UNIVERSIDADE DO ESTADO DA BAHIA – UNEB
DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO – DEDC I
PROGRAMA DE PÓSGRADUAÇÃO GESTÃO E TECNOLOGIAS APLICADA A EDUCAÇÃO - GESTEC

MIDIELE DANTAS GOMES

A CONSTRUÇÃO DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA O CONTEÚDO DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS ATRAVÉS DO SOFTWARE MATEMÁTICO GEOGEBRA

.

Salvador
2018

UNIVERSIDADE DO ESTADO DA BAHIA – UNEB
DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO – DEDC I
PROGRAMA DE PÓSGRADUAÇÃO GESTÃO E TECNOLOGIAS APLICADA A EDUCAÇÃO - GESTEC

MIDIELE DANTAS GOMES

A CONSTRUÇÃO DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA O CONTEÚDO DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS ATRAVÉS DO SOFTWARE MATEMÁTICO GEOGEBRA

Trabalho de conclusão de curso sob o formato de dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Profissional em Gestão e Tecnologias Aplicadas à Educação da UNEB - Universidade Estadual da Bahia como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre em Gestão e Tecnologias Aplicadas a Educação**, sob a orientação do **Professor Doutor André Ricardo Magalhães.**

Salvador
2018

FOLHA DE APROVAÇÃO

"A CONSTRUÇÃO DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA O CONTEÚDO DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS ATRAVÉS DO SOFTWARE GEOGEBRA"

MIDIELE DANTAS GOMES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós-Graduação *(Scricto Sensu)* Gestão e Tecnologias Aplicadas à Educação, Área de Concentração II – Processos Tecnológicos e Redes Sociais, em 13 de julho de 2018, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Gestão e Tecnologias Aplicadas à Educação, pela Universidade do Estado da Bahia, composta pela Banca Examinadora:

Prof. Dr. André Ricardo Magalhães
Universidade do Estado da Bahia - UNEB
Doutorado em Educação Matemática
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC

Prof.ª Dr.ª Erica Valeria Alves
Universidade do Estado da Bahia – UNEB
Doutorado em Educação
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP

Prof. Dr. Eduardo Cambruzzi
Instituto Federal da Bahia – IFBA
Doutorado em Engenharia de Automação e Sistemas
Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC

Universidade do Estado da Bahia

Sistema de Biblioteca

Ficha Catalográfica - Produzida pela Biblioteca Edivaldo Machado Boaventura

Gomes, Midiele Dantas.
A CONSTRUÇÃO DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA O CONTEÚDO DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS ATRAVÉS DO SOFTWARE MATEMÁTICO GEOGEBRA: / Midiele Dantas Gomes.-- Salvador, 2018.
95.

Orientador: André Ricardo Magalhães
Dissertação (Mestrado) – Universidade do Estado da Bahia. Departamento de Educação. Campus I. Programa de Pós-Graduação em Gestão e Tecnologia Aplicadas à Educação - GESTEC, 2018

1. Ensino de geometria. 2. Objetos digitais de aprendizagem. 3. Teoria das Situações Didáticas. I. Magalhães, André Ricardo II. Universidade do Estado da Bahia. Departamento de Educação. Campus I

CDD: 370

DEDICATÓRIA

Aos meus Pais Midian e Eliezer que são

O bem mais precioso que Deus me deu,

ao meu irmão Thiago que é meu amigo e parceiro.

AGRADECIMENTOS

A Deus, que sempre me acompanhou em todos os momentos da minha vida, e nessa caminhada cheia de desafios não seria diferente, me fortalecendo e me dando vitórias ao longo do percurso.

Aos meus Pais Eliezer e Midian, que são a razão de tudo que hoje sou e conquistei, com a educação que me deram e pela compreensão e apoio nos momentos mais críticos dessa jornada. Ao meu irmão Thiago pelo apoio que sempre me deu quando precisei. Vocês são o maior bem que Deus poderia me dar.

A minha família em geral, que é a melhor que alguém poderia ter, aos meus queridos avós Débora, Manoel e Maria; aos meus tios e aos meus primos em especial Jackson que é meu segundo irmão. Amo vocês incondicionalmente!

As minhas amigas e aos meus amigos, agradeço a Deus por me cercar com pessoas como vocês, que me amam que torcem sempre pela minha felicidade. Aos meus pais sergipanos Pabliane e Ricardo, amo vocês!

Aos meus colegas de turma, em especial a Márcio, Anildo e Gelton que estivemos lado a lado nessa jornada. Ao meu orientador Prof. Doutor. André Ricardo Magalhães pela dedicação, ensinamentos, compreensão, paciência e principalmente os momentos de discussões que proporcionaram meu crescimento como profissional.

Aos meus Mestres em geral, por toda transmissão de conhecimento e discussões enriquecedoras, pois toda bagagem de conhecimento que hoje carrego foi vocês que me forneceram.

Enfim, a todos que de uma forma ou de outra colaboraram para que hoje este sonho fosse concretizado.

RESUMO

A proposta desenvolvida neste trabalho é uma pesquisa aplicada com o objetivo de construir sequências didáticas e promover um ambiente de aprendizado para semelhança de triângulos baseado na Teoria das situações didáticas, fazendo uso do LADIMA, laboratório digital de matemática, numa plataforma virtual com o intuito de criar uma ferramenta que possa auxiliar a compreensão dos conceitos envolvidos na semelhança de triângulos com estudantes do 5º período do curso de Licenciatura em Educação no Campo com Habilitação em Matemática e Ciências da Natureza da UFRB - Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, no Centro de Tecnologia em Energia e Sustentabilidade, em Feira de Santana-BA.Optou-se por trabalhar com semelhança de triângulos, uma vez que se identificou a grande resistência dos estudantes em conceber essa noção e as deficiências advindas do ensino escolar.Assim, buscamos responder: Em que medida a construção de sequências didáticas pode promover um ambiente de aprendizado para o conteúdo semelhança de triângulos baseado da Teoria das situações didática? Nesta perspectiva, baseamos na Teoria das Situações Didáticas, proposta por Guy Brousseau (2008), onde se propõe que o estudante possa fazer parte da construção do seu conhecimento, investigando sobre o domínio a ele apresentado, não somente ingerindo uma informação pronta e acabada apresentada pelo professor.Do ponto de vista metodológico, utilizamos a abordagem qualitativa e, além disso, empregamos a Engenharia Didática baseada nos objetivos da Teoria das Situações Didáticas (TSD). A conclusão aponta que os objetos digitais intermediados pelas sequências didáticas podem trazer benefícios nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática.

Palavras-chave: Ensino de geometria. Objetos digitais de aprendizagem. Teoria das Situações Didáticas.

ABSTRACT

The suggestion developed in this work is an applied research with the objective of constructing didactic sequences and promoting a learning environment for similarity in triangles based on the Theory of didactic situations, making use of LADIMA, digital laboratory of mathematics, in a virtual platform with the intention to create a tool that can help the understanding of the concepts involved in the similarity of triangles with students of the 5th year of the Undergraduate Course in Education in the Field with Qualification in Mathematics and Natural Sciencesof the Federal University of the Recôncavo of Bahia, in the Center of Technology in Energy and Sustainability, in Feira de Santana-BA. It was decided to work with triangles similarity, once it was identified the great resistance of the students in conceiving this notion and the deficiencies coming from school education. This, we seek to answer: To what extent the construction of didactic sequences can promote a learning environment for thesimilarity in triangles subject based on the Theory of didactic situations? In this perspective, we based on the Theory of Didactical Situations, proposed by Guy Brousseau (2008), where it is proposed that the student can be part of the construction of his knowledge, investigating the domain presented to him, not only ingesting a handy and finished subject from the teacher. From the methodological point of view, we use the qualitative approach and, in addition, we use didactic engineering based on the objectives of the Theory of Didactical Situations (TSD). The conclusion points out that the digital objects intermediated by didactic sequences can bring benefits in the teaching and learning processes of Mathematics.

Keywords: Geometry teaching. Digital learning objects. Theory of Didactical Situations.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

CAPÍTULO I
INTRODUÇÃO

A Geometria como um campo da matemática emergiu empiricamente na história da humanidade para solucionar as suas carências do tempo, os primeiros conhecimentos geométricos foram gerados diante das necessidades do indivíduo em perceber melhor o ambiente onde se estava inserido, sendo suas primeiras construções desempenhadas pelos gregos que muito colaboraram para essa área do saber.

Construções geométricas proporcionam o descobrimento de valiosas ideias que permitem a compreensão das propriedades geométricas (IMENES e LELLIS, 2001). Ainda, segundo o autor, a construção geométrica potencializa o senso estético, as aptidões motoras, além de contribuir para a concepção de um determinado conceito. Mesmo assim, notamos que os estudos geométricos por vezes são trabalhados em um curto período, ficando para o final do ano letivo ou ainda, são vistos de uma maneira superficial, por muitos professores.

> A Matemática será sempre considerada como um conjunto harmônico cujas partes estão em intrínseca e íntima correlação. A acentuação dará dos três pontos de vistas – Aritmético, Algébrico e Geométrico – não deve, por isso, estabelecer barreiras intransponíveis, que impeçam o estudante de perceber a conexão entre aquelas disciplinas (BICUDO, apud VALENTE, 2002, p.43).

De acordo com o artigo de Rogenski e Pedroso (2007), os conceitos geométricos estão vivenciados no nosso cotidiano, de diversas formas, na natureza, nas artes, na arquitetura, inclusive em outras áreas do conhecimento. Mas, sobretudo, é concebida como a ciência espacial, por interpretar as figuras e suas medidas. Mesmo sabendo da sua importância, muitas vezes o desempenho dos alunos nessa ciência não é satisfatório. Segundo Oliveira e Velasco (2007) grande parte dos alunos que entram em um curso superior possui um conhecimento insuficiente de Geometria, por conta de uma defasagem na Educação Básica.

Desde minha graduação em Licenciatura em Matemática sempre me interessei pelos estudos acerca do ensino-aprendizagem da matemática. Durante esse período realizei dois estágios e fui professora de um cursinho preparatório para vestibular durante os meus dois últimos anos do curso, foi onde comecei a me deparar e perceber o distanciamento que havia entre a linguagem matemática e o entendimento dos conceitos matemáticos que eram vistos em aula. Este fato me motivou a investigar de que forma eu poderia enfrentar essa situação de dificuldade dos alunos na aprendizagem em Matemática. Diante disso, surgiu o interessei em me debruçar sobre os estudos da educação matemática para compreender melhor como acontecem esses fenômenos, foi quando realizei a especialização em Educação Matemática. Além dos meus estudos, lecionava no Ensino Fundamental e Médio e empenhava-me em compreender e buscar métodos para lidar com os obstáculos demonstrados pelos estudantes durante aprendizagem dos conceitos matemáticos.

Posteriormente comecei a atuar em alguns cursos preparatórios de Salvador e ainda atuei como professora substituta na Faculdade Santíssimo Sacramento na disciplina de cálculo. Hoje atuo como professora substituta no curso de Licenciatura em Educação do Campo com habilitação em Matemática e Ciências da Natureza na UFRB - Universidade Federal do Recôncavo da Bahia.

O meu início no Programa de Pós Graduação, Gestão e Tecnologias Aplicadas a Educação - GESTEC ocorreu como aluna especial em duas disciplinas, isso contribuiu para o desenvolvimento da concepção do meu projeto de pesquisa, além disso, me possibilitou me familiarizar com o programa. Foi onde comecei a frequentar o grupo de pesquisa Geotecnologias, Educação e Contemporaneidade (GEOTEC) conduzido pelos professores Tânia Hetkowisk e André Luiz, e posteriormente ingressei no grupo Tecnologias Inteligentes e Ensino de Matemática (TECMAT) de pesquisa liderado pelo professor André Magalhães que possibilitou momentos ricos de discussões possibilitando colaborar para a construção do meu projeto inicial. Foi nesse grupo que surgiu o projeto intitulado por LADIMA, Laboratório Digital de Matemática. Ele consta na criação e alimentação de objetos matemáticos numa plataforma virtual para o aprendizado de conceitos matemáticos.

Desse modo, meu ingresso como aluna regular ocorreu com o projeto de pesquisa denominada como: ***A construção de sequências didáticas para o conteúdo de semelhança de triângulos através do software matemático geogebra***. Trata-se de uma Pesquisa Aplicada estruturada em momentos de observação e relatos dos alunos do curso de licenciatura em educação do campo com habilitação em Matemática na disciplina de Elementos da geometria, percebendo a deficiência dos estudantes nesta disciplina que têm como causa central a dificuldade em conteúdos matemáticos, originada do Ensino Básico.

A questão que norteia o trabalho é a seguinte: ***Em que medida a construção de sequências didáticas pode promover um ambiente de aprendizado para o conteúdo semelhança de triângulos, baseado da Teoria das situações didáticas*****?**

Esta sugestão desenvolvida nessa dissertação, com o intuito de criar uma ferramenta que pudesse auxiliar os estudantes para compreender os conceitos envolvidos em semelhança de triângulos, com o auxílio das sequências didáticas introduzida por Guy Brousseau (1986), onde o aluno é instrumento fundamental no processo de construção do seu conhecimento, podendo assim internalizar um aprendizado muito mais significado, por meio das suas ações e conjecturas.

A *teoria das situações didáticas* é uma das teorias da Educação Matemática que emergiu da necessidade de um modelo de ensino e aprendizagem em matemática que se encontra devidamente representado todos os relacionamentos e operações, ou seja, as situações de ensino que acontecem no processo de ensino e aprendizagem. Uma situação de ensino é um conjunto de relações implícitas ou explícitas entre aluno e professor a fim de permitir aos alunos que eles possam agir, construindo e reconstruindo um conhecimento. Assim, o professor deve oferecer aos alunos a possibilidade de construir conhecimento e agir sobre ele.

Brousseau (1996) expõe como idéia básica aproximar o trabalho do aluno do modo como é produzida a atividade científica verdadeira, ou seja, o aluno se torna um pesquisador, testando conjecturas, formulando hipóteses, provando, construindo modelos, conceitos, teorias e socializando os resultados. Cabe ao professor, assim, providenciar situações favoráveis, de modo que o aluno nessa ação efetiva sobre o saber, o transforme em conhecimento.

Esta teoria traz reflexões da forma como podemos arquitetar e expor o conteúdo Matemático aos educandos, de maneira a se obter uma educação que tenha sentido e contexto para o estudante. Uma situação didática é estabelecida quando ocorrem relações pedagógicas entre a tríade professor, aluno e o conhecimento matemático em situação de aprendizagem, levando em consideração o meio. Para compreender a interação entre o espaço maior da vida e o ambiente escolar, ou seja, a vida cotidiana e a vida acadêmica do educando, faz-se alusão a situações adidáticas que consiste na busca do aluno por soluções, de forma autônoma, em uma situação que foge ao controle do professor.

A teoria das situações didáticas para analisar o processo da aprendizagem observa e decompõe em quatro fases diferentes nas quais o saber tem funções diferentes e o aprendiz não tem a mesma relação com o saber. São elas: ação, formulação, validação e institucionalização.

O objetivo geral deste trabalho é Construir sequências *didáticas e promover um ambiente de aprendizado para semelhança de triângulos, baseado da Teoria das situações didáticas.*

Para atingir este objetivo geral os seguintes **objetivos específicos** foram traçados:

- *Desenvolver um plano de ensino para o Laboratório Digital do ensino da Matemática.*
- *Elaborar os Objetos Digitais de Aprendizagem (applets), no software matemático Geogebra.*
- *Construir sequências didáticas para o ensino de semelhança de triângulos.*
- *Analisar as atividades desenvolvidas pelos estudantes na proposta desenvolvida pelas sequências do LADIMA, verificando se os objetivos foram atingidos e readaptando-as, se necessário.*

Para atingir esses objetivos, realizamos um diagnóstico através de um questionário com os estudantes do curso de licenciatura em Educação do Campo com habilitação em matemática para verificar em quais condições eles tiveram contato com a disciplina de Geometria anteriormente na sua formação escolar. Os mesmos indicaram os conteúdos foram pouco trabalhados e alguns ainda apontaram que nunca tiveram contato nenhum com a disciplina, uma aluna chegou a destacar que na escola que estudou a disciplina de Geometria foi retirada da matriz curricular do Ensino Médio da escola e nem na disciplina de matemática foi visto, como também outros conteúdos matemáticos que também são importantes não foram trabalhados pelo professor.

Neste trabalho optamos por fazer uso dos Objetos Digitais de Aprendizagem como método de ensino; ou seja, recursos digitais com objetivos educacionais, nesse trabalho optamos por trabalhar com a estrutura tecnológica do *software* Geogebra. Os Objetos Digitais de Aprendizagem (ODA) são materiais digitais de apoio ao professor que podem ser elaborados a fim de contribuir com a compreensão dos conteúdos pelos alunos.

Essa escolha foi feita, pelo fato de crermos que este instrumento pode favorecer a relação do aluno com determinado objeto matemático. É importante também destacar que esta ferramenta é de acesso gratuito e possibilita a utilização em qualquer sistema operacional, por ter sido concebida na plataforma JAVA.

Diante disso, as ***sequências didáticas*** que são o produto final deste trabalho foram elaboradas para contribuir com as aulas da disciplina Elementos da Geometria Plana e Espacial e oportunizar uma forma de ensinar/aprender conteúdos matemáticos com um olhar dinâmico e diversificado. Em especial, neste trabalho empregamos as concepções da Teoria das Situações Didáticas, proposta por Guy Brousseau (2008) na intenção de transformar as ações de ensino e de aprendizagem de semelhança de triângulos. Nesta teoria o aluno internaliza o conhecimento matemático adaptando-se ao *milieu* que é uma condição de dificuldades, contradições, desequilíbrio, se aproximando ao que acontece com sua vida cotidiana. O objeto essencial de estudo dessa teoria é a chamada situação didática, onde as relações entre professor, aluno e o conhecimento matemático são reconhecidas.

Para tanto, fizemos uso da pesquisa qualitativa por proporcionar um olhar que possibilita interpretar a questão sugerida inserindo-a na situação em que acontece e do qual é parte, analisando singularmente a situação.

Além disso, será empregada na nossa análise a *Engenharia Didática* esquematizada por Artigue (1996) que é uma metodologia experimental de validação interna que procura definir se uma abordagem específica tem implicação no resultado de um estudo da Didática da Matemática. Define se as condições que foram alteradas têm realmente consequência no contexto experimental e, além disso, se os eventos observados não são motivados por fatores desconhecidos ou não controlados, ou seja, as interações são válidas somente na situação experimental específica e para os sujeitos nela inseridos.

Essa metodologia envolve quatro fases: Análise Preliminar, Concepção e Análise a *Priori*, Experimentação e Análise a *Posteriori* e Validação da Experiência, que serão retratadas posteriormente.

Como instrumento de coleta de dados utilizamos questionários e entrevistas durante os encontros com os alunos para recolhimento dos dados necessários para a construção dos Objetos Digitais de Aprendizagem.

Diante disso, a estruturação do presente trabalho se deu em quatro capítulos: o primeiro capítulo desta dissertação trata da educação matemática com foco na teoria das situações didáticas. No segundo capítulo abordamos os objetos digitais de aprendizagem, e o objeto matemático: Semelhança de triângulos, englobando um sucinto estudo da evolução histórica deste conceito matemático.

O terceiro capítulo retrata o Delinear Metodológico, apresentando os sujeitos da pesquisa, a descrição do ambiente e, posteriormente os aspectos metodológicos desta pesquisa, e por fim os procedimentos da Engenharia Didática.

CAPÍTULO II
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Neste capítulo serão discutidas questões teóricas sobre a Educação Matemática, em especial a didática francesa Teoria das Situações didáticas e as definições das relações entre professor, aluno e saber e por fim sobre o contrato didático.

1.1 A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Ao se tratar de Educação Matemática precisamos inicialmente compreender os conceitos a respeito dela, no que ela se baseia e o que ela aborda, trata e se preocupa. Ela surgiu dos questionamentos de professores/pesquisadores incomodados com as metodologias utilizadas no ambiente da sala de aula nas condições como os conteúdos matemáticos estavam sendo lecionados e, além disso, procurando investigar os motivos pelos quais os mecanismos de ensino e aprendizagem de matemática não estavam sendo satisfatórios.

Apesar desse campo de estudo ainda se encontrar em processo de construção, é possível articular que a Educação Matemática se empenha em estudar as diversas relações e consignações acerca do ensino, aprendizagem e conhecimento matemático. Porém, não quer dizer que possa haver uma investigação que trate prioritariamente um deles, ou de uma dessas interações. Mas, mesmo que aborde um desses conceitos, não se pode desconsiderar desconectando-o completamente dos outros.

Carvalho (1991) afirma que “uma tentativa de definição bem geral seria que é o estudo de todos os fatores que influem direta ou indiretamente sobre todos os processos de ensino e aprendizagem em Matemática e a atuação sobre esses fatores” (CARVALHO, 1991, p.18). Para o autor como essa noção é muito extensa, ele destaca dois campos essenciais para a condução dos estudos da Educação Matemática. O primeiro é a preocupação com o ensino-aprendizagem e o segundo, é que embora se utilize de outras áreas de conhecimento por se tratar da educação, como a psicologia, antropologia, sociologia, história, é necessário que se tenha consciência de que está se tratando de uma área de conhecimento muito especifica que é a Matemática.

Bicudo (1993) afirma que a Educação Matemática esta em processo de constituição e, além disso, que essa área ainda não possui uma rede desenvolvida e definida de estudos que possam afirmar como realidade bem configurada, Porém:

> essa configuração já se encontra um tanto quanto delineada na medida em que se enfoquem [...] preocupações com o compreender a Matemática, com o fazer Matemática, com as interpretações elaboradas sobre os significados sociais, culturais e históricos da Matemática [...]. As pesquisas elaboradas no horizonte da região de inquérito da Educação Matemática trabalham em torno dessas preocupações, interrogando o compreender matemático, o fazer matemático, os significados sociais, culturais e históricos da Matemática. São, portanto, pesquisas que solicitam domínio compreensivo de um vasto horizonte de conhecimentos da Psicologia, da História, da Filosofia... e, certamente da Matemática. (BICUDO, 1993)

Já os autores Fiorentini e Lorenzato (2001) afirmam que:

> Embora os objetivos da investigação em Educação Matemática sejam múltiplos e difíceis de serem categorizados, pois variam de acordo com cada problema ou questão de pesquisa, podemos afirmar que, sob um aspecto amplo e não imediato, existem dois objetivos básicos: um, de natureza pragmática, que visa a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem da Matemática; outro, de natureza científica, que visa desenvolver a Educação Matemática enquanto campo de investigação e produção de conhecimentos. (FIORENTINI e LORENZATO, 2001)

Esse é um campo de conhecimento ainda em construção, mas podemos considerá-lo como um domínio das ciências sociais ou humanas que se debruça no empenho nos estudos do ensino e aprendizagem em Matemática. É uma área multidisciplinar que se sustenta em teorias de diversos campos teóricos, para a constituição de seu conhecimento, porém ela produz suas próprias teorias. A Educação Matemática não se limita somente em analisar formas ou metodologias capazes de possibilitar ao aluno obter um determinado conceito previamente posto, mas ela preocupa-se em problematizar e refletir acerca do próprio conhecimento matemático.

Os autores ainda consideram como “uma práxis que envolve o domínio do conteúdo especifico (a matemática) e o domínio de ideias e processos pedagógicos relativos a transmissão/assimilação e ou a apropriação/construção do saber matemático” (FIORENTINI e LORENZATO, 2006, p. 5). Portanto, a educação matemática é uma área em desenvolvimento, em processo de crescimento ao contrário da matemática que é um campo de conhecimento já estruturado, ela não possui uma única teoria, ou ainda, um único caminho de investigação configurado. Algumas das áreas que vêm ganhando um maior destaque são: o ensino da Matemática na sua própria concepção, a Educação Matemática por meio da resolução de problemas, o ensino da Matemática direcionado por propósitos que contribuem com a formação do educador, Educação Matemática sob perspectiva das suas aplicações e da modelagem matemática, ensino utilizando-se de projetos, ensino e aprendizagem fundamentado em planos semanais, a aprendizagem livre e, por fim, a Educação Matemática com recursos tecnológicos.

No Brasil a Educação Matemática também se encontra em um tempo de dinamismo. O surgimento de novas propostas e metodologias e uma extensa discussão dos seus objetivos e finalidades tornam a Educação Matemática em um dos campos mais produtivos nas reflexões sobre o que se esperar da sociedade. Os professores mostram acreditar nas vantagens da utilização de metodologias alternativas, porém ainda há grande resistência ao uso delas em suas salas de aula. Mesmo "[..] motivados, são inseguros diante das novas ações" (PACHECO; PACHECO, 2013, p.44). Da perspectiva dos professores, o uso de metodologias alternativas de ensino caracteriza o movimento de uma zona de conforto para uma zona de risco , segundo a terminologia de Penteado. Assim, muitos preferem continuar na zona de conforto por insegurança e falta de preparo.

Segundo D' Ambrósio (1991, p.1), "[...] há algo errado com a matemática que estamos ensinando. O conteúdo que tentamos passar adiante através dos sistemas escolares é obsoleto, desinteressante e inútil". Na mesma linha de pensamento, Nacarato (2009) aponta o fato de muitos professores continuarem "[...] com suas aulas de matemática com as mesmas abordagens de décadas anteriores: ênfase em cálculos e algoritmos desprovidos

Levar metodologias alternativas para a escola para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem pode ser a solução para que, como enfatiza Lopes e Borba, "[...] talvez, possamos falar menos em ensino e escolarização e mais em educação" (LOPES; BORBA, 1994, p. 59). Pois os estudantes terão oportunidade de serem os próprios agentes construtores do seu conhecimento, passarão a pensar, criticar, investigar, refletir e terão ambientes de ensino mais descontraídos.

Esses pensamentos têm acarretado no surgimento de teorias inovadoras para o ensino dos conteúdos matemáticos, que estão sendo concebidas na Educação Matemática, como metodologias de ensino.

Em consequência disso, o ensino de Matemática vem passando por grandes transformações ao longo dos anos no Brasil e em todo mundo.

Como a educação matemática é vista como uma ciência humana, alguns autores defendem o fato de que é preciso levar em consideração o indivíduo com quem se está trabalhando. De acordo com D'Ambrósio (2005), numa visão ampla a educação está sujeito a fatores que se acumulam em sentidos muito abrangentes são eles: a) o aluno que está no processo educativo, como um indivíduo procurando realizar suas aspirações e responder às suas inquietações; b) sua inserção na sociedade e as expectativas da sociedade com relação a ele; c) as estratégias dessa sociedade para realizar essas expectativas; d) os agentes e os instrumentos para executar essas estratégias; e) o conteúdo que é parte dessa estratégia.

Além disso, o autor considera que o professor ao ensinar matemática precisa levar em consideração o seu público, para que a matemática seja adaptada a cultura local e tenha significado para o aluno. A Educação Matemática, no ponto de vista da tendência da etnomatemática, aprecia o saber proveniente do cotidiano, a qual acredita que está embutido de conhecimentos e saberes particulares da cultura: "A todo instante, os indivíduos estão comparando, classificando, qualificando, medindo, explicando, generalizando, inferindo e, de algum modo, avaliando, usando os instrumentos materiais e intelectuais que são próprios à sua cultura", como alega D'Ambrósio (2001, apud FERNANDES 2006 p. 8)

A Educação Matemática por ser um campo em desenvolvimento possui diversas áreas e subáreas de investigação como os grupos de trabalhos da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) em 2018:

1. Matemática na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental;
2. Educação Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio;
3. Currículo e Educação Matemática;
4. Educação Matemática no Ensino Superior;
5. História da Matemática e Cultura;
6. Educação Matemática: novas tecnologias e Educação à distância;
7. Formação de professores que ensinam Matemática;
8. Avaliação em Educação Matemática;
9. Processos cognitivos e linguísticos em Educação Matemática;
10. Modelagem Matemática;
11. Filosofia da Educação Matemática;
12. Ensino de Probabilidade e Estatística;
13. Diferença, Inclusão e Educação Matemática;

14. Didática da Matemática;

15. História da Educação Matemática

RICO, SIERRA & CASTRO (2000 apud GODINO 2003), consideram a Educação Matemática como todo o sistema de conhecimentos, intuições, planos de formação e finalidades formativas que conformam uma atividade social complexa e diversificada relativa ao ensino e aprendizagem da Matemática. Os autores ainda caracterizam a Educação Matemática como prática e área de investigação que surge da necessidade de produzir resultados práticos que ajudem a melhorar o ensino e aprendizagem como um corpo de conhecimento e produzir um corpo de conhecimento que explique a natureza dos fenômenos que ocorrem no ensino e aprendizagem da Matemática.

1.2 TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

A **Teoria das Situações Didáticas** foi idealizada por Guy Brousseau, e tem produzido significantes contribuições para a pesquisa sobre o ensino e aprendizagem da matemática. Ela tem como princípio a problematização matemática e sustenta-se na ideia de que se produz um certo conhecimento matemático por meio da adaptação a um dado ambiente que causa instabilidade e desequilíbrios para o aluno, apresentando-se, portanto, como uma contraproposta ao modelo didático clássico, que tem como destaque a exposição de conteúdos sistematizados.

Considerada hoje como ferramenta científica, a Teoria das Situações Didáticas se originou quando o ensino e a aprendizagem de Matemática eram tomados unicamente pela visão cognitiva, induzida pela epistemologia de Piaget.

Para Piaget a criança constrói um conhecimento, quando ela faz intervenções com o ambiente em que está inserido, estruturando suas próprias construções mentais, ou seja, a cognição. Piaget (1973, p. 16) afirma que:

> o professor continua necessário na criação de situações e de idealizar projetos iniciais que introduzam problemas significativos à criança. O que se deseja é que o professor deixe de ser um transmissor de soluções prontas e exerça o seu papel de um mentor, estimulando a iniciativa à autonomia da pesquisa.

O objetivo de Piaget não era exatamente desenvolver uma teoria de aprendizagem e, portanto, o autor não propõe aos educadores uma didática definida de como seria possível incentivar a aprendizagem do seu aluno; porém, ela nos proporciona ponderar em relação ao que é preciso e como se trabalhar para que o sujeito se desenvolva de acordo com a sua faixa etária (LEITE, 1995).

Portanto, é possível observar a influência de Piaget na Teoria das Situações Didáticas que se estrutura a partir da epistemologia de que o conhecimento que está posto e tem significado para que o indivíduo descubra como se adaptar a um determinado meio que está provocando obstáculos e desequilíbrios. Como aponta Brousseau (1986, p.67):

> O aluno aprende a se adaptar a um ambiente que é um fator de contradições, dificuldades, o desequilíbrio, como um pouco o faz a sociedade humana. Esse conhecimento, fruto da adaptação dos alunos é manifestada por respostas novas que atestam a aprendizagem.

Por este motivo, Guy Brousseau, considerado um dos pioneiros da Didática da Matemática, desenvolveu uma teoria que emergiu da condição do ensino francês para compreender as relações que acontecem entre alunos, professor e saber em sala de aula, e ao mesmo tempo, situações para analisa-las cientificamente. Teoria Didática da Situação ou Teoria da Situação Didática foi o seu primeiro trabalho, que se baseia na ideia de que cada conhecimento ou saber pode ser determinado por uma situação, como uma ação entre duas ou mais pessoas. (BROUSSEAU, 2002). Para o autor uma situação didática se caracteriza sempre que houver uma intencionalidade do professor em propiciar ao aluno a aprendizagem de um dado conhecimento. Conforme a afirmação Brousseau (1986, p. 8):

> Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição [...] o trabalho do aluno deveria, pelo menos em parte, reproduzir características do trabalho científico propriamente dito, como garantia de uma construção efetiva de conhecimento pertinentes.

Por meio da análise das situações didáticas é possível avaliar a problemática da aprendizagem matemática e prever possíveis fatores que possam ocorrer no desenvolvimento da resolução de problemas e durante a construção dos conceitos pelos alunos. O que estimula o desenvolvimento da aprendizagem matemática são as atividades que o professor seleciona para trabalhar durante as aulas, o exercício pedagógico inicia-se, portanto, com a definição de um problema adequado, que precisa corresponder com o grau de conhecimento do educando.

O autor enfatiza que as situações de ensino devem ser criadas pelo professor, de modo a aproximar o aluno do saber do qual ele deve se apropriar. Para isso, cabe ao docente fazer um duplo papel cíclico: - procurar situações onde os alunos possam dar sentido ao conhecimento, através da contextualização e personalização do saber, num movimento de vivenciar o conhecimento pelo aluno. - ajudar seus alunos no sentido inverso, ou seja, descontextualizando e despersonalizando os conhecimentos, como fazem os matemáticos, de modo a tornar as produções dos alunos fatos universais e reutilizáveis. É justamente este ciclo contextualizar/descontextualizar que permite ao aluno avançar em conhecimentos, através de sucessivos desequilíbrios (conforme Piaget).

> Para o professor, é grande a tentação de pular estas duas fases e ensinar diretamente o saber como objeto cultural, evitando este duplo movimento. Neste caso, apresenta-se o saber e o aluno se apropria dele como puder (BROUSSEAU, 1996b, p. 49).

Brousseau (1996) destaca que para aprender, o aluno deve ter um papel ativo diante de uma situação, de certo modo comparado ao ato de produzir de um matemático. Ainda, nestas situações:

> a resposta inicial que o aluno pensa frente à pergunta formulada não [deve ser] a que desejamos ensinar-lhe: se fosse necessário possuir o conhecimento a ser ensinado para poder responder, não se trataria de uma situação de aprendizagem (BROUSSEAU, 1996b, p. 49).

Assim, a resposta inicial baseada em conhecimentos anteriores permitirá ao aluno responder parcialmente a questão. Ocorre dessa forma um desequilíbrio que impulsionará o aluno a buscar modificações na estratégia inicial através de acomodações em seu sistema de conhecimentos, onde as modificações provocadas pela situação serão o motor de sua aprendizagem. Sintetizando, o primeiro trabalho do professor será “propor ao aluno uma situação de aprendizagem para que [este] elabore seus conhecimentos como resposta pessoal a uma pergunta, e os faça funcionar ou os modifique como resposta às exigências do meio e não a um desejo do professor” (BROUSSEAU, 1996b, p. 49).

Nesse caso, o professor propõe um determinado problema para que eles possam agir, refletir, falar e evoluir por iniciativa própria, criando assim condições para que tenham um papel ativo no processo de aprendizagem. Diante dessas situações Brousseau (1986) apresentou quatro tipos de situações didáticas distintas que acontecem sucessivamente para que a construção do conhecimento matemático aconteça de acordo com a proposta da teoria:

- **Situação de ação** – quando o aluno se propõe a realizar ações, empenhado em encontrar soluções para uma determinada atividade proposta, sem auxílio do professor e sem necessidade de justificativa teórica. Ao longo situação desenvolve novas estratégias e toma novas decisões (algumas intuitivas). Observa-se que são necessárias várias partidas (jogo), até que o aluno seja capaz de formular uma tática, justificá-la e, finalmente, tirar conclusões. A sucessão de situações de ação constitui o processo pelo qual o aluno vai aprender um método de resolução de problema. Essa situação de ação consiste em escolher diretamente os estados do meio antagonista em função de suas próprias motivações.
- **Situação de formulação** – acontece quando o aluno já emprega claramente modelos ou esquemas teóricos explícitos. O aluno troca informações com uma ou mais pessoas que serão os emissores e receptores, trocando mensagens escritas ou orais. É, na verdade, a criação de condições para que o aluno construa, progressivamente, uma linguagem compreensível por todos que consideram os objetos e as relações matemáticas envolvidas na situação didática
- **Situação de validação** – são situações onde o aluno busca validar suas afirmações, ou seja, provar as declarações acerca do conhecimento, produzindo explicações teóricas. Nessa situação os alunos organizam enunciados em demonstrações, constroem teorias e tanto aprendem a convencer os demais alunos como a se deixarem convencer sem ceder a argumentos retóricos, à autoridade, à sedução, à soberba, à intimidações, etc. O aluno não só deve comunicar uma informação, como também precisa afirmar que o que diz é verdadeiro dentro de um sistema determinado.
- **Situação de institucionalização** – momento em que as definições e propriedades são formalizadas, onde professor e aluno socializam dialogando sobre os conhecimentos acerca da atividade proposta. Brousseau (1996a) relata que no decorrer das experiências desenvolvidas na escola, depois de um tempo, os professores verificaram a necessidade de ordenar um espaço. Observaram que era necessário “fazer alguma coisa”. Foi necessário conferir os eventos realizados e tudo que esteja

> vinculado ao conhecimento em questão, verificar os resultados dos alunos e do processo de ensino e determinar um objeto de ensino e identificá-lo, também foi necessário aproximar as produções e identificar quais poderiam ser reutilizadas, a esta fase denominou-se de institucionalização da situação didática.

Portanto, para que se consiga uma perspectiva que contemple a teoria das situações didáticas o principal a se considerar são os procedimentos metodológicos, onde o professor fornece ao aluno meios para que através de conhecimentos que ele já adquiriu ele consiga produzir um novo conhecimento mesmo que inicialmente informal sobre o que foi proposto diante dele, estimulando assim, que o aluno participe de fato da construção de um novo saber. Quando o aluno internaliza um conhecimento através dessa concepção, ele torna-se apto a produzir outras aprendizagens por meio de suas próprias experiências, suas relações com o meio, mesmo quando está em ambientes que não tenham um fim educacional.

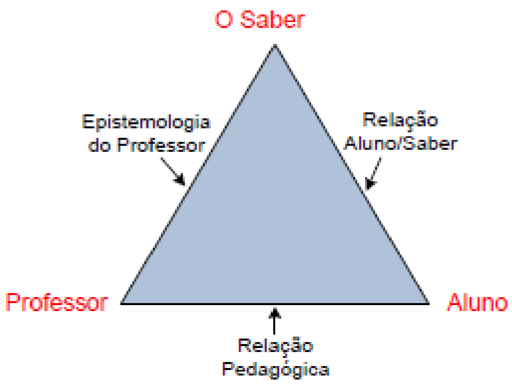
Assim, “o objeto central de estudo nessa teoria não é o sujeito cognitivo, mas a situação didática, na qual são identificadas as interações entre professor, aluno e saber” (ALMOULOUD, 2007, p. 32).

1.3 PROFESSOR, ALUNO E SABER

O princípio basilar da teoria de Brousseau (1996a) é o fato de que o papel do aluno precisa estar incorporado na situação onde será desenvolvida a atividade de produção de conhecimento, ou seja, ele se transforma em um pesquisador, testando e analisando suposições, levantando hipóteses e comprovando-as. Assim, a função do professor é de promover circunstâncias propícias, para que assim o aluno atue de forma concreta e palpável sobre o saber conseguindo portanto, a construção do conhecimento. O autor evidencia que essas situações de ensino precisam ser elaboras e delicadamente pensadas pelo professor, para que se tenha uma aproximação entre aluno e saber, este do qual ele necessita apossar-se.

Para modelar a teoria das Situações Didáticas, Brousseau (1996) propõe o sistema didático stricto sensu ou triângulo didático (figura 1), que é composto por três elementos: o aluno, o professor e o saber, que interagem de forma dinâmica e complexa, a relação didática, que trata as interações entre os elementos humanos que são o professor e os alunos, mediadas pelo elemento não humano que é o saber, que decide a maneira como essas interações se estabelecerão.

Figura 1 – Triângulo didático



Fonte: Brousseau (1986, p. 12)

Brousseau (1996a) expõe como ideia básica *aproximar* o trabalho do aluno do modo como é produzida a atividade científica verdadeira, ou seja, o aluno se torna um pesquisador, testando conjecturas, formulando hipóteses, provando, construindo modelos, conceitos, teorias e socializando os resultados. Cabe ao professor, assim, providenciar situações favoráveis, de modo que o aluno nessa ação efetiva sobre o saber transforme-o em conhecimento.

O professor precisa ter cautela ao elaborar e planejar uma situação didática, ele precisa escolher bem a atividade a ser desenvolvida para que ela atenda a construção do novo saber e que não dê respostas imediatas, como afirma Brousseau (1996b, p. 49):

> a resposta inicial que o aluno pensa frente à pergunta formulada não [deve ser] a que desejamos ensinar-lhe: se fosse necessário possuir o conhecimento a ser ensinado para poder responder, não se trataria de uma situação de aprendizagem.

Desta maneira, a resposta inicial do aluno apoiada em conhecimentos que ele já possui propiciará a ele responder parte da questão, mas não totalmente. Acontecem assim, certa instabilidade e desequilíbrio, que estimulará o aluno a procurar mudança dos seus métodos iniciais por meio de adaptações na organização de conhecimentos, modificando-os e com isso, se dará a aprendizagem.

1.4 CONTRATO DIDÁTICO

Durante o processo de ensino e a aprendizagem de determinado conteúdo de saber, existem as relações contratuais que são envolvidas mesmo que não explicitamente, Chevallard et al. (2001) apontam que a atmosfera escolar é contratual por natureza. De acordo com esses autores, no contrato escolar, um compromisso entre a escola e a sociedade, onde cada entidade de ensino se apresenta com determinada organização: horários, programas, infraestrutura, etc.

Além disso, um contrato pedagógico precisa levar em consideração que professor e os alunos devem a todo o momento fazer uma troca mutua, que o professor não é o único que tem um papel fundamental nesse processo, mas ambos possuem direitos e deveres recíprocos. Vale ressaltar que esse tipo de contrato não é um algo que acontece somente em uma disciplina específica, mas esse compromisso ocorre quando se tem professores e alunos, sem se referir a um saber específico, como no contrato didático.

Assim, é de extrema importância entender como se dá o contrato didático para que venhamos a ser capazes de perceber os fenômenos que surgem durante o processo de ensino e aprendizagem no exercício da sala de aula (ARAÚJO et al., 2011).

Assim, ao introduzirmos no ambiente da sala de aula, essa estrutura contratual altera de aspecto. Quem ensina, ensina um conteúdo, uma certa disciplina, assim ao pensarmos na sala de aula, precisamos nos atentar para quem ensina, quem aprende e para o que se ensina (MENEZES, 2006). Além disso, o autor afirma que o entendimento habitual de contrato não mais se manifesta integralmente, no contrato didático diferentemente do contrato pedagógico a conexão que se constitui entre professor e aluno agora visa a assimilação do saber escolar.

Brousseau (1986, p. 61) define o contrato didático como: uma relação que de forma explícita, por uma minoria, mas, principalmente, implicitamente, o que cada uma das partes, o professor e o aluno, define quem tem a responsabilidade de administrar/conduzir e pela qual ele será, de uma forma ou de outra, responsável diante do outro.

Essa teoria tem sido referência para o desenvolvimento da aprendizagem matemática nos ambientes educacionais abrangendo o professor, o aluno e conteúdos matemáticos. Trata-se de uma grande contribuição para a educação matemática que, tanto reconhece os conhecimentos que são impulsionados pelo aluno e sua contribuição na construção no novo saber matemático, como também aprecia o trabalho do professor que fundamenta-se em gerar condições necessárias para que seu aluno alcance o conhecimento matemático proposto.

Desta maneira, o professor ao organizar o *meio* tem perspectivas sobre a atuação e cooperação dos alunos e estes, por outro lado, tentam compreender o que está sendo proposto para que possam desenvolver suas ações.

O *meio* é onde acontecem as intervenções do indivíduo, é nele que se produz transformações buscando desestruturar o modelo clássico, causando perturbação e uma expectativa de surgir um novo conhecimento. Nesse ambiente, as situações didáticas são conduzidas por uma série de deveres tanto do professor, quanto do aluno, mesmo que não estejam expostas envolvendo o conteúdo matemático escolhido, que é o que se chama de *contrato didático*. Assim, as noções de *meio* e de *contrato didático* são fundamentais para o diagnóstico de situações didáticas.

Podem ocorrer diversas circunstâncias em um mesmo conhecimento, como também, vários conhecimentos podem fazer parte de uma mesma situação, a Teoria das Situações Didáticas categoriza essas ocorrências. Brousseau (apud ALMOULOUD, 2007, p. 01) afirma que:

> um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, um certo "milieu", contendo eventualmente instrumentos ou objetos, e um sistema educativo (o professor) para que estes alunos adquiram um saber constituído ou em constituição.

O que o autor chama de "mileu" caracteriza-se por ser esse momento de desequilíbrio, o momento onde as relações acontecem, ou seja, é toda e qualquer situação onde o aluno interage para construir conhecimento. Essas relações são compreendidas pela Didática da Matemática como a relação didática incumbida pela aprendizagem que por meio do dinamismo das interações que ocorrem após a apresentação de certo conhecimento matemático entre o educador e o aluno.

Contudo, é preciso advertir que tanto aluno quanto professor devem sentir validade no contrato didático, ou seja, precisam se sentir seguros em relação à eficiência dele. Segundo Mercier (2005), isso vai determinar as escolhas do professor desde os contatos iniciais numa relação didática, pois é ele que precisa deixar claro o saber que os alunos devem aprender e, além disso, dar condições para que eles aprenderam esse saber, ou seja, o professor deve apresentar uma atividade que os alunos sejam capazes de realizar, porém, ao mesmo tempo, ela deve aparentar nova, para que seja visível que eles aprenderam o que ele ensinou.

Porém, por vezes, pode acontecer que diante de uma situação de dificuldade do aluno ou até mesmo, no anseio que seus alunos alcancem o êxito, o professor pode induzir o aluno ao resultado, facilitando a atividade de diversos modos, podendo provocar certas práticas pedagógicas, tornando-se até mesmo frequente durante o processo, que são denominadas como efeitos do contrato. De acordo com alguns autores que discorrem sobre a didática, esses efeitos são reais quebras no contrato, já que impossibilitam a verdadeira aprendizagem, como é o principal objetivo do contrato didático

Brousseau (1986) caracteriza quatro tipos de possíveis efeitos que podem gerar bloqueios impedindo a concepção do conhecimento matemático, nos ambientes de ensino. Esses efeitos são ações que não provocam boas consequências durante a aquisição de conhecimento no ambiente da sala de aula centrando-se na figura do professor.

- Efeito Topázio– ao intitular esse efeito, o autor faz menção ao romance francês de Marcel Pagnol, que relata um professor chamado Topaze, que para impedir que seus alunos errem sugere ou induz rapidamente a resposta certa. Acontece quando o aluno se ao deparar com uma dificuldade ou um obstáculo, o professor acaba induzindo a resposta por meio de sinais ou pistas, para acelerar o processo de aprendizagem.
- Efeito Jourdain – tem esse nome por fazer referência ao francês Bourgeois Gentilhomme. Ele ocorre quando o professor ao perceber que cometeu algum erro na sua ação docente, elogia as respostas dadas pelos seus alunos por mais superficial que seja, evitando aprofundar o diálogo, desviando a aprendizagem do conhecimento almejado.
- Deslizamento metacognitivo – Tem esse nome por realmente se tratar de um deslize (não intencional) por parte do professor, que com discurso meramente científico acaba provocando dificuldades no aluno, não sabendo gerenciar a situação.
- Uso abusivo da Analogia – Neste efeito o professor tem a tendência de substituir o conceito de determinado conhecimento por uma analogia. Apesar de o seu uso ser comum no ambiente de aprendizagem e ter sua

importância, a mesma não poderá substituir a compreensão da noção, podendo gerar uma visão limitada no aluno.

Esses efeitos acabam gerando falhas no contrato didático. Esses erros não são simples no processo de aprendizagem, mas são uma completa deformidade na relação professor/aluno/saber, por esse motivo são denominados por Brousseau de efeitos perversos do contrato didático. Brousseau (2008, p. 73) ainda deixa claro o seguinte:

> [...] o professor, por exemplo, não pode dizer explicitamente, e de antemão, o que o aluno terá de fazer diante de um problema, sem tirar-lhe, ao fazê-lo, a possibilidade de manifestar ou adquirir o conhecimento correspondente. O professor não pode se comprometer a fazer o aluno entender um conhecimento e, muito menos, fazer com que este se produza: ninguém sabe como se faz uma matemática nova e, menos ainda, como se pode fazer com que seja feita de maneira acertada.

Assim, o professor deve ser cauteloso em todas as situações de ensino, sendo que o aluno vai precisar investigar, desenvolver estratégias diante das informações colocadas a ele. Pois, ao tentar dizer ao aluno o que ele quer, pode acabar revelando a resposta esperada, a regra do jogo e da estratégia da situação de ensino, não exigindo do aluno que coloque em ação os conhecimentos considerados, quer no processo de aprendizagem quer já previamente conhecido.

CAPÍTULO III
OBJETOS DE APRENDIZAGEM

Neste capítulo abordaremos um breve histórico sobre o conceito de Semelhança de Triângulos e posteriormente os objetos digitais de aprendizagem na Educação Matemática.

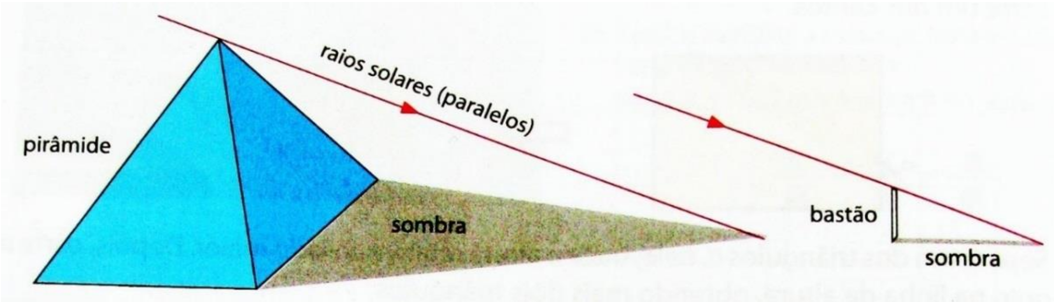
2.1 ABORGAGEM HISTÓRICA DO CONCEITO DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

Algumas tribos indo-europeias, do sul do Mar Negro deslocaram-se para onde hoje é a região da Grécia, até chegarem ao extremo sul no final do terceiro milênio antes de Cristo. Assim, cerca de 1600 a.C., alguns gregos intitulados aqueus, fundaram a civilização micênica, que também deslocaram-se para onde hoje se localiza a Turquia. Assim, foram constituídas 10 colônias, Mileto, Éfeso e Cólofon, no litoral eram as mais notáveis, e Tênedo, Lesbos, Quios e Samos, nas ilhas de Egeu. Esse histórico aglomerado de colônias chegou a ser chamado de Jônia, que segundo (GARBI, 2006) é considerado o real berço da Filosofia e da Matemática.

De uma dessas colônias que nasceu Tales que era comerciante, porém tinha grandes afinidades com a Filosofia, Astronomia e Matemática, hoje ele é tido como um dos Sete Sábios da Grécia Antiga viveu na cidade jônia de Mileto, além disso, ele viveu entre 640 a.C. e 564 a.C. e apontado como o primeiro filósofo e o primeiro matemático grego, apesar do questionamento de alguns estudiosos.

Não se tem conhecimento de quando exatamente e os motivos que levaram Tales ser atraído pelo estudo da Geometria. Mas conta-se que foi durante uma viagem ao Egito, cerca de seiscentos anos antes de Cristo, no Egito que se tornou notável. Foi a ele pedido por um mensageiro do faraó, em nome do soberano, que calculasse a altura da pirâmide de Quéops, pois ouvia-se falar que ele sabia medir a altura de grandes construções por arte geométrica, sem precisar subir nelas. Para resolver o cálculo da altura, Tales tomou uma estaca de madeira, marcou na areia o seu comprimento, fincou na posição vertical e esperou até quando a sombra e a própria vara possuíssem a mesma medida. Assim que isso aconteceu, Tales pediu para que medisse rapidamente a sombra e afirmou que o seu comprimento é igual à altura da pirâmide.

Figura 2 – Pirâmide, bastão e suas sombras



Porém, para mensurar exatamente a medida da altura da pirâmide, Tales precisaria ter somado metade do lado da base da pirâmide a medida da sombra dela, pois como ela possui uma base larga, parte da sombra da pirâmide não estava visível no chão.

Figura 3 – Triângulo traçados

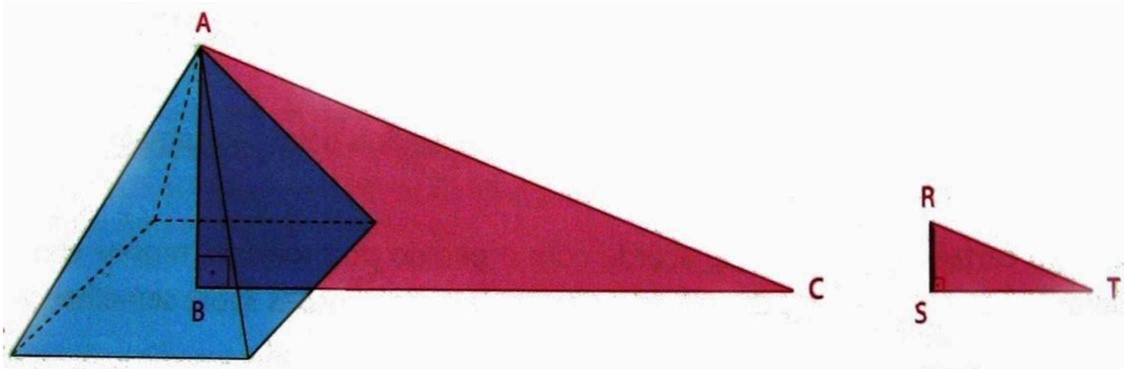
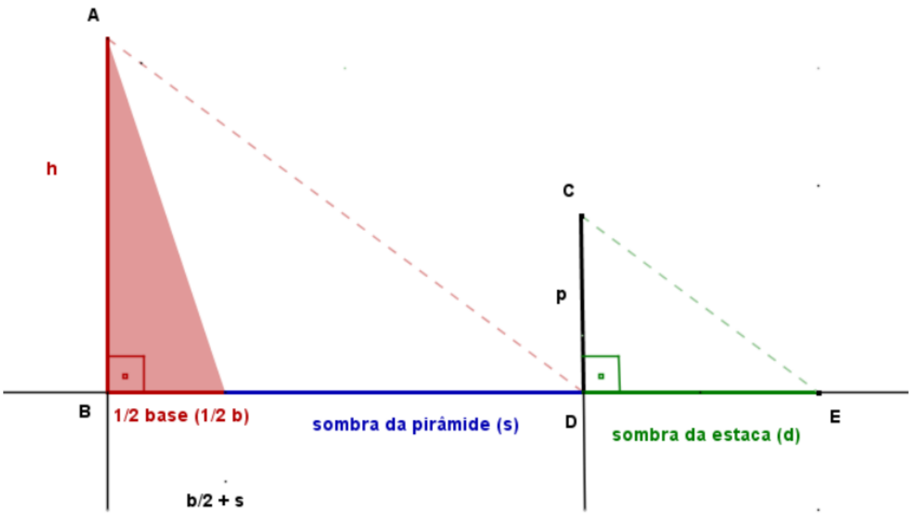


Figura 4 – Triângulos formados pela pirâmide e estaca



Segundo Iezzi et al. (2000, p. 106-107), percebendo que os triângulos retângulos ABD e CDE são semelhantes (ver Figura 1), é possível deduzir que:

$$\frac{h}{\frac{b}{2}+s} = \frac{p}{d} \text{ Portanto, temos que } h = \frac{p}{d}\left(\frac{h}{2} + s\right)$$

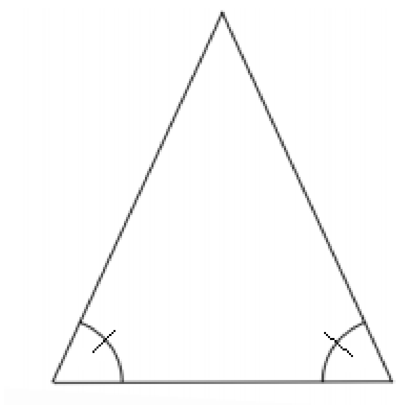
Como p (altura do bastão), d (sombra da vara), b (lado da base da pirâmide) e s (sombra da pirâmide) podem ser medidos diretamente, o valor de h (altura da pirâmide) fica determinado. O valor encontrado por Tales como altura aproximada da Grande Pirâmide foi de 140 metros.

Alguns estudiosos consideram que Tales de Mileto foi o primeiro a iniciar com a geometria no campo da demonstração. Além disso, criou a escola jônica, onde se estudava a origem do universo, questões filosóficas, onde estavam inseridas a validação das propriedades matemáticas.

Infelizmente nenhuma das obras de Tales sobreviveu, tudo o que sabemos sobre ele é através da história. Ele também é citado como responsável por conseguir calcular a distância até navios que estavam no mar, por triangulação, imagina-se que ele utilizava o raciocínio lógico, diferentemente de outros matemáticos que iniciaram seus estudos através da experimentação. De acordo com (GARBI, 2006) importantes conhecimentos geométricos são atribuídos a Tales pela história, são eles:

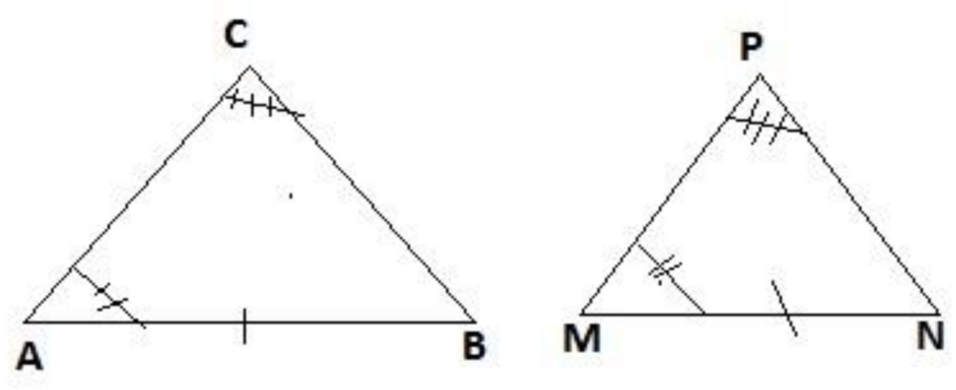
- A demonstração de que os ângulos da base de dois triângulos isósceles são iguais;

Figura 5 – Triângulo isósceles



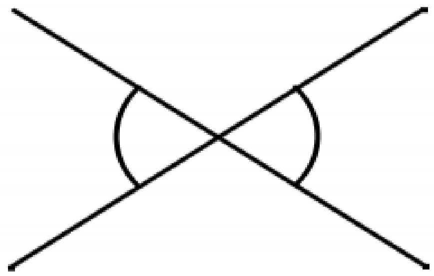
- A demonstração do seguinte teorema: se dois triângulos têm dois ângulos e um lado respectivamente iguais, então são iguais;

Figura 6 – Triângulo com dois ângulos e um lado iguais



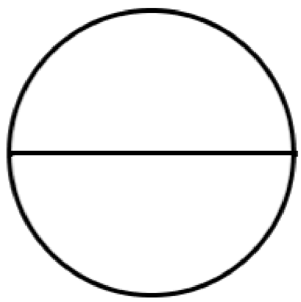
- A demonstração de que dois ângulos opostos pelo vértice são iguais;

Figura 7 – Ângulos opostos pelo vértice



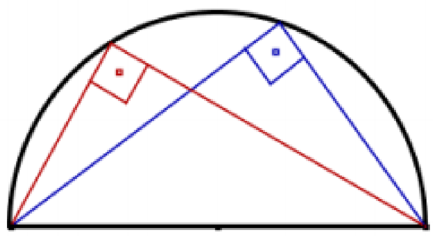
- A demonstração de que todo diâmetro divide um círculo em duas partes iguais;

Figura 8 – Diâmetro do círculo



- A demonstração de que ao unir-se qualquer ponto de uma circunferência aos extremos de um diâmetro obtém-se um triângulo retângulo.

Figura 9 – Triângulos inscritos do círculo



Assim concluímos que Tales foi uma figura imprescindível no campo da matemática, mais especificamente na geometria. Apesar do Teorema de Tales, não fazer parte das suas construções, sem as suas descobertas seria inviável, já que “uma vez que o cálculo da altura da Grande Pirâmide pressupõe o conhecimento de proporções e, portanto, tem ligações com esse teorema” (IEZZI et al., 2000, p.107).

Sabemos que a geometria é um campo específico da Matemática que requer uma certa habilidade visual para ser compreendida. Neste sentido, do ponto de vista pedagógico, utilizamos nessa pesquisa o software Geogebra que pode gerar contribuições significativas para a aprendizagem, como: a aptidão de visualizar as relações geométricas, a oportunidade de investigação e manipulação das construções e a exploração de relações e propriedades geométricas, a prova de proposições e de teoremas mesmo que de uma maneira não formal. A possibilidade de fazer com que os estudantes arquitetem e visualizem conceitos e propriedades geométricas, antes vista apenas por meio de métodos formais e completamente abstratos, promoveria a percepção de perspectiva dedutiva na geometria espacial. Entretanto, é preciso trabalhar com essa ferramenta de maneira adequada, pois introduzir na ministração de suas aulas recursos tecnológicos não é o bastante se não houver um entendimento profundo de que o aluno pode construir o seu conhecimento utilizando desses recursos.

2.2 OBJETOS DIGITAIS DE APRENDIZAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Objetos de aprendizagem (AO), é um termo que surgiu para indicar recursos digitais (vídeo, animação, simulação etc.) por isso também chamados de Objetos Digitais de Aprendizagem, os quais possibilitam que professores e alunos explorem conceitos específicos em matemática, ciências, linguagem etc. Embora não haja ainda um consenso sobre sua definição, vários autores concordam que objetos de aprendizagem devam:

1. Ser digitais, isto é, possam ser acessados através do computador, preferencialmente pela Internet;
2. Ser pequenos, ou seja, possam ser aprendidos e utilizados no tempo de uma ou duas aulas e
3. Focalizar em um objetivo de aprendizagem único, isto é, cada objeto deve ajudar os aprendizes a alcançar o objetivo especificado.

Uma coleção de objetos pode ser reunida para representar um curso ou um corpo de conhecimentos. Nos últimos anos, vários autores têm conduzido investigações sobre a utilização dos OA para a compreensão de conceitos matemáticos (CASTRO-FILHO et al., 2005; ROSCHELLE et al., 1999).

A partir daqui falaremos a respeito dos objetos de aprendizagem sob o ponto de vista educacional, com o objetivo de investigarmos e verificarmos as características tecnológicas e pedagógicas que essas ferramentas proporcionam. Na busca de apresentar as condições necessárias, para que os objetos de aprendizagem desempenhem a função de um mecanismo educacional, e que seu emprego no ambiente escolar pelo professor, possibilitará novas maneiras de ensinar e de aprender.

Para Tavares (2006) o objeto de aprendizagem é “um recurso ou ferramenta cognitiva auto consistente do processo ensino-aprendizagem, isto é não depende dos outros objetos para fazer sentido”. Para o autor, a animação interativa contribui para a compreensão de modelos abstratos já que permite a construção de sua imagem numa realidade virtual.

Neste trabalho, focaremos nos objetos digitais de aprendizagem que pode ser concebida como “qualquer recurso digital que pode ser reutilizado para suporte de ensino”. (Wiley, 2000, p.3). A ideia de objetos e de reutilização originou-se da programação orientada a objetos. Neste estudo essa noção é a que mais se aproxima, ou seja, utilizar os objetos digitais de aprendizagem como sendo um mecanismo utilizado como suporte a aprendizagem. Essas ferramentas dispõem da oportunidade de serem reutilizadas diversas vezes, em inúmeras situações de aprendizagem, e que podem ser acessíveis simultaneamente para um conjunto variado de indivíduos.

D'Ambrósio (2012, p. 74) acredita no potencial desses recursos pedagógicos dentro do ambiente da sala de aula, para ele:

> Estamos entrando na era do que se costuma chamar a "sociedade do conhecimento". A escola não se justifica pela apresentação de conhecimento obsoleto e ultrapassado e muitas vezes morto. Sobretudo ao se falar em ciência e tecnologia. Será essencial para a escola estimar a aquisição, a organização, a geração e a difusão do conhecimento vivo, integrado nos valores e nas expectativas da sociedade. Isso será impossível de atingir sem ampla utilização de tecnologia na educação. Informática e comunicações dominarão a tecnologia educativa do futuro.

A relação com essas tecnologias colabora expandindo o olhar dos educadores e presume novas perspectivas, para os educandos como também para os professores. Assim, os Objetos de Aprendizagem são recursos capazes de serem utilizados como ferramenta podendo contribuir com as suas ações pedagógicas durante a ministração das suas aulas.

Sá Filho e Machado (2003, p. 3-4) definem que os Objetos de Aprendizagem são recursos digitais que além de serem usados e reutilizados podem ainda ser combinados com outros objetos para criar uma atmosfera de aprendizado que seja fértil e flexível. [...] assim o professor pode ter autonomia de agir sobre podendo ser utilizados como método simples ou articulado com outros para desenvolver um meio de melhor orientação.

Além disso, é preciso também considerar que em relação aos objetos de aprendizagem é necessário que o professor descubra como desenvolver ou definir de acordo com as finalidades que se almeja alcançar e de sua própria noção de conhecimento e aprendizagem, diferenciando os que se funcionam mais a um trabalho direcionado para avaliar conhecimentos dos que buscam conduzir o aluno a interagir com o programa de maneira a construir conhecimento. Através dessa perspectiva, Kenski (2003, p.5) discute que "as tecnologias têm suas especificidades. É preciso aliar os objetivos de ensino com os suportes tecnológicos que melhor atendam a esses objetivos".

Assim, analisamos do ponto de vista pedagógico como um conjunto de noções que podem fazer parte nos objetos de aprendizagem para contribuir com o ensino e a aprendizagem, dando suporte a construção de conhecimento no processo educativo dos alunos e professores. O tratamento pedagógico relacionado a essa ferramenta é fortalecido ainda pelas considerações de De Bettio e Martins (2004), que entendem que os "objetos de aprendizado" são instrumentos que dão auxílio e produzem como benefício a melhora a condição do ensino.

Os “*Applets”,* outro nome que se dá aos objetos digitais de aprendizagem, são aplicativos computacionais utilizados fortemente no ensino da Matemática. Suas aplicações são centradas no desenvolvimento de objetos, que são definidos previamente. São capazes de ser projetados no *software* Geogebra sem precisão do domínio de programação. Além do mais, é um software livre, disponível no sitio http://www.geogebra.org/ para download gratuito.

Como o software Geogebra permite o desenvolvimento das *applets* de forma simples, é possível assim construir atividades que muitas vezes podem requerer um maior empenho ao serem elaboradas sem esta ferramenta. Assim, pode-se ensinar a Matemática não simplesmente como uma noção concluída, mas construir Objetos Digitais de Aprendizagem possibilita que o aluno conjecture, averigue sobre a noção proposta.

Esse entendimento está em concordância com a oferta pedagógica do *software* Geogebra desenvolvido por Markus Hohenwarter em sua tese de doutorado em 2001, pois é um instrumento dinâmico que concilia noções de Geometria, Álgebra e Cálculo, ele foi concebido para ser empregado no ensino da Matemática e, além disso, tem como objetivo cooperar para o exercício docente de uma forma inovadora, como sua finalidade é de aperfeiçoar a relação do usuário com as funções. Ele é um ótimo mecanismo que produz a construção geométrica por meio de fórmulas algébricas e oferece como benefício didático, a representação, além das propriedades geométricas e algébricas de um mesmo objeto. Por essas razões optamos nesse trabalho por construir um objeto matemático nesse software, por permitir a elaboração de representações e animações dos conceitos da semelhança de triângulos.

Portanto, o uso desse objeto proporciona ao docente construir um ambiente dinâmico de ensino, porém é preciso criar estratégias para se utilizar essas ferramentas de maneira adequada, desenvolvendo sequências didáticas, capazes de fazer com que o aluno consiga interagir de forma apropriada com as applets, investigando, experimentando e construindo conhecimentos do conceito proposto.

CAPÍTULO IV
DELINEAR METODOLÓGICO

Neste capítulo apresentaremos o caminho metodológico percorrido, inicialmente narrando os sujeitos inseridos na pesquisa, o ambiente onde será desenvolvida a pesquisa, a metodologia e os instrumentos a serem utilizados.

3.1 DESCRIÇÕES DO AMBIENTE

Como vimos na introdução desse trabalho, o lócus desta pesquisa ocorrerá no curso de Licenciatura em Educação do Campo com habilitação em Matemática, na UFRB - Universidade Federal do Recôncavo da Bahia no Centro de Ciência e Tecnologia em Energia e Sustentabilidade (CETENS), localizado na cidade de Feira de Santana – BA.

Os Centros organizam suas comunidades de docentes em áreas de conhecimento, tomando por base os grandes campos do saber presentes no conjunto dos componentes curriculares dos cursos ofertados. A área de conhecimento tem papel consultivo na estrutura administrativa do Centro, auxiliando a Diretoria nas decisões acadêmicas.

No CETENS temos as seguintes áreas:

- Ciências exatas e da terra
- Educação do campo e desenvolvimento territorial
- Engenharias
- Humanidades, letras e artes

No centro são oferecidos três cursos de graduação, são eles: Bacharelado Interdisciplinar em Energia e Sustentabilidade, Licenciatura em Educação do Campo com Habilitações em Matemática e Ciências da Natureza e Licenciatura em Pedagogia com ênfase em Educação do Campo; e dois cursos de pós graduação são eles: Especialização Trabalho, Educação e Desenvolvimento para Gestão da Educação Profissional; e Especialização Interdisciplinar em Ambiente, Tecnologia e Sustentabilidade

O curso de Licenciatura em Educação do Campo com Habilitações em Matemática e Ciências Naturais visa a formação de profissionais da educação em licenciatura em Educação do Campo no contexto do semiárido brasileiro delineado a partir das Diretrizes Operacionais para a Educação Básica do Campo (RESOLUÇÃO CNE/CEB 1, 03/04/2002) e da Política Nacional de Educação na Reforma Agrária (Decreto nº 7.352, 04/11/2010), na perspectiva de contribuir com a estratégia de desenvolvimento rural de base popular vinculados à realidade das escolas do campo capaz de possibilitar a construção de novas bases de organização do trabalho pedagógico interdisciplinar a partir das áreas do conhecimento das Ciências da Natureza e da Matemática. Considera-se aqui como escola do campo aquelas situadas na zona rural ou que atenda predominantemente a populações do campo.

O curso Licenciatura em Educação do Campo com Habilitações em Matemática e Ciências da Natureza funciona na modalidade Presencial – Pedagogia de Alternância, onde o semestre letivo é dividido em dois momentos desenvolvidos a partir dos princípios da Pedagogia da Alternância em período integral no tempo-universidade e Atividades no tempo-comunidade que são direcionadas pelos docentes do curso.

Além disso, a escolha dos discentes entre ciências da natureza e matemática são feitas no momento do processo seletivo, que se caracteriza como uma Seleção Especial com carta de intenção, prova de redação, prova escrita sobre conhecimentos gerais e específicos, pois é realizado com especificidades para alcançar o público alvo. e por conta disso não é possível ingressar com o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) como os demais cursos da universidade. O curso é dividido em oito etapas, sendo que até a quarta etapa os discentes têm aulas dos mesmos componentes curriculares e a partir da quinta etapa tem componentes específicas de natureza para os que optaram por essa escolha e o mesmo acontece com os que ingressaram para matemática.

A escolha pela universidade foi principalmente pelo acesso da pesquisadora ao local onde desenvolve suas atividades de docência. Além disso, pelo fato de ministrar a disciplina de Elementos de Geometria Plana e Espacial. A universidade também possui laboratório de informática equipadas com 20 computadores e acesso à internet e um retroprojetor digital, permitindo assim o desenvolvimento das atividades. Por conta da limitação de computadores no laboratório, a turma foi dividida na metade para realização das atividades. Assim enquanto uma parte estava em atividade no laboratório os outros estavam em sala realizando outras que não tinham vínculo direto com a pesquisa em questão.

3.2 SUJEITOS DA PESQUISA

Essa pesquisa tem como sujeitos envolvidos a própria pesquisadora, alunos do 5º período do curso de Licenciatura em Educação do Campo com Habilitação em Matemática da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB), do Centro de Ciência e Tecnologia em Energia e Sustentabilidade na cidade de Feira de Santana-BA.

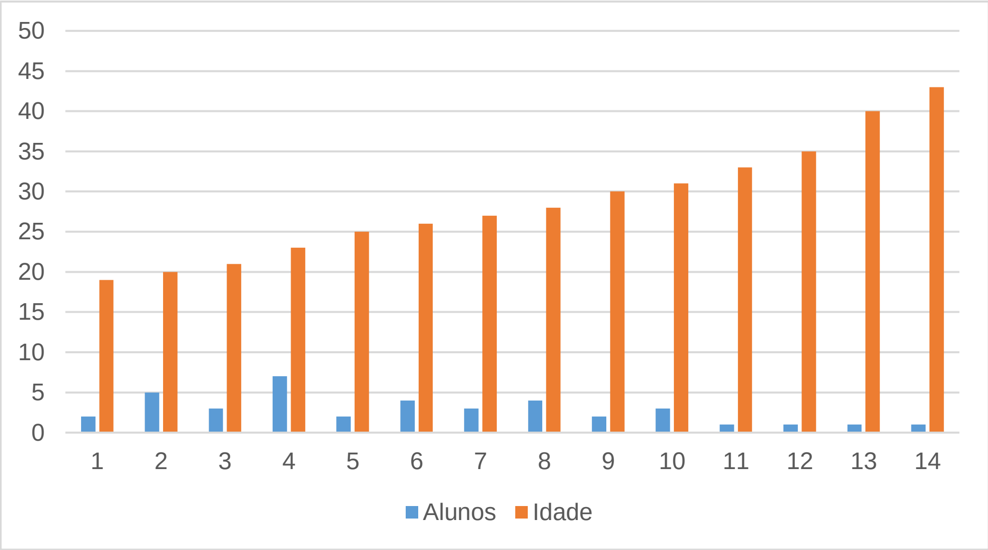
Inicialmente para conhecer o perfil dos alunos participantes desta pesquisa, foi elaborado um questionário com dezenove perguntas abertas e fechadas. Participou da investigação um total de 39 alunos. Para preservar a identidade dos sujeitos posteriormente durante as análises, foram utilizados codinomes. Assim, os participantes foram nomeados com a letra A e números: A1, A2, A3, ..., A39.

Conforme se pode observar no Apêndice A, o questionário indagava sobre idade do aluno, família, nível de escolaridade dos pais, qual meio tecnológico utilizavam para se informar, se tinham acesso a computador, condições da escola que estudaram, se tinham acesso à internet tanto em casa como na escola, o contato com os conteúdos de geometria que tiveram nas aulas de matemática, além de se estudavam com frequência esses conteúdos, se considerava importante o estudo da geometria na escola, se os conteúdos vistos na escola tinham sido suficientes e por fim se sentiam dificuldades nos componentes de geometria na universidade. O questionário era individual e foi respondido pelos 39 participantes durante a aula de Geometria Plana e Espacial.

A análise das respostas permitiu elaborar o perfil dos participantes da pesquisa. Para iniciar, foram analisados os dados relativos à idade dos participantes, visto que isso pode impactar nos resultados obtidos por eles posteriormente, como podemos ver no Gráfico 1.

O Gráfico 1 mostra a distribuição das idades dos participantes. Como se pode observar, a turma é muito mista em relação as idades tendo idades variando entre 19 e 43 anos. Essa diferença entre as idades, ou seja, de até 24 anos, pode trazer respostas completamente diferentes diante das questões propostas, por ser uma turma muito heterogênea e muitos deles terem concluído o ensino médio a bastante tempo. Vale lembrar que o primeiro componente em que eles tem contato com conteúdos de geometria durante o curso é com a disciplina de Geometria Plana e Espacial.

Gráfico 1 – Idade dos Alunos da 5ª etapa



Fonte: Dados da Pesquisa.

Com relação aos dados familiares, os resultados estão na Tabela 1. Eles demonstram que a maioria dos pais desses alunos não completaram o Ensino Médio, além disso, a maior parte deles justificaram que os pais precisavam trabalhar e também o acesso à educação nas comunidades não era fácil.

Tabela 1 – Dados relativos à família dos participantes

Sobre a família	**Quantidade**
Mora sozinho	00
Mora com uma a três pessoas	10
Mora com quatro a sete pessoas	21
Mora com oito a dez pessoas	07
Mora com mais de dez pessoas	01
Nível de escolaridade do pai	
1º ao 5º ano do Ensino Fundamental	18
6º ao 9º ano do Ensino Fundamental	16
Ensino Médio	03
Ensino Superior	00
Não sabe	02
Nível de escolaridade da mãe	
1º ao 5º ano do Ensino Fundamental	16
6º ao 9º ano do Ensino Fundamental	15
Ensino Médio	04
Ensino Superior	00
Não sabe	04

Fonte: Dados da Pesquisa.

Diante desses dados, pudemos constatar que quanto a quantidade de pessoas com que moram, mais da metade dos alunos afirmaram que moram com de quatro a sete pessoas. Em relação ao nível de escolaridade dos pais notamos que cerca de 87% dos pais não chegaram a completar o ensino fundamental, como também da 79% das mães. Lembramos que essa pesquisa não busca responder as causas disso, mas sim fazer um perfil desses alunos, visto que eles têm particularidades quanto aos demais estudantes da universidade e isso pode auxiliar na análise das questões levantadas por essa pesquisa.

Tabela 2 – Dados relativos ao acesso à tecnologias de Informação e Comunicação

Sobre a tecnologia usada para se informar	**Quantidade**
Assiste TV	30
Lê jornal	00
Lê revista	00
Ouve rádio	00
Usa Internet	09
Outra	00
Sobre Computador	
Não possui em casa	08
Possui computador sem internet	04
Possui computador com internet	27

Fonte: Dados da Pesquisa.

A Tabela 2 revela que quase a todos os participantes usava a televisão para se informar e apenas nove alunos recorrem a internet para isso. Por outro lado, se uma grande parte deles, vinte e sete alunos, possuía computador em casa, alguns desses relataram que a internet na localidade não era de boa qualidade. Podemos observar também que alguns ainda não tinham e quatro afirmaram que apesar de possuírem não tinha acesso à internet nas suas residências recorrendo a outros lugares para acessar.

Tabela 3 – Dados relativos ao acesso à escola

Condições da Escola que estudou	**Quantidade**
Ruim	14
Regular	15
Bom	10
Ótimo	00
A escola da comunidade de vocês tem acesso à internet?	
Sim	02
Não	35
Não sei	02

Fonte: Dados da Pesquisa.

Em relação ao espaço estrutural das escolas nas comunidades em que estudaram, cerca de 75% dos participantes afirmaram que as condições eram de ruim à regular. Ainda relataram quase que em sua totalidade que as escolas não possuíam acesso à internet, somente dois alunos afirmaram ter.

Os estudos da Geometria dos participantes pode ser visualizada na Tabela 4.

Tabela 4 – Dados relativos ao estudo da Geometria

Estudou Geometria na escola	**Quantidade**
Sim	34
Não	05
Estudava conteúdos de geometria com frequência?	
Sim	05
Não	29
Você acha importante o estudo da Geometria na escola?	
Sim	39
Não	00
Todos os conteúdos de geometria foram contemplados na escola?	
Sim	05
Não	29
Você acha que os conteúdos de geometria que você viu na escola foram suficientes?	
Sim	04
Não	30

Fonte: Dados da Pesquisa.

Como podemos observar na tabela, a maioria dos estudantes estudavam geometria na escola, mas vale destacar que é cinco deles afirmaram não estudar. Quando questionados se sabiam os motivos para isso, uma aluna relatou que a escola resolveu tirar da matriz os conteúdos geométricos e o primeiro contato com essas noções estava sendo dentro da universidade. Em relação a se estudavam os conteúdos geométricos com frequência nas aulas de geometria os dados são preocupantes, apesar da maioria ter dito que viam assuntos geométricos, 85% deles disseram não vê-los com frequência e todos os participantes da pesquisa consideram importante estudar conteúdos de geometria na escola.

Por fim, questionamos aos participantes sobre a dificuldade deles no componente de geometria na universidade e os dados estão na tabela 5.

Tabela 5 – Dificuldade nos componentes de geometria

Sente dificuldade hoje na universidade nos componentes de geometria	Quantidade
Sim	26
Não	13

Fonte: Dados da Pesquisa.

Como podemos observar na tabela 5, dos estudantes participantes 66% afirmaram sentir dificuldades nos componentes que possuem conteúdos de geometria. Ao questionarmos os motivos alguns dos relatos foram: “vimos na escola de uma maneira muito superficial”, “só vi o básico, área, volume...”, “o professor priorizava os conteúdos de matemática”.

Em resumo, o questionário do perfil dos participantes revelou o seguinte: grande parte apesar de terem estudado conteúdos de geometria na escola, acham que foram insuficientes e não foram contemplados todos os conteúdos resumindo-se em conteúdos mais básicos. Diante disso, alguns apontam que por esse motivo sentem dificuldades nos componentes que envolvem conceitos geométricos na universidade. Entre as dificuldades encontradas em relação a geometria plana foram citadas: ângulos, congruência, polígonos, circunferência e círculo, entre outros. Somente quatro alunos disseram se sentir completamente contemplados com o ensinamento de geometria na escola.

3.3 ASPECTOS METODOLÓGICOS

O trabalho se desenvolveu através da pesquisa participante, cuja abordagem segundo Mello (1998, p. 585) é:

> processual de articulação de um conhecer e agir contribui diretamente para resolução de problemas de interesse coletivo (Bortef, 1984; Brandão, 1984; Gajardo, 1986; Demo, 1989; Corcega, 1992; Laurell et al., 1992; Abbott et al., 1993; Hollanda, 1993; Mello, 1994, 1996; Mello et al. 1995; Cornwall & Jewkes, 1995). De caráter dialético emancipatório, essa metodologia tem como princípio fundamental uma forma de participação em que todos – pesquisadores e população – são sujeitos de um mesmo processo de exercício de cidadania objetivando transformação social. A forma de participação da comunidade foi do tipo colegiada, isto é, as pessoas da comunidade são designadas por suas entidades a juntarem-se e envolverem-se ativamente na pesquisa, em um processo mútuo de aprendizado e de controle sobre o desenvolvimento.

Esse tipo de metodologia tem como fundamento a participação onde todos envolvidos na pesquisa, ou seja, do pesquisador aos sujeitos alvos da pesquisa precisam estar presentes em todo o processo de transformação no decorrer do projeto, nesse caso específico, de todo o processo de construção do conhecimento.

Utilizaremos nesta pesquisa além da pesquisa participante as perspectivas metodológicas da *Engenharia Didática,* fundamentada na Teoria das Situações Didáticas (TSD) descrita por Artigue (1996, p. 193) aliada como método para a análise de situações didáticas, a Engenharia Didática foi arquitetada como um trabalho didático de modo semelhante ao:

> [...] ofício do engenheiro que, para realizar um projeto preciso, se apóia sobre conhecimentos científicos de seu domínio, aceita submeter-se a um controle de tipo científico mas, ao mesmo tempo, se vê obrigado a trabalhar sobre objetos bem mais complexos que os objetos depurados na ciência e, portanto, a enfrentar [...] problemas que a ciência não quer ou não pode levar em conta.

Segundo a autora essa metodologia é um processo baseado na experiência que tem o objetivo de projetar, desempenhar, observar e analisar as situações didáticas. Assim, podemos dizer que a Engenharia didática é uma forma de organização dos procedimentos metodológicos de uma pesquisa em didática da matemática que considera a dimensão teórica como também a experimental. Trata-se de um instrumento de pesquisa e ensino ao mesmo tempo. Deste modo, a Engenharia Didática se configura por sugerir:

> [...] uma seqüência de aula(s) concebida(s), organizada(s) e articulada(s) no tempo, de forma constante, por um professor-engenheiro para realizar um projeto de aprendizagem para certa população de alunos. No decurso das trocas entre professor e alunos, o projeto evolui sob as reações dos alunos e em função das escolhas e decisões do professor (MACHADO, 2002, p. 198, apud DOUADY, 1993, p. 2).

As atividades propostas no ambiente da sala de aula precisam ser pensadas como uma situação de aprendizagem. O que requer do professor que ele quase não intervenha na situação, incentive a ação da investigação das soluções pelos alunos e, sobretudo, que os estimule a fazerem uso dos conhecimentos prévios como ferramenta. A Engenharia Didática compõe-se de quatro fases, são elas: análises preliminares, construção das sequências didáticas e o que o autor chama de análise a *priori* e pôr fim a validação das atividades realizadas com a análise *posteriori*.

As análises preliminares se apoiam no referencial teórico didático geral e sobre os conhecimentos adquiridos a respeito do assunto em questão, analisa como se encaminha esses conhecimentos nos alunos, dificuldades e obstáculos. A análise a *Priori* se caracteriza por determinar como as escolhas realizadas permitem controlar os comportamentos do aluno, ou seja, o comportamento esperado do aluno durante o experimento. A experimentação é o momento do contato do pesquisador com os alunos, da coleta dos dados e registros. A análise a *Posteriori* baseia-se nos dados obtidos na experimentação, comparando com a análise a *priori* para verificar se os comportamentos e resultados ocorreram como previsto.

Deste modo, a Engenharia Didática foi um instrumento apropriado a este estudo, pois em cada uma das etapas por ela determinada, respondemos aos questionamentos que, gradativamente, foi atendendo as outras questões da pesquisa. Assim, na primeira etapa nos debruçamos sobre os seguintes questionamentos: Qual é mesmo a questão da pesquisa? Quais as formas possíveis para respondê-la? Qual o programa de semelhança de triângulos será ministrado? Qual a metodologia de ensino mais adequada para que consigamos observar o entendimento do aluno?

Na segunda etapa, foi feita a preparação para intervenção em sala de aula. Assim, realizamos a construção da sequência didática, nas quais se apoiaram nas aulas de Geometria Plana e Espacial e fizemos a análise *a priori* onde levantamos as nossas hipóteses, ou seja, buscamos prever possíveis resultados as questões como: o que podemos esperar que surja durante as aulas? Que tipo de dificuldade os alunos apresentarão? Como podemos nos preparar para elas?

Na terceira etapa foi desenvolvida a aplicação da sequência didática nas aulas de Geometria Plana e Espacial e as anotações de cada uma das situações didáticas que foram apresentadas durante as aulas, sendo organizado um relatório, após cada uma das aulas, sendo organizado um relatório após cada uma das aulas.

A quarta etapa, tendo em mãos as anotações de aula e relatórios, respondemos às perguntas: O que foi possível observar durante as aulas? Quais questões relevantes foram observadas? Como elas se relacionam com a pesquisa? Enfim, quais foram as dificuldades enfrentadas pelos alunos nos tópicos de semelhança de triângulos ensinados? Neste momento, fizemos a validação dos resultados confrontando os dados obtidos pela análise *a priori* e *a posteriori*, como também verificamos as hipóteses feitas no início da pesquisa.

3.4 INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

Brandão e Steck (2006, p. 12), definem os instrumentos de coleta de dados numa pesquisa como um “repertório múltiplo e diferenciado de experiências de criação coletiva de conhecimentos destinados a superar a oposição sujeito/objeto no interior de processos que geram saberes e na sequência de ações que aspiram gerar transformações".

Assim, compreendemos a importância de empregar diversos instrumentos para coletar e obter os dados desta pesquisa. Foram utilizados inicialmente questionários e entrevistas nos encontros, com os alunos, para levantar informações prévias essenciais à construção dos objetos digitais de aprendizagem.

Nesta pesquisa utilizou-se de questionários e entrevistas como instrumentos de coleta de dados, por permitir inicialmente o diagnóstico e posteriormente a análise das questões levantadas e das sequências.

CAPÍTULO V
O EXPERIMENTO

Neste capítulo apresentaremos as sequências que serão trabalhadas durante o experimento e posteriormente analisadas.

4.1 DISCUSSÃO E ANÁLISE DAS OBSERVAÇÕES DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

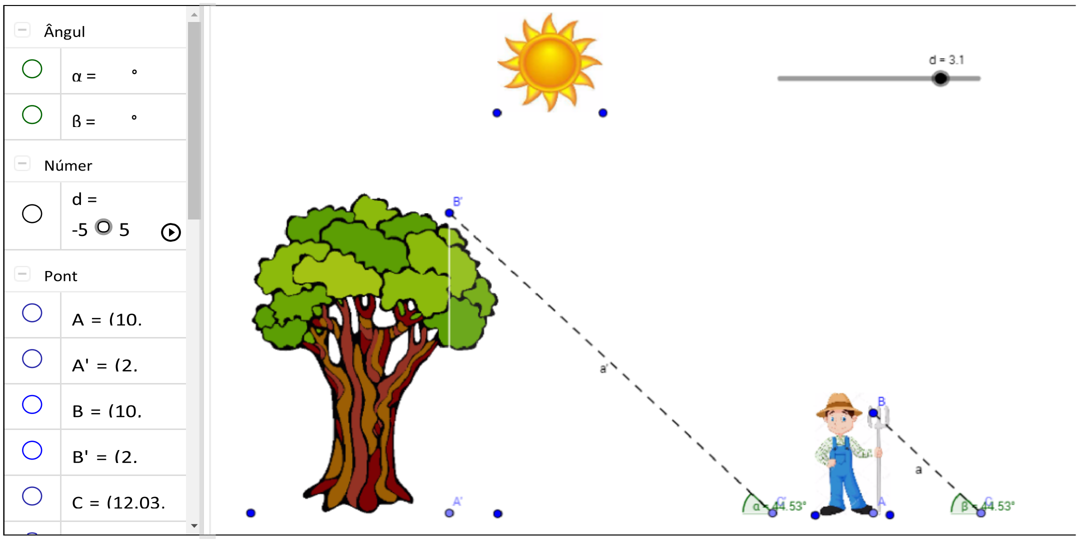
Após recolhimento dos dados foram necessárias a discussão e a análise dos dados obtidos durante as aulas, que foram divididas em quatro sequências. Apresentaremos assim, cada uma delas e posteriormente a análise dos resultados dos alunos.

4.1.1 SEQUÊNCIA 1

Situação 1. - GeoGebra

Situação 1.

Seu José estava andando pela sua roça, quando avistou uma árvore tinha crescido bastante, um pouco mais do que as demais da sua roça, e ficou na curiosidade de saber a que altura estava sua árvore conforme a figura:



1. Alterando o valor da barra de rolagem localizado no canto superior a esquerda o que acontece? O que você observou?

2. Quais são as características identificadas?

3. Você consegue identificar alguma figura geométrica diante dessa situação? Se sim, qual?

4. Essas figuras possuem características em comum? Se sim, qual?

5. Você vê relações com conteúdos vistos anteriormente? Se sim, quais?

6. Seria possível determinar a altura da árvore sem sair do chão? Justifique?

7. Sabendo que a altura do homem é de 1,8m e sua sombra é de 2m, e ele mediu a sombra da árvore e verificou que está medindo 5m, será que poderíamos achar a altura da árvore? é possível? Como?

– Midiele Dantas

https://www.geogebra.org/m/DzupeWtA

4.1.1.1 Análise *a Priori*

Esta Atividade da *situação 1* foi desenvolvida com o objetivo de que os alunos explicassem como seria possível encontrar o valor para altura da árvore diante do fenômeno proposto pela atividade, identificando assim elementos de semelhança entre os triângulos formados pela árvore e homem, e suas respectivas sombras, através do posição do sol em relação a eles.

A partir daí, identificassem que tanto o homem quanto a árvore estavam na mesma posição vertical em relação ao solo, e quando a posição do sol variava, a sombra de ambos também variava na mesma proporção, formando dois segmentos de reta consecutivos. Para perceber esse fenômeno foi orientado que eles alterassem o valor na barra de rolagem localizado no canto superior esquerdo com o parâmetro *d*, e observassem o que ocorria. Esperávamos assim que os participantes fossem capazes de responder as questões propostas.

Na questão 1, os participantes deveriam responder que perceberam que os itens identificados no fenômeno eram verificadas independentemente da posição do sol algumas características em comum eram formadas entre os triângulos formados pela árvore e homem em relação ao solo. Esperávamos que através do manuseio da barra de rolagem e dos movimentos apresentados pelas figuras isso fosse possível.

A questão 2 indagava sobre quais eram essas características por eles identificadas, com ela esperávamos que os alunos percebessem que existiam elementos semelhantes entre os triângulos, tanto os ângulos formados entre árvore e solo, homem e solo eram perpendiculares quanto que os ângulos dos triângulos formados pela sombra também eram congruentes, ou seja, todos os ângulos internos dos dois triângulos eram iguais e além disso, que os lados dos triângulos formados eram paralelos.

Acreditávamos que através dos conhecimentos prévios por eles adquiridos, fossem capazes de identificar esses fatores já que tínhamos trabalhado no componente com retas, segmento de retas, ângulos formados entre retas, triângulos, soma dos ângulos internos do triângulo.

Na questão 3, a resposta que se desejava que os alunos respondessem era que sim, eles conseguiam visualizar uma figura geométrica formada e que era o triângulo além disso, que dissessem que os triângulos eram retângulos.. Para isso, eles recorreriam a lembrança do conteúdo de triângulos.

Na questão 4, deveriam responder que sim, que as figuras tinham características em comum, no caso o triângulo. Identificando que seriam os ângulos, e os lados paralelos.

Para essa resposta, era preciso que os participantes recordassem dos conteúdos relativos a ângulos, triângulos e soma dos ângulos internos de um triângulo, lembrando que os ângulos somados de um triângulo qualquer sempre é 180º, ou seja, Si = 180º.

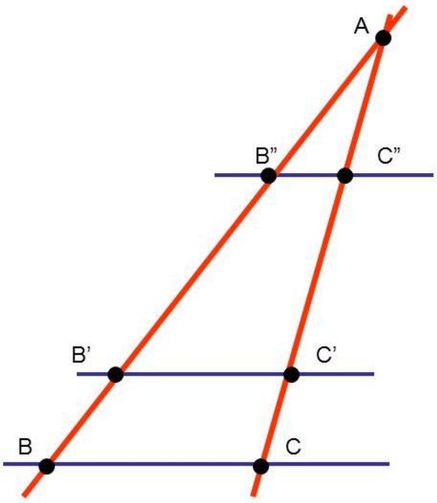
A questão 5 indaga sobre a relação com conteúdos anteriores, assim o que se esperava para resposta era quem eles conseguissem identificar sim. Pois, no componente de Geometria Plana e Espacial já tinham sido vistos segmentos de retas, ângulos, perpendicularismo, paralelelismo, triângulos, soma interna de triângulos, teorema de tales.

Na questão 6, presumimos que os alunos responderiam que era sim possível determinar a altura da árvore na posição que ele se encontrava e além disso, justificassem que porque os triângulos eram semelhantes e possuíam os seus lados paralelos e recordassem do teorema de tales, que diz que trata da relação de paralelas cortadas por transversais como na figura representada abaixo:

Figura 10 – Retas paralelas cortadas por duas transversais

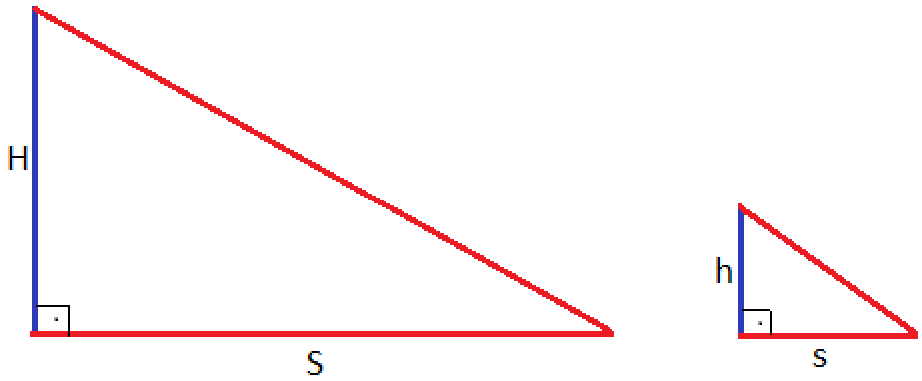
$$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = r$$

$$\frac{AB''}{AB} = \frac{AC''}{AC} = \frac{B''C''}{BC} = r'$$



No nosso caso específico o desenho dos triângulos ficaria semelhantes a esse:

Figura 11 – Triângulos retângulos



Onde,

H = altura da árvore;

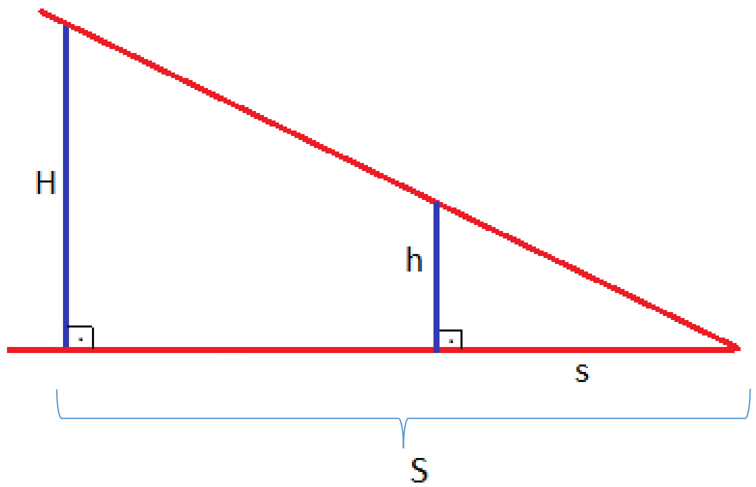
S = sombra da árvore;

h = altura do homem;

s = sombra do homem.

Assim, os alunos poderiam perceber a associação ao Teorema de Tales, e, portanto poderiam construir o desenho da seguinte forma, semelhante aos problemas envolvendo teorema de tales:

Figura 12 – Transposição do triângulo menor



Já na questão 7, os alunos deveriam responder que poderiam sim encontrar a altura da árvore através das informações da altura do homem e medida das sombras tanto da árvore quanto do homem dadas na questão, e que era possível através do teorema de Tales e por fim resolver os cálculos pertinentes para isso e concluir a resposta.

Entendemos que a atividade proposta pela *situação 1* permite ao estudante passar pelas etapas proposta na Teoria das situações didáticas, a ação, formulação e validação. Nesta atividade, a fase de Ação em todas as questões acontece com o auxílio da ferramenta computacional. Vale mencionar que nesta atividade utilizamos também a rede de internet, já que as sequências e situação formuladas estavam disponíveis e salvas na versão *online*, assim mandei o link para o e-mail da turma para facilitar o trabalho, já que os computadores não tinham o software Geogebra instalado, utilizamos a versão *online*, pois considerei que seria o mais viável para a dinâmica da atividade.

Nas questões 1 e 2 especificamente a ação se constitui através do manuseio com a applet desenvolvida. A situação apresentada possibilita que o aluno reflita e interaja sobre as variáveis e elementos do problema por meio da alteração da posição do sol e das sombras formadas.

Depois do momento de interação com o software, o aluno passa a fazer conjecturas, formulando hipóteses possíveis para a sua formulação que poderá ser ou não validada posteriormente. Assim, no momento da validação o emissor, ou seja, o aluno empenha-se em validar seu modelo enquanto que o interlocutor que é o professor poderá aceitar ou não o modelo por ele apresentado, podendo o aluno voltar a fase de formulação revendo seu modelo para que se torne satisfatório para o problema.

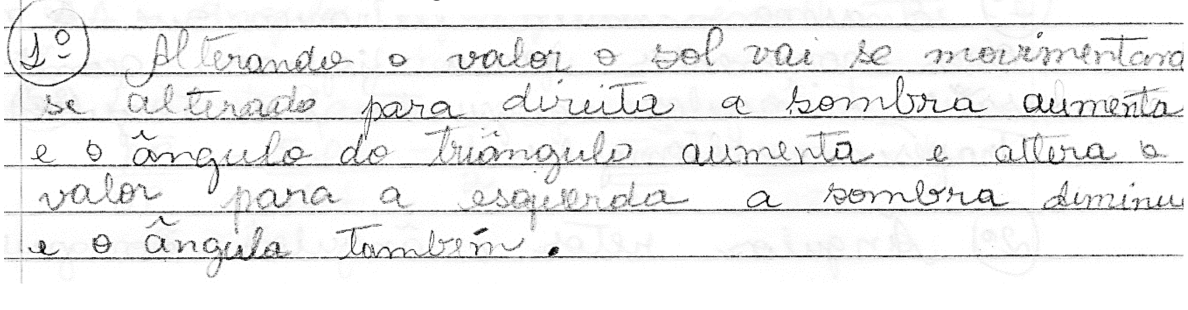
4.1.1.2 Análise *a Posteriori*

Todos alunos desenvolveram essa atividade proposta. Notou-se que alguns deles tiveram um pouco mais de facilidade que outros. Para nossa análise, separaremos a discussão por questão desenvolvida na atividade, lembrando que os alunos aqui foram denominados A1, A2, A3, ..., A39.

Questão 1. Alterando o valor da barra de rolagem localizado no canto superior a esquerda o que acontece? O que você observou?

O aluno A37 respondeu que:

Figura 13: Aluno 37


1º) Alterando o valor o sol vai se movimentando se alterado para direita a sombra aumenta e o ângulo do triângulo aumenta e altera o valor para a esquerda a sombra diminui e o ângulo também.

Os alunos A9, A3 disseram somente que os valores modificaram conforme a posição do sol sem mencionar como era que isso acontecia. Conforme as figuras abaixo:

Figura 14: Aluno 9

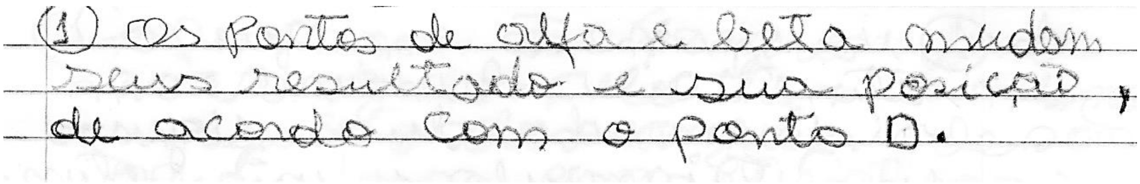
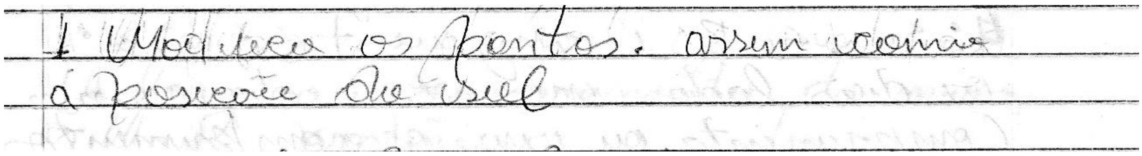
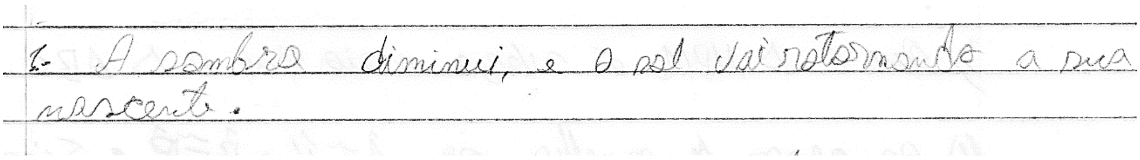

(1) Os pontos de alfa e beta mudam seus resultado e sua posição, de acordo com o ponto D.

Figura 15: Aluno 3


1 Modifica os pontos. assim como a posição do sol

Já o aluno A38, foi o único que não relatou sobre a alteração dos valores dos ângulos e suas modificações disse que observou que mostrava os valores e as sombras de forma triangular, mas não falou da alteração de valores. Porém o aluno A1 respondeu dizendo:

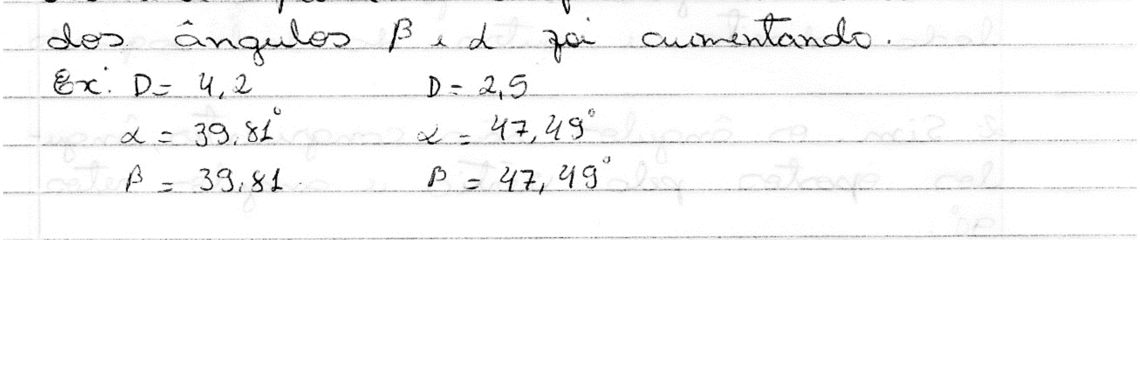
Figura 16: Aluno 1


1- A sombra diminui, e o sol vai retornando a sua nascente.

Observamos assim que ele não notou outras características além dessas.

O aluno A18 foi o que deu a resposta mais completa de acordo com a nossa análise *a priori*, ele disse observar nesse momento que os ângulos dos triângulos α e β eram congruentes. disse perceber que a medida que a barra era sendo rolada para a esquerda, os valores dos ângulos α *e* β iria aumentando e de acordo com a figura abaixo:

Figura 17: Aluno 18


1º A medida que a barra foi sendo rolada para a esquerda os valores dos ângulos β e α foi aumentando.

Ex: D= 4,2 D= 2,5

$\alpha = 39,81°$ $\alpha = 47,49°$

$\beta = 39,81$ $\beta = 47,49°$

Percebemos que esse aluno desenvolveu mais sua fase de formulação de conjecturas, utilizando inclusive ferramentas externas buscando a validação das suas formulações. Nota-se que só depois de ele ter conjecturado bem, realizando ações com a Applet no Geogebra, ele validou seu modelo. Esta atitude demonstrou o domínio do aluno A18 sobre as ferramentas externas e além disso, demonstrou o seu caráter investigativo.

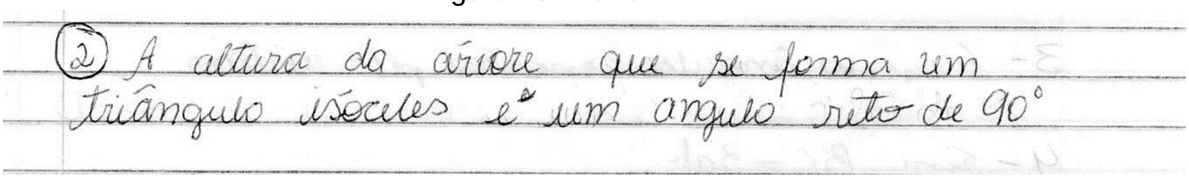
Questão 2. Quais são as características identificadas?

Nesta questão, esperávamos que os alunos percebessem que existiam elementos semelhantes entre os triângulos, tanto os ângulos formados entre árvore e solo, homem e solo eram perpendiculares quanto que os ângulos dos triângulos formados pela sombra também eram congruentes, ou seja, todos os ângulos internos dos dois triângulos eram iguais e além disso, que os lados dos triângulos formados eram paralelos.

Acreditávamos que através dos conhecimentos prévios por eles adquiridos, fossem capazes de identificar esses fatores já que tínhamos trabalhado no componente

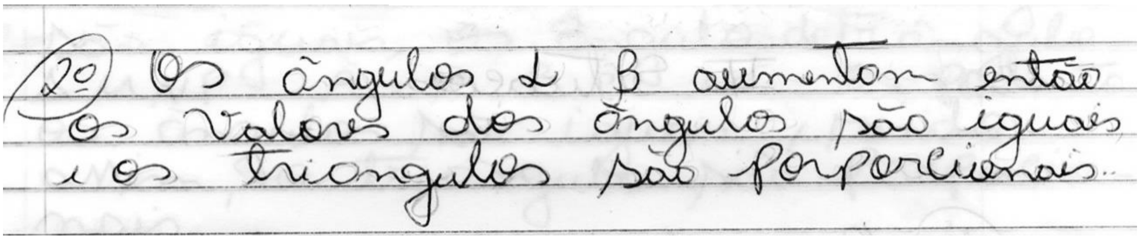
Percebemos que o conjunto de respostas seguiu praticamente o mesmo padrão da questão 1, porém alguns alunos notaram outros elementos como o aluno A11 que disse:

Figura 18: Aluno 11


2 A altura da árvore que se forma um triângulo isósceles e um angulo reto de 90°

O aluno A23 relatou que:

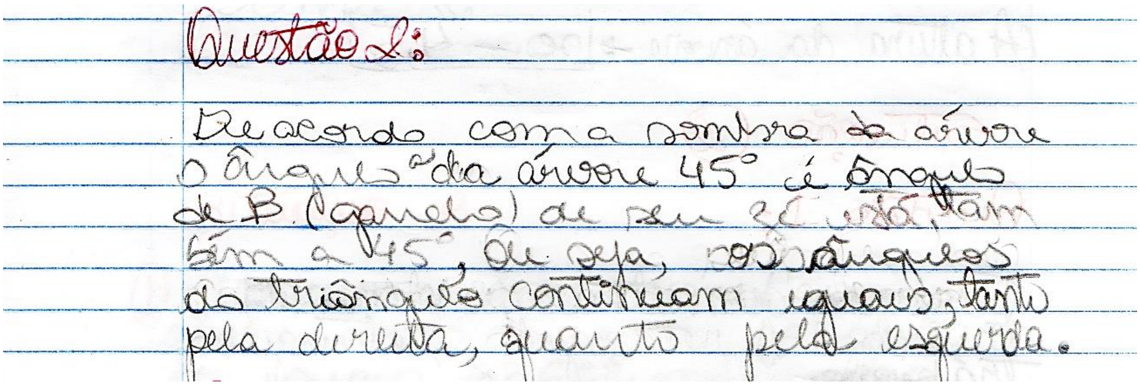
Figura 19: Aluno 23


2º Os ângulos α β aumentam então os valores dos ângulos são iguais e os triângulos são porporcionais.

Este aluno já conseguiu ir mais além identificando a proporcionalidade entre os triângulos.

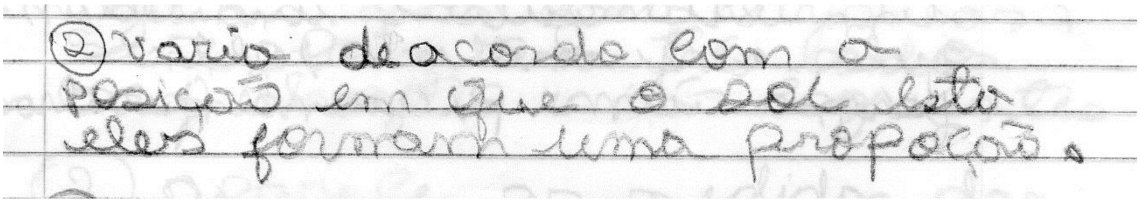
Como na análise *a priori* esperávamos que os alunos notassem que existiam elementos semelhantes entre os triângulos, tanto os ângulos formados entre árvore e homem com o solo eram perpendiculares quanto que os ângulos também que os demais ângulos eram congruentes. O aluno A5 disse que:

Figura 20: Aluno 5



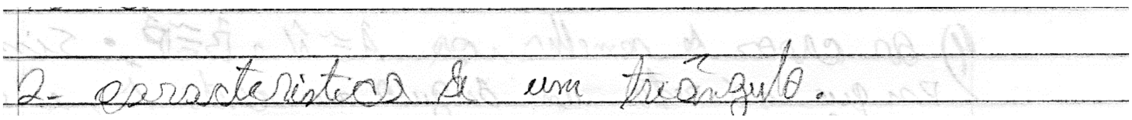
O aluno A9 percebeu que os triângulos variavam de acordo com a posição do sol e que eles formavam uma proporção.

Figura 21: Aluno 9



Somente o aluno A1 apresentou dificuldades novamente sendo bem sucinto em suas palavras dizendo apenas:

Figura 22: Aluno 1



Ele escreveu somente: “características de um triângulo”, não descrevendo as variáveis e não apresentou as peculiaridades desses triângulos. Notamos que durantes as conjecturas das questões 1 e 2 o aluno A1 apresentou certa resistência para compor sua formulação oral de forma compreensiva, diante disso não identificamos se ele tem realmente dificuldades de perceber as variáveis proposta na applet e validar sua formulação ou apenas decidiu ir para a próxima questão.

Percebemos que alguns alunos sentiram dificuldade em expressar seu pensamento por meio da linguagem matemática, como o aluno 5 por exemplo, Segundo Viali e Silva (2007), “A linguagem matemática é construída e precisa da língua materna nessa construção”. Para os autores a matemática quando caracterizada pelo rigor de sua linguagem própria é isolada num mundo à parte. Eles ainda consideram que este rigor é parte da linguagem, o que não quer dizer que seja o mesmo que dificuldade. O rigor com a linguagem materna e matemática torna-se necessário para não desenvolver conceitos errados ou não induzir o aluno ao erro ou à falta de entendimento de alguma questão. As duas linguagens precisam ser claras para que o encadeamento seja perfeito e permita a análise completa do problema. (VIALI; SILVA, 2007)

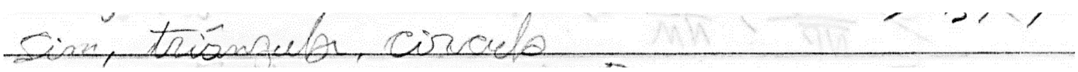
Compreendo que essa é uma questão que leva a uma discussão muito mais ampla, porém o objetivo desse trabalho não é se aprofundar nessa questão.

Questão 3. Você consegue identificar alguma figura geométrica diante dessa situação? Se sim, qual?

Nesta questão, a resposta que se desejava que os alunos respondessem era que sim, eles conseguiam visualizar uma figura geométrica formada e que era os triângulos retângulos.. Para isso, eles recorreriam a lembrança do conteúdo de triângulos.

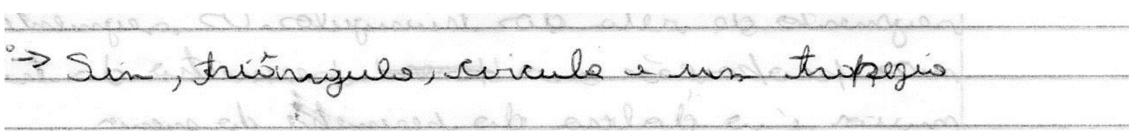
Todos os alunos responderam triângulos, mas alguns não disseram que eram triângulos retângulos. Porém, cinco alunos A1, A17, A24 e A31 identificaram figuras que não esperávamos eles responder. Os alunos A1 e A31 visualizaram as mesmas figuras, o A1 respondeu:

Figura 23: Aluno 1


Sim, triângulo, circulo

Já o aluno A17 disse:

Figura 24: Aluno 17


→ Sim, triângulo, circulo e um trapezio

Ele identificou: “Triângulo, círculo e um trapézio”, o A24 também identificou essas figuras no aluno A17. Neste caso nos surpreendemos e acredito que eles tenham levado em consideração o sol e visualizou um círculo e o trapézio não consegui identificar com esses dois alunos conseguiram visualizar essas figuras.

Questão 4. Essas figuras possuem características em comum? Se sim, qual?

Os alunos deveriam responder que sim, que as figuras tinham características em comum, no caso o triângulo. Identificando que seriam os ângulos, e os lados paralelos.

Quase todos os alunos mencionaram os ângulos congruentes, exceto por dois, o A4 e A5 que mencionaram somente que os dois triângulos eram retângulos. Porém oito alunos disseram também que os triângulos eram proporcionais. A resposta mais completa foi a do aluno A4 que disse: “A soma dos ângulos internos é igual a 180º, a soma dos ângulos externos é 360º, os triângulos são proporcionais pois os seus ângulos possuem valores iguais.” Percebemos que esse aluno conseguiu conjecturar e validar suas hipóteses.

Questão 5. Você vê relações com conteúdos vistos anteriormente? Se sim, quais?

Esperávamos que eles conseguissem identificar, pois no componente de Geometria Plana e Espacial já tinham sido vistos segmentos de retas, ângulos, perpendicularismo, paralelelismo, triângulos, soma interna de triângulos, teorema de tales. As respostas dos alunos seguiram um padrão parecido, respondendo ângulos, triângulos, porém alguns alunos como os alunos A1 e A4 foram além como demonstra a tabela abaixo:

Tabela 6 – Respostas da 5º Questão

Aluno	Resposta dada a Questão 5
A12	Ângulos, triângulos
A21	Ângulos, triângulos, congruência
A30	Soma interna de triângulos e triângulos
A1	Triângulos, círculo, ângulos
A4	Ângulos internos e externos, triângulos, proporcionalidade

Fonte: Dados da Pesquisa.

No conjunto de resposta disposta no quadro, percebemos que todos os alunos mencionaram triângulos e ângulos, porém alguns deles como o aluno A4 foram mais além e identificou proporcionalidade assim como na questão anterior, todos que tinham se reportado a proporcionalidade na última também apontaram nessa questão.

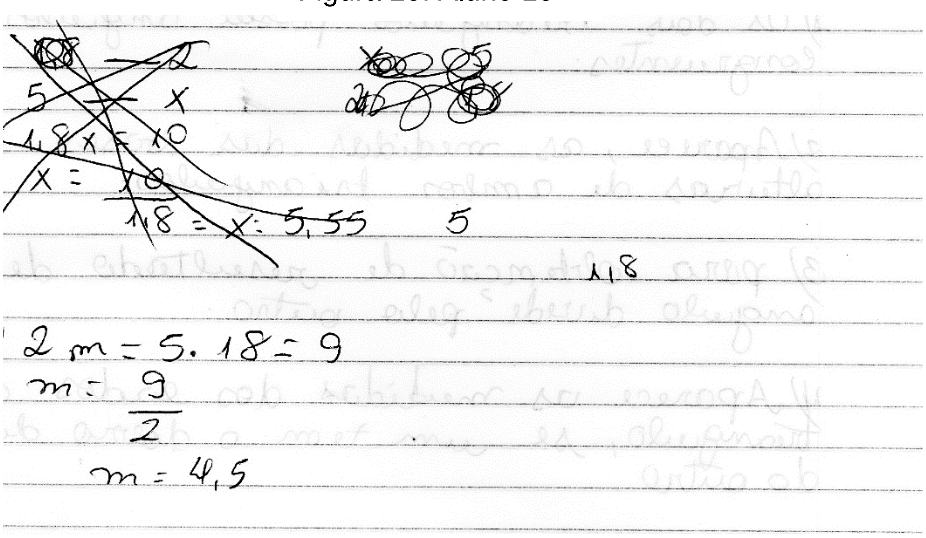
Notamos que nenhuma das respostas dos alunos apontaram perpendicularidade, porém na resposta da questão anterior muitos deles indicaram que os triângulos tinham seus ângulos congruentes sendo um deles um ângulo reto, ou seja, medindo 90º que era formado pela árvore com o solo e pelo homem com o solo que é o conceito de perpendicularidade. Acredito que mencionando ângulos, eles estavam incluindo o conceito de perpendicularidade também.

Questão 6. Seria possível determinar a altura da árvore sem sair do chão? Justifique?

Nesta questão tínhamos presumido que os alunos responderiam que era sim possível determinar a altura da árvore na posição que ele se encontrava e além disso, justificassem que porque os triângulos eram semelhantes e possuíam os seus lados paralelos e recordassem dos conhecimentos sobre teorema de tales para resolver.

Os cálculos esperados para essa questão foram respondidos por 36 dos 39 alunos, eles responderam da mesma forma que previmos na análise a *priori*. Porém dois desses os alunos A15 e o A39 se atrapalharam um pouco na montagem da proporção e depois passaram um traço na resolução errada e fizeram novamente, o A15 resolveu da seguinte forma:

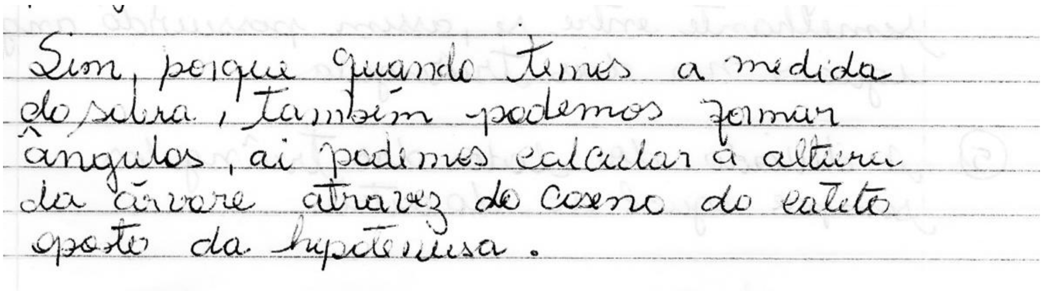
Figura 25: Aluno 15



Percebemos que inicialmente o aluno resolveu de forma incorreta, porém depois ele conseguiu responder da forma correta conseguindo assim validar o seu modelo como prevíamos. Somente o aluno A2 fez exatamente dessa mesma forma e não corrigiu a sua resolução, acreditando estar correto quanto a ela. Já os alunos

A21 e A22 não conseguiram fazer os devidos cálculos, mas afirmaram que era possível sim encontrar. O A22 justificou dizendo:

Figura 26: Aluno 22


Sim, porque quando temos a medida do sobra, também podemos formar ângulos, ai podemos calcular à altura da árvore atravez do coseno do cateto oposto da hipotenusa.

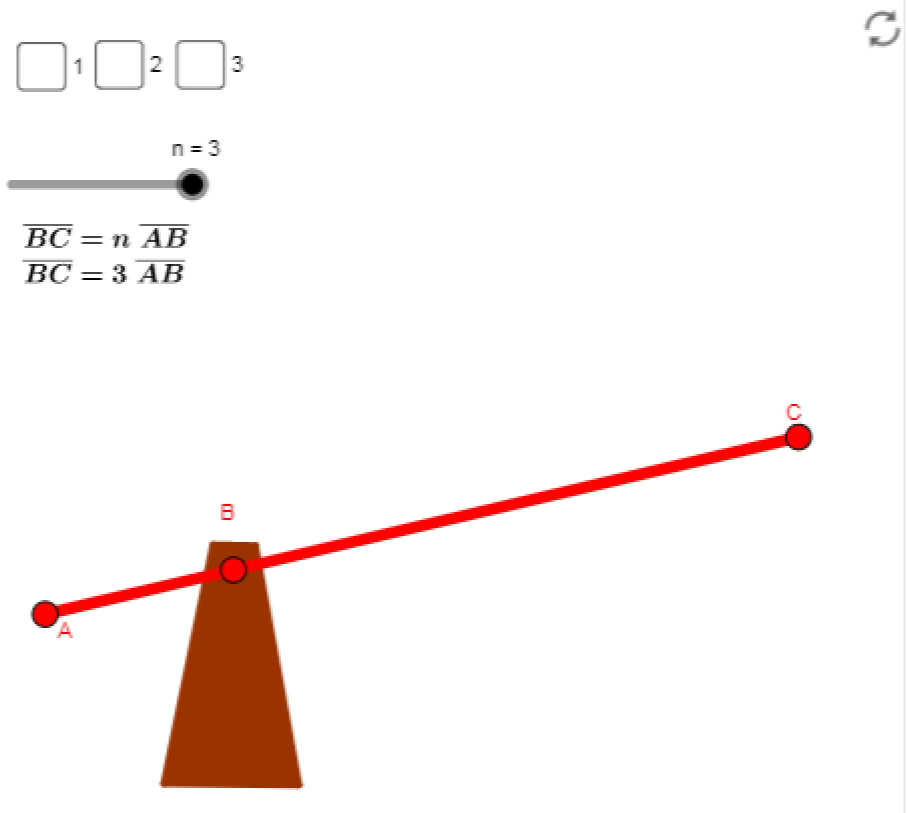
Essa seria uma forma possível de encontrar, porém a questão não possuía informações suficientes para calcular dessa forma e acredito que por esse motivo eles não fizeram os cálculos e somente justificaram.

4.1.2 SEQUÊNCIA 2

Situação 2 - GeoGebra

Situação 2.

Seu José resolveu construir uma cancela de madeira para o seu sítio para colocar no lugar da cerca, pois ainda não tinha portão. Como na figura a seguir:



1. O que você pode observar? Quais figuras se formam?
2. Você percebe características em comum entre essas figuras? Se sim, quais?
3. Você vê relações com conteúdos vistos anteriormente? Se sim, quais?
4. Sabendo que BC=3AB seria possível encontrar o valor do comprimento em m da comporta em m de seu José? Como?

– Luiz Geraldo da Silva, Midiele Dantas https://www.geogebra.org/m/FVg2Z9Ns1/1

4.1.2.1 Análise *a Priori*

O objetivo desta atividade era que os alunos pudessem perceber que triângulos poderiam ser traçados através do movimento da cancela que é automático, além disso, identificando que esses triângulos também possuíam características em comum, e, portanto, constatando que também que eram semelhantes como na primeira situação.

Para isso, a applet tinha no canto superior esquerdo três quadros numerados que ao selecionar cada um apresentava um elemento que daria auxílio para reflexão, compreensão e posteriormente a resolução da questão. Nas imagens a seguir segue o que acontece quando o aluno manuseia, selecionando os quadros:

Figura 27 – Variação das alturas dos triângulos

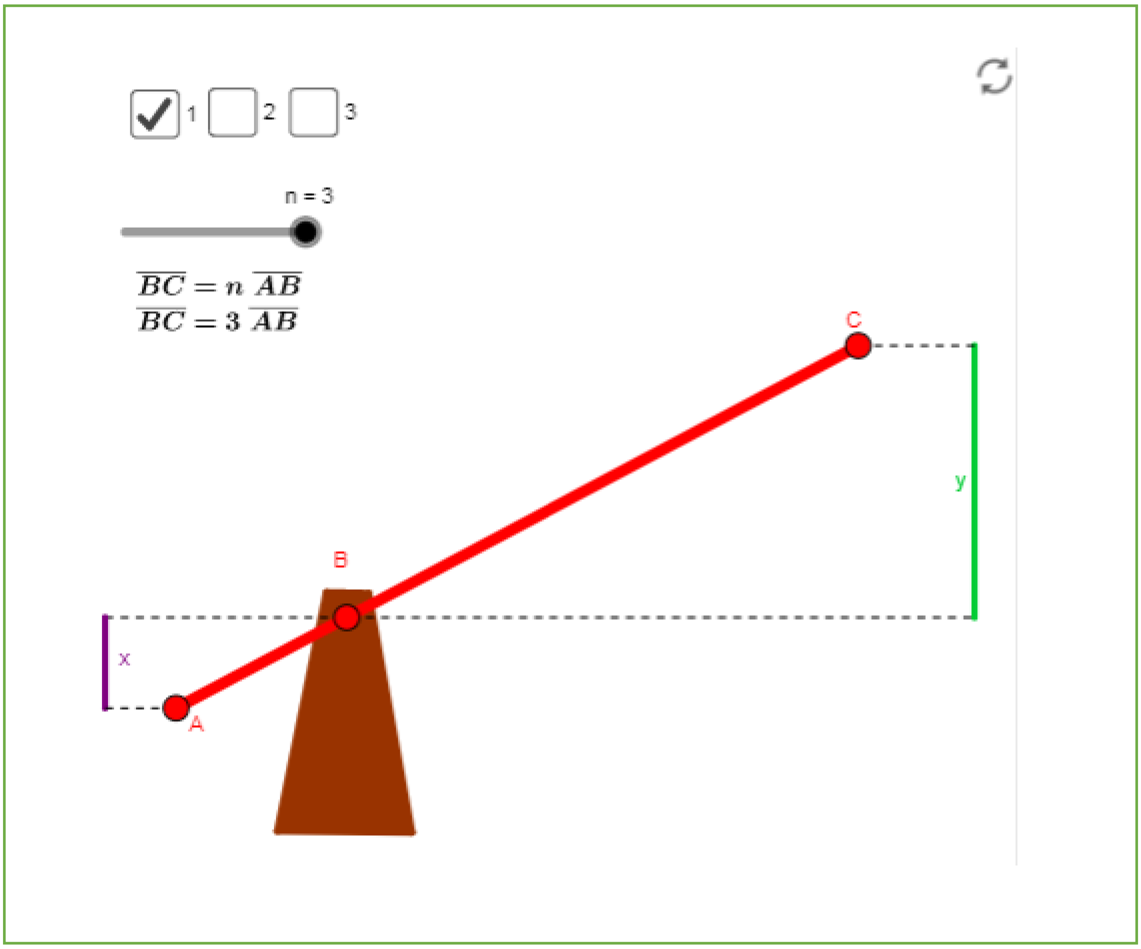


Figura 28 – Variação de altura dos triângulos e seus ângulos

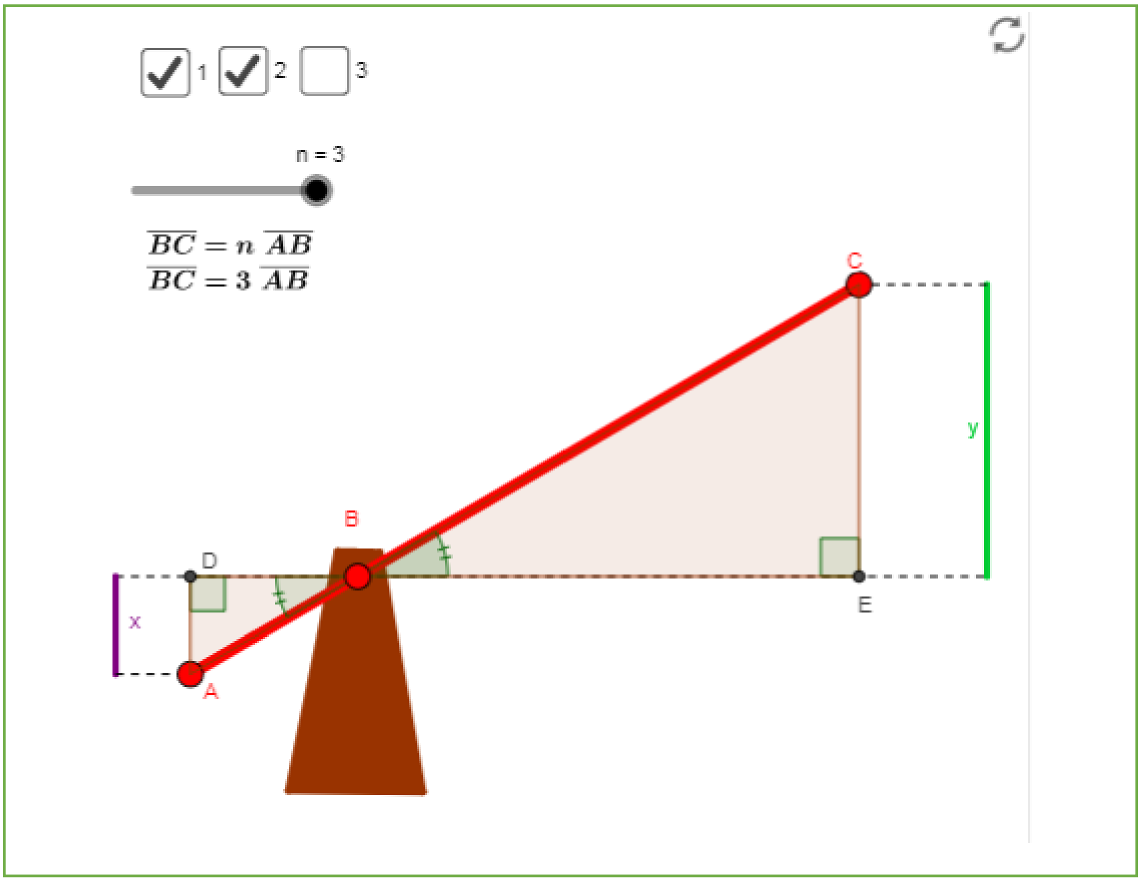
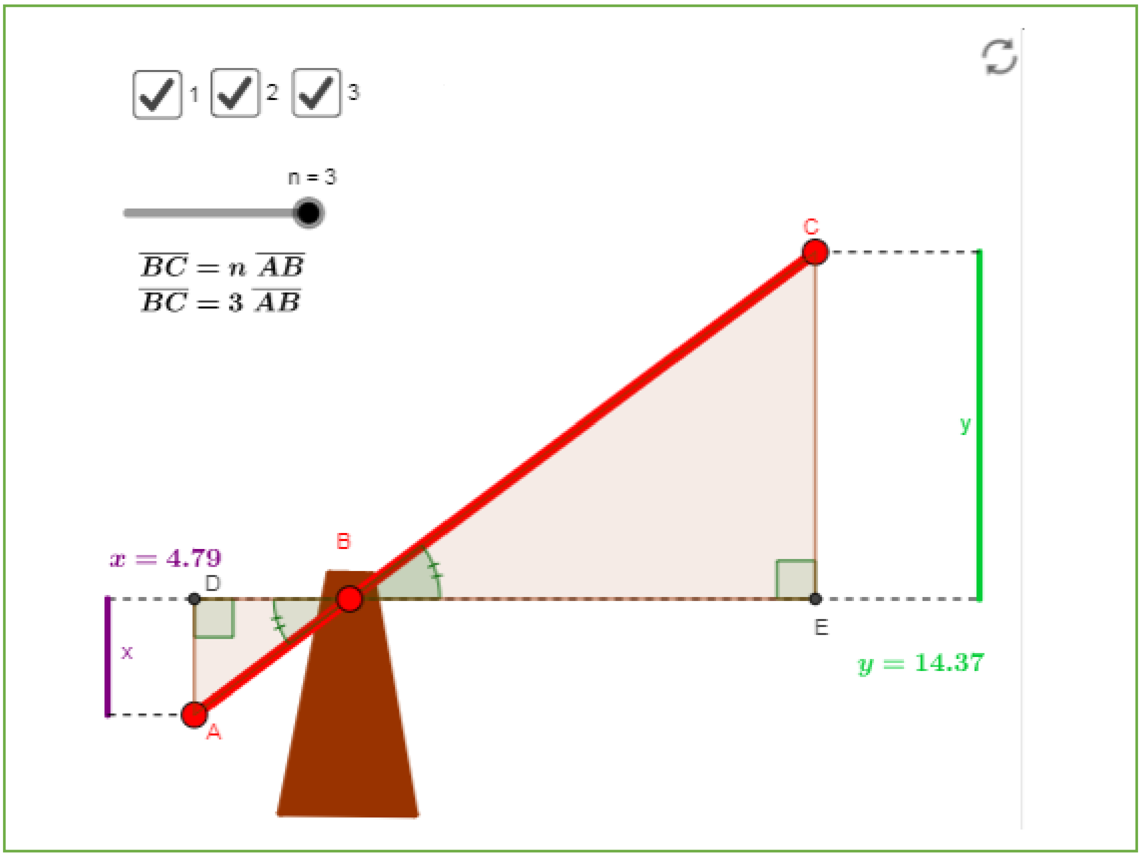


Figura 29 – Lado e ângulos dos triângulos da cancela



A partir disso, na questão 1, esperávamos que eles respondessem que conseguiam observar que através do movimento da cancela poderiam ser traçados dois triângulos.

Na questão 2, os alunos deveriam responder que os triângulos visualizados possuíam sim características em comum. Depois deveriam apontar que os triângulos possuíam ângulos congruentes e lados paralelos. Para isso era necessário que eles recordassem do conteúdo de ângulos que foi trabalhado em aulas anteriores no componente, pois existia um dos ângulos do triângulo que era oposto pelo vértice em relação ao ângulo do outro triângulo maior, lembrando que ângulos oposto pelo vértices possuem a mesma medida. Sabendo que um dos triângulos de cada triângulo eram retos, ou seja, mediam 90º, deduzia-se que o ângulo restante também era congruente, pela soma de ângulos internos de um triângulo.

Da mesma forma que na situação anterior, esperávamos que através dos conhecimentos prévios eles conseguiriam identificar esses elementos já que tínhamos trabalhado durante o componente com ângulos formado entre retas, perpendicularidade, triângulos, soma dos ângulos internos do triângulo. Além disso, na situação anterior eles utilizaram alguns desses conceitos geométricos na resolução das questões.

A questão 3 questionava sobre conteúdos anteriores, como resposta presumimos que respondessem que era possível identificar os conteúdos citados anteriormente além do teorema de tales.

Na questão 4, eles não tinham como responder exatamente o valor da cancela, pois somente com essas informações não é suficiente. A única coisa que poderíam afirmar era que:

Sabendo que $\overline{BC} = 3\overline{AB}$,

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{y}{x}$$

Como $\overline{BC} = 3\overline{AB}$

$$\frac{3\overline{AB}}{\overline{AB}} = \frac{14.37}{4.79}$$

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = 3$$

Se considerássemos, $\overline{AB} = 1{,}5m$

Logo, $\overline{BC} = 3.1,5 = 4,5m$

Assim, a cancela mede $\overline{AB} + \overline{BC} = 1,5 + 4,5 = 6m$

A atividade da *situação 2* também teve como auxílio a ferramenta computacional. As fases de ação, formulação e validação foram percebidas ao longo da atividade desenvolvida. Possibilitando que o participante conjecturasse e formulasse hipóteses refletindo sobre o movimento feito pela cancela como também pelas questões levantadas durante a atividade, passando assim pela fase de ação. Como a applet permite que o aluno, mesmo que não imediatamente observe as figuras dos triângulos que poderiam ser geradas, através das opções 1,2 e 3 ele poderia daí levantar as possíveis suposições capazes de solucionar o problema.

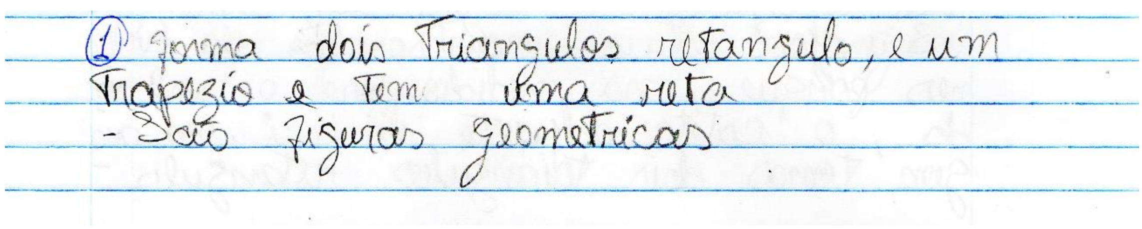
4.1.2.2 Análise *a Posteriori*

Questão 1. O que você pode observar? Quais figuras se formam?

Nessa questão estávamos esperando que eles identificassem os triângulos que poderiam ser traçados pelo movimento da cancela. Como esperávamos quase todos visualizaram que poderiam ser traçado triângulos, porém três alunos A9, A11 e A31 conseguiram perceber somente um dos triângulos, acredito que tenha sido o maior por ser mais evidente. Ambas respostas demonstram que que suas conjecturas foram estabelecidas sobre a figura plana que podia ser traçada.

Alguns alunos com o A4 reconheceram uma figura que não supomos na análise *a priori* que foi o trapézio, pois o desenho da cancela realmente remetia a figura de um trapézio. Ele afirmou:

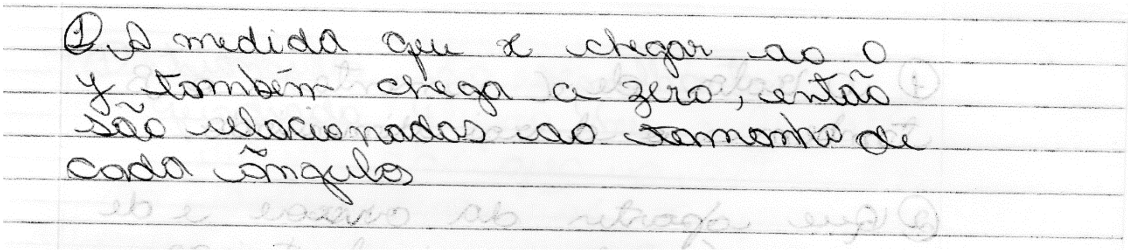
Figura 30: Aluno 4



Percebemos que apesar dele ter ido além na conjectura da questão e vimos claramente a ação de investigação da applet, ele confundiu o conceito de reta, considerando ela como uma figura geométrica.

A resposta de dois alunos A15 e A16 também se assemelharam, apresentando dificuldades de compreensão talvez da questão. Eles somente relataram o que observaram do movimento da cancela e pulando uma das etapas da atividade. O A16 disse:

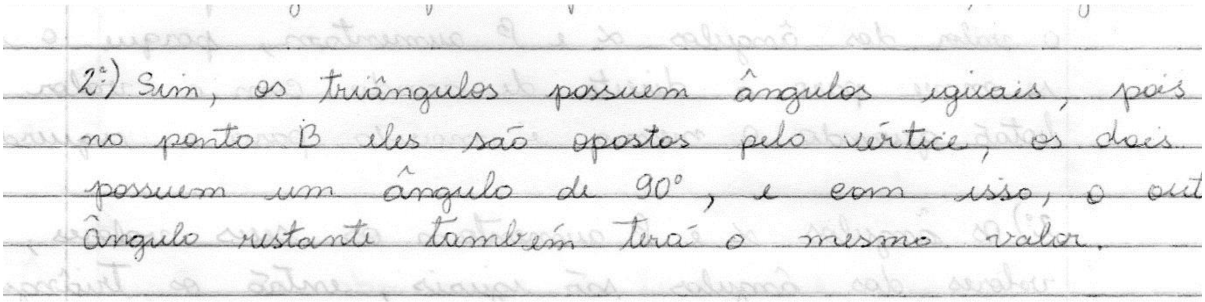
Figura 31: Aluno 16


1) A medida que x chegar ao 0 y também chega a zero, então são relacionados ao tamanho de cada ângulo

Questão 2. Você percebe características em comum entre essas figuras? Se sim, quais?

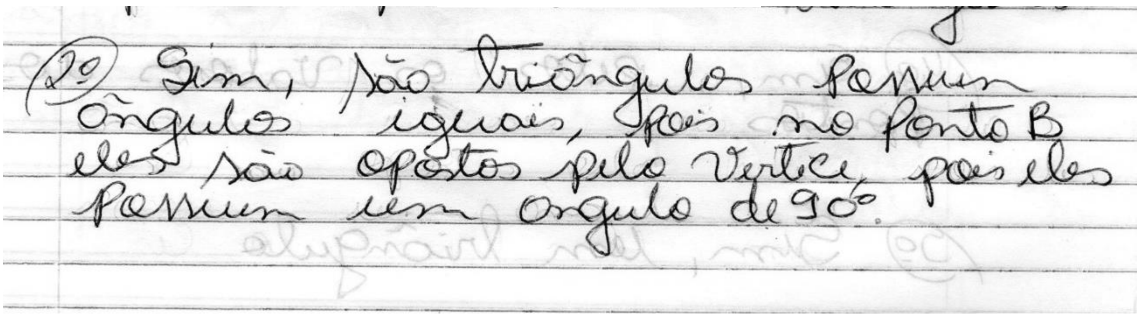
Nessa questão grande parte dos alunos conseguiram identificar características em comum o aluno A14 deu uma resposta bem completa:

Figura 32: Aluno 14


2:) Sim, os triângulos possuem ângulos iguais, pois no ponto B eles são opostos pelo vértice, os dois possuem um ângulo de 90°, e com isso, o out ângulo restante também terá o mesmo valor.

O aluno A23 também respondeu com o mesmo raciocínio, porém confundiu o conceito de triângulos proporcionais com iguais:

, Figura 33: Aluno 23


2º) Sim, são triângulos Pessuem ângulos iguais, pois no ponto B eles são opostos pelo Vertice, pois eles Pessuem um angulo de 90°.

Percebemos assim que ambos conjecturaram, porém no momento da validação o aluno A23 apresentou certa dificuldade.

Identifiquei dois alunos A21 e A34 que se equivocaram nas respostas, não falando das características em comum, mas as respostas foram semelhantes a questão anterior e eles somente relataram elementos que identificaram na animação da applet, como o A34 que disse que as figuras se modificavam a partir dos números x e y, que eram triângulos.

Outros dois alunos apresentaram dificuldades na resposta que foram o A3 e o A31 que responderam incorretamente, não conseguindo portanto fazer a validação da sua conjectura.

Questão 3. Você vê relações com conteúdos vistos anteriormente? Se sim, quais?

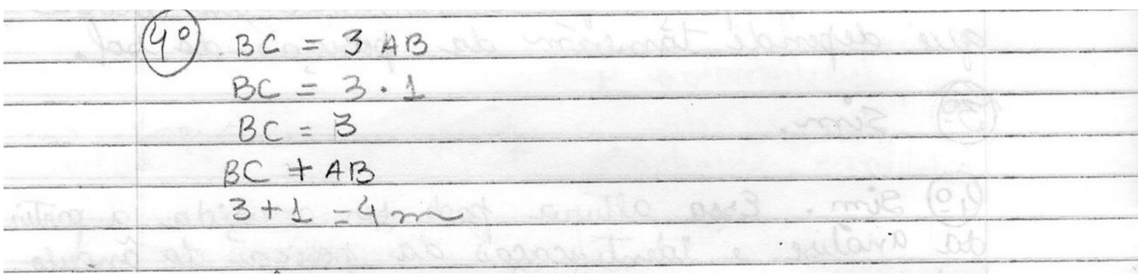
Para essa questão esperávamos como resposta ângulos formados entre retas, perpendicularidade, triângulos, soma dos ângulos internos do triângulo e teorema de tales. Novamente nenhum dos alunos citou a perpendicularidade, acredito que por incluí-lo no conteúdo de ângulos. Nenhum deles também citou o teorema de Tales, mas como o aluno A28 falaram de congruência e proporcionalidade que são conceitos do teorema.

Somente dois alunos A17 e A24 se equivocaram na resposta, ambos citaram áreas de figuras planas. O segundo ainda acrescentou ângulos opostos pelo vértice. Entendemos que nenhum dos dois conseguiram formular uma conjectura adequadamente para a situação.

Questão 4. Sabendo que BC=3AB seria possível encontrar o valor do comprimento em m total que terá a comporta em m de seu José? Como?

Nessa questão para nossa surpresa somente dez alunos conseguiram encontrar o valor da cancela, como o A37:

Figura 34: Aluno 37



Percebemos que alguns tomaram $\overline{AB} = 1$, outros $\overline{AB} = 1{,}5$ e está correta essa afirmação, pois diante das informações poderia ser qualquer valor, desde que respeitasse o fato de BC=3AB nota-se que o aluno 37, no entanto, não deixou claro a utilização do conceito de proporcionalidade entre os dois triângulos para solucionar. Os demais não entederam conseguiram conjecturar que a cancela poderia ter qualquer tamanho, não recorrendo a outros conceitos, isso demonstra que suas conjecturas e hipóteses não foram repensadas durante a atividade.

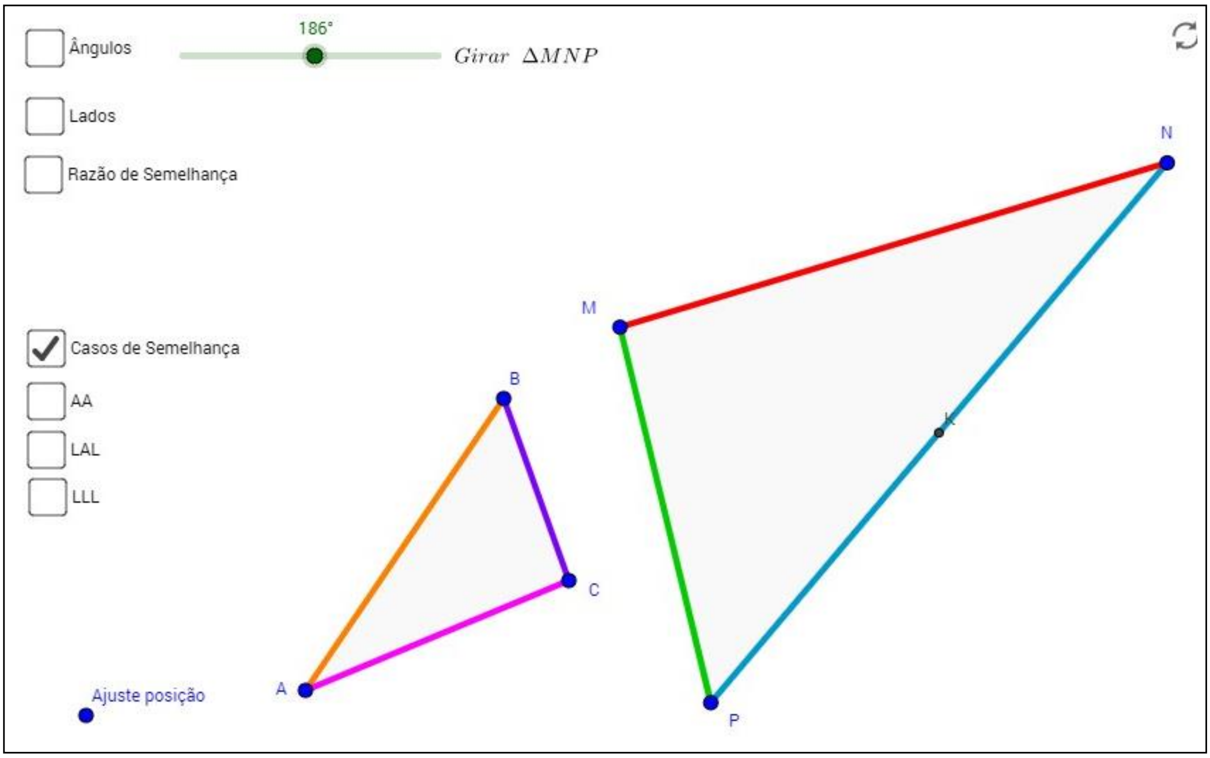
Os demais não conseguiram construir as devidas conjecturas para tentar a validação da questão, demonstrando aparentemente uma falta de compreensão da atividade ou dificuldades de recorrer a demais conceitos para a resolução do problema.

4.1.3 SEQUÊNCIA 3

Situação 3 – GeoGebra

Situação 3.

Observe os dois triângulos abaixo:



Observe os três primeiros quadrados no canto superior esquerdo

1. Selecione o primeiro parâmetro com o nome "ângulos". O que acontece? Quais características você consegue notar? Com essas informações é possível afirmar que esses triângulos são proporcionais? Se sim, porque? São semelhantes?

2. Agora selecione o segundo quadradinho com o nome "lados". O que acontece? Quais características você pode observar? Com essas informações é possível afirmar que esses triângulos são proporcionais? Se sim, porque?

3. Selecione o terceiro quadrinho e verifique o que é possível observar. O que essa informação quer dizer?

Em seguida mais embaixo, tem-se os "Casos de Semelhança"

4. Selecione o primeiro quadrinho denominado por "AA". O que aparece? Diante dessas informações somente é possível dizer que os triângulos são semelhantes? Porque?

5. Selecione o segundo quadrinho denominado por "LAL". O que aparece? Diante dessas informações somente é possível dizer que os triângulos são semelhantes? Porque?

6. Selecione o terceiro quadrinho denominado por "LLL". O que aparece? Diante dessas informações é possível dizer que os triângulos são semelhantes? porque?

– Luiz Geraldo da Silva, Midiele Dantas

https://www.geogebra.org/m/NPJBJVz9

4.1.3.1 Análise *a Priori*

Para esta atividade há dois triângulos, onde o aluno pode através de um parâmetro rotacionar o triângulo ΔMNP 360º, a applet também permite que se obtenha através de parâmetros de ângulos, lados e razão de semelhança, assim ao selecionar alguma dessas opções, as informações acerca de cada um desses conceitos. Além disso, era também possível alterar por meio da barra de rolagem a razão de semelhança.

Em seguida, foram apresentados os casos de semelhança, são eles: Ângulo-Ângulo, Lado-ângulo-lado, lado-lado-lado, assim selecionando cada um desses casos nos parâmetros o aluno poderia visualizar e perceber as características apresentadas por cada um como representadas nas seguintes imagens:

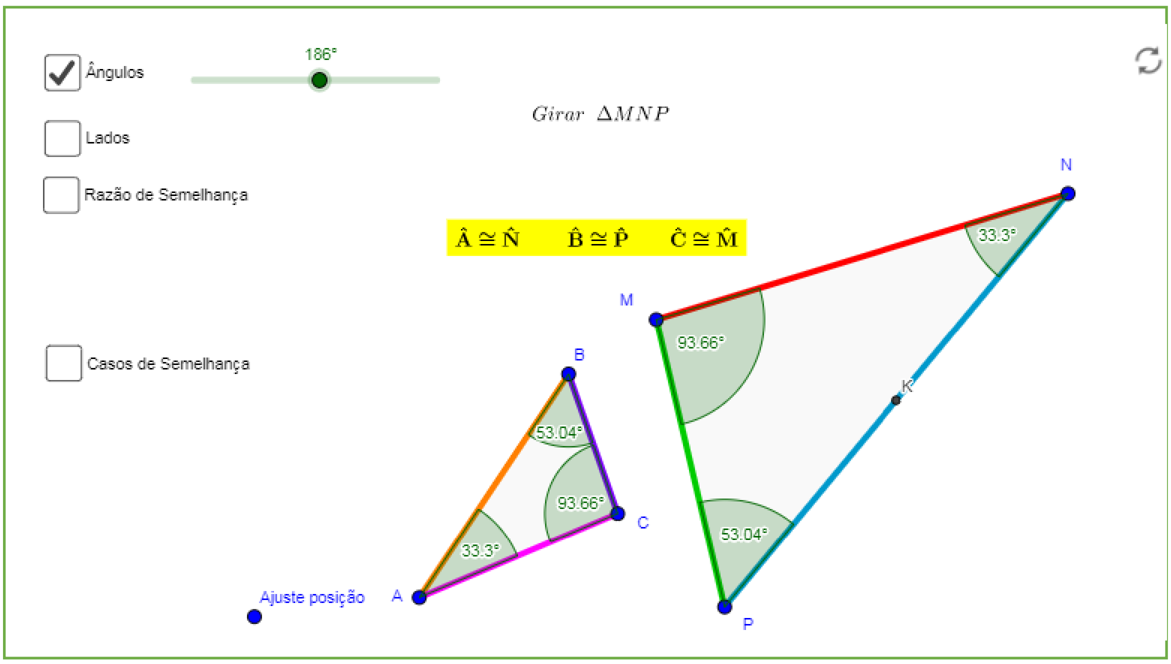


Figura 35 – Ângulos dos triângulos

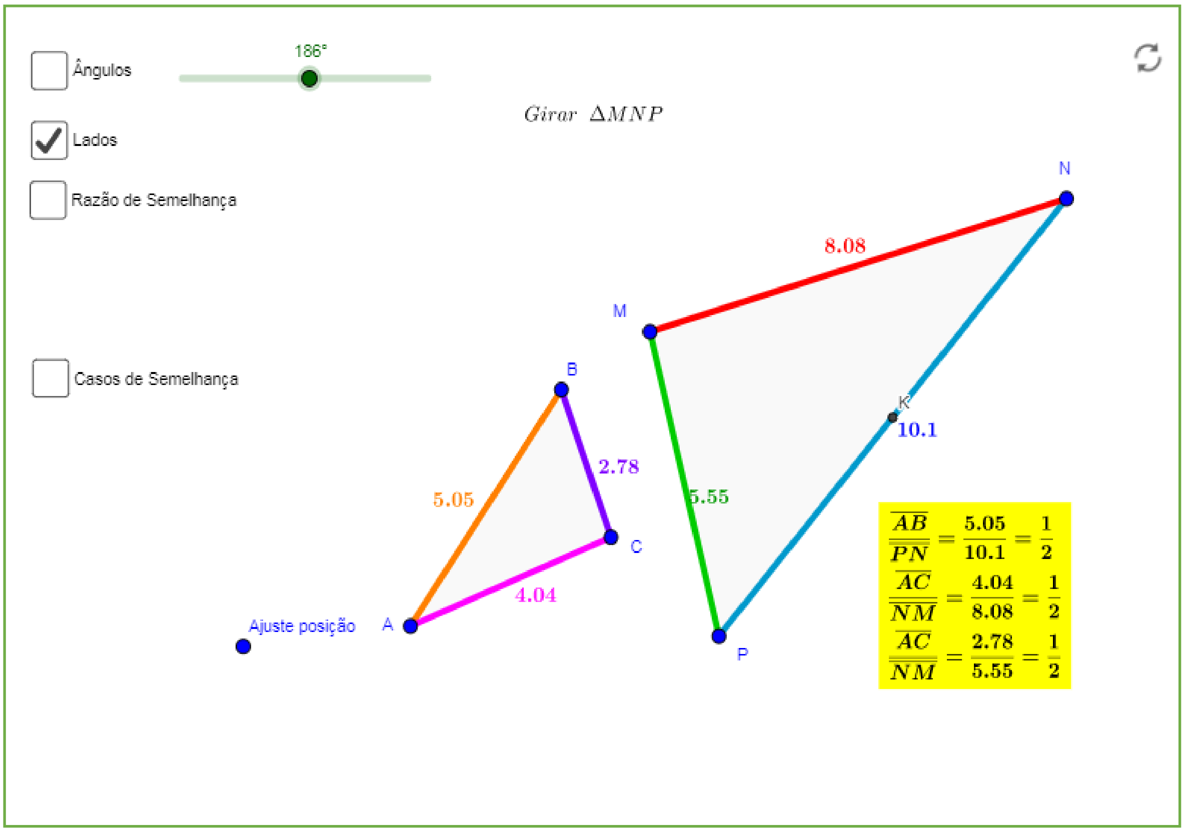


Figura 36 – Medida dos lados dos triângulos

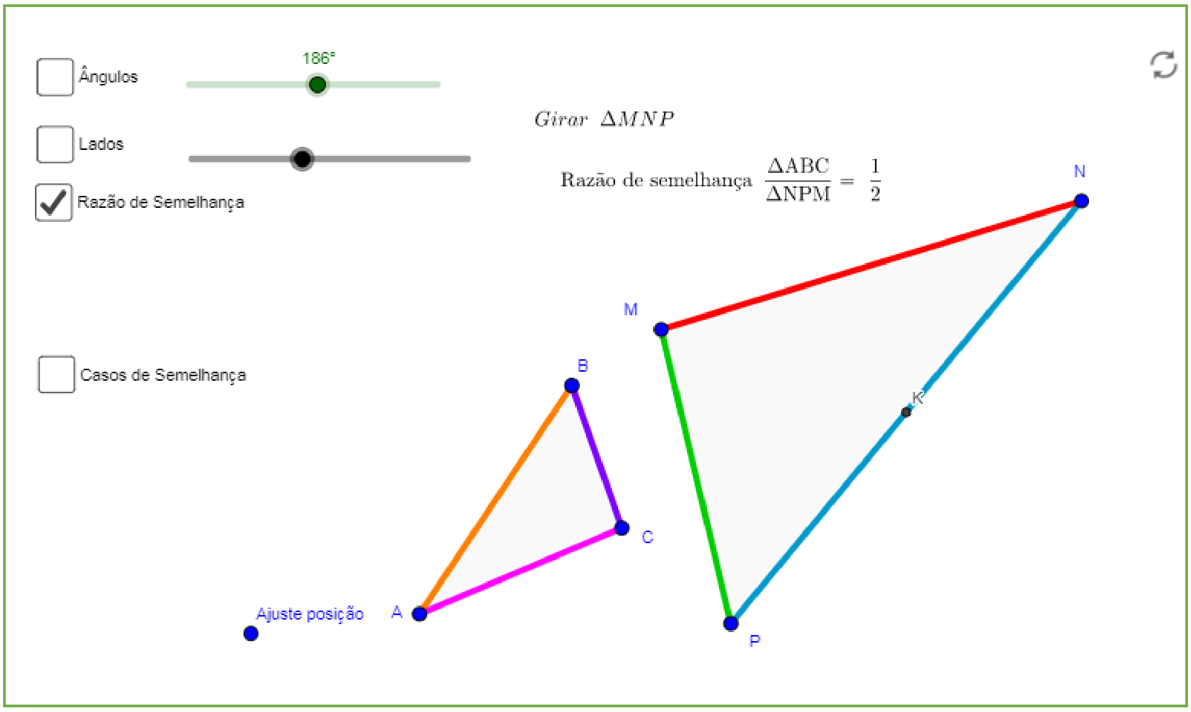


Figura 37 – Razão de semelhança

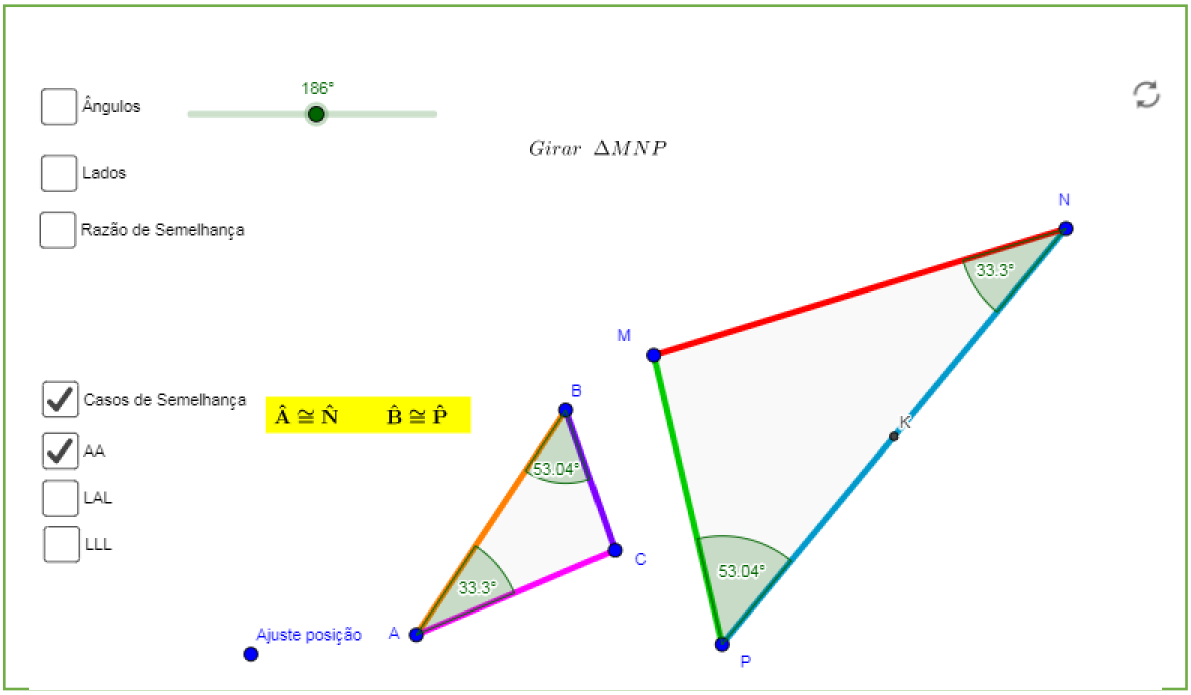


Figura 38 – Caso de semelhança ângulo-ângulo

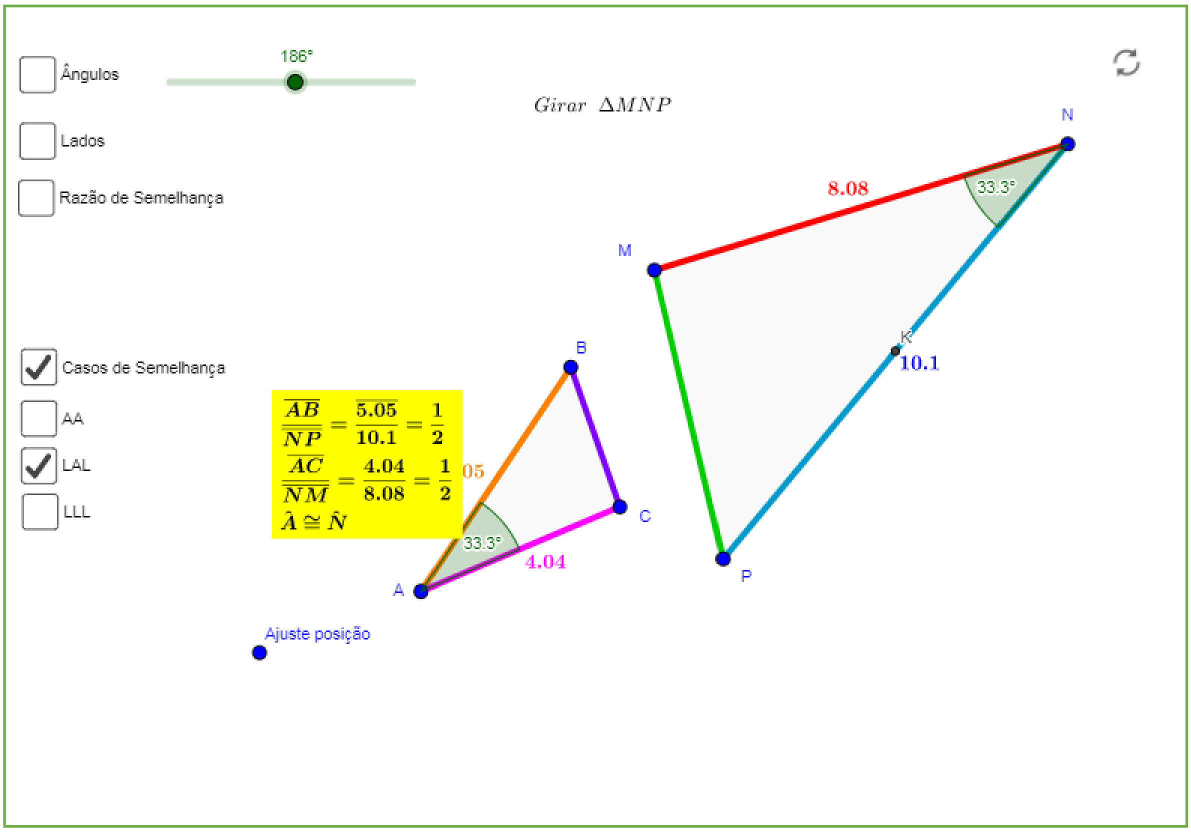


Figura 39 – Caso de semelhança lado-ângulo-lado

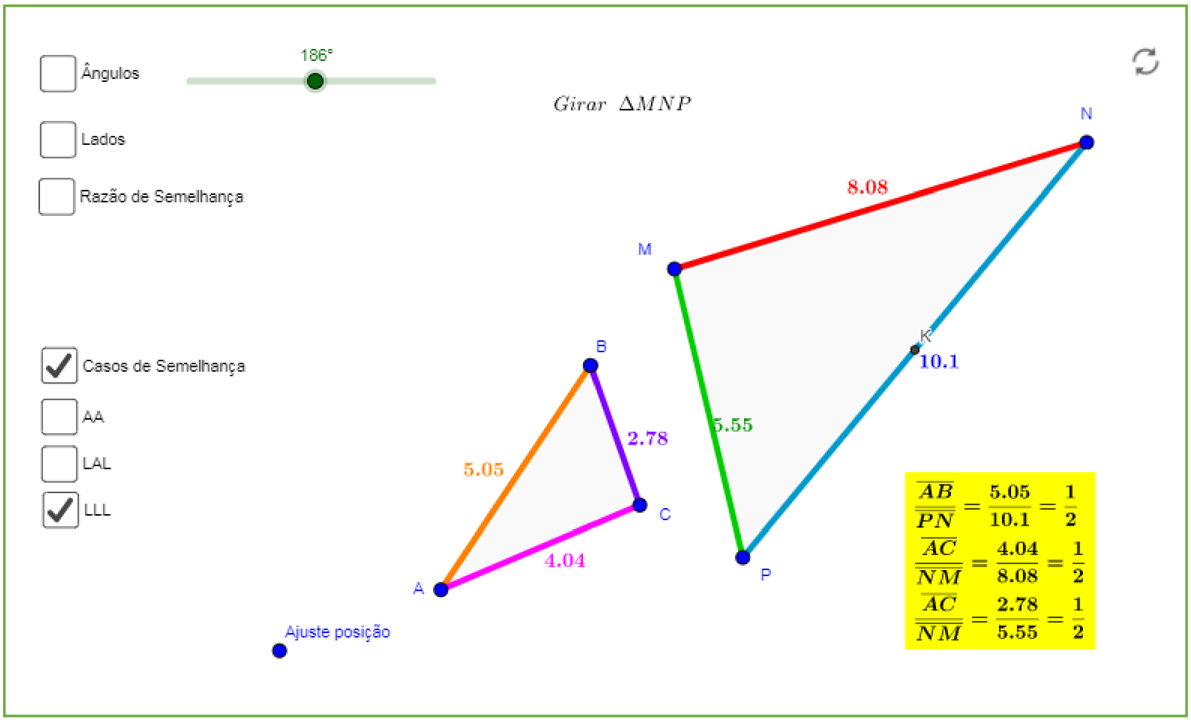


Figura 40 – Caso de semelhança lado-lado-lado

Assim, na questão 1 foi solicitado que os participantes selecionassem o primeiro parâmetro com o nome: ângulos, depois pediu-se que dissessem o que eles notaram, os alunos deveriam responder que os dois triângulos apresentavam ângulos internos congruentes. Em seguida, que os triângulos eram proporcionais independentemente.

Na questão 2, após selecionar o quadrado “lados” os alunos deveriam perceber que os lados dos dois triângulos apresentavam medidas proporcionais, ou seja, que a razão de proporção entre eles era de $\frac{1}{2}$. Posteriormente dizer que os triângulos eram proporcionais e justificar dizendo que se os lados respectivamente tinham uma proporção, então os triângulos também eram proporcionais.

Na questão 3, os alunos deveriam responder que independente da razão de semelhança, que eles poderiam alterar de acordo com o manuseio da barra de rolagem os triângulos $\Delta ABC\ e\ \Delta MPN$ continuavam proporcionais mesmo com tamanhos diferentes e além disso, que quanto menor fosse a razão de proporção maior era o tamanho do triângulo ΔMNP em relação ao ΔABC, assim que como maior fosse a razão de proporção menor seria o ΔMNP.

Depois vieram as questões a respeito dos casos de semelhança. A questão 4 que selecionando o quadrado “AA” os alunos deveriam perceber que dois dos ângulos dos triângulos eram congruentes, diante disso o ângulo restante dos dois triângulos também eram iguais pela soma de ângulos internos de um triângulo. Diante disso, constatariam que ambos eram semelhantes.

Na questão 5, os estudantes ao selecionarem o quadrado “ALA” deveriam responder que observaram que dois lados dos triângulos eram proporcionais a dois lados do outro triângulo, ou seja, $\frac{\overline{AB}}{\overline{NP}} = \frac{5.05}{10.1} = \frac{1}{2}$ e $\frac{\overline{AC}}{\overline{NM}} = \frac{4.04}{8.08} = \frac{1}{2}$. Além disso perceberem que os ângulos $\hat{A}$ e $\widehat{N}$ possuiam a mesma medida, ou seja, $\hat{A} \cong \widehat{N}$. Diante dessas informações, pudessem constatar que o triângulos eram semelhantes.

Por fim a questão 6 os alunos deveriam perceber ao selecionar o último quadrado “LL” que os lados do triângulo ABC eram proporcionais ao do triângulo MPN e diante disso constatarem que ambos triângulos eram semelhantes.

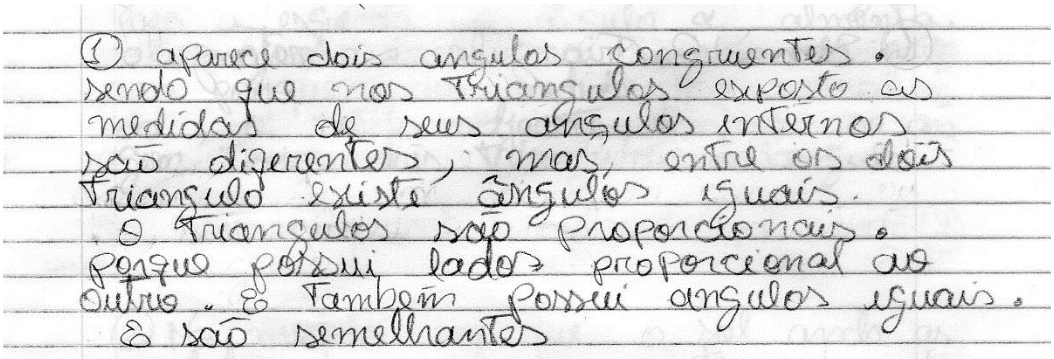
A teoria das situações didáticas nessa atividade da *situação 3*, foi percebido pela fase de ação por meio da manipulação dos participantes com os elementos disponíveis na applet, por meio delas eles seriam capazes de fazer as devidas reflexões do que eram a eles apresentados, identificando proporções e por fim, constatando no momento da validação que os triângulos eram semelhantes em cada um dos casos postos a eles.

4.1.3.2 Análise *a Posteriori*

Questão 1. Selecione o primeiro parâmetro com o nome "ângulos". O que acontece? Quais características você consegue notar? Com essas informações é possível afirmar que esses triângulos são proporcionais? Se sim, porque? São semelhantes?

As respostas para essa questão foram bem semelhantes, embora tiveram respostas mais completas como a do aluno A4 que afirmou:

Figura 41: Aluno 4

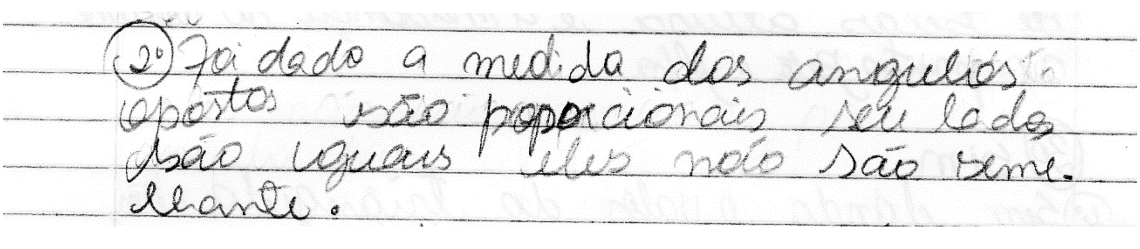

① aparece dois angulos congruentes. sendo que nos Triangulos exposto as medidas de seus angulos internos são diferentes, mas entre os dois triangulo existe ângulos iguais. O Triangulos são proporcionais. porque possui lados proporcional ao outro. E Também possui angulos iguais. E são semelhantes

Três alunos A16, A26 e A27, apresentaram equívocos nas suas respostas. O A26 especificamente se confundiu dizendo que os ângulos eram proporcionais e não congruentes ou iguais. Já os alunos A16 e A27 afirmaram que os ângulos internos eram iguais e opostos, ou seja, eles erraram completamente, confundindo e demonstrando aparentemente uma falta de compreensão a respeito do conceito de ângulos opostos não conseguindo realizar a validação das suas conjecturas.

Questão 2. Agora selecione o segundo quadradinho com o nome "lados". O que acontece? Quais características você pode observar? Com essas informações é possível afirmar que esses triângulos são proporcionais? Se sim, porque?

Nesta questão a maior parte dos alunos tiveram respostas semelhantes, alguns não desenvolveram muito as suas observações como o aluno A1 que disse que aparecia que os segmentos $\frac{\overline{AB}}{PN}, \frac{\overline{AC}}{NM}\ e\ \frac{\overline{AC}}{MN}$ eram iguais. Somente o aluno A33 não deu uma resposta correta ele disse:

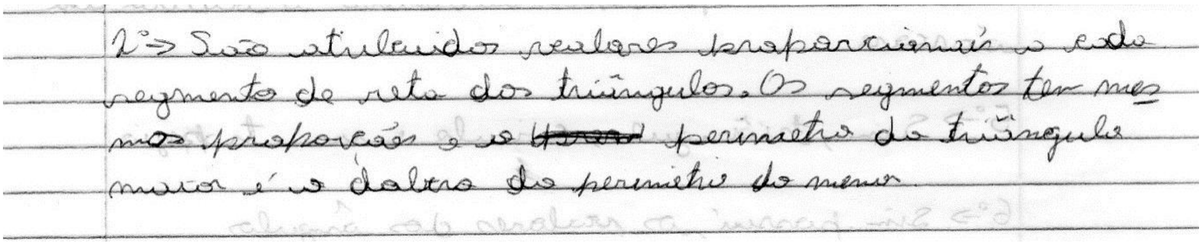
Figura 42: Aluno 33


2º Foi dado a medida dos angulos opostos são proporcionais seu lado são iguais eles não são semelhante.

Na verdade, a afirmação do aluno ficou confusa, e não deu para compreender completamente, mas alguns conceitos, percebemos assim que se confundiram.

Muitos alunos também notaram algo que não prevíamos na análise *a priori* como A17 que afirmou:

Figura 43: Aluno 17

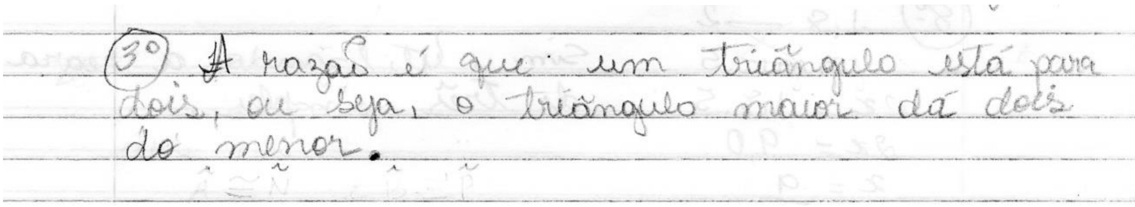


O Aluno A14 relatou algo semelhante dizendo que notou que os lados do triângulo ΔMNP são o dobro dos lados do triângulo ΔABC. Os triângulos, então, eram proporcionais, pois possuíam ângulos iguais e a razão entre seus lados era igual a $\frac{1}{2}$, ou seja: $\frac{\overline{AB}}{\overline{PN}} = \frac{5,05}{10,1} = \frac{1}{2}$, $\frac{\overline{AC}}{\overline{NP}} = \frac{4,04}{8,08} = \frac{1}{2}$ e $\frac{\overline{BC}}{\overline{MP}} = \frac{2,78}{5,55} = \frac{1}{2}$. Notamos que esse aluno conseguiu validar as suas construções e conjecturas.

Questão 3. Selecione o terceiro quadrinho e verifique o que é possível observar. O que essa informação quer dizer?

Todos os alunos conseguiram responder essa questão, mas alguns deles além de responderem que a razão de semelhança era somente entre os lados, eles ainda foram além afirmando como o A5 que a razão entre os triângulos $\frac{\Delta ABC}{\Delta MNP} = \frac{1}{2}$. O aluno A37 ainda afirmou da seguinte forma:

Figura 44: Aluno 37



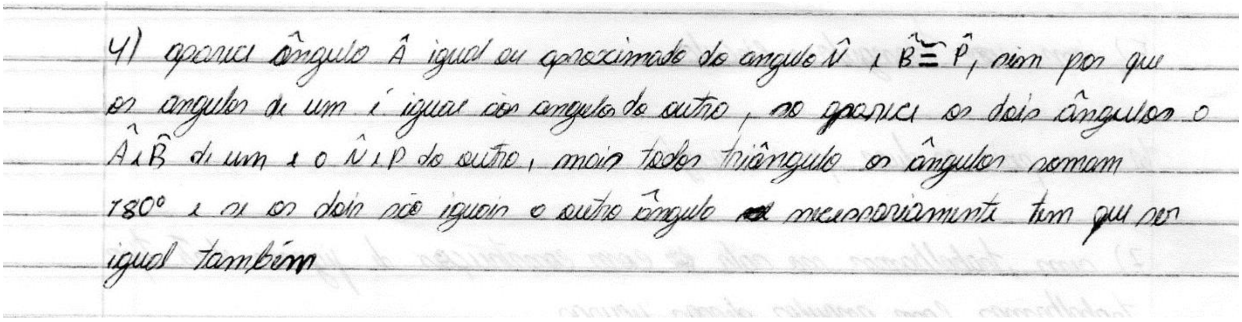
Ele trouxe o conceito de proporcionalidade descrito de uma forma diferente dos demais, mas ainda assim consegui chegar a fase de validação.

Tivemos somente o aluno A13 que apresentou dificuldade na escrita e na compreensão da questão na applet afirmando que $\frac{\Delta ABC}{\Delta MNP} = \frac{1}{2}$ era a razão do os perímetros dos ângulos. Já este aluno não conseguiu construir um modelo ideal para validar e confundiu os conceitos de ângulos e lados.

Questão 4. Selecione o primeiro quadrinho denominado por "AA". O que aparece? Diante dessas informações somente é possível dizer que os triângulos são semelhantes? Porque?

Para esta questão boa parte dos alunos demonstrou saber que se tratava de ângulos congruentes entre os triângulos assim como prevíamos, pela soma de ângulos internos de um triângulo e constatariam que ambos eram semelhantes. Como o aluno A36 que afirma: “Aparece ângulo $\hat{A}$ igual ou aproximado do ângulo $\hat{N}$ e $\hat{A} \cong \hat{B}$, sim porque os ângulos de um é igual aos ângulos de outro, só aparece os ângulos $\hat{A}\ e\ \hat{B}$ de um e $\hat{N} \cong \hat{P}$ do outro, mas todo triângulos os ângulos somam 180º e se os dois são iguais o outro necessariamente tem que ser igual também”. Como demonstra a figura abaixo:

Figura 45: Aluno 36

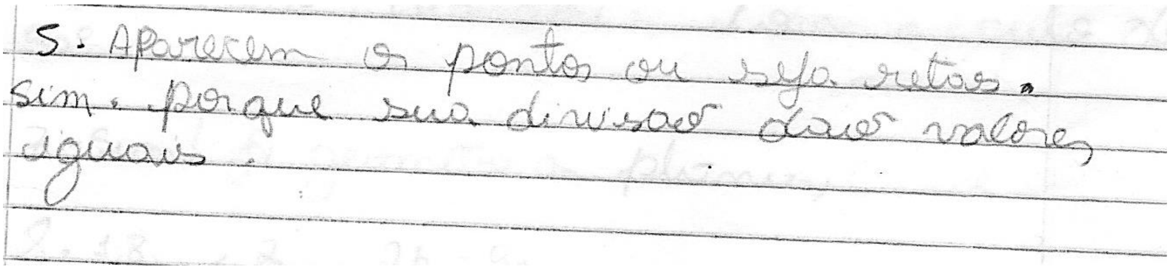

4) aparece ângulo $\hat{A}$ igual ou aproximado do angulo $\hat{N}$ e $\hat{B} \cong \hat{P}$, sim por que os angulos de um é igual aos angulos do outro, só aparece os dois ângulos o $\hat{A}$ e $\hat{B}$ de um e o $\hat{N}$ e P do outro, mais todos triângulo os ângulos somam 180º e se os dois são iguais o outro ângulo necessariamente tem que ser igual também

Contudo, tivemos alunos que não conseguiram a validação das suas hipóteses como o aluno A3 que disse que os triângulos eram semelhantes porque os seus ângulos eram semelhantes, o A35 respondeu semelhante. O aluno A38 afirmou ainda que os pontos eram semelhantes, demostrando confusão no conceito de ângulos.

Questão 5. Selecione o segundo quadrinho denominado por "LAL". O que aparece? Diante dessas informações somente é possível dizer que os triângulos são semelhantes? Porque?

Novamente notamos que o aluno A38 apresentou novamente dificuldades nessa questão, ele respondeu que:

Figura 46: Aluno 38


5. Aparecem os pontos ou seja retos.
Sim. porque sua divisão dão valores iguais.

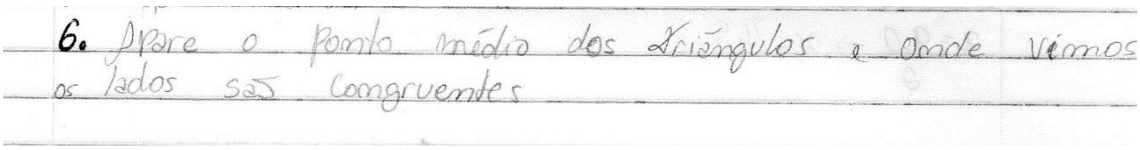
Apesar da última afirmação estar correta, percebemos que houve uma falta de compreensão nos conceitos primitivos de pontos e retas, afirmando ele que se tratava da mesma coisa. Mostrando que sua conjectura não foi bem estruturada.

O Aluno A14 demonstrou que conseguiu validar suas hipóteses, ele disse que ao clicar no botão LAL apareciam dois lados e um ângulo, e os lados eram proporcionais e os ângulos eram iguais, então ele poderia constatar que os triângulos eram semelhantes. Como em questões anteriores esse aluno provou conseguir verificar suas hipóteses diante das questões da applet.

Questão 6. Selecione o terceiro quadrinho denominado por "LLL". O que aparece? Diante dessas informações é possível dizer que os triângulos são semelhantes? porque?

Para essa questão como nas anteriores grande parte dos alunos respondeu corretamente, porém uma parte deles confundiu o conceito de semelhança e congruência, isso pode ser observado também nas questões anteriores. Particularmente nessa o aluno A32 disse que os triângulos eram semelhantes porque os seus lados eram congruentes, já o A30 afirma que:

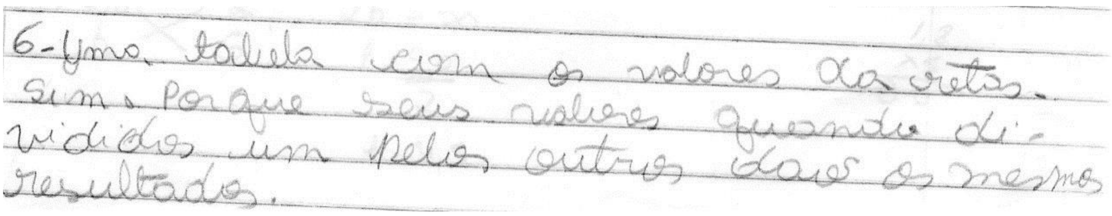
Figura 47: Aluno 30


6. Apare o ponto médio dos triângulos e onde vimos os lados são congruentes

Nesse caso não conseguimos identificar onde o aluno percebeu o conceito de ponto médio nessa situação.

Já o aluno A38 apresentou novamente dificuldades nos conceitos ele afirmou:

Figura 48: Aluno 38


6- Uma tabela com os valores das retas. Sim, porque seus valores quando divididos um pelos outros dão os mesmos resultados.

Apesar de no final ele apresentar uma afirmação verdadeira, ele não pareceu compreender completamente os conceitos diante da sua declaração anterior.

Os conteúdos que não ficaram claros durante as fases e apresentaram dificuldades pelos alunos, tiveram na institucionalização no final das atividades, permitindo aos participantes avaliar seus saberes construídos. Para Gálvez, (1996) na institucionalização, o professor procura não intervir diretamente nas três fases anteriores, limitando-se a orientações quando julgar necessário, para evitar possíveis bloqueios. O professor reassume a ação, estabelecendo quais conhecimentos obtidos nas etapas anteriores são relevantes e quais são descartáveis, configurando o estatuto de objeto aos conhecimentos obtidos. Essa institucionalização deu aos conhecimentos status indispensável ao saber. O funcionamento dos conhecimentos não é igual ao dos saberes, tanto nas relações entre instituições quanto na atividade isolada dos sujeitos. Brousseau (1996a) fundamenta a importância dessa fase da institucionalização para a apropriação dos saberes pelo aluno. A origem de um conhecimento pode ser fruto de uma sucessão de novas perguntas e respostas. As sucessões de situações ação, formulação e validação podem conjugar-se para acelerar as aprendizagens. Logo, acrescentando a institucionalização teremos uma ordem para a construção dos saberes.

CAPÍTULO VI
CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para concluirmos este trabalho, iremos relembrar os objetivos que foram elaborados no início dessa e analisar de maneira geral como foi o andamento da pesquisa.

A sugestão desenvolvida nessa pesquisa, com o intuito de propor uma ferramenta que pudesse auxiliar os estudantes para compreender os conceitos envolvidos em semelhança de triângulos, com o auxílio das sequências didáticas introduzida por Guy Brousseau, onde o aluno é instrumento fundamental no processo de construção do seu conhecimento, podendo assim internalizar, transformando os saberes matemáticos em conhecimentos matemáticos.

A revisão de literatura nos permitiu uma visão mais ampla sobre perspectivas e concepções anteriormente não eram consideradas, enquanto professora, em relação ao ensino da geometria, particularmente a semelhança de triângulos.

A historicidade do conceito de semelhança de triângulos, seu surgimento e as concepções da época, permitiu um entendimento mais abragente deste objeto matemático. Desde sempre houve necessidade do homem de mensurar as coisas, como o exemplo das pirâmides ilustradas anteriormente, isso intuitivamente contribuiu para que chegassesmos ao conteito de proporcionalidade e semelhança.

Como objetivo geral da pesquisa tínhamos: Construir sequências didáticas e promover um ambiente de aprendizado para semelhança de triângulos, baseado da Teoria das situações didáticas.

Os nossos objetivos específicos que foram atingidos com o auxílio dos instrumentos utilizados para coleta de dados, inicialmente desenvolvemos um plano de ensino para o Laboratório Digital do ensino da Matemática, em seguida elaboramos os Objetos Digitais de Aprendizagem (applets), no software matemático Geogebra, posteriormente construimos as sequências didáticas para o ensino de semelhança de triângulos e por fim, analisamos as atividades desenvolvidas pelos estudantes na proposta desenvolvida pelas sequências do LADIMA, verificando se os objetivos foram atingidos.

A partir dessa proposta buscamos promover um ambiente de aprendizado para semelhança de triângulos, com base na teoria das situações didáticas, ao trabalharmos os conceitos geométricos por meio de objetos digitais de aprendizagem (applets) através do software geogebra. Esta ferramenta, deve se apresentar como um recurso auxiliador da aprendizagem, o uso dela por si só não contribui para a construção do conceito pelo aluno, mas sim deve possibilitar que ele conceba, manipule e conjecture, através da mediação do professor.

Como sujeitos da pesquisa, tivemos 39 alunos da 5ª etapa (semestre) do do curso de Licenciatura em Educação do Campo com Habilitação em Matemática da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB), do Centro de Ciência e Tecnologia em Energia e Sustentabilidade na cidade de Feira de Santana-BA. Os participantes interagiram com 3 atividades. A primeira situação referia-se aos conceitos de proporcionalidade e semelhança de triângulos e era composta por seis questões, na segunda, eram quatro questões que também envolviam noções de proporcionalidade e semelhança e a terceira atividade foram questões que traziam os casos de semelhança e suas particularidades.

Ao incorporamos o uso das tecnologias na educação buscávamos de desenvolver a capacidade de criação para desenvolver a aprendizagem. Assim, as situações não se limitaram somente ao uso dos recursos tecnológicos pelos professores de forma arbitrária. Mas, baseando-se na metodologia da Engenharia Didática que considera o objeto de estudo em quatro níveis de análises são eles: análises preliminares, análise a *priori*, experimentação e análise a *posteriori*.

A teoria das Situações didáticas teve sua relevância neste trabalho por proporcionar que construíssemos atividades que possibilitassem aos alunos interagir (ação) a fim de conjecturar e construir hipóteses (formulação) a respeito do objeto. A medida que os participantes manipulavam os objetos na fase de ação era possível então formular suas conjecturas e validá-las (validação) ou não no próprio objeto.

Brousseau (1996a) aponta como ideia básica aproximar o trabalho do aluno dos modos como são produzidas as atividades científicas verdadeiras, testando conjecturas, formulando hipóteses, provando, construindo modelos e conceitos, sempre socializando os resultados. Para além desses aspectos, realçou-se que a Teoria das situações didáticas tem como ponto central o meio em que se dará o aprendizado, denominado milieu, que deve ser sempre antagônico, ou seja, a situação didática elaborada, seja pela via da resolução de problemas, seja por jogos, tem uma intencionalidade não revelada pelo professor. Sublinha-se, ainda, que no curso do desenvolvimento da situação didática haverá um momento em que ocorrerá a institucionalização, momento em que o professor ordenará e sistematizará os conhecimentos adquiridos pelos alunos e, até mesmo, redirecionará o desenvolvimento da situação didática, caso os alunos deem indícios de impossibilidade de alcance dos objetivos delineados, mesmo que em parte, pela situação didática.

As fases de desenvolvimento da teoria são outra particularidade de destaque: ação, formulação e validação. Na ação, os alunos analisam o contexto e tomam decisões, o que inclui o desenvolvimento de estratégias. Na formulação, o aluno retoma conhecimentos estabelecidos e envolve outros sujeitos que cooperam com a atividade. A validação é caracterizada pelo apoio dos alunos sobre o conjunto de dados obtidos ao longo da experimentação e observações do professor.

Além disso, foi possível perceber durante as práticas definidas no processo de ensino e aprendizagem sobre semelhança de triângulos fez com que retomassem conhecimentos matemáticos prévios, os quais foram demonstrados pelos alunos diante das respostas desenvolvidas nas sequências didáticas propostas; onde foram percebidos alguns conceitos estruturados corretamente e outros não.

Também notamos que a utilização dos Softwares Matemáticos no ensino de Geometria, especificamente semelhança de triângulos, possibilitou aos alunos a exploração dos objetos matemáticos levando-os a perceberem conceitos de semelhança de triângulos em situações diárias. Outra consideração importante que foi percebida foi que o processo de aprendizagem está sujeito a pré-disposição do aluno em interagir com o objeto de Aprendizagem. Além disso, os alunos relataram que nunca tinham feito uso desse software ou nenhum outro recurso computacional em aulas de Matemática ou Geometria, verificamos que este é um recurso que pode contribuir para a aprendizagem desses componentes curriculares.

Consideramos que o software Geogebra introduzido na construção de objetos de Amprendizagem em sequências didáticas planejadas pode contribuir para uma ação investigativa. Estes dados nos indicam que respondemos a questão norteadora e de que alcançamos o objetivo geral desta dissertação assim como os objetivos específicos.

Nas atividades da situação 1, buscando verificar se os alunos conseguiram perceber o conceito de semelhança de triângulos com base nas características e particularidades apresentadas na applet, comparando a nossa análise a *priori* e a *posteriori* percebemos que os objetivos foram alcançados. O que prevíamos como possível dificuldade para os estudantes foi confirmado, ainda assim como previsto, superaram as dificuldades e após a institucionalização conseguiram estabelecer todas as relações existentes relativas as proporções dos triângulos. Notamos que alguns alunos em certos momentos utilizaram termos inadequados, mas ainda assim foram capazes de recorrerem a conhecimentos anteriores combinados as novas informações a que foram colocadas.

Já nas atividades da situação 2 tratava-nos de dois triângulos semelhantes mas em posições diferentes, o objetivo era que o aluno era capaz de identificar os triângulos semelhantes idependentemente da posição dele. Nessa situação uma parte maior dos participantes tiveram certa dificuldade, eles percebiam que os triângulos eram propocionais, mas a maioria não conseguiu calcular o comprimento da cancela.

A situação 3 tratou dos casos de semelhança entre os triângulos, teve o objetivo de verificar que independente do tamanho ou posição do triângulo eles eram semelhantes, e além disso que sabendo de algumas características a cerca desses triângulos, poderíamos já afirmar que eram semelhantes. Nessas atividades o que prevíamos na análise a *priori* se confirmou na análise a *posteriori*, e os alunos conseguiram perceber e identificar essas características e constatar a semelhança entre os triângulos em cada um dos casos.

Para os profissionais que se imbuírem em empreender uma jornada na aplicação dos conceitos da Teoria das Situações Didáticas em seu trabalho, inicialmente deverá ocorrer uma busca das situações-problema e jogos que possuam as características adequadas para a aplicação das situações fundamentais.

Por último, observo que a Teoria das Situações Didáticas, conjuntamente com as outras concepções da Didática da Matemática, pode ser considerada como favorável a abarcar a multiplicidade de aspectos necessários para a evolução da aprendizagem do aluno. Esta posição é endossada “nos colóquios, [onde] os grupos de discussão tinham como tema a articulação das teorias (...). Esta riqueza é uma vantagem, e não uma deficiência”. (BLOCH, 2007, p. 15)

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo A. Fundamentos da Didática da Matemática. Curitiba: UFPR, 2007. p. 1.

ARAÚJO, L. F.; CÂMARA DOS SANTOS, M.; ACIOLY-RÉGNIER, N. Metacognição ou Automatismo: O que Acontece Quando o Contrato Didático é Rompido? Confluências Entre a Didática e a Psicologia na Resolução de Problemas Algébricos. In: BRITO LIMA, A. P. A.; LIMA, I. M. S.; ARAÚJO, L. F.; ANDRADE, V. L. V. X. (orgs.). Pesquisa em Fenômenos Didáticos: Alguns Cenários. Recife: EDU-UFRPE, 2011.

ARTIGUE, M. Engenharia didáctica. In: BRUN, J. (Org). Didáctica das matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193-218.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa em Educação Matemática. Pro-posições, vol. 4, n. 1, p. 18-23. São Paulo, 1993.

BETTIO, Raphael Winckler de; MARTINS, Alejandro. Objetos de Aprendizagem – Um novo modelo direcionado ao Ensino a Distância, 2004.

BORBA, O. B Aspectos teóricos da pesquisa participante: considerações sobre o significado e o papel da ciência na participação popular. In: BRANDÃO, Carlos Rodrigues (Org.) Pesquisa participante. São Paulo: Brasiliense, 1981. p. 42-62.

BRANDÃO, C. R.; STECK, D. Pesquisa participante: a partilha do saber. In: _______. (Org.). Pesquisa participante: o saber da partilha. São Paulo, Aparecida: Idéias e Letras, 2006. 295 p.

BROUSSEAU, Guy. Fondements et méthodes en didactique des mathematiques,Rechercehs en didactique des mathématiques. Grenoble: v.7, nº. 2 , 1986. pp. 35 – 115

___________. Fundamentos e Métodos da Didáctica da Matemática. In: BRUN, J. Didática das Matemáticas. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996a. Cap. 1. p. 35-113.

________ Introdução ao Estudo das Situações Didáticas - Conteúdos e Métodos de Ensino; Apresentação de Benedito Antônio da Silva – São Paulo, SP. Ed. Ática, 2008. pp. 21-100.

__________. Os diferentes papéis do professor. In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (org). Didática da Matemática: Reflexões Psicológicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996b. Cap. 4. p. 48-72.

__________. Theory of Didactical Situations in Mathematics: Didactique des mathematiques 1970-1990, N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland and V. Warfield, (trans, and eds.), Kluwer Academic Publishers, Dordrecht. 2002.

CARVALHO J. B. P. de. O que é Educação Matemática? Temas e Debates, n. 3, p. 17-26, São Paulo, 1991.

CASTRO-FILHO, J.A. ; MACÊDO, L.N; FREIRE, R. S. & LEITE, M.A. Cartas Interativas: Desenvolvendo o pensamento algébrico mediado por um software educativo. XXI Workshop de Informática na Escola (WIE). Anais do XXV Congresso da Sociedade Brasileira de Computação. São Leopoldo, RS, 2005.

CHEVALLARD, Yves; BOSCH, Mariana; GASCÓN, Josep. Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Tradução de Daisy Vaz de Moraes, Porto Alegre: Artes Médicas, 2001.

D’AMBRÓSIO, U. Educação Matemática: Da teoria à prática. 23ª edição. Campinas – SP: Papirus, 2012.

______. Etnomatemática: Etnomatemática elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2001. 107p.

______. Matemática, ensino e educação: uma proposta global. Temas & Debates, São Paulo, 1991.

______. **Sociedade, cultura, matemática e seu ensino**. Educação e Pesquisa, São Paulo 2005

DOUADY, R. (1993). L'ingénierie didactique: un moyen pour l'enseignant d'organiser les rapports entre l'enseignement et l'apprentissage. Cahier de DIDIREM, Paris: IREM de Paris VII.

FERNANDES, Susana da Silva. Contextualização no Ensino de Matemática – Um Estudo com Alunos e Professores do Ensino Fundamental da Rede Particular de Ensino Do Distrito Federal. In: Universidade católica de Brasília, 2006.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.

GÁLVEZ, G. A Didática da Matemática. In: PARRA, C.; SAIZ, I. Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 26-34.

GARBI, G.G.. A Rainha das Ciências: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática. São Paulo, Editora Livraria da Física, 2006.

HAGUETTE, A. 1990. Educação: Bico, Vocação ou Profissão? In: HAGUETTE, A. *A luta pelo ensino básico:* uma proposta Pedagógico-Administrativa. Fortaleza, CE: Edições UFC. p. 39-63.

IEZZI, G., DOLCE, O. & MACHADO, A. Matemática e Realidade. 8ª série. – 4. ed. Reform. – São Paulo: Atual, 2000.

IMENES, Luiz Marcio e LELLIS, Marcelo, Livro Didático de Matemática, 7ª série, São Paulo, Scipione, 2001

KENSKI, V. M. Tecnologias e Ensino Presencial e a Distância. Campinas, Papirus, 2003.

LORENZATO, S.; FIORENTINI, D. O profissional em Educação Matemática, 2001. Disponível em:

http://www.unisanta.br/teiadosaber/apostila/matematica/O_profissional_em _Educacao_Matematica-Erica2108.pdf. Acessado em: 15/06/2008.

LOPES, A. R. L. V.; BORBA, M. C. Tendências em Educação Matemática. Roteiro, Revista da UNOESC, Joaçaba, Santa Catarina, Brasil, Vol. XVI, nº 32, p. 49-61, jul./dez., 1994

LEITE, Luci Banks (Org.). Piaget e a escola de Genebra. 3. ed. São Paulo: Cortez, 1995.

MACHADO, S. D. A. Engenharia Didática. In: MACHADO, S. D. A. (org.). Educação Matemática: Uma introdução. 2 ed. São Paulo: Educ, 2002. p. 197-208.

MELLO, D. Promoção à saúde e educação: diagnóstico de saneamento através da pesquisa participante articulada à educação popular (Distrito São João dos Queiróz, Quixadá, Ceará, Brasil). Cad. Saúde Pública, Rio de Janeiro, 14(3): 583-595, jul-set, 1998.

MENEZES, A.P.A. B. Contrato Didático e Transposição Didática: Inter-Relações entre os Fenômenos Didáticos na Iniciação á Álgebra na 6º Série do Ensino Fundamental. Tese de Doutorado não publicada, UFPE, 2006.

MERCIER, Alain. Le contrat didactique et ses effets. Petit vocabulaire raisonné à l'usage des enseignants débutants. 2005. Disponível em: <http:/ recherche aix-mrs.iufm.fr/publ/voc/n1/mercier/index.htm>. 2017

NACARATO, A.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

OLIVEIRA, L. L.; VELASCO, A. D. (2007). *Ensino de geometria nas escolas de nível médio da rede pública da cidade de Guaratinguetá.* Curitiba, Paraná. Disponível na Internet: http://www.degraf.ufpr.br/artigos_graphica/OENSINO. pdf. Acessado em: abr/2017.

PACHECO, J; PACHECO, M. F. A Escola da Ponte sob múltiplos olhares: palavras de educadores, alunos e pais. Porto Alegre: Penso, 2013.

PIAGET, Jean. O Tempo e o Desenvolvimento Intelectual da Criança. In: Piaget. Rio de Janeiro: Forense,1973.

RICO L. & SIERRA, M. Didáctica de la Matemática e investigación. In CARRILO J. & CONTREAS, L. C. Matemática española en los albores del siglo XXI. Hergué: Ed. Andaluza, Huelva, 2000.

ROGENSKI, M. L. Cordeiro; PEDROSO, S. M. Dias. (2007). *O Ensino da Geometria na Educação Básica:*Realidade e Possibilidades. Disponível na Internet: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/44-4.pdf. Acessado em: abr/2017.

ROSCHELLE, J., DIGIANO, C., PEA, R. E KAPUT, J. Educational software components of tomorrow. In M/SET 99 Proceedings [CD ROM], Charlottesville, VA: American Association for Computers in Education, 1999.

SÁ FILHO, C. S.; MACHADO, E. de C. O computador como agente transformador da educação e o papel do Objeto de Aprendizagem. 2003

TAVARES, R. Aprendizagem significativa, codificação dual e objetos de aprendizagem. 2006. Disponível em: http://www.fisica.ufpb.br/~romero/port/trabalhos.htm Acesso em 20 de junho. 2017

VALENTE, W. R. (2002). A elaboração de uma nova vulgata para a modernização do ensino de Matemática: aprendendo com a história da Educação Matemática no Brasil. *Bolema*, nº 17, Rio Claro, Editora UNESP.

VIALI, L.; SILVA, M. M. A Linguagem Matemática como dificuldade para alunos do Ensino Médio. Anais – IX ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - ENEM. BH. UNI-BH, 2007.

WILEY, David A. Connecting learning objects to instructional design theory: A definition, a metaphor, and taxonomy. In David A. Wiley (Ed.), The Instructional Use of Learning Objects, 2000.

APÊNDICE A

Questionário 1. Perfil dos Participantes

Nome: ____ Idade:_________________

1. Com quantas pessoas você mora? (incluindo mãe, pai, irmãos, amigos, ...)

( ) moro sozinho

( ) uma a três

( ) quatro a sete

( ) oito a dez

( ) mais de dez

2. Qual o nível de escolaridade do seu pai? Marque apenas uma resposta.

( ) Do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental

( ) Do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental

( ) Ensino médio

( ) Ensino Superior

( ) Não estudou. Justifique

____

____

3. Qual o nível de escolaridade da sua mãe? Marque apenas uma resposta.

( ) Do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental

( ) Do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental

( ) Ensino médio

( ) Ensino Superior

( ) Não estudou. Justifique

____

____

4. Quais eram as condições da escola que você estudou na sua comunidade? Justifique.

( ) Ruim

( ) Regular

( ) Boa

( ) Ótima

____

____

____

5. Possui internet na escola da sua comunidade?

( ) Sim

( ) Não

( ) Não sei

6. Você repetiu algum ano?

____

7. Se sim, Qual?

____

8. Você estudou geometria na escola?

____

9. Se sim, a partir de qual série?

____

11. Se não, você conseguiria mencionar os motivos?

____

____

____

12. Você estudava conteúdos de geometria com frequência nas aulas de matemática?

( ) Sim

( ) Não

13. Os conteúdos de Geometria foram todos contemplados durante a formação escolar? Se não, porque?

____
____
____

14. Você acha importante estudar Geometria na escola? Porque?

____
____
____

Você sente dificuldade hoje na universidade nos componentes de geometria?

( ) Sim

( ) Não

15. Se sim, você poderia apontar os possíveis motivos para isso?

____
____
____
____
____