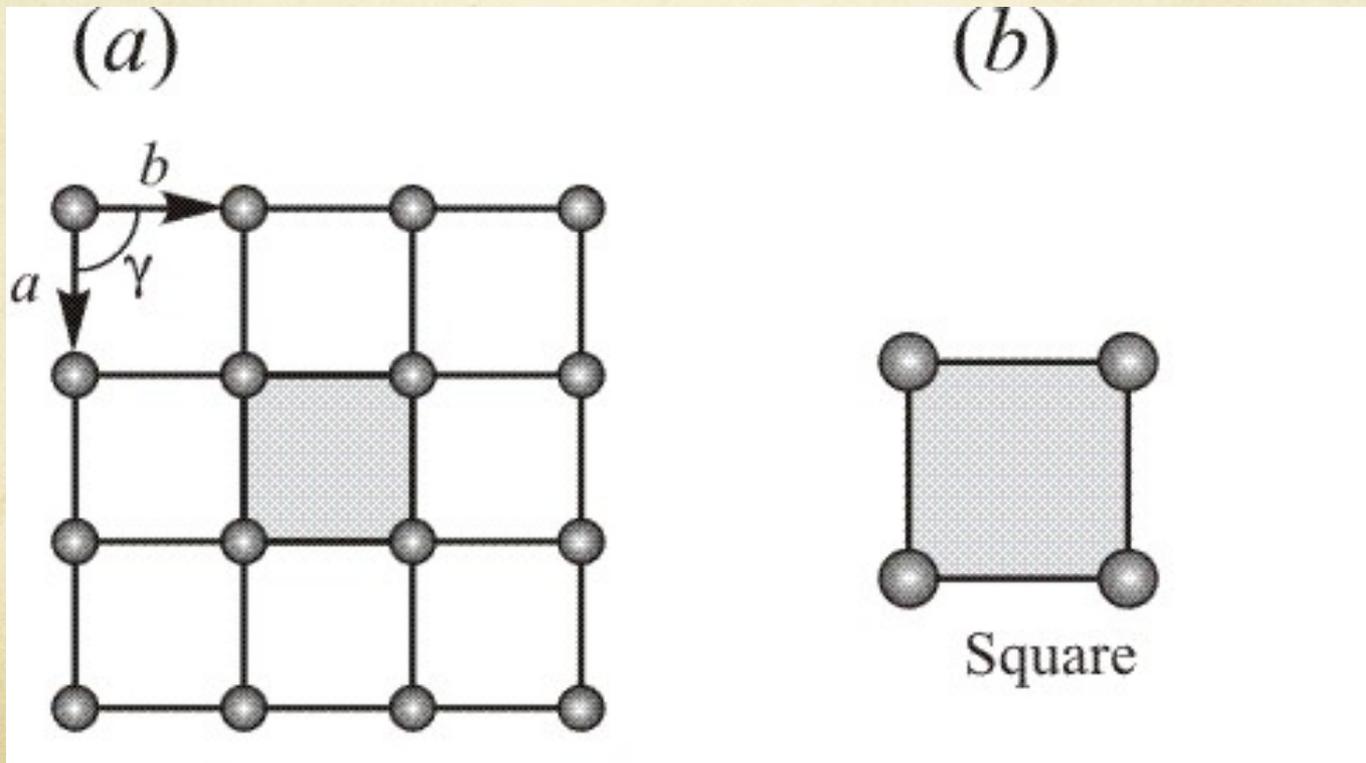
# Retículos planares

Descritos por: vetores  $\mathbf{t}_1$  e  $\mathbf{t}_2$  e ângulo ( $\gamma$ ) entre estes



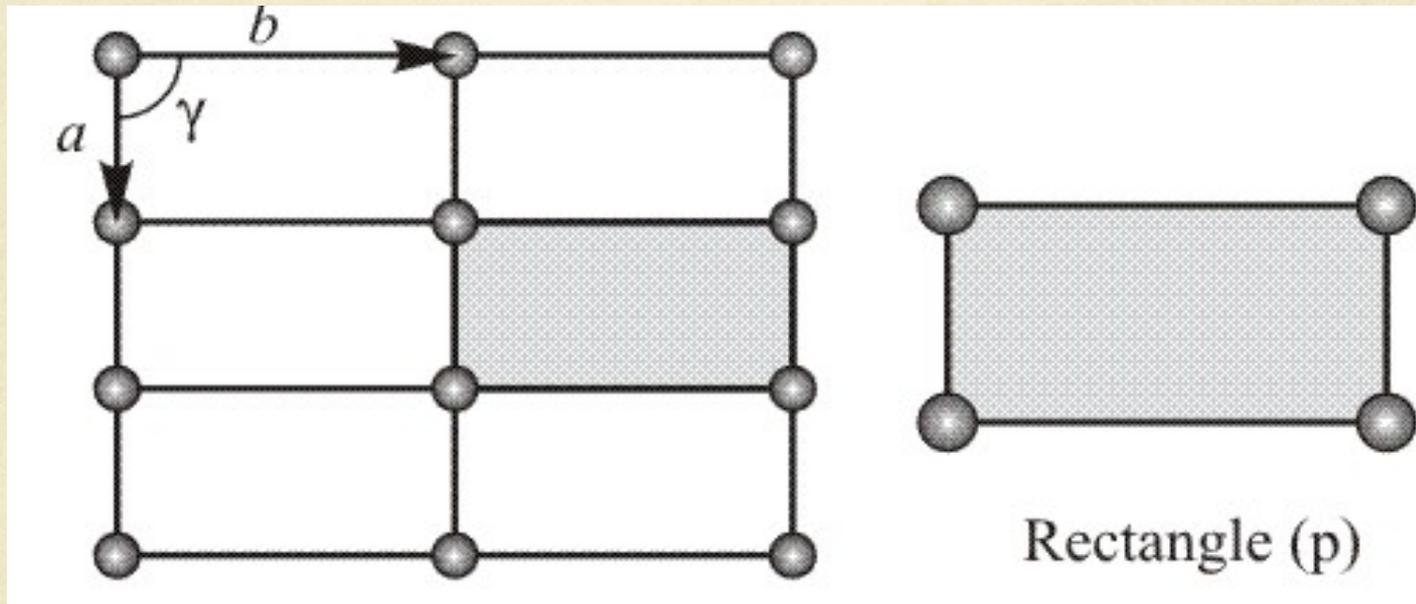
# Derivando retículos

- Tetrarede + simples  $t_1=t_2$   $\gamma = 90$
- O que é cela unitária?



# Derivando retículos

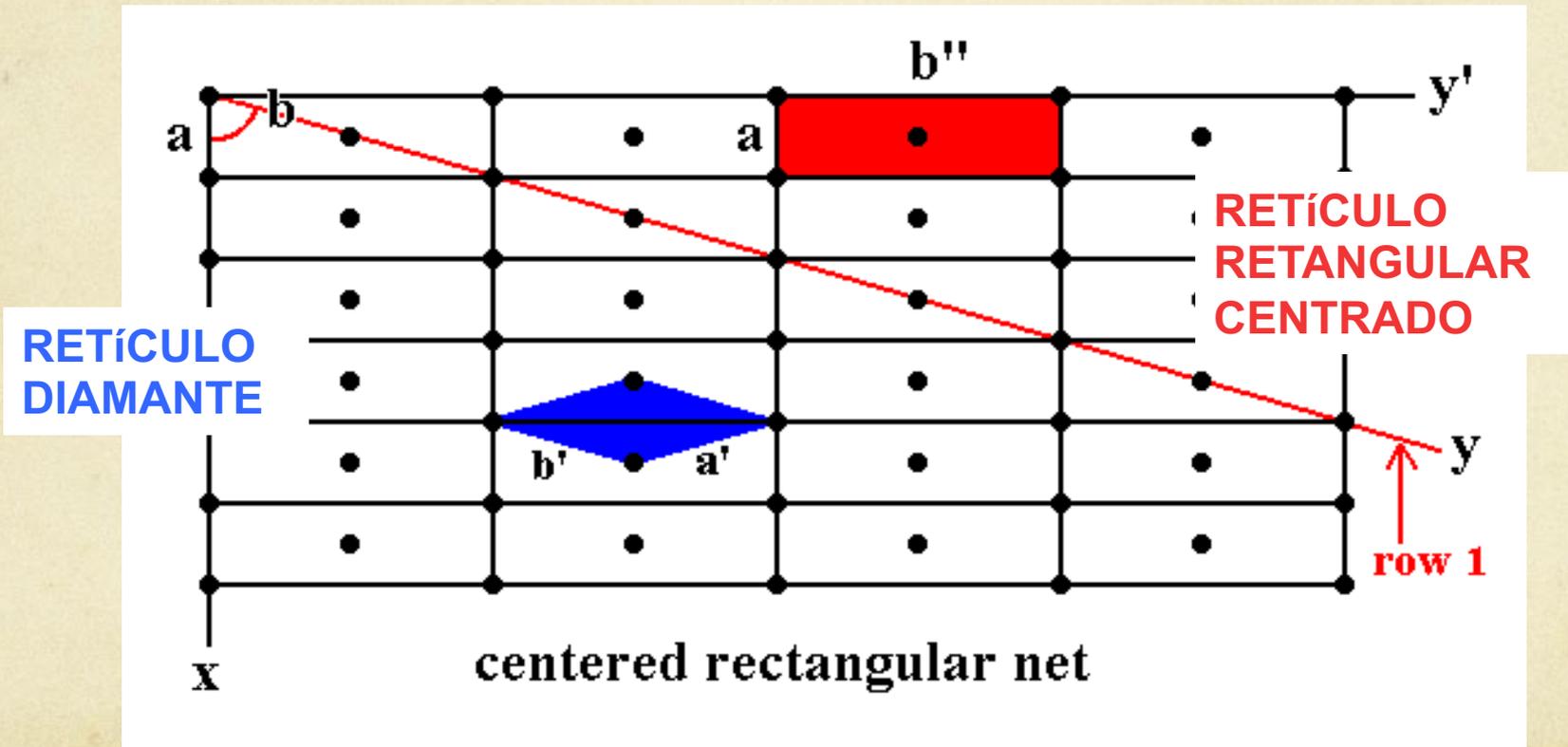
- Retangular:  $T_1 \neq T_2$  e  $\gamma=90$



# Derivando retículos

Ortorede centrada:  $x \wedge y = \gamma^*$  e:  $\cos \gamma^* = a/2b$  ( $e \neq 90, 60$  ou  $120^\circ$ )

A rede pode ser representada com:  $a \neq b''$ ,  $\gamma = 90^\circ$  ( $x \wedge y'$ )

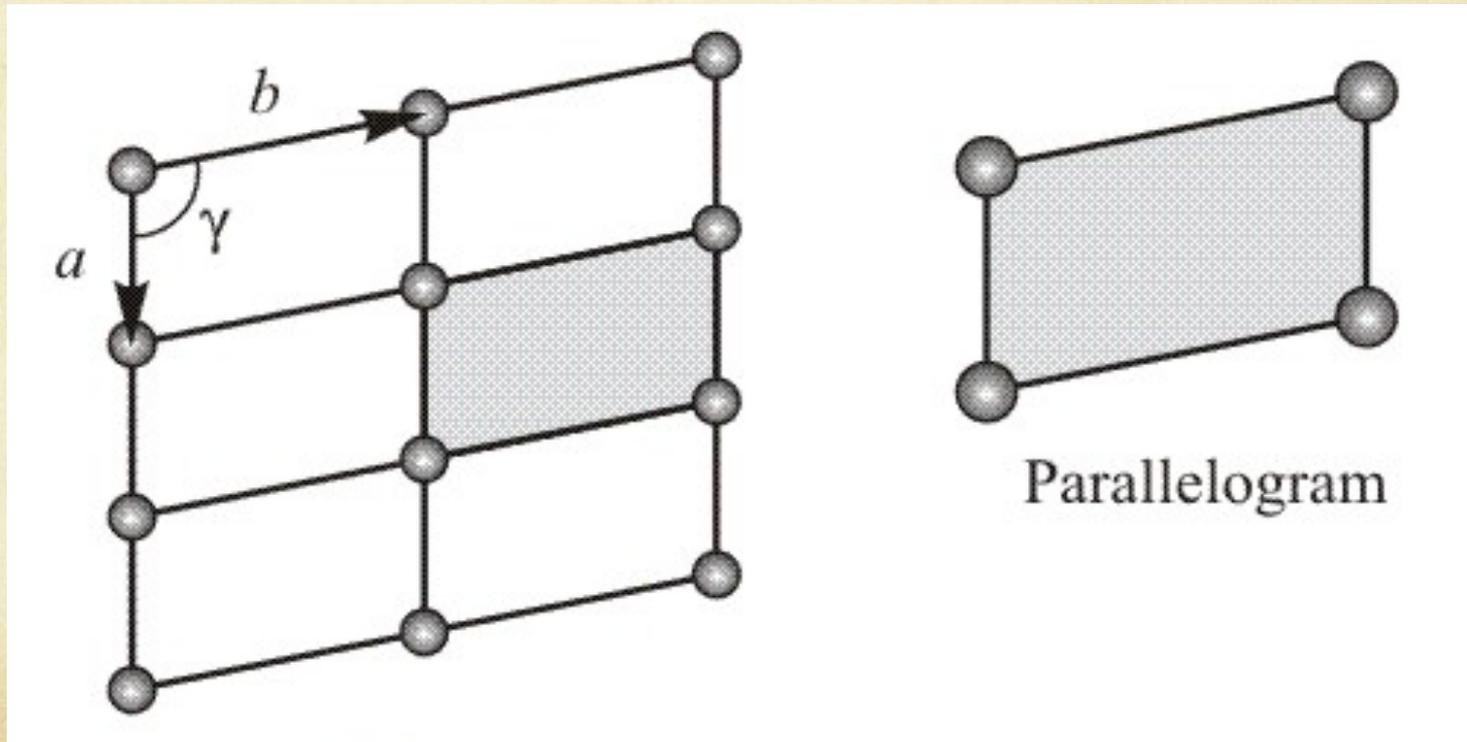


Duas possibilidades de celas unitárias P (primitiva) e C (centrada)

# Derivando retículos

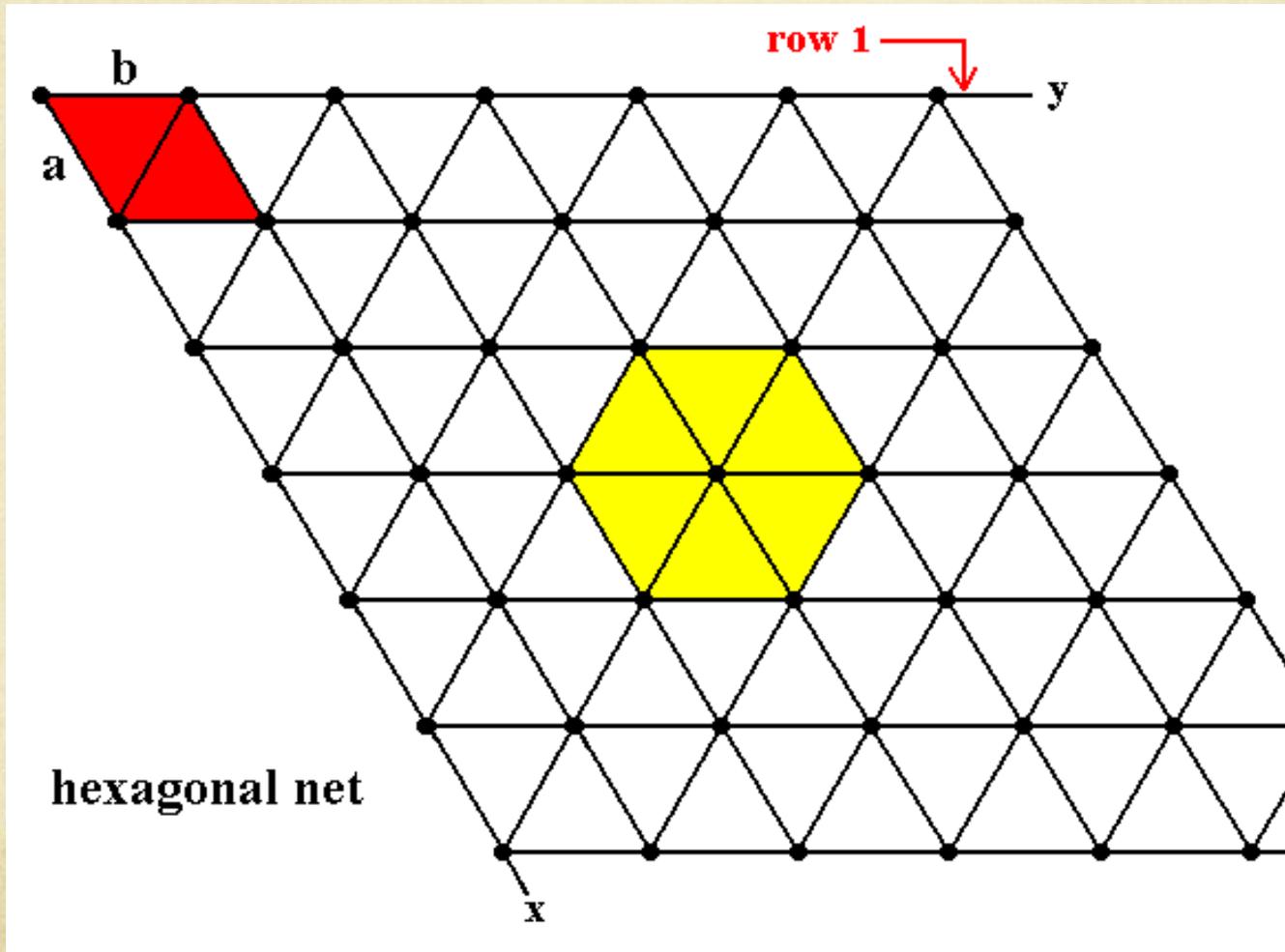
Clinorede:

$$a \neq b, \gamma \neq 90^\circ$$



# Derivando retículos

Hexarede:  $a = b$ ,  $\gamma = 60^\circ$

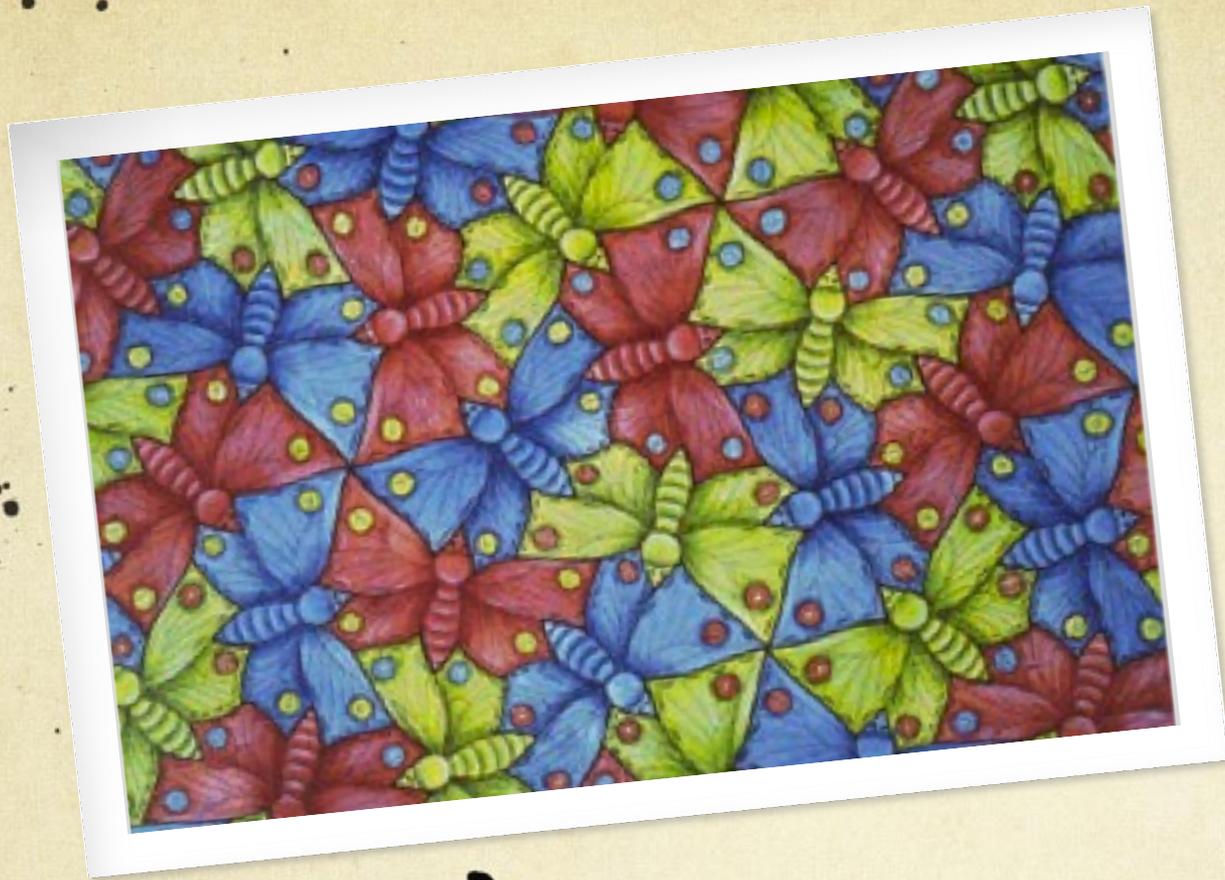


# Cela unitária

Nós da Cela Unitária: correspondem aos **pontos equivalentes** que foram selecionados para servir de vértices da cela. Além dos nós nos vértices, podem haver nós no centro e nas faces da cela (celas P, I, F, C, A, B).

Critérios para a definição da Cela Unitária (Donnay 1943):

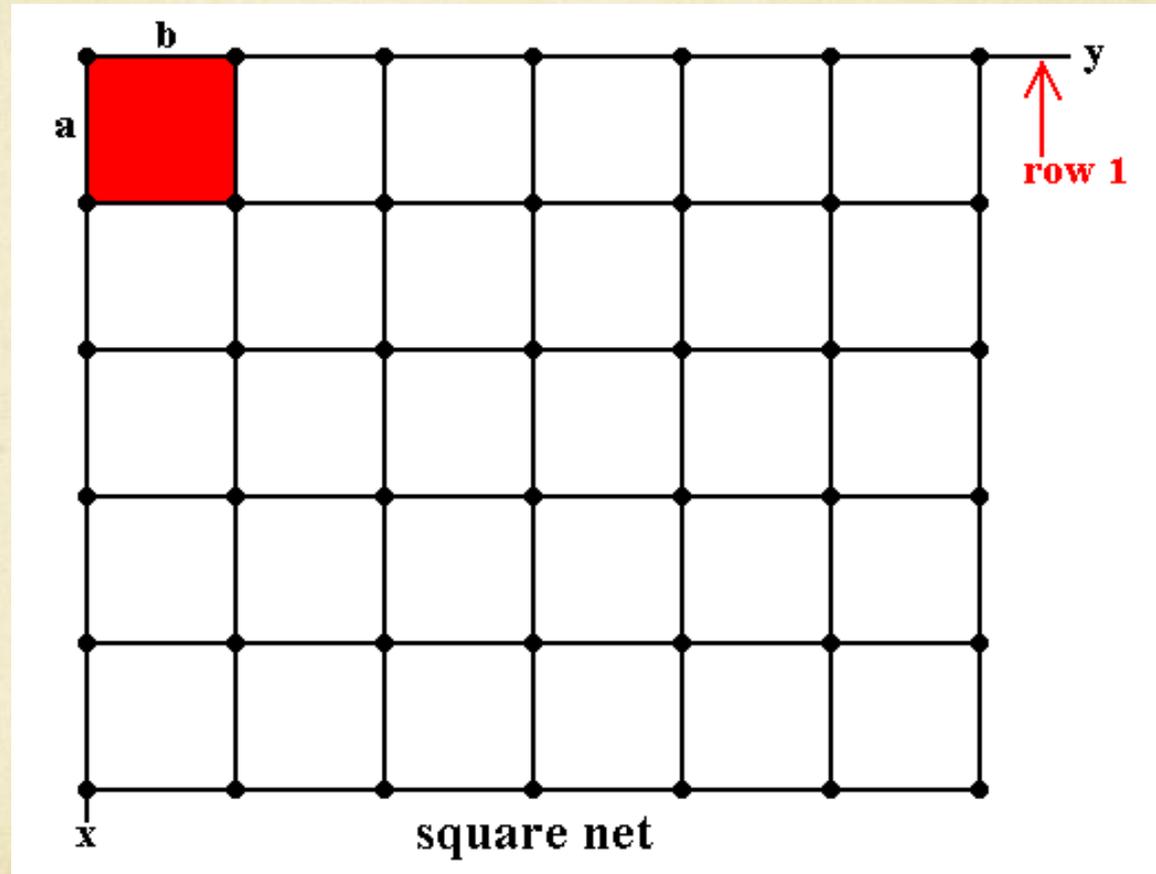
- a) Seus vértices devem coincidir, sempre que possível, com algum dos eixos de simetria presentes no retículo;
- b) Se possível, estes vértices devem estar relacionados através da simetria do retículo;
- c) Deve-se escolher a menor cela que preencha os requisitos anteriores (a e b).



Combinando retículos  
e motivos planares

GMG-106 – Cristalografia Fundamental

Tetrarede:  $a = b$ ,  $\gamma = 90^\circ$

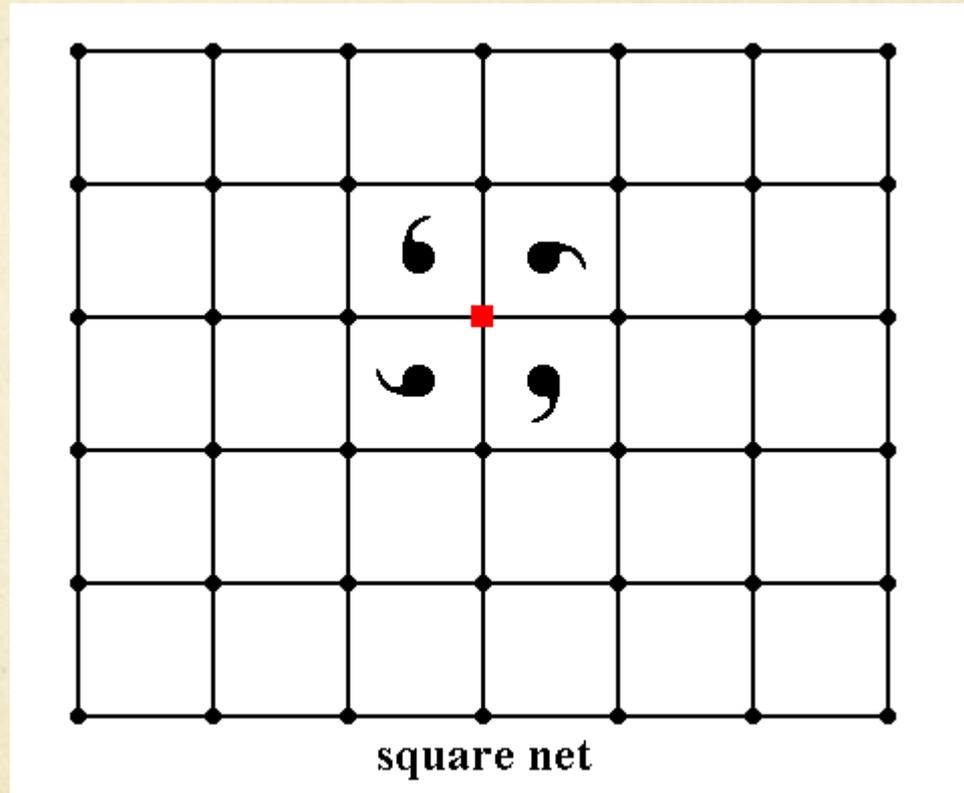


Combinando os 5 Retículos Planares com os 10 Grupos Pontuais Planares = 17 Grupos Planares

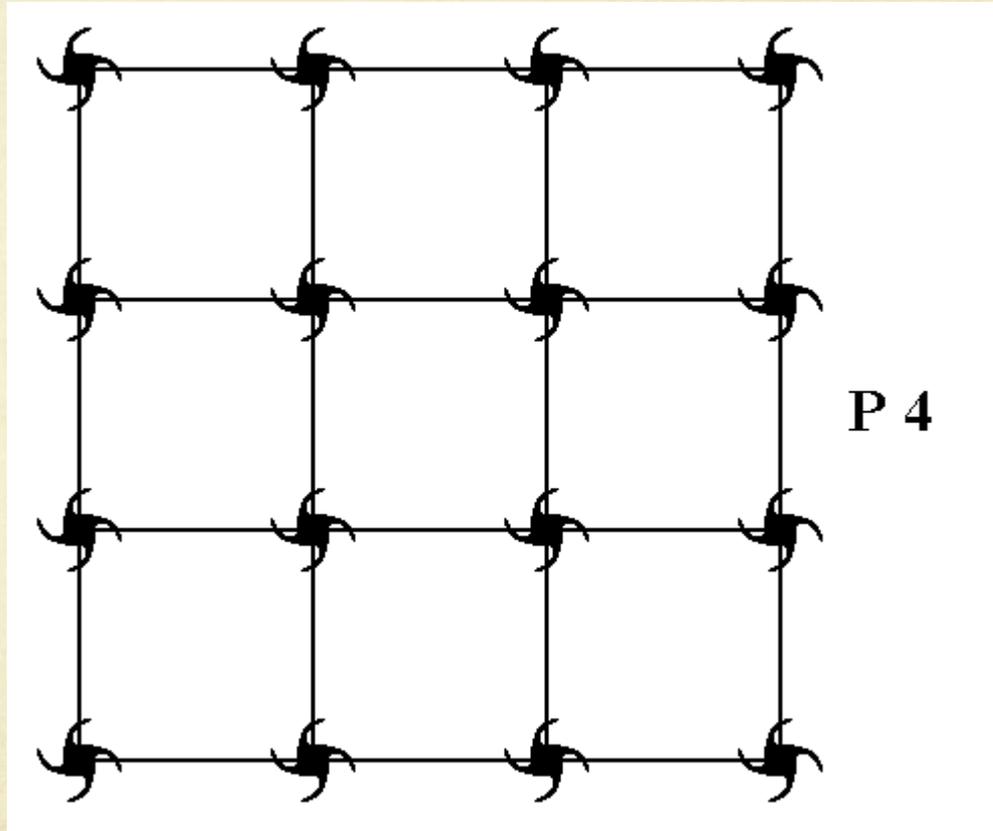
Ex: Tetrarede

+ Grupo Pontual 4

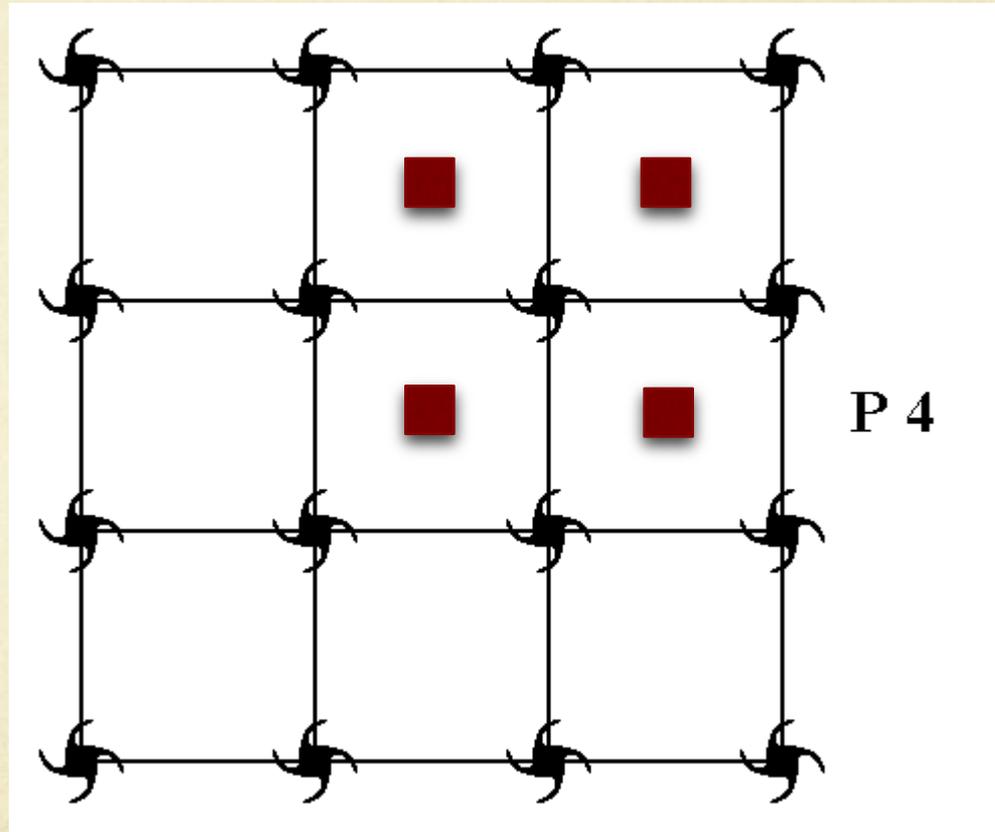
= Grupo **p4**



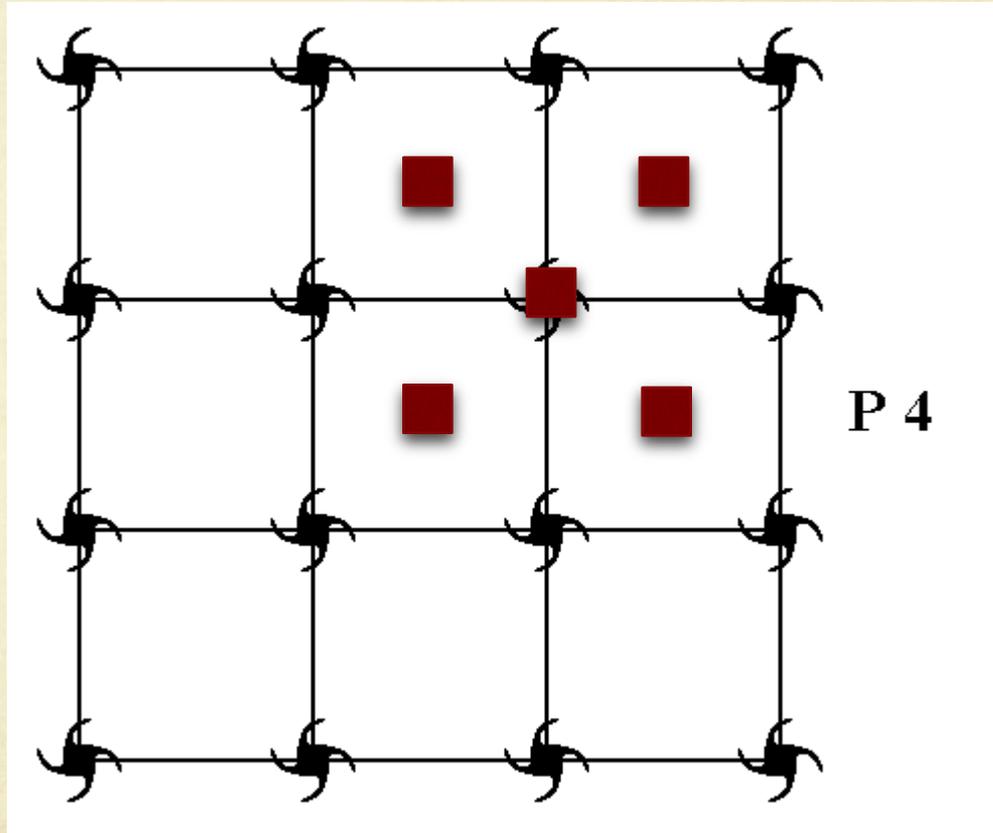
Grupo Planar P4: motivo e retículo com o motivo nos nós



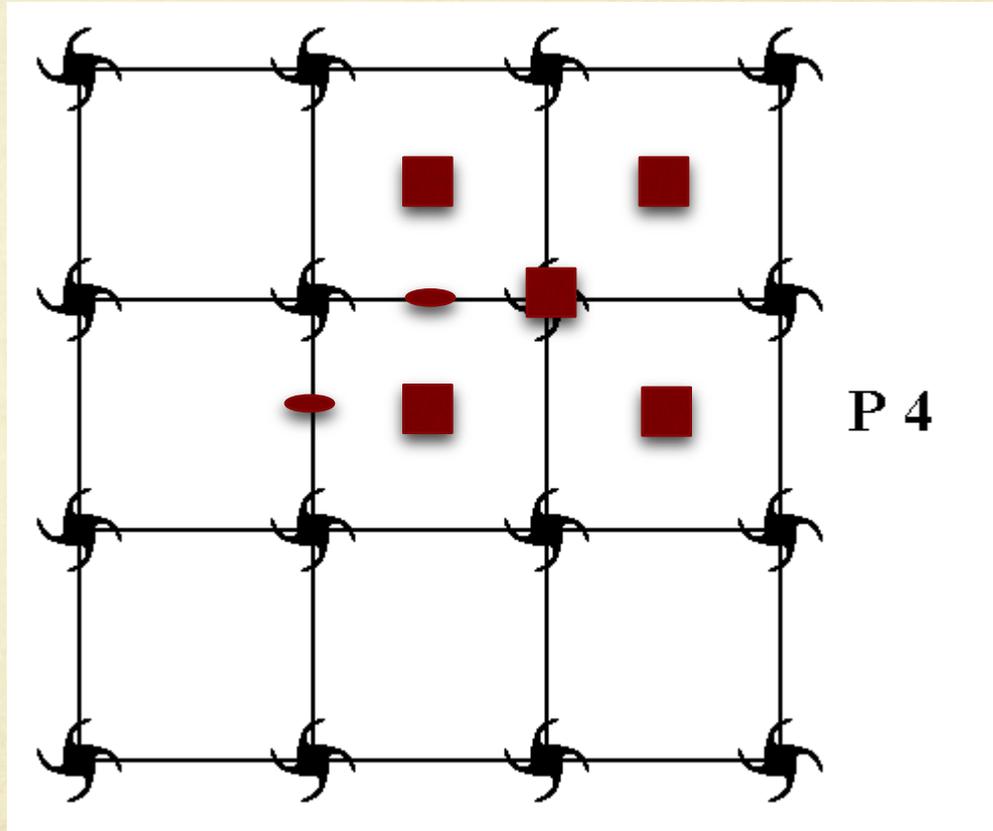
Grupo Planar P4: motivo e retículo com o motivo nos nós



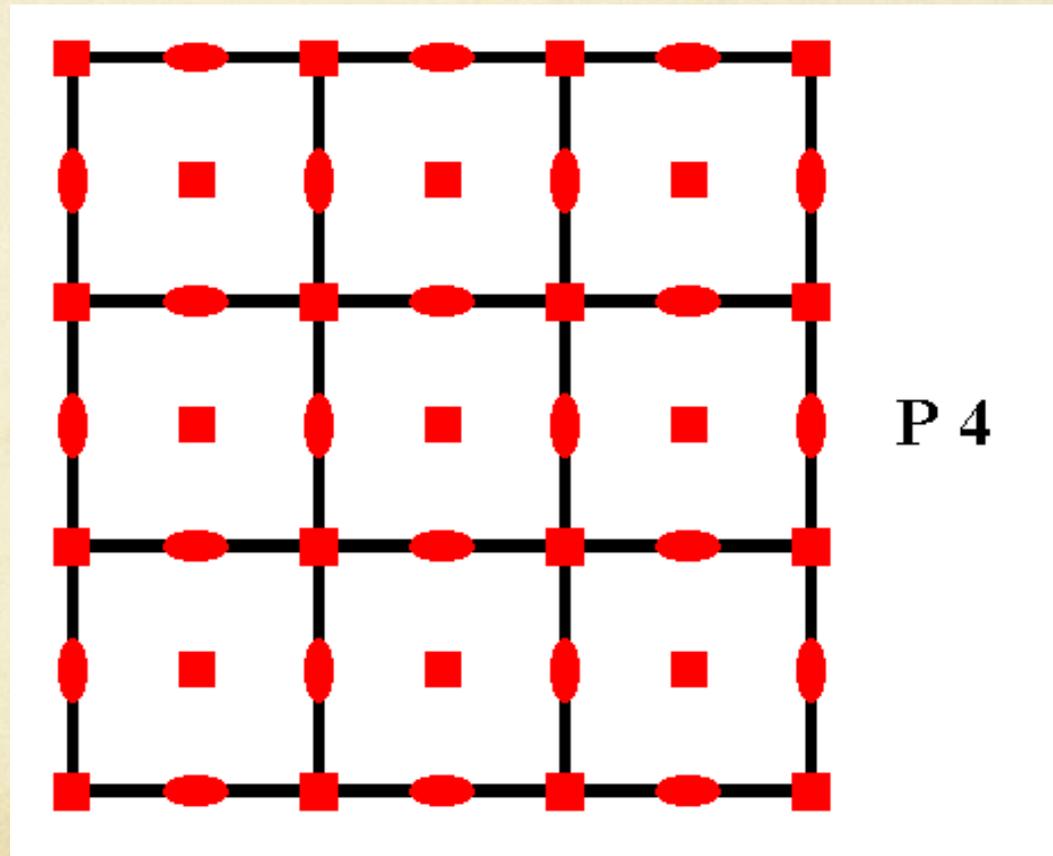
Grupo Planar P4: motivo e retículo com o motivo nos nós



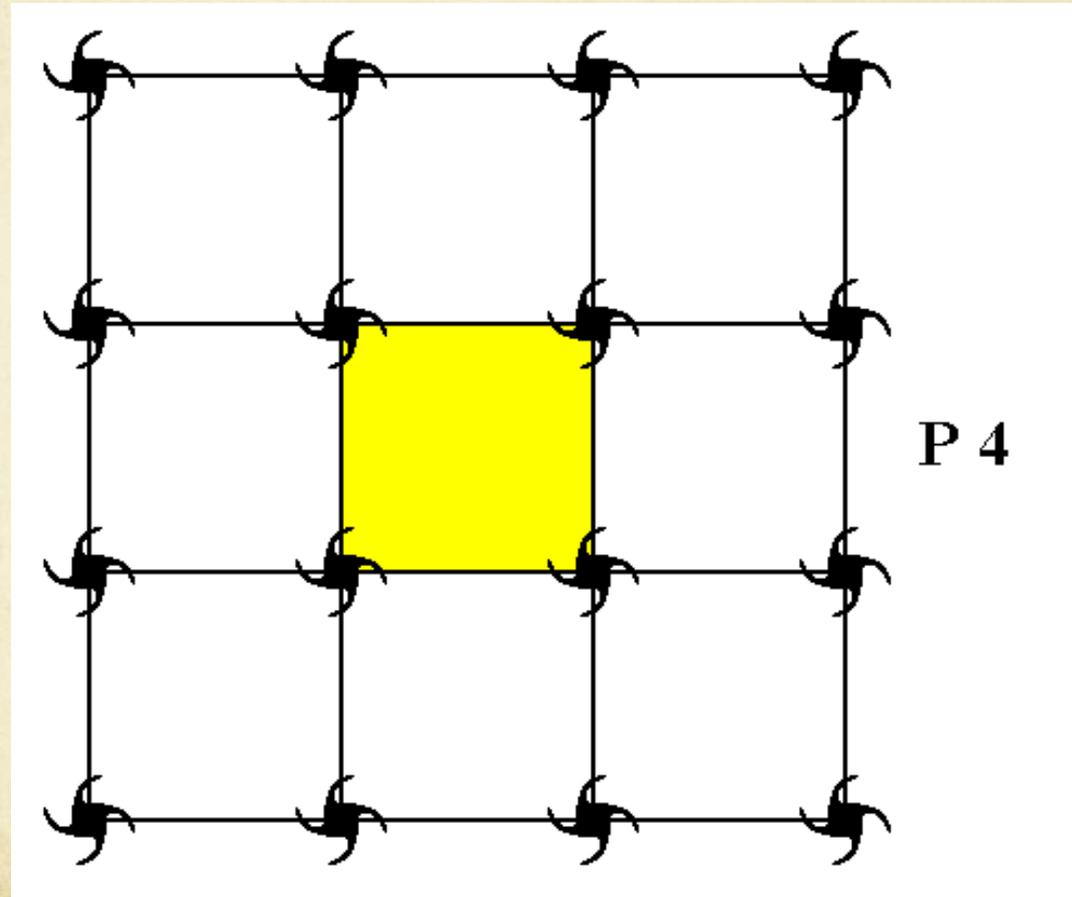
Grupo Planar P4: motivo e retículo com o motivo nos nós



Grupo Planar P4: Elementos de simetria resultantes da combinação da tetrarede e do motivo com simetria de Grupo Pontual Planar 4



Cela Unitária do Grupo Planar P4:





## GMG-106 – Cristalografia Fundamental

Cela Unitária: o menor pedaço de um retículo que, por translações sucessivas paralelas a suas arestas, reproduz o retículo inteiro. As informações contidas na Cela Unitária:

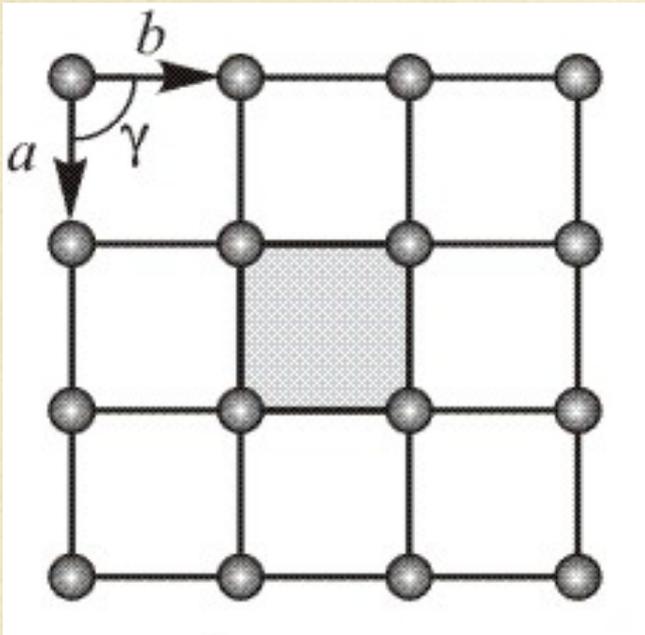
- dimensões  $\underline{a}$ ,  $\underline{b}$  e  $\underline{c}$  das suas arestas (= módulos de  $\mathbf{t}_1$ ,  $\mathbf{t}_2$  e  $\mathbf{t}_3$ );
- ângulos inter-arestas  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ ;
- número de nós (= fator de multiplicidade);
- elementos de simetria;
- grupo pontual do motivo e
- simetria do retículo,

funcionam como um “código genético”, que permite reconstituir as características do retículo sem ter que recorrer à análise de porções extensas do mesmo.

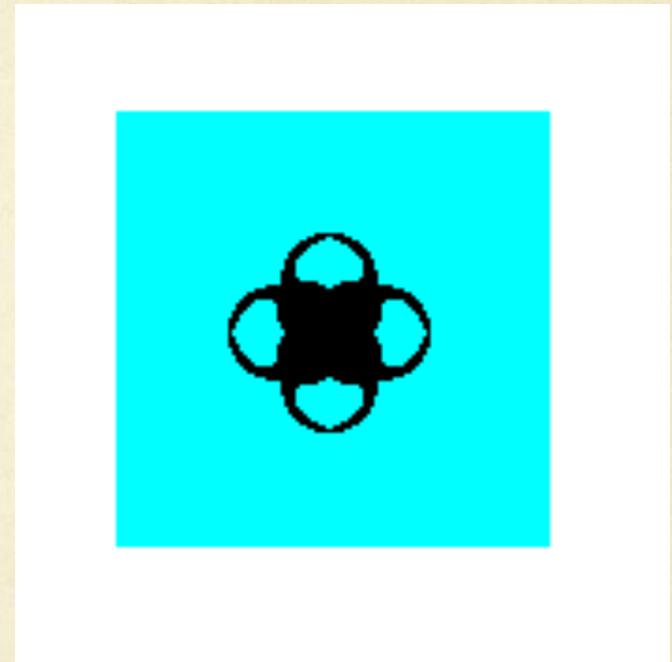
# Outro exemplo

Outro exemplo:

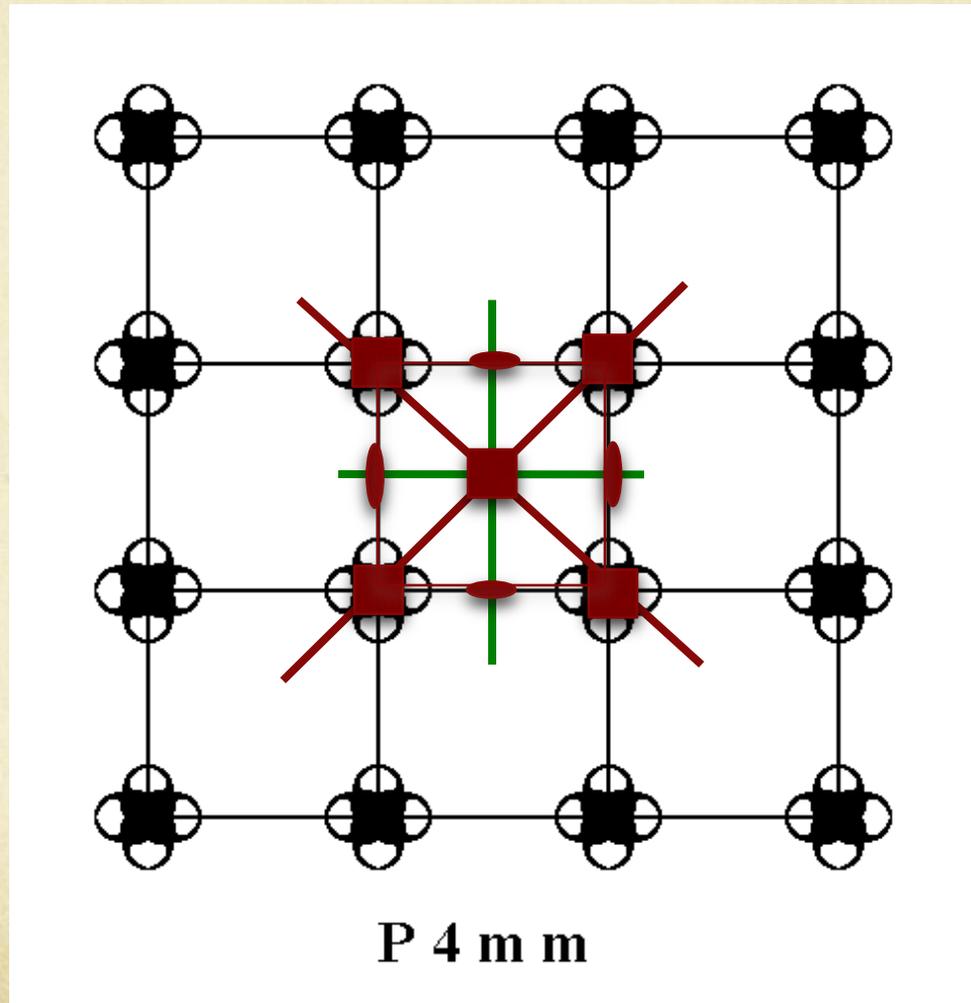
Tetrarede + Grupo Pontual Planar  $4mm$  = Grupo Planar  **$p4mm$**

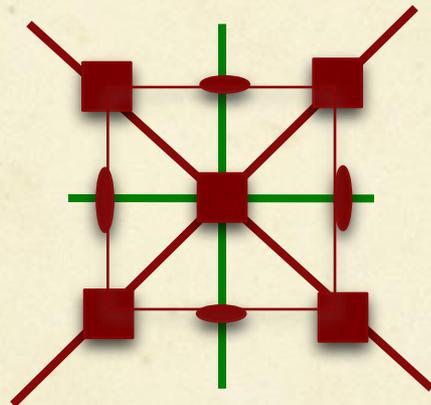


+

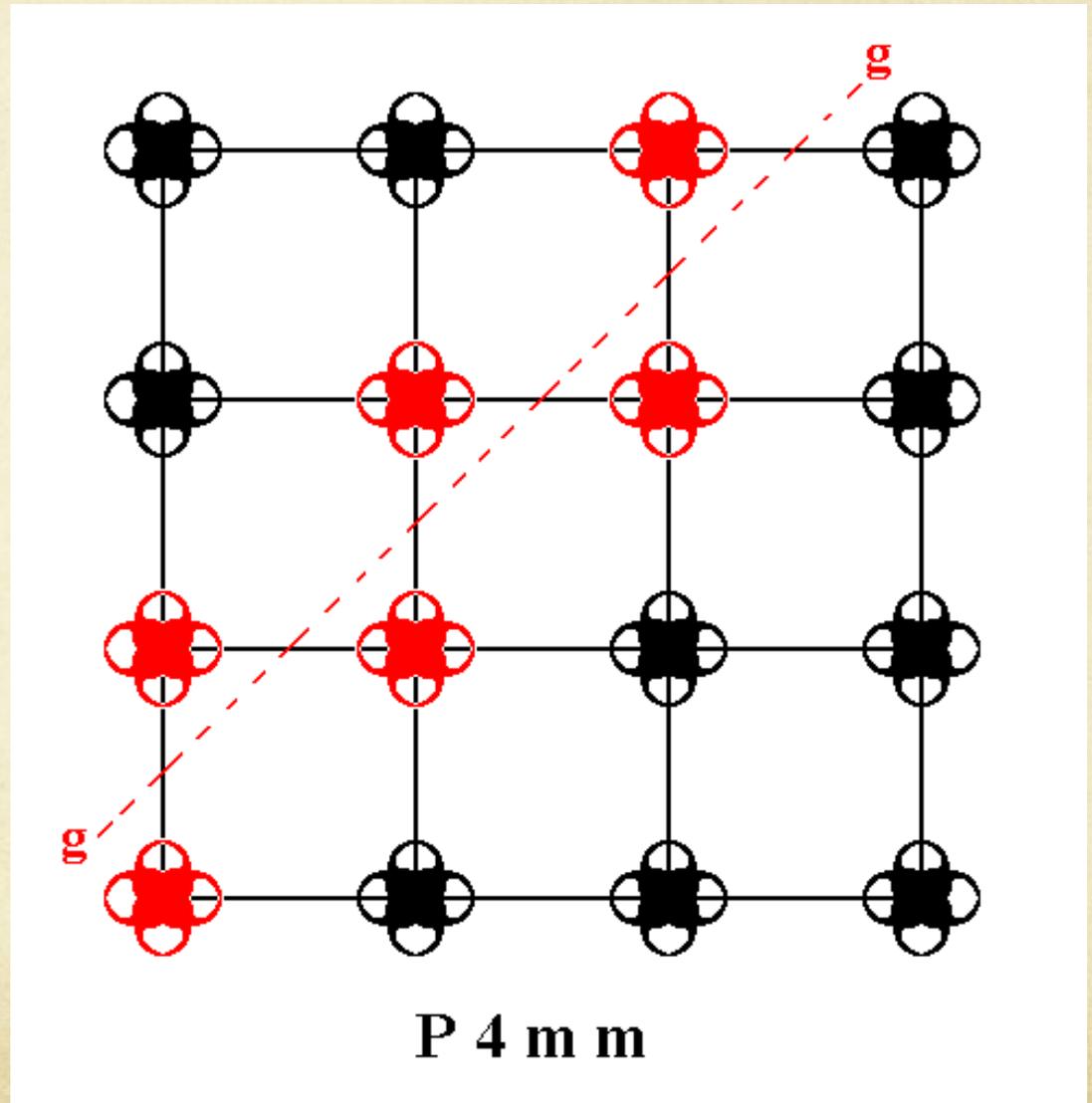


Grupo Planar P4mm: motivo e retículo com o motivo nos nós





Grupo Planar  $P4mm$ :  
planos deslizantes

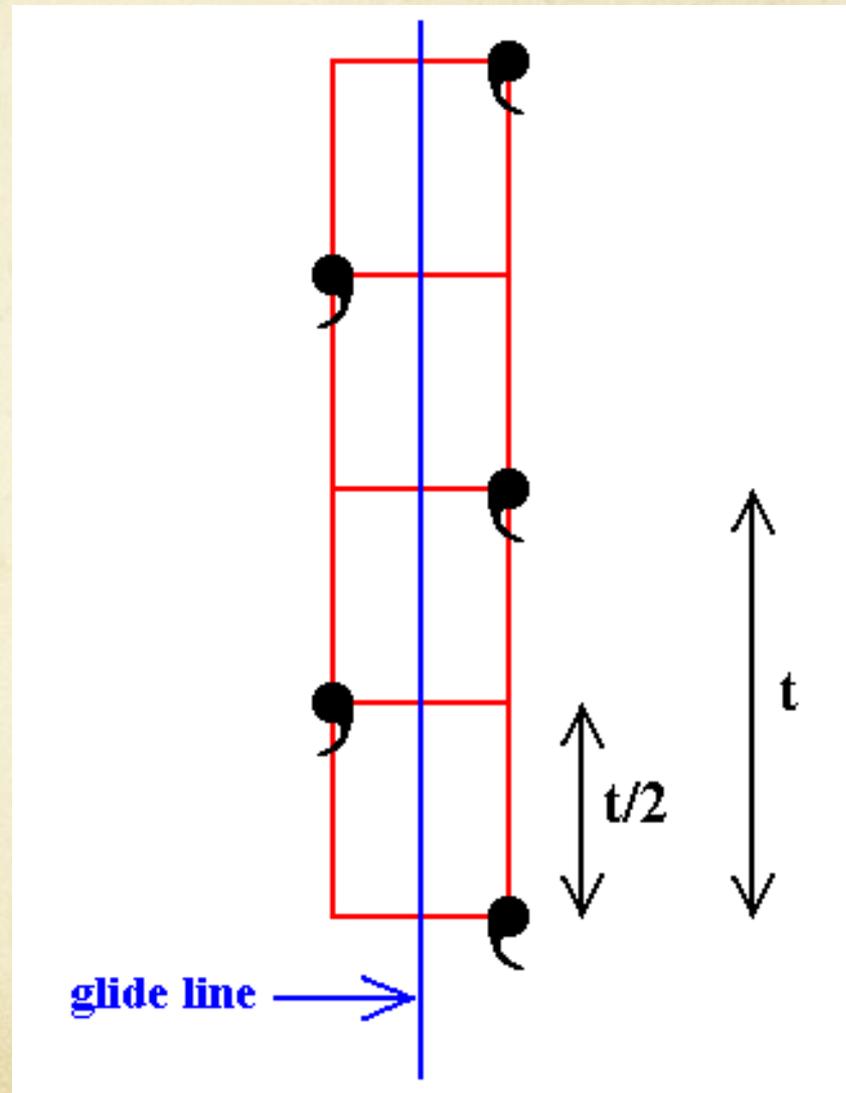


Planos deslizantes

(**g** – de *gliding*):

combinam translações

de  $t/2$  com reflexão



# GMG-106 – Cristalografia Fundamental

Grupo Planar P4mm: elementos de simetria

Azul: conjunto de

planos de simetria

// arestas da cela;

Laranja: conjunto

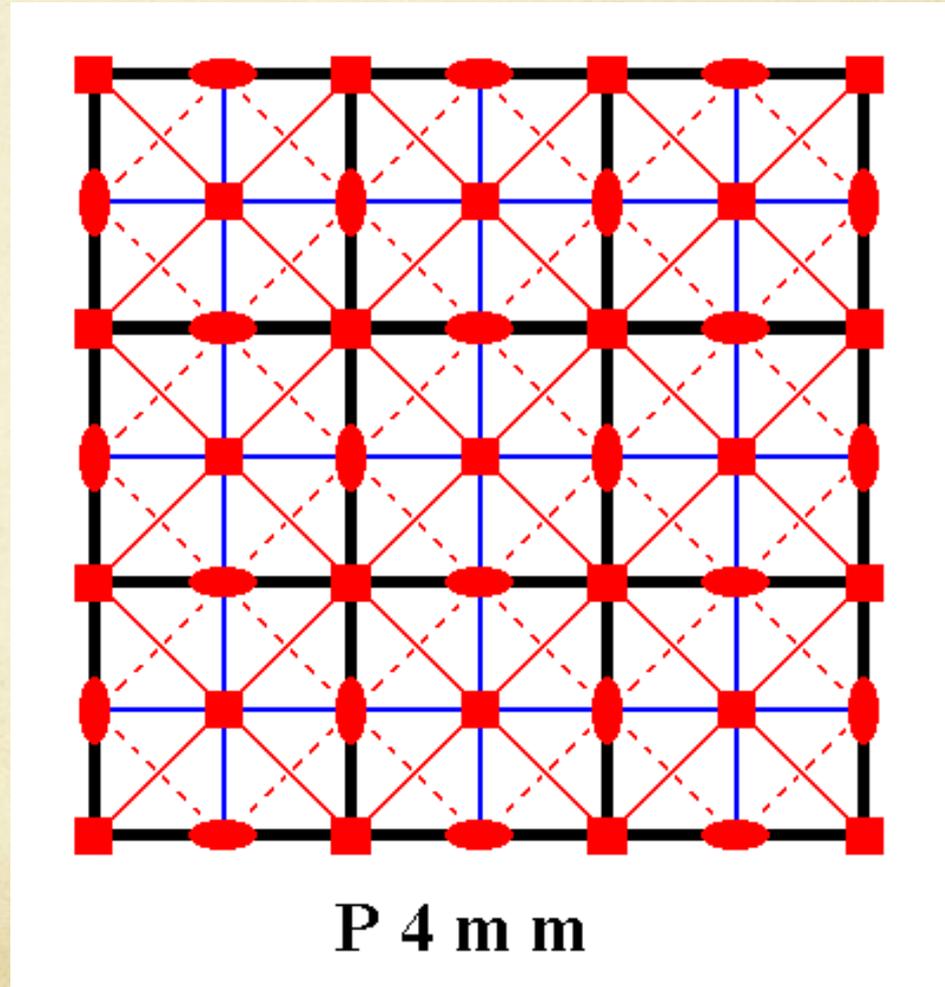
de planos de simetria

obliquos ás arestas

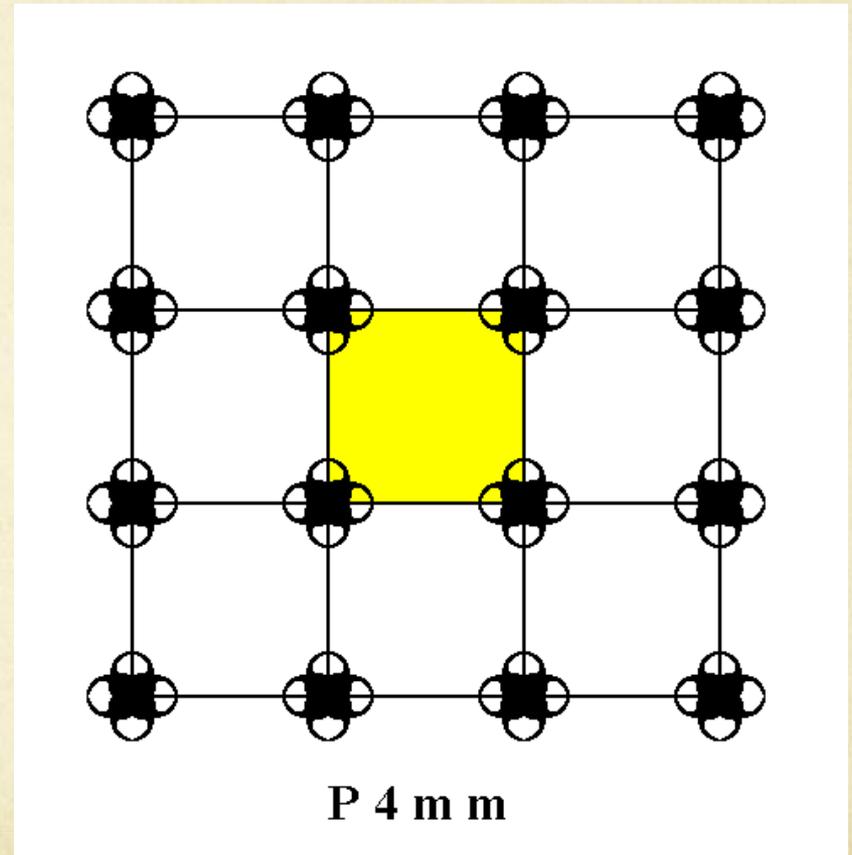
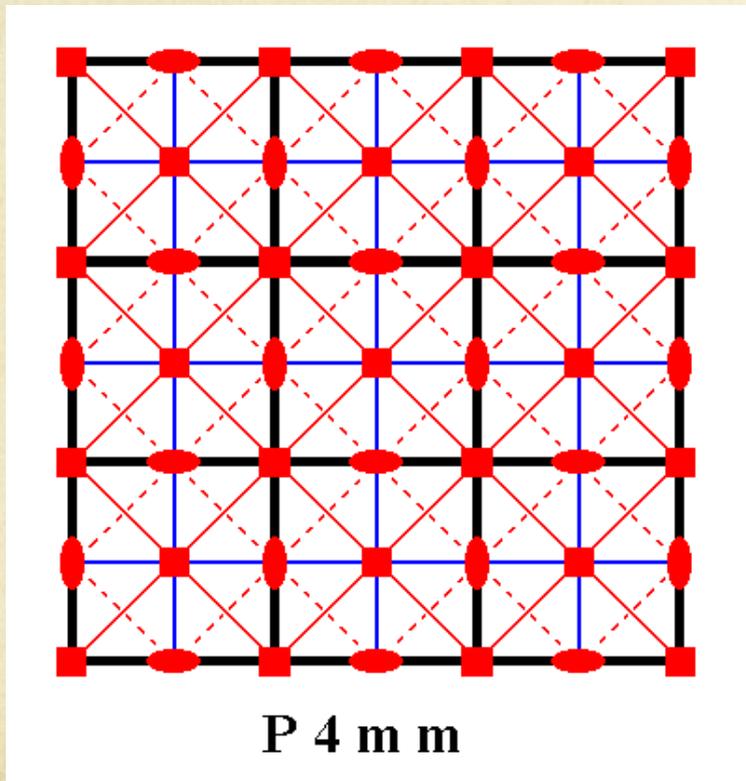
da cela;

Laranja tracejado:

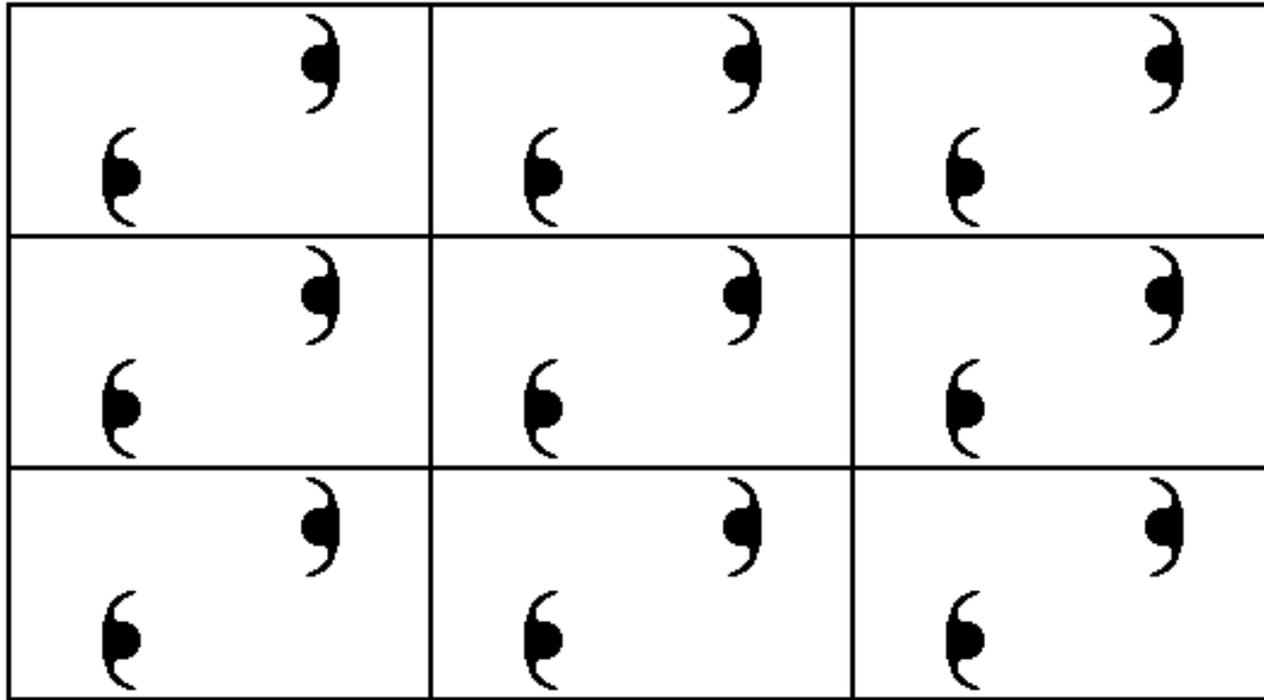
planos deslizantes.



# Grupo Planar P4mm: cela unitária

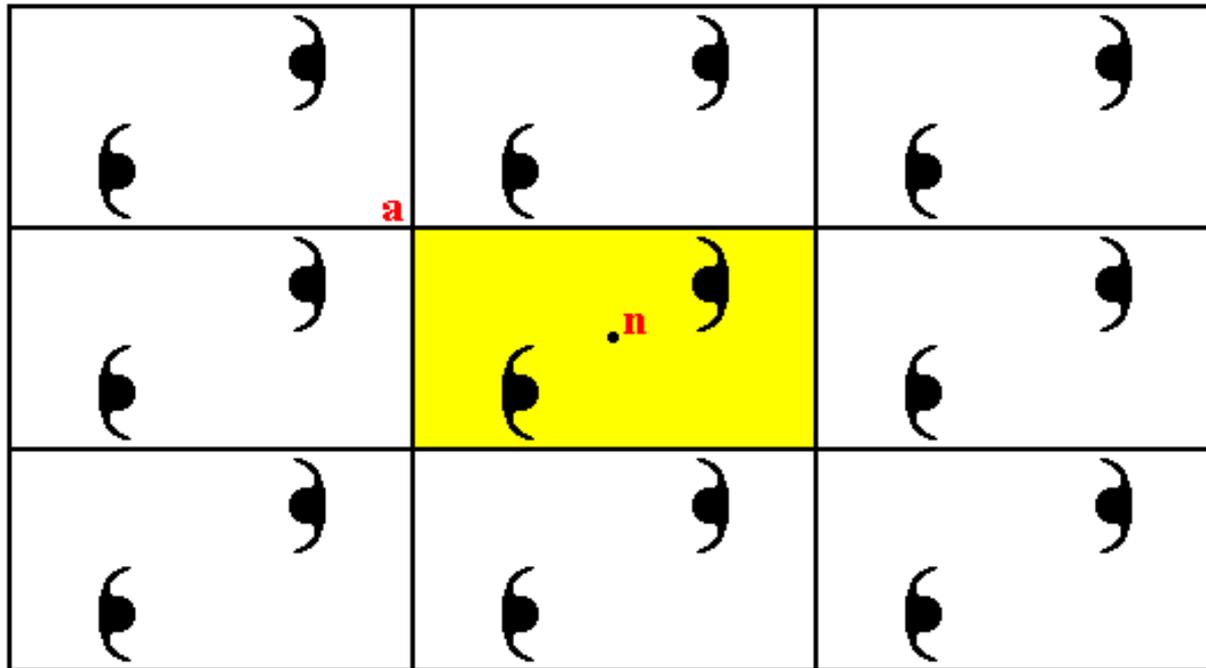


Mais um exemplo: Grupo Planar P2mg



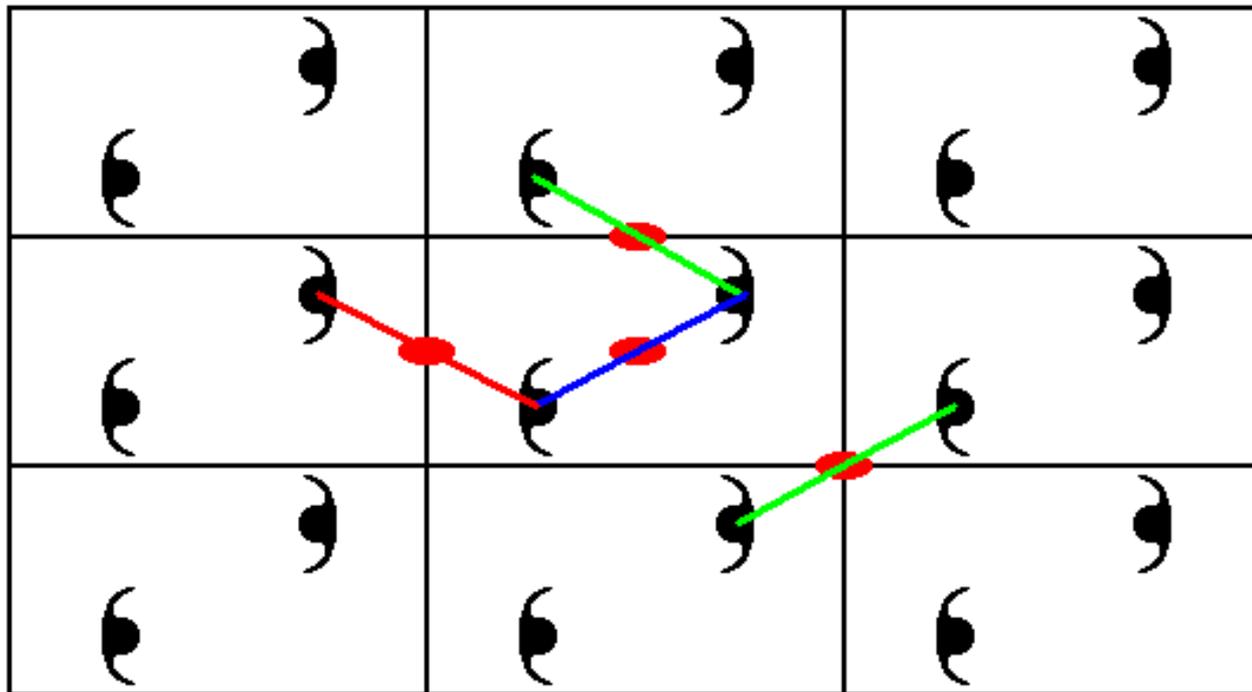
**P 2 m g**

Grupo Planar P2mg: cela unitária. Notar que os pontos **a** e **n** não são equivalentes: a configuração dos elementos do motivo nos seus arredores são distintas. Por isso: cela P, e não C.



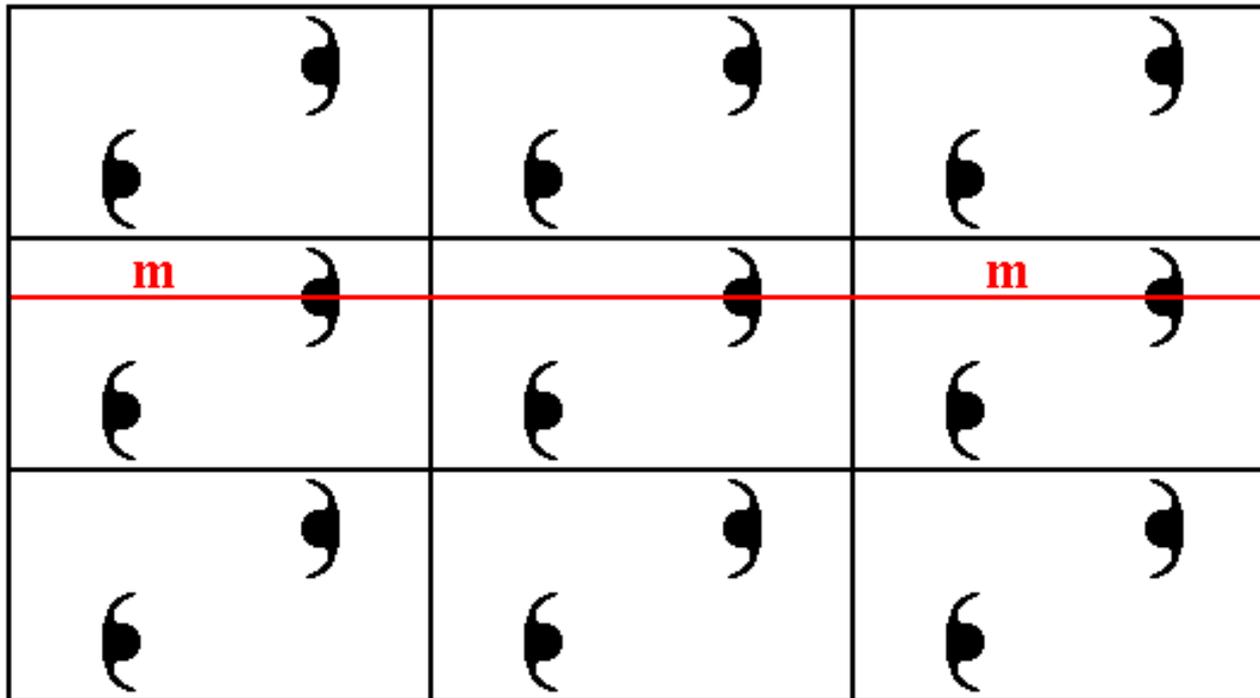
P 2 m g

Grupo Planar P2mg: operação dos eixos binários nos vênrtices, arestas e centro da cela unitária



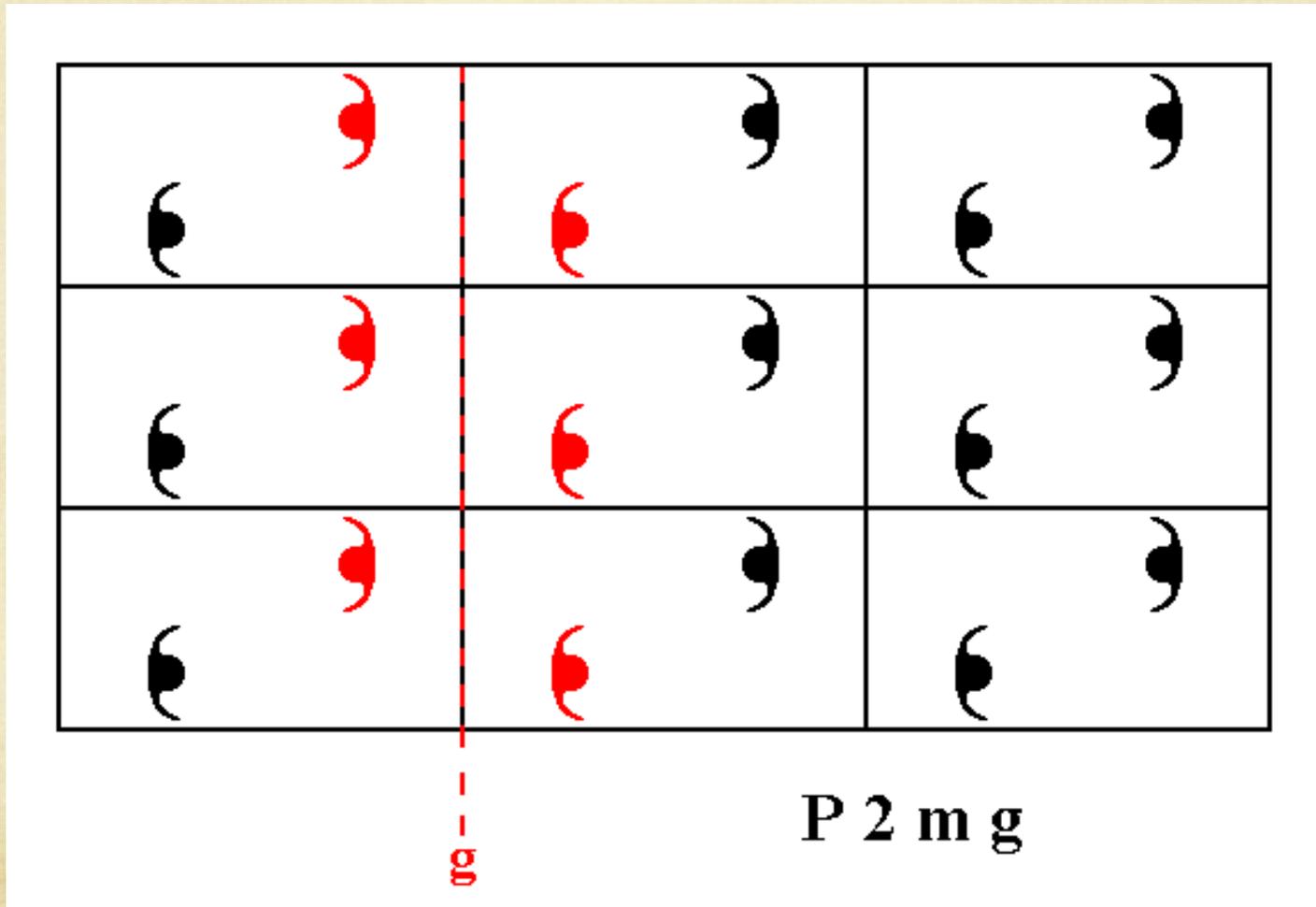
**P 2 m g**

Grupo Planar P2mg: planos de simetria simples (m).

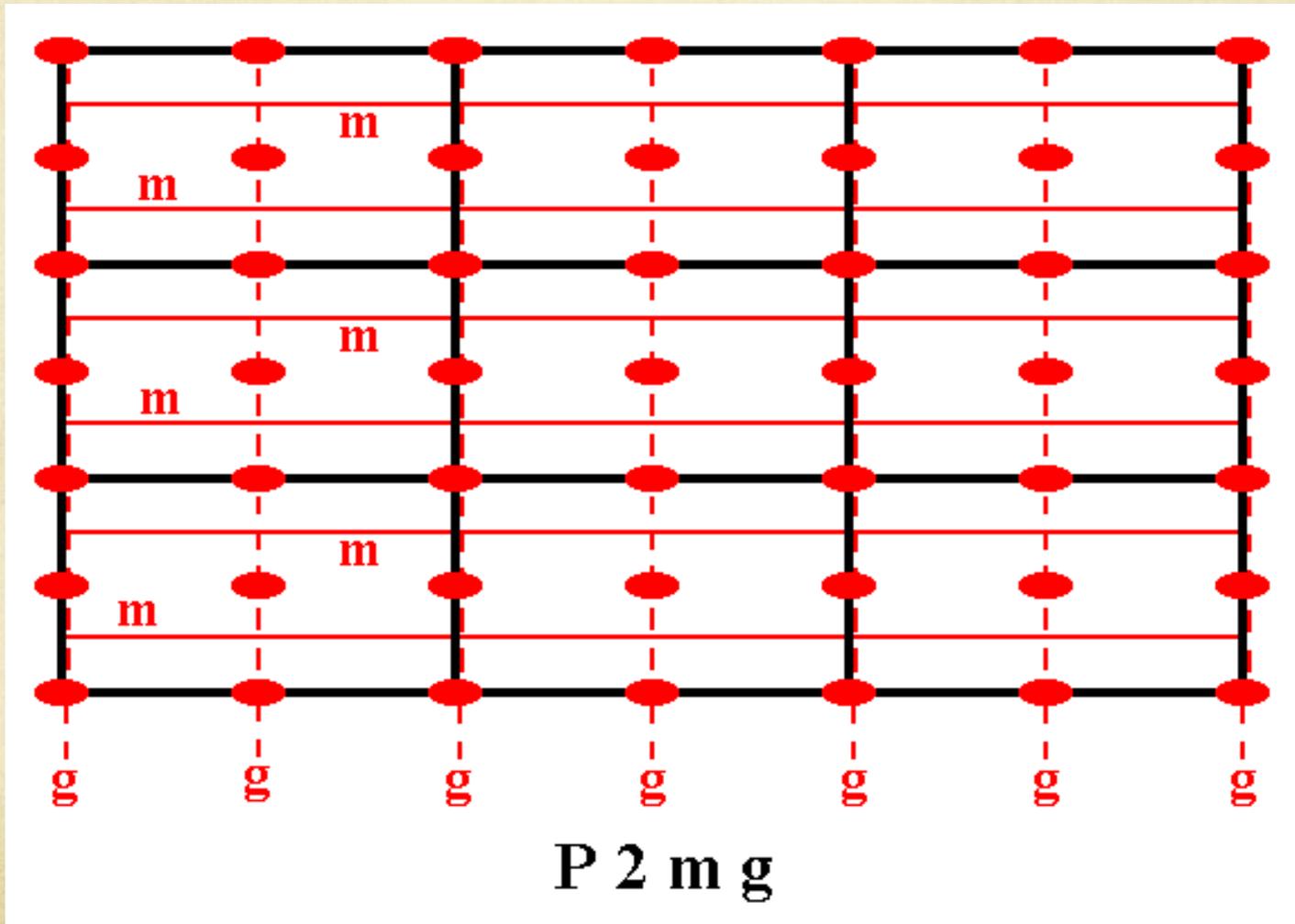


P 2 m g

Grupo Planar P2mg: planos de simetria deslizantes (g)



Grupo Planar P2mg: todos os elementos de simetria



# GMG-106 – Cristalografia Fundamental

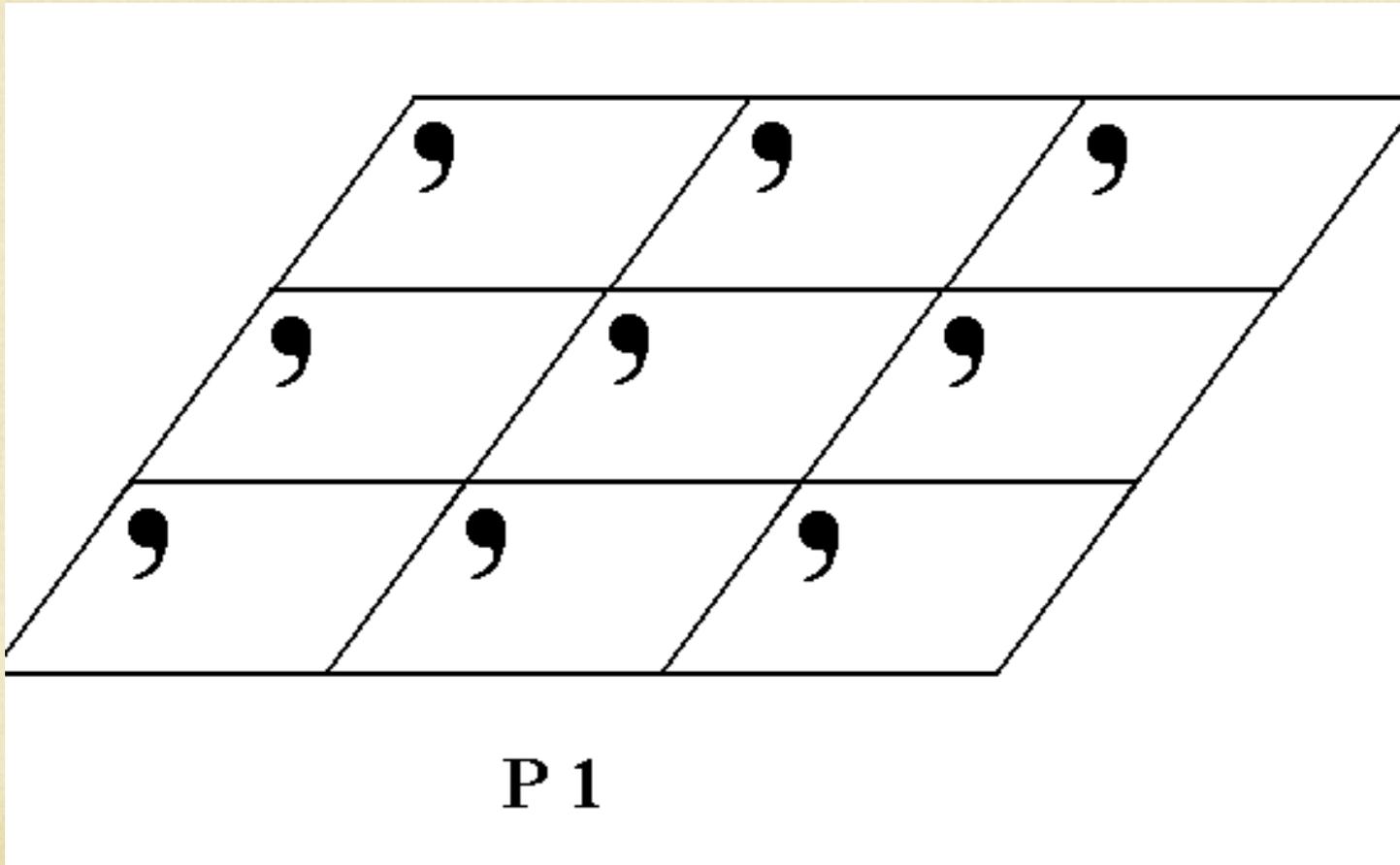
Os 17

Grupos

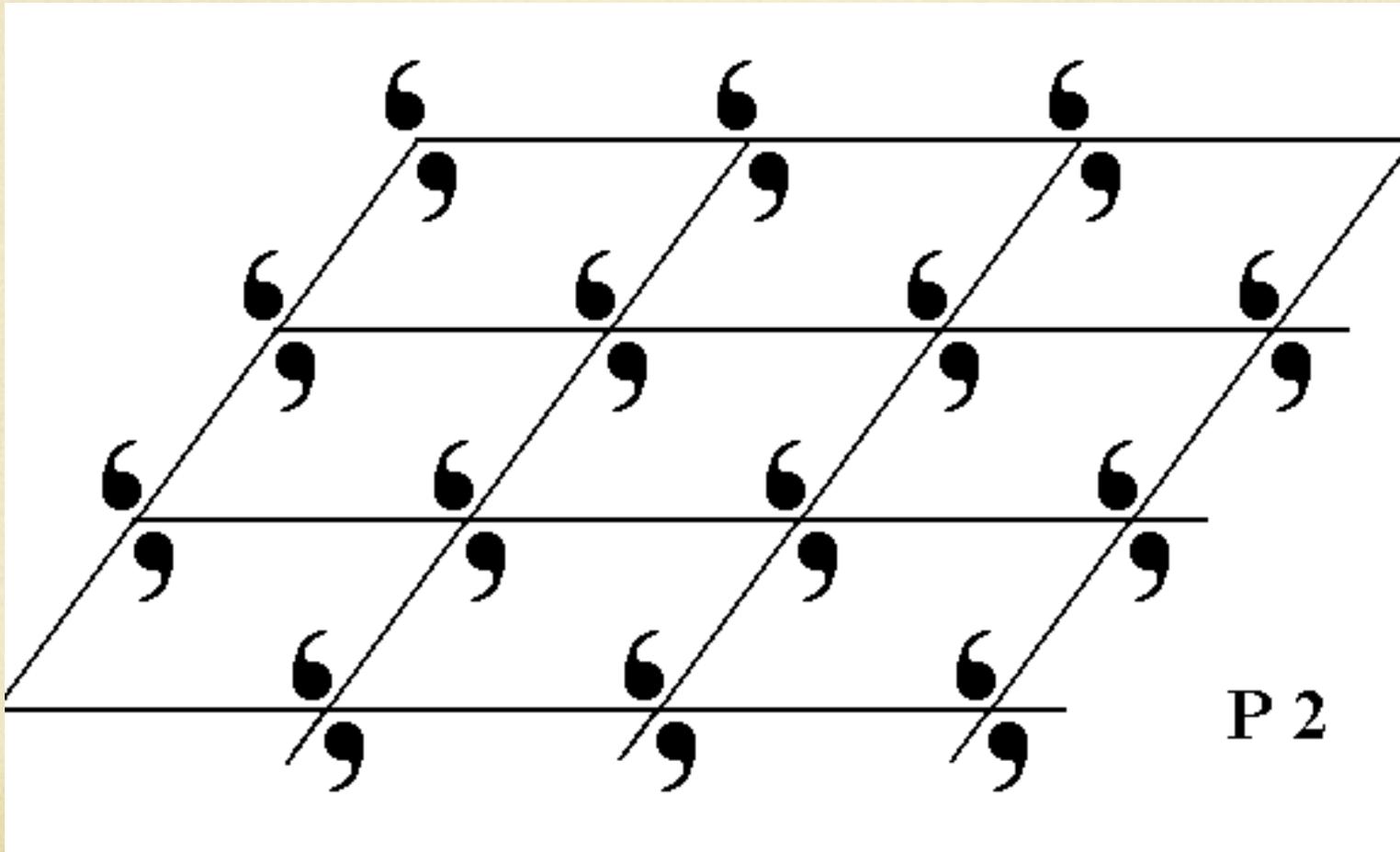
Planares

Lattice	Point Group	Plane Group
Oblique P	1	P 1
	2	P 2
Rectangular P and C	m	P m Pg Cm
	2 m m	P 2 m m P 2 m g P 2 g g C 2 m m
Square P	4	P 4
	4 m m	P 4 m m P 4 g m
Hexagonal P	3	P 3
	3 m	P 3 m1 P 3 1m
	6	P 6
	6 m m	P 6 m m

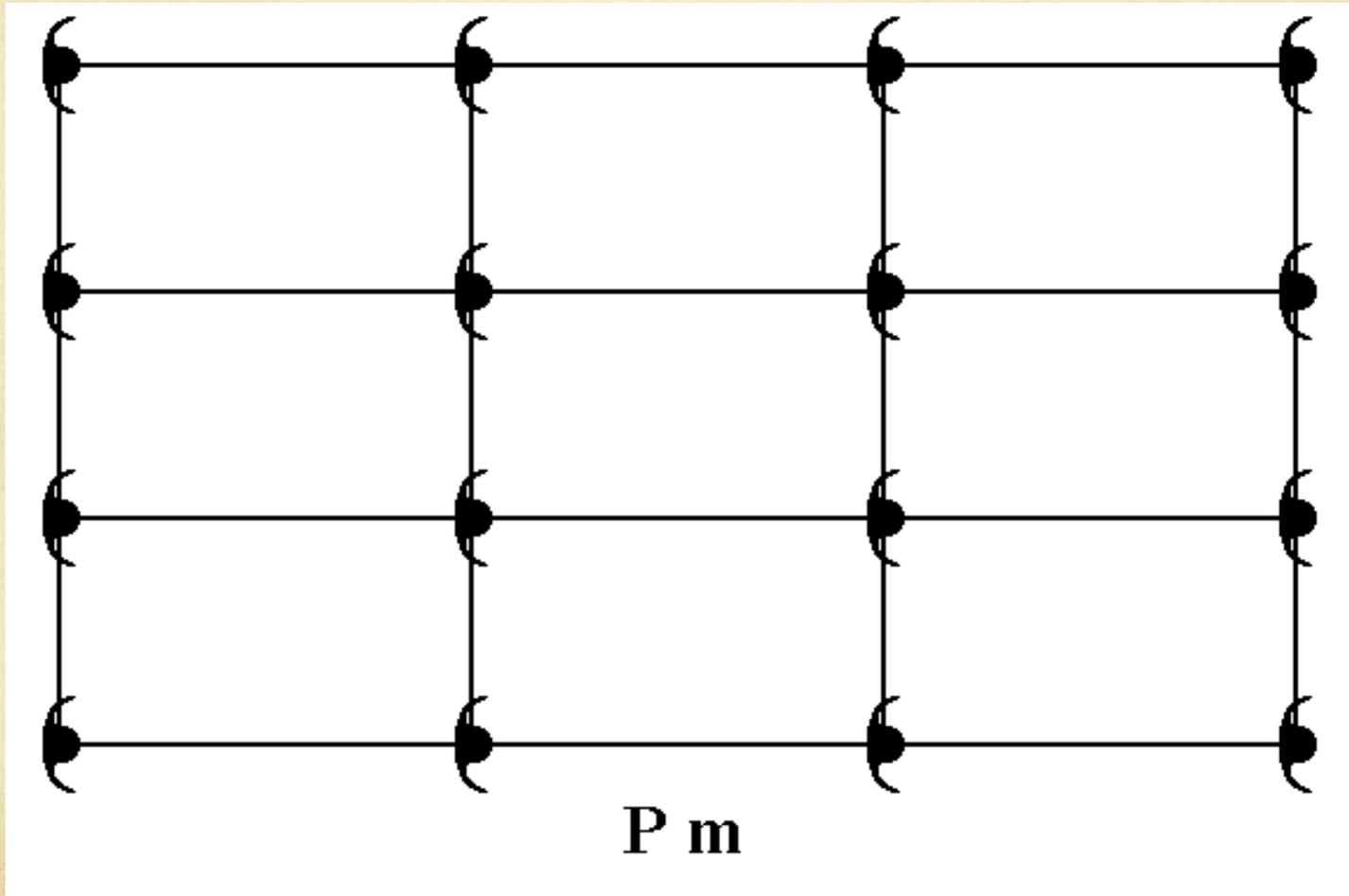
## Grupo Planar P1



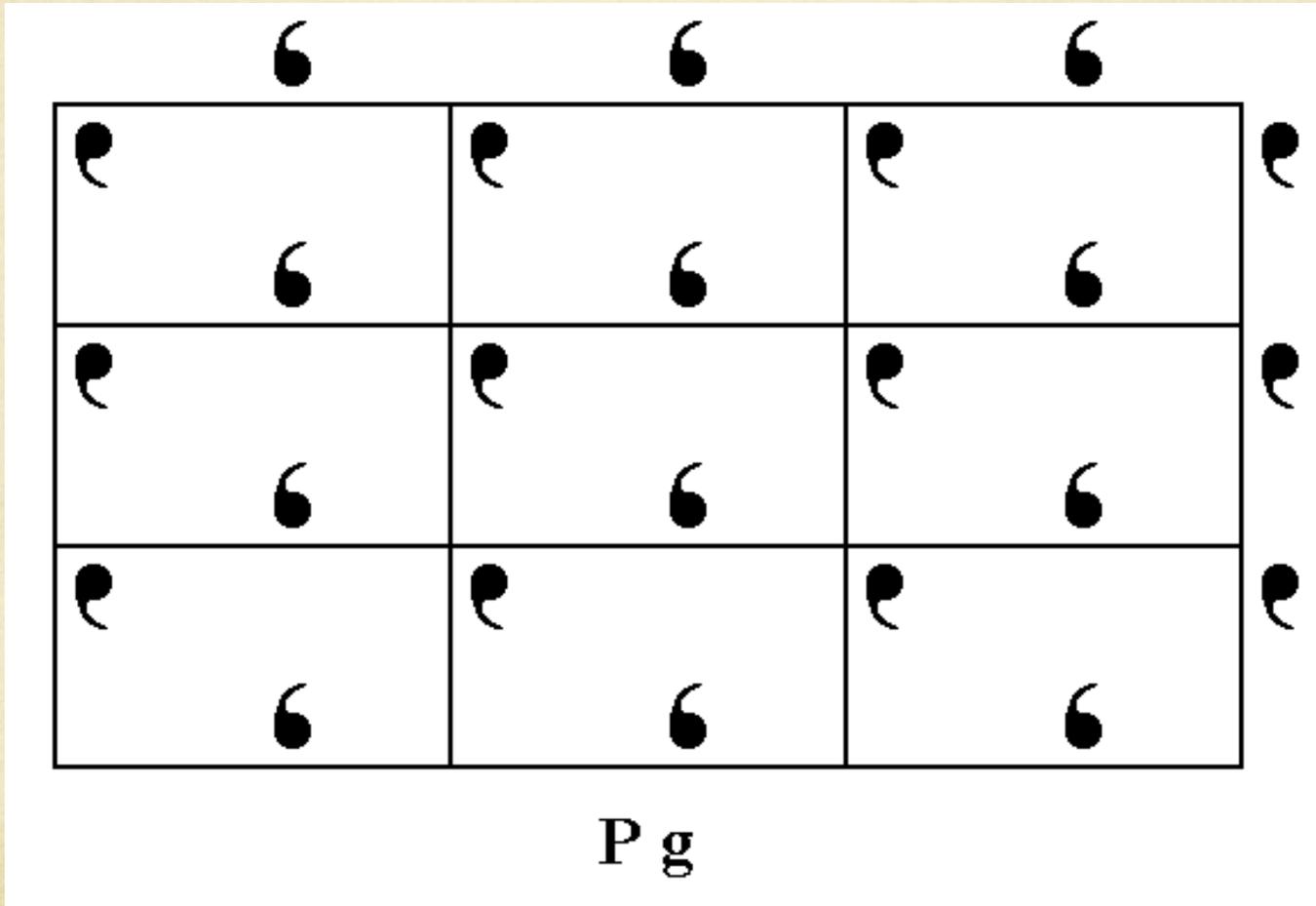
## Grupo Planar P2



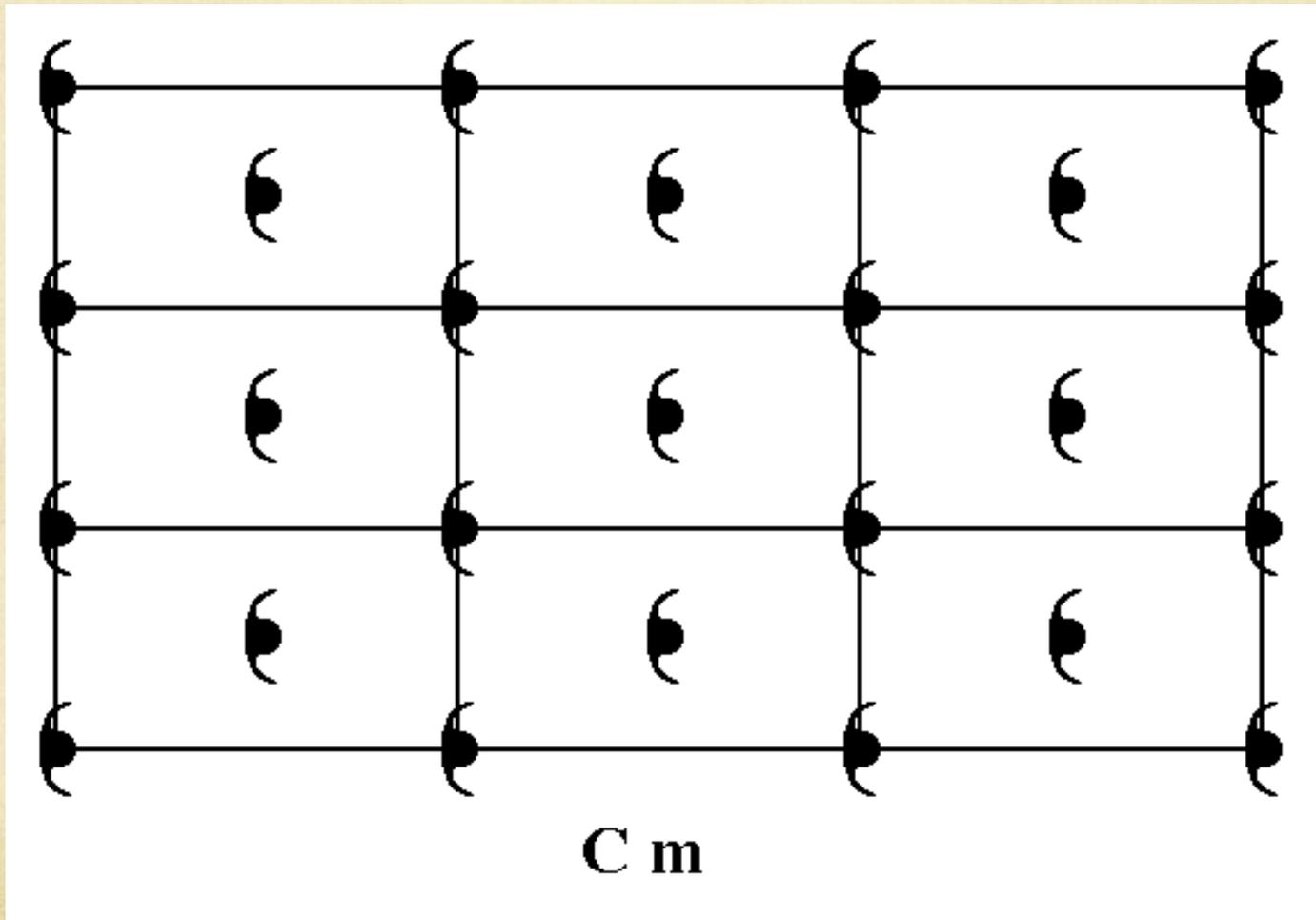
## Grupo Planar Pm



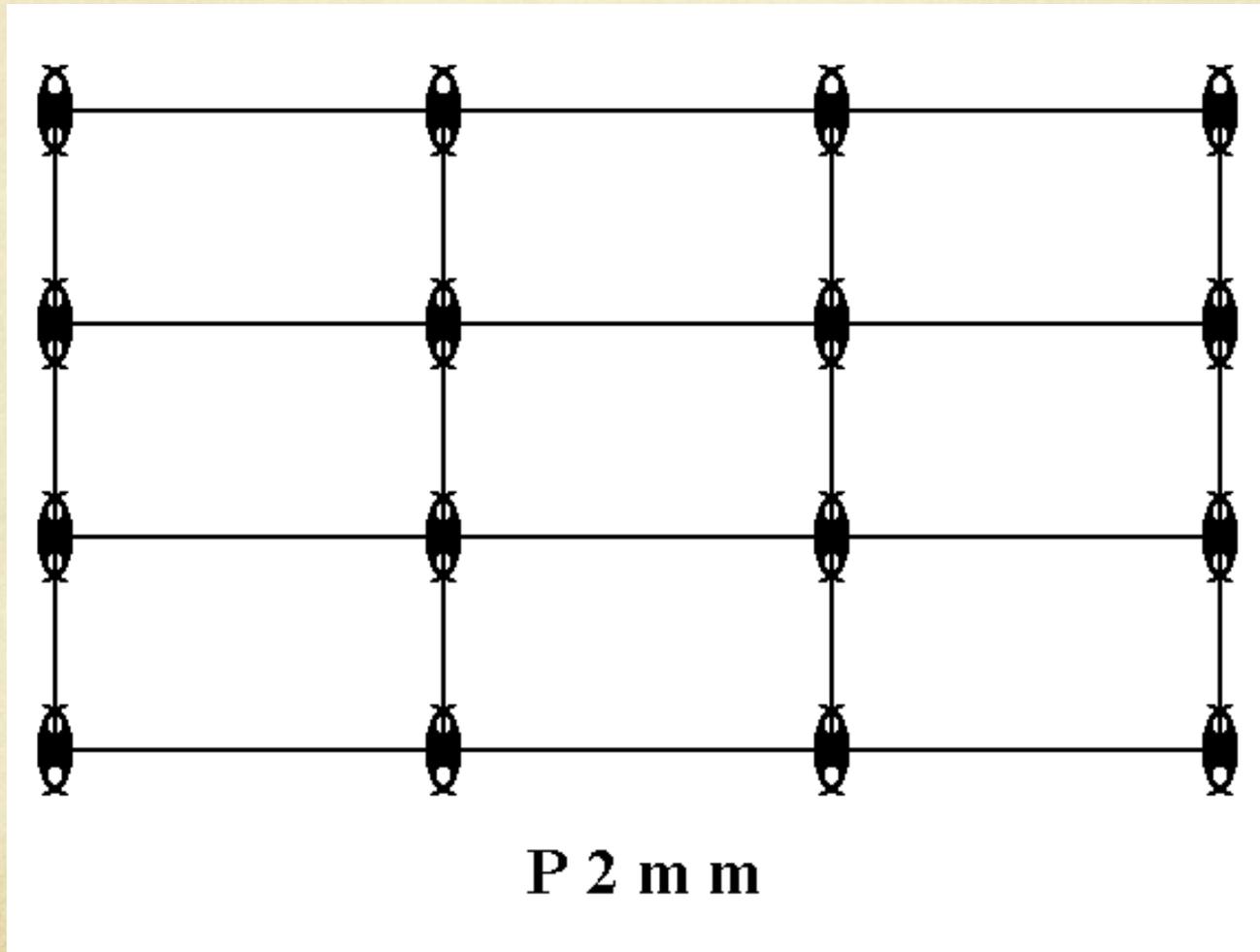
Grupo Planar Pg



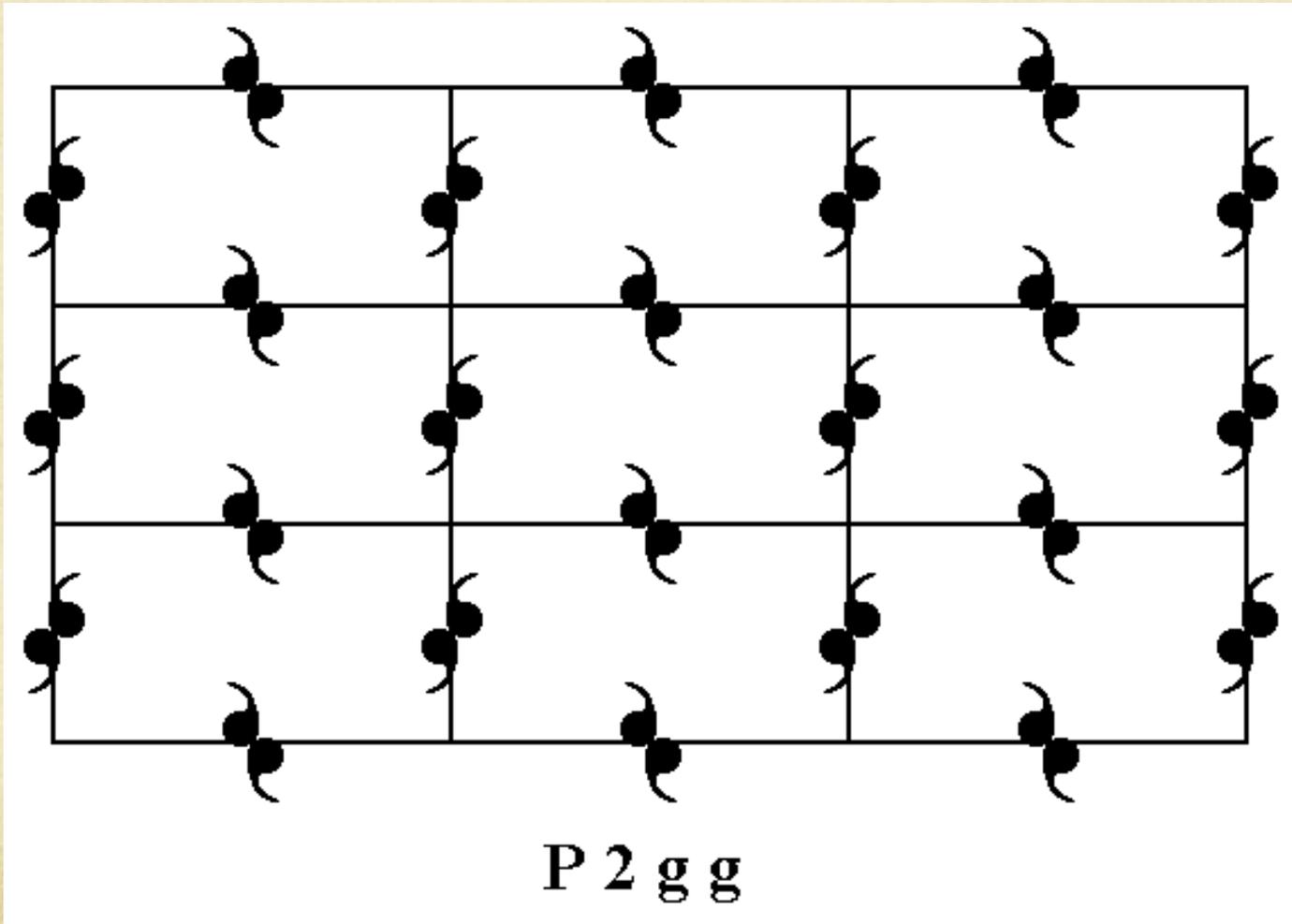
## Grupo Planar Cm



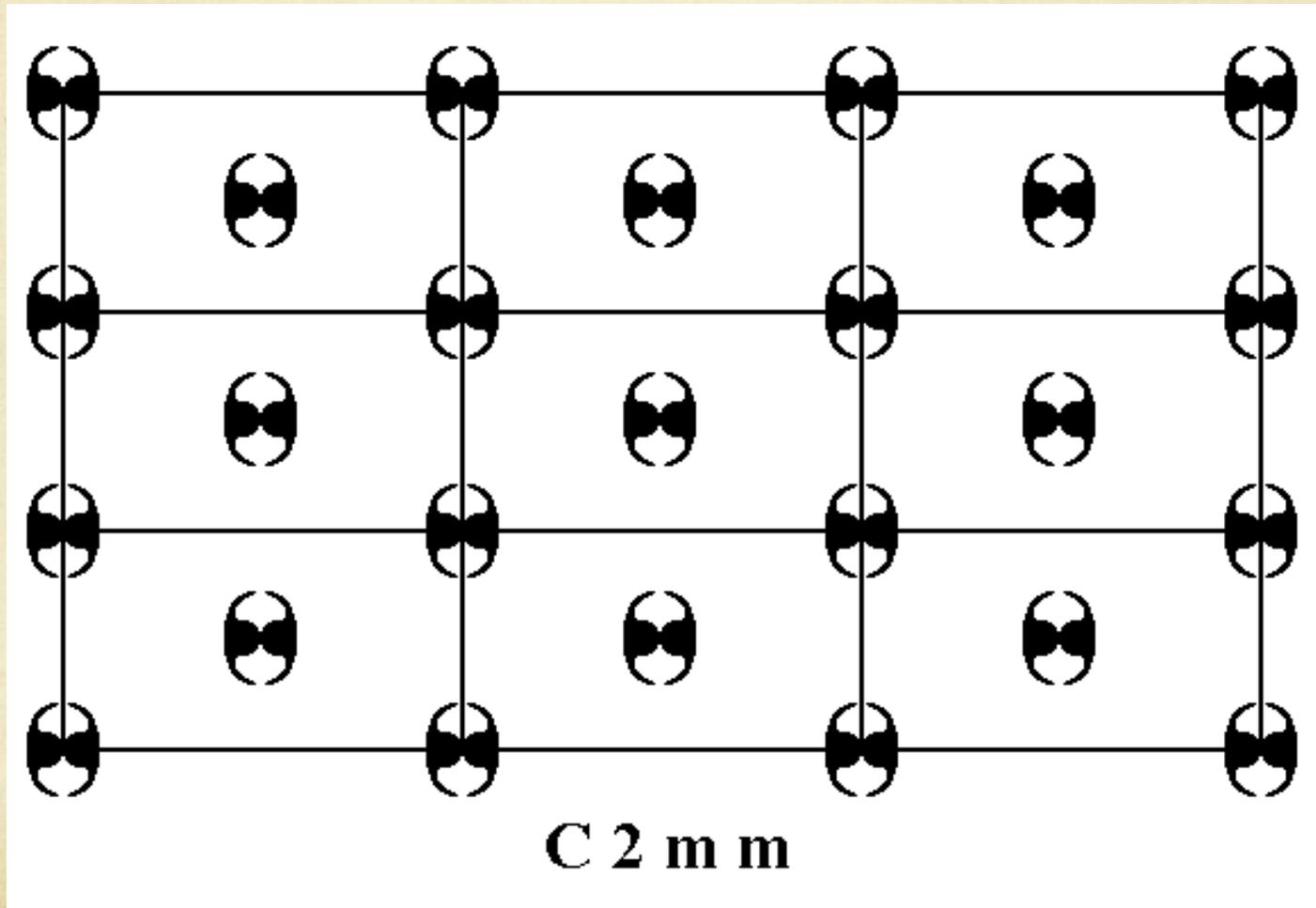
## Grupo Planar P2mm



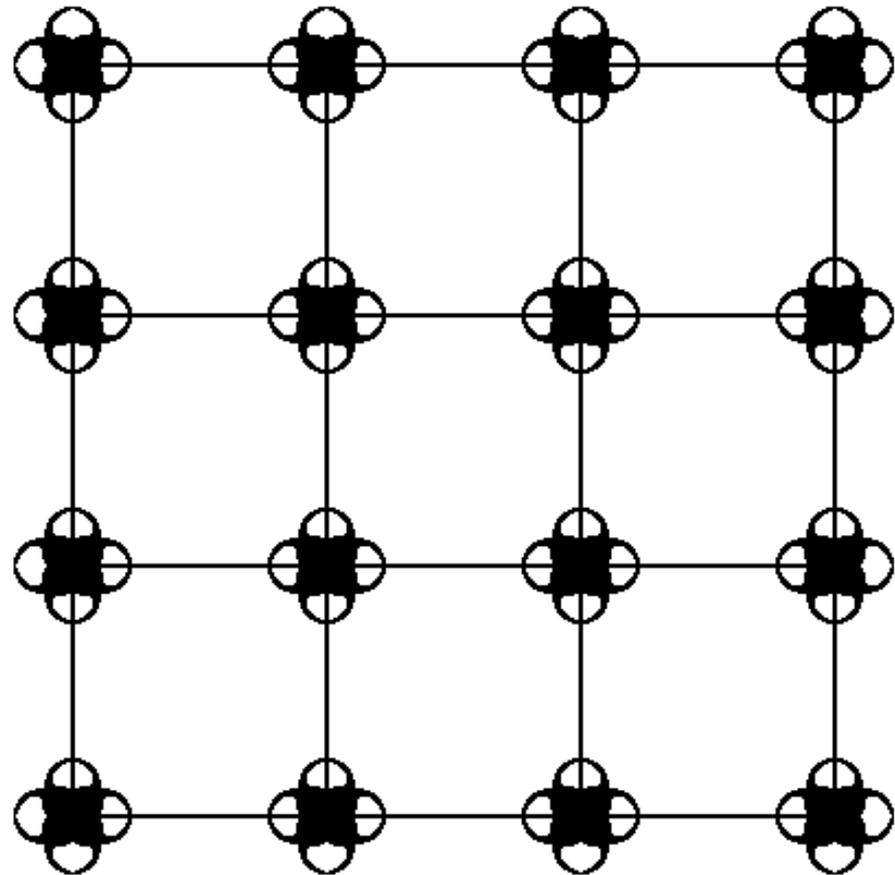
Grupo Planar Pgg



Grupo Planar C2mm

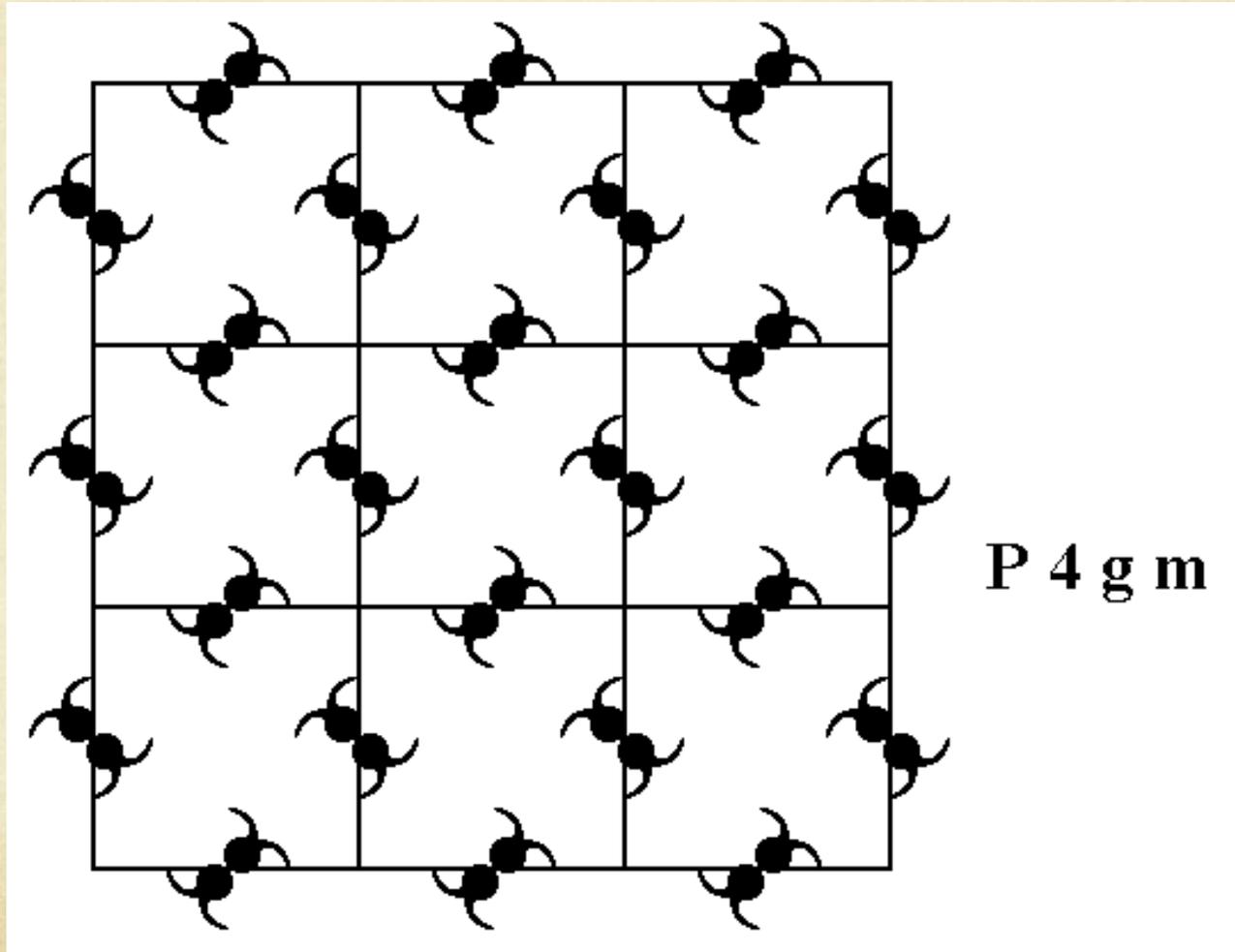


Grupo Planar P4mm

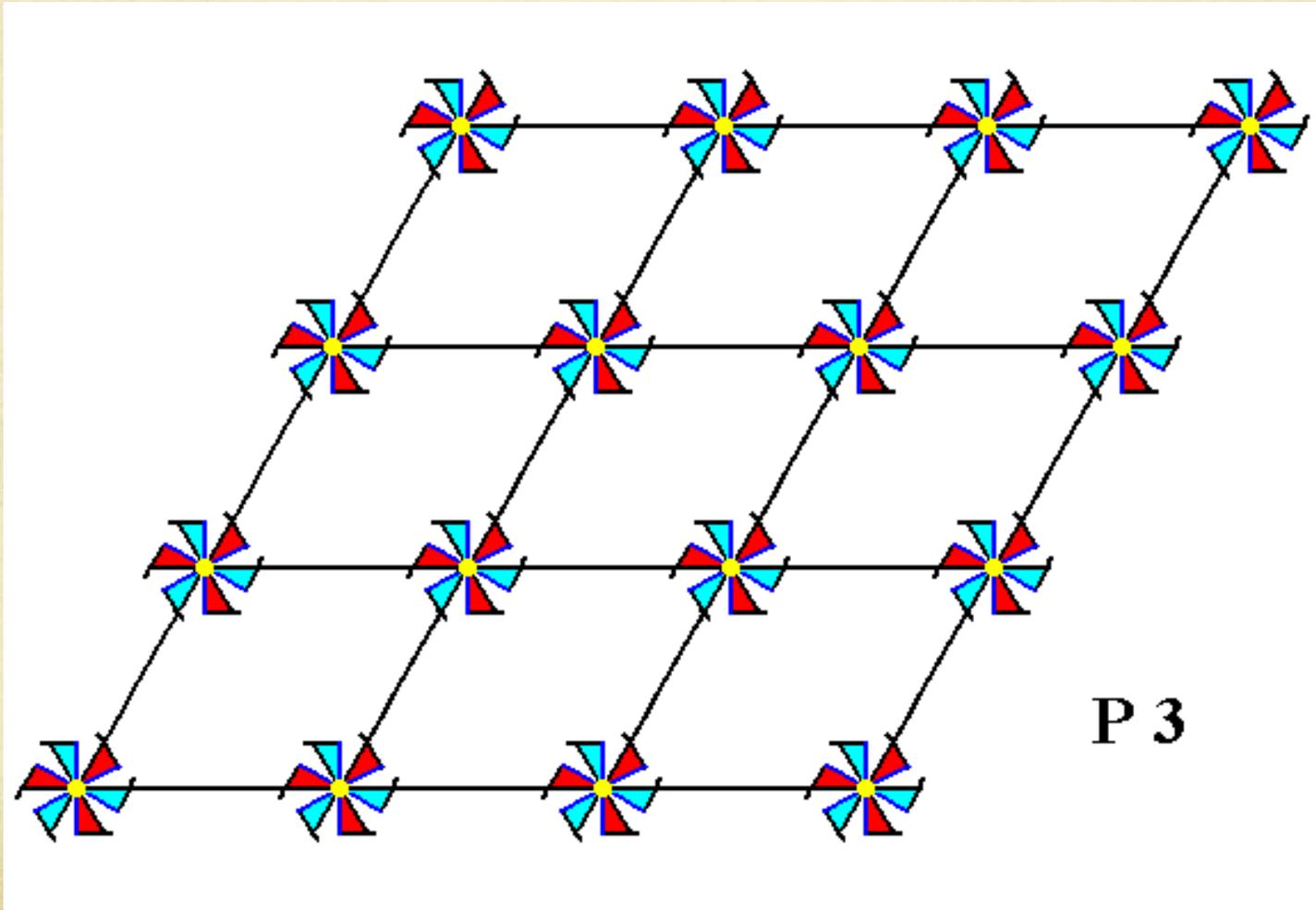


**P 4 m m**

## Grupo Planar P4gm



## Grupo Planar P3



# GMG-106 – Cristalografia Fundamental