

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS NATURAIS E
MATEMÁTICA

A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ALTERNATIVA DE ENSINO E
APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

ROSALBA LOPES DE OLIVEIRA

NATAL/RN

2004

ROSALBA LOPES DE OLIVEIRA

**A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ALTERNATIVA DE ENSINO E
APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS**

Dissertação apresentada, como exigência parcial para obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, à banca examinadora da Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Cláudia Helena Dezotti

NATAL/RN

2004

ROSALBA LOPES DE OLIVEIRA

**A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ALTERNATIVA DE ENSINO E
APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS**

Dissertação apresentada, como exigência parcial para obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, à banca examinadora da Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

BANCA EXAMINADORA

Prof^ª. Dr^ª. Cláudia Helena Dezotti

Prof. Dr. Rodney Carlos Bassanezi

Prof. Dr. Iran Abreu Mendes

Natal, dede 2004

Aos meus pais, Ponciano e Maria, que me deram a grandeza da vida e que sempre me ensinaram o valor do estudo e do trabalho;

Ao meu marido, Ronaldo, amigo e companheiro, que me incentivou e me apoiou na realização deste sonho.

Agradecimentos

Este percurso de formação não teria sido possível, se eu não tivesse encontrado ajuda e apoio para concretização deste sonho. Por isso agradeço:

Ao **Criador**, pela vida, pela chama de esperança que me fez expandir o espírito e ampliar os conhecimentos;

A minha orientadora, **Professora Cláudia Helena Dezotti**, que me incentivou e orientou todo o processo de construção deste trabalho;

A **todos os professores** do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática – **PPGECM** -, que me conduziram a aprender a aprender;

Ao Instituto de Educação Superior Presidente Kennedy - **IFESP** -, que contribuiu de maneira significativa para que eu atingisse este objetivo;

Aos **colegas** da equipe de Matemática do **IFESP** - Regina, Maria José, Fracinete e Paulino -, pela compreensão nos momentos de ausência e pelo apoio e contribuição recebida na escrita desta dissertação;

Aos **meus alunos** da Escola Municipal Celestino Pimentel - **EMCP**, que, cotidianamente, me ensinam a ser professora, pela incansável colaboração que me deram na construção deste trabalho;

A **Stevenson**, pelo apoio que dele recebi;

Àqueles que estiveram ao meu lado tanto no desenvolvimento deste estudo como em outras experiências significativas;

E a todos os que sonham com uma escola de qualidade para todas as crianças, jovens e adultos.

RESUMO

Este trabalho se insere no campo da Educação Matemática da Educação de Jovens e Adultos e visa contribuir para a ação educativa dos profissionais da área de Matemática, que atuam com essa modalidade de ensino, tomando como parâmetro o enfoque da *Modelagem Matemática*. Constituiu objetivo da pesquisa a elaboração de uma proposta de utilização da *Modelagem Matemática* como alternativa de ensino e aprendizagem da Geometria na EJA. A pesquisa foi desenvolvida em três turmas do nível III (5ª e 6ª séries), da EJA, em uma escola municipal da periferia da cidade do Natal/RN. Trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa, com enfoque na observação participante, tendo em vista a nossa atuação direta no ambiente da pesquisa, como professora de Matemática dessas turmas. Utilizamos como instrumentos de coleta de dados questionários, notas de aula e análise de documentos oficiais. Os resultados apontam que as atividades em que se utiliza a *Modelagem Matemática* valorizam o *saber fazer* do aluno no processo de construção do conhecimento, na medida em que procuram desenvolver métodos de aprendizagem significativa, auxiliando o aluno a construir relações da Matemática com outras áreas do conhecimento e dentro da própria Matemática. Amplia também a visão de mundo do aluno, ajudando sua participação em outros espaços sociais, além de propiciar mudanças na postura do aluno e do professor, em relação à dinâmica da sala de aula de Matemática.

PALAVRAS-CHAVE: educação de jovens e adultos; modelagem matemática; geometria.

ABSTRACT

This work itself inserts in the mathematics education field of the youth and adult education to aim to practitioners of the educational action into the mathematics area performing to with this is teaching kind, adopting to as parameter the Mathematics Molding approach. The motive of the research is to draw up a application proposal of the molding mathematics as teaching and learning geometry alternative in the youth and adult education. The research it develops in three class of the third level (series 5th and 6th) of he youth and adults education in the one school municipal from the Natal outskirts. Its have qualitative nature with participating observation approach, once performing to directly in to research environment as a mathematics teacher of those same classes. We are used questionnaires, lesson notes and analyses of the officials documents as an basis of claim instruments. The results indicates that activity used the mathematic moldings were appreciated the *savoir-faire* of the student in to knowledge construction process, when search develop to significant learning methods, helping to student build has mathematics connections with other knowledge areas and inside mathematics himself, so much that enlarges your understanding and assist has in your participation in the other socials place, over there propitiate to change in student and teacher posture with relation to mathematic classroom dynamics.

Key words: Youths and adults Education; Mathematics Molding; geometry.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	10
1 EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS: propostas e projetos.....	18
1.1 A Educação de Jovens e Adultos: instrumento de conquista da cidadania.....	18
1.2 A Educação de Jovens e Adultos: reflexões sobre as políticas públicas.....	24
2 MODELAGEM: um aporte para o ensino e aprendizagem da Matemática.....	34
2.1 Modelagem Matemática: conceito.....	34
2.2 Modelagem Matemática como alternativa metodológica.....	41
2.3 A EJA e a modelagem matemática: tecendo relações	45
3 METODOLOGIA DA PESQUISA	55
3.1 Caracterizando a pesquisa.....	55
3.2 Descrevendo as etapas da pesquisa.....	56
3.3 Desvendando o ambiente da pesquisa.....	58
4 IDENTIFICANDO O ALUNO DA EJA	62
4.1 O perfil do aluno pesquisado.....	62
4.2 Os conhecimentos da geometria do aluno da EJA.....	67
5. PROPOSTA DE ATIVIDADES PARA O ENSINO DE GEOMETRIA UTILIZANDO MODELAGEM MATEMÁTICA	77
5.1 O papel da geometria na formação do cidadão.....	78
5.2 Definição dos temas e estrutura das atividades.....	84
5.3 TEMA 1 Ângulos e Posições Relativas de Retas.....	85
5.3.1 Ângulos	86
5.3.2 Posições relativas de retas	95
5.4 TEMA 2 Sistemas Referenciais.....	103
5.5 TEMA 3 Figuras Geométricas.....	118
5.5.1 Figuras Geométricas Planas	119
5.5.2 Figuras Geométricas Espaciais	129
6 ANÁLISE DAS ATIVIDADES APLICADAS	140
6.1 Atividade 1 – Desenhando portões	141
6.2 Atividade 2 – Construindo casas.....	148
6.3 Atividade 3 – Dobrando e construindo retas	155
6.4 Atividade 4 – A caminho da escola	160
7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES	170
REFERÊNCIAS	174
ANEXOS	180

“[...] É possível sonhar e fazer planos e ter energia bastante para realizá-los, a despeito de todas as dificuldades e obstáculos” (Mário Quintana).

INTRODUÇÃO

Vivemos um momento histórico em que ocorrem grandes transformações, marcadas por progressos e avanços nas ciências, na área das tecnologias, da informação, no processo produtivo, nos objetivos da educação e no conceito de profissionalização. No entanto esses avanços parecem contraditórios quando não se consegue resolver problemas como as injustiças sociais, a violência, o desemprego, a fome, os desequilíbrios ambientais, a evasão e a repetência nas escolas, entre outros, que tornam menos digna a qualidade de vida do homem no planeta. Desse modo, é imprescindível que se discuta, com profundidade, o papel da educação nessa sociedade globalizada, no sentido de centrar esforços na melhoria das condições humanas.

No cerne das discussões sobre as funções da educação na atual sociedade, a concepção que mais se aproxima das transformações é aquela associada à Educação para a Cidadania, que tem como perspectiva a elevação do nível educacional e cultural de todos os indivíduos, independentemente de classes ou grupos sociais, na perspectiva da formação do cidadão, ou seja, uma educação que seja capaz de dotar os homens e mulheres de instrumentos que lhes possibilite perceberem-se inseridos dentro de um contexto mais amplo, compreendendo melhor a si mesmos e ao mundo em que vivem.

Há muito tempo, no Brasil, discute-se o problema da educação de jovens e adultos, mas, no momento atual, é preciso investir com mais afinco na educação básica e permanente dessas pessoas que não tiveram oportunidade de completar a sua escolarização no tempo regular, tendo em vista que somente com acesso à educação é que elas podem enfrentar o mundo do trabalho, cada vez mais exigente e competitivo. Sem educação, os jovens e adultos não terão chance de

sobreviver na sociedade da informação e da tecnologia, que exige cidadãos preparados para acompanhar a rápida evolução do conhecimento e as mudanças advindas em seu contexto de vida.

Hoje, o conhecimento é considerado peça fundamental para inserção de homens e mulheres no mercado de trabalho, que exige destes uma qualificação permanente para responder às constantes transformações nesse setor. Isso mostra a estreita relação existente entre educação e desenvolvimento econômico, político e social de um país. Dessa forma, como deixar o jovem e o adulto fora do acesso ao conhecimento sistematizado?

Considerando, pois, que mais de um terço dos adultos do mundo não tem acesso ao conhecimento impresso, às novas tecnologias, o que poderia melhorar-lhes a qualidade de vida e ajudá-los a perceber e a adaptar-se às mudanças sociais e culturais, é urgente que se encontrem caminhos para garantir a educação básica a todos, e que esta possa estar aliada a um processo de desenvolvimento do setor produtivo.

No Brasil, nos últimos anos, houve um significativo aumento no número de matrículas na Educação Básica e, em especial, na Educação de Jovens e Adultos (EJA), mas, mesmo assim, não foi possível eliminar o analfabetismo no nosso país, visto que o aumento do número de matrículas não significa a permanência na escola, que é o grande desafio para o sistema educativo. Na medida em que o sistema se preocupa apenas em aumentar o número de vagas nas escolas e não com a qualidade do ensino, o número de repetências e evasões se acelera. O afastamento da escola provoca baixa-estima e desestímulo dos alunos, que acabam abandonando o ambiente escolar, sentindo-se incompetentes para aprender.

É preciso enfrentar esse desafio edificando um ambiente escolar que promova educação de qualidade e que não seja mais um espaço de jovens e adultos desestimulados, mas de pessoas que tenham condições de enfrentar os obstáculos da vida moderna.

Mas em que a Matemática tem contribuído para essa exclusão e os baixos índices de permanência e progressão no sistema de ensino?

Provavelmente, essa disciplina tem contribuído para o fracasso escolar na medida em que seu ensino, de maneira geral, está descolado das questões do cotidiano dos alunos, o que provoca um sentimento de aversão em relação a ela e o pensamento de que só alguns indivíduos têm condições de aprender Matemática, ou seja, aqueles que não conseguem aprender são tachados de incompetentes e incapazes. A Matemática funciona como um filtro social do sistema educacional, por contribuir para a evasão e a repetência de uma parcela considerável de alunos que são matriculados todos os anos nas escolas.

Comumente, observamos que a prática dos professores nas aulas de Matemática está centrada na supervalorização do rigor, no exercício da autoridade, por se sentirem detentores do saber, na relevância dada aos conteúdos veiculados nos livros didáticos, sem nenhuma discussão sobre a importância desses conteúdos para o desempenho pessoal dos alunos, e numa concepção de avaliação focada no produto final, em detrimento do processo elaborado para compreensão desse produto.

O grande desafio para a escola, nos dias de hoje, é tornar o ensino mais interessante, relevante e integrado às questões da atualidade. O papel do professor de Matemática é fazer com que o ensino dessa disciplina seja interessante e interligado com as situações do contexto de vida dos alunos, não esquecendo, porém, do papel formativo que tem a Matemática.

Se a sociedade está mudando, o conhecimento está mudando, o currículo está mudando, por que não mudar a forma de abordar os conhecimentos matemáticos? Por que os alunos têm tantas dificuldades em aprender os conteúdos matemáticos? Será que os professores estão contribuindo para que os alunos não gostem de Matemática?

É tentando refletir sobre essas e outras questões relativas ao ensino e à aprendizagem de Matemática que estamos apresentando esta dissertação, na qual emerge como foco norteador a questão: Como a modelagem matemática pode contribuir para a construção do conhecimento geométrico dos alunos do Nível III da EJA? Este estudo tem sua relevância devido ao descaso que vem ocorrendo nas salas de aulas de EJA, com relação à Geometria, que, em geral, não é abordada nessa modalidade de ensino, acarretando enorme prejuízo à clientela, que necessita desse conhecimento para entender o espaço em que vive e outros ambientes compreendidos no mundo.

Consideramos também importante este estudo porque é uma forma de contribuir para que os alunos de EJA resgatem o já sabido ou conhecido acerca da geometria, ampliando e aprofundando seus conhecimentos e, ao mesmo tempo, auxiliando-os a perceber a presença da geometria em seu contexto de vida.

Para tanto, definimos como objetivo geral deste estudo a elaboração de uma proposta de atividades utilizando a *Modelagem Matemática* como metodologia de ensino e aprendizagem de Geometria na Educação de Jovens e Adultos (EJA), em turmas do Nível III, do Projeto Acreditar, desenvolvido pela Secretaria Municipal de Educação de Natal/RN.

Como forma de atingirmos esse objetivo, elencamos como objetivos específicos elaborar atividades que possibilitem a construção do conhecimento geométrico dos alunos do Nível III da EJA; aplicar e avaliar o uso de algumas das atividades desenvolvidas em três turmas da EJA, do Nível III, do Projeto Acreditar, numa escola municipal da cidade do Natal.

O Projeto Acreditar foi criado em 1999, para oportunizar o acesso e a continuidade dos estudos à clientela de jovens e adultos que foi excluída da escola no período regular, possibilitando a conclusão do Ensino Fundamental a todos os jovens e adultos a partir de 14 anos. Esse projeto foi estruturado em níveis de ensino: o Nível I compreende a alfabetização, o Nível II

é de sistematização (3ª e 4ª séries), o Nível III compreende a 5ª e a 6ª séries, e o Nível IV corresponde a 7ª e a 8ª séries.

O nosso trabalho de pesquisa está direcionado ao Nível III (5ª e 6ª séries), por ser o nível em que atuamos como professora de Matemática na EJA, numa escola da periferia de Natal/RN.

Elegemos a *Modelagem Matemática* como alternativa de ensino e aprendizagem de Geometria na EJA, neste estudo, por considerarmos que essa metodologia possibilita a transformação de problemas do cotidiano do aluno em problemas matemáticos, que são resolvidos de forma dinâmica, em que o aluno participa ativamente do processo de resolução dos problemas propostos.

Acreditamos que, quando o aluno percebe a aplicação da Matemática em situações do seu cotidiano, ele é capaz de compreender melhor os assuntos desenvolvidos em sala e aula e, conseqüentemente, incorporar conceitos e resultados, de forma mais significativa, criando interesse para aprender Matemática.

Barbosa (1999, p.71) aponta algumas características do trabalho com *Modelagem*:

[...] a apresentação de estruturas matemáticas não mais se constituem em foco central do estudo, mas num recurso de organização de idéias exploradas e/ou investigadas. As noções de certeza e precisão são abaladas, e passa-se a lidar com respostas aproximadas, podendo-se, inclusive, obter várias 'soluções'.

Vista assim, a dinâmica da sala de aula se modifica, uma vez que o professor deixa de ser o “transmissor do saber para ser entendido como aquele que está na condução das atividades, numa posição de partícipe” (BARBOSA, 1999, p.71). Tal postura traduz a responsabilidade do professor nessa abordagem de ensino, pois este passa a ser de problematizador e articulador das idéias exploradas no processo de modelagem com o saber sistematizado.

Outra característica do trabalho com *modelagem* destacada por Barbosa (1999), é a possibilidade da integração entre vários conteúdos, que propicia a retomada de conteúdos já trabalhados, infundindo, assim, um caráter espiral ao currículo.

O ponto de destaque no trabalho com *modelagem* é instituir condições para que os educandos aprimorem seus conhecimentos aprendendo a fazer modelos matemáticos, pois se almeja que através da *modelagem* eles sejam incentivados a buscarem solução para os problemas e aprendam a fazer pesquisa, adquiram o hábito de formular e resolver problemas, aprendam a lidar com temas do seu interesse, utilizem os conteúdos matemáticos em situações reais do seu dia-a-dia e possam desenvolver sua criatividade.

Nosso trabalho está estruturado em sete capítulos. No primeiro tratamos da necessidade de reformulação dos programas e projetos direcionados à EJA, como forma de se contemplarem as transformações da sociedade contemporânea e a formação do cidadão para atuar nessa sociedade em mudança.

Enfatizamos, no segundo capítulo, algumas considerações acerca das diferentes compreensões que se tem atualmente sobre o que é *Modelagem Matemática*, com base nos conceitos apresentados por vários autores, além de destacarmos as contribuições que essa metodologia pode oferecer como alternativa de ensino e aprendizagem da Matemática, tendo como ponto de referência as idéias postas por diversos autores que se detiveram no estudo dessa metodologia de ensino.

No terceiro capítulo, fazemos uma descrição da metodologia utilizada na pesquisa, considerando a caracterização do trabalho, a descrição das etapas desenvolvidas e o ambiente em que foi realizado.

No quarto capítulo procuramos destacar o perfil do aluno da Educação de Jovens e Adultos que participou da pesquisa, além de enfocarmos os conhecimentos prévios que esses alunos têm em relação à Geometria, tomando como parâmetro os questionários aplicados.

No quinto capítulo, descrevemos nossa proposta de atividades utilizando a *Modelagem Matemática* como alternativa de ensino e aprendizagem da Geometria no Nível III da EJA. Ressaltamos inicialmente, o papel da Geometria no processo de formação do cidadão, com base nas idéias de alguns autores que se debruçaram sobre essa questão. Além disso, definimos os temas com os quais trabalhamos, selecionados a partir dos conteúdos de Geometria incluídos na Proposta Curricular da EJA – 2º segmento (5ª a 8ª série), bem como as atividades que elaboramos para explorá-los.

No sexto capítulo, o enfoque foi dado à descrição das atividades aplicadas e à análise dos resultados encontrados no desenvolvimento dessas atividades, enfatizando também a avaliação feita pelos alunos, ao final da aplicação das atividades.

Finalizando, no sétimo capítulo, apresentamos as conclusões e sugestões extraídas dos resultados encontrados nos estudos realizados durante esse trabalho e na aplicação das atividades selecionadas.

Esperamos, com este trabalho, contribuir para as reflexões sobre o ensino de Geometria na Educação de Jovens e Adultos e na construção de uma prática educativa que leva em consideração a participação do aluno e seus problemas vivenciados no seu cotidiano. Além do mais, colaborar com o avanço nas pesquisas relacionadas ao ensino da Matemática na EJA.

“A compreensão da EJA como um direito do cidadão, uma necessidade da sociedade e uma possibilidade de realização da pessoa como sujeito de conhecimento tem uma significativa repercussão na prática pedagógica do educador” (Maria da Conceição F. R. Fonseca).

1 EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS: propostas e projetos

Neste capítulo, faremos algumas considerações acerca da necessidade de reformulação dos programas e projetos que atendem aos jovens e adultos, tendo em vista as novas exigências do mundo do trabalho e a atual Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional - LDB nº. 9.394/96 -, que enfoca a obrigatoriedade, por parte do Estado, de oferecer o acesso aos estudos e a permanência na escola àqueles que não tiveram acesso ou não deram continuidade aos estudos no período regular. Enfatizamos também propostas e projetos implementados na EJA desde a década de 40 até os dias atuais -, em especial, o Projeto Acreditar, desenvolvido pela Secretaria Municipal de Educação de Natal/RN.

1.1 A Educação de Jovens e Adultos: instrumento de conquista da cidadania

O pensamento sobre educação que entra em cena neste novo milênio está traduzido na expressão *educação ao longo de toda a vida*. Busca-se fazer com que as pessoas saibam direcionar suas ações dentro desta sociedade em constantes transformações. Delors (1999, p. 105) diz, a respeito disso: “[...] A educação ao longo de toda a vida torna-se assim, para nós, o meio de chegar a um equilíbrio mais perfeito entre trabalho e aprendizagem, bem como de uma cidadania ativa”. Dessa forma, é através da educação que se concretizam as ações para a conquista da dignidade humana.

Há, portanto, necessidade de se reverter o quadro de analfabetismo que atinge o nosso país, demonstrado nos dados estatísticos apresentados no censo escolar realizado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais – INEP -, em 2001, apontando que 13,6% da população de 15 anos ou mais são analfabetos e, entre os indivíduos na faixa etária de 15 a 19 anos, dois terços não concluíram o Ensino Fundamental, tendo apenas até quatro anos de estudos.

Como se sabe, ser alfabetizado significa também ter adquirido a capacidade de participar de todos os bens construídos pela humanidade. Reforçando os dados estatísticos acima, Pinto et al. (2003, p. 1), no seu artigo O Mapa da Alfabetização e do Letramento, complementam que “o País ainda possui, em 2000, cerca de 16 milhões de analfabetos absolutos (entendidos como todos aqueles que se declaram incapazes de ler e escrever um bilhete simples) e 30 milhões de analfabetos funcionais (pessoas de 15 anos ou mais, com menos de quatro séries concluídas)”.

Esses dados evidenciam que o problema do analfabetismo no Brasil não é coisa do passado, e sim uma discussão mais complexa do momento atual, o qual necessita de ações urgentes para que o fator exclusão social não se expanda de maneira tão crescente. Essas ações devem estar vinculadas a políticas públicas consistentes, contínuas e interligadas com outros setores de desenvolvimento econômico, social e cultural. Não devemos esquecer que, nas seis últimas décadas, o Brasil já realizou cerca de dez programas de alcance nacional para erradicação do analfabetismo, mas não conseguiu garantir a alfabetização para todos os jovens e adultos que foram excluídos dos bancos escolares no seu período regular.

Se os órgãos oficiais continuarem desenvolvendo projetos e programas pontuais e esporádicos, nos quais impera o improviso, a falta de qualificação e de preparação para os professores que vão atuar na educação de jovens e adultos, estarão ajudando a desqualificar essa clientela e aumentando o déficit educacional, tendo em vista que esses projetos têm como base a concepção de educação compensatória, que objetiva recuperar o tempo perdido através de

campanhas desenvolvidas em curto período de tempo, em qualquer lugar, sob a orientação de qualquer pessoa, recebendo esta, salários baixos e sem nenhum material didático nem qualificação para atender a essa clientela. Nessa perspectiva, os projetos podem ser interrompidos a qualquer tempo, acarretando desperdício de dinheiro e mais uma frustração para aqueles que neles acreditaram. É preciso, portanto, aprofundar a compreensão e o sentido da EJA no atual contexto social.

O aprender, na sociedade atual, não pode ter entre suas características a terminalidade, mas deve ser uma atividade permanente por toda a vida. Assim, a EJA deve ser compreendida sob duas perspectivas, como assinala Sauer (2001, p.2):

[...] a de 'escolarização', que aponta para a garantia do direito do cidadão à educação básica (nos níveis fundamental e médio) e o dever do Estado em provê-la; e a de 'educação continuada', que aponta para projetos que contemplem o direito à melhoria da qualidade de vida, à saúde, ao emprego, ao trabalho, às questões de gênero, etnia, etc., em experiências não necessariamente escolares, nem formais.

Nessa configuração, presumimos que os programas e projetos de EJA devem estar preocupados em oportunizar a seus atores o desenvolvimento de competências e habilidades que permitam um conhecimento sobre *o aprender a conhecer, aprender a fazer, aprender a conviver e a aprender a ser*, elementos essenciais para a inserção dos homens e mulheres na sociedade contemporânea. O Parecer CEB/CNE n. 11/2000 (p.117) infere que a educação, “[...] possibilita ao indivíduo jovem e adulto retomar seu potencial, desenvolver suas habilidades, confirmar competências adquiridas na educação extra-escolar e na própria vida, possibilitar um nível

técnico e profissional mais qualificado”, tornando-se um elemento essencial para o desenvolvimento social e econômico de um país.

Tem-se observado, porém, que os acordos firmados pelo Brasil nos encontros internacionais, como o firmado em Jomtien, na Tailândia, em 1990, o qual determinou metas e diretrizes educativas para os vários países que participavam da Conferência Mundial de Educação para Todos, não conseguiram ainda atingir as metas assumidas. Nessa Conferência, foram elaborados documentos, tomando como base a idéia posta 40 anos antes, na Declaração Universal de Direitos Humanos, de que todas as pessoas têm direito à educação. No Brasil, os referenciais construídos em Jomtien foram considerados na elaboração de marcos legais, como a Lei de Diretrizes e Bases – LDB 9.394/96 – e o Plano Nacional de Educação, além de influenciarem na preparação de programas de governo, projetos de avaliação dos programas e nas reformas de ensino.

Outro evento considerado importante para a EJA foi a V Conferência Internacional de Educação de Adultos – V CONFITEA -, que ocorreu em 1997, em Hamburgo, na Alemanha. Nela, o governo e a sociedade civil dos países participantes puderam refletir sobre as demandas atuais e as orientações futuras para a educação de jovens e adultos, assumindo compromissos peculiares para a atuação em seus países. Vóvio; Moura; Ribeiro (2000, p. 106) ressaltam que:

Entre os vários conceitos propostos pela Conferência que impactam as ações educativas dirigidas a jovens e adultos destaca-se a superação da idéia de que a educação de jovens e adultos deva ter, exclusivamente, uma função compensatória ou supletiva, introduzindo a noção de educação permanente que deve estar associada ao desenvolvimento de quatro habilidades: aprender a aprender, aprender a ser, aprender a fazer e aprender a conviver durante toda a vida. Deve-se ressaltar a assunção de um conceito amplo de educação, que transcende os marcos escolares, vinculada ao desenvolvimento em todas as esferas da vida e âmbito sociais. Por fim, enfatizou-se ainda a idéia de que a

educação é um direito de todos e depende do compromisso de todas as pessoas, sendo uma chave de entrada para o século XXI.

Nessa visão de educação, fica evidenciada a supressão dos aspectos relacionados à exclusão e às diferenças de gênero e raça, considerando-se que a educação é um direito de todos.

Partindo dos compromissos assumidos pelo Brasil nesses encontros, observamos que o número de matrículas, por Estado, no período 1995/2000, aumentou significativamente, ou seja, o acesso à escolarização foi expandido, mas, a permanência do aluno na escola ainda continua um problema a ser resolvido.

Essa expansão também não se deu uniformemente nas diversas regiões brasileiras. De acordo com dados do Censo Escolar de 2001, realizado pelo INEP, houve um crescimento, na matrícula de EJA, de 37,4% em todo o país, no entanto foi nas regiões Norte e Nordeste que se verificou o crescimento maior: de 41,8% e 54%, respectivamente. Em março de 2000, aproximadamente 1,5 milhão de alunos da EJA estavam matriculados em cursos presenciais de 5ª a 8ª série do Ensino Fundamental.

Isso nos leva a pensar que a expansão do acesso ao sistema de ensino não está vinculada a melhoria significativa do processo de ensino e aprendizagem, como também aponta para a necessidade de uma melhoria na infra-estrutura do ambiente escolar para que possa atender a essa clientela, que necessita urgentemente de uma formação. Dessa forma, não se pode assegurar a permanência do aluno na escola se não forem redefinidos os programas de educação para os jovens e adultos, no sentido de se garantir uma escola que atenda aos anseios e às necessidades destes, através de uma educação que possibilite a formação do indivíduo como um todo.

Com essa compreensão, o sistema educativo deve apontar para mudanças na forma de organização de seu currículo escolar, pondo a valorização do homem como foco central desse novo currículo. Para tanto, necessita assegurar a todos,

Uma educação de qualidade, que garanta as aprendizagens essenciais para a formação de cidadãos autônomos, críticos e participativos, capazes de atuar com competência, dignidade e responsabilidade na sociedade em que vivem e na qual esperam ver atendidas suas necessidades individuais, sociais, políticas e econômicas (BRASIL, PCN, 1998, p. 21).

Nessa perspectiva, a escola deve construir um currículo vivo, em que possam ser incluídas, no ambiente escolar, situações de aprendizagem que retratem experiências concretas e variadas do cotidiano social e cultural dos alunos, no sentido de ajudá-los a compreender o seu contexto de vida e habilitá-los a buscar a transformação desse ambiente. Dessa forma, o currículo escolar voltar-se para além da sala de aula, considerando que os conhecimentos adquiridos na escola não se podem ater apenas a uma determinada situação, mas devem ser generalizados e transferidos a outros contextos. Só assim, estaremos preparando o aluno para exercer a sua cidadania e atuar na sociedade em constante mudança.

1.2 A Educação de Jovens e Adultos: reflexões sobre as políticas públicas

No final do século XX, precisamente em abril de 2000, foi realizado, em Dakar, no Senegal, o Fórum Mundial da Educação, cuja finalidade era avaliar os avanços atingidos frente aos compromissos assumidos pelos países signatários da Declaração Mundial de Educação para Todos e do Plano de Ação para Satisfazer as Necessidades Básicas de Aprendizagem. Nessa avaliação, foi constatado que nenhum dos compromissos foi totalmente cumprido, sendo, por isso, expandido o prazo para 2015, o que só reforça a idéia de que as ações em educação e, em especial, na EJA ainda estão distantes de ser prioridade para alguns países.

Se situarmos a EJA no quadro geral das políticas de educação do Brasil, vamos compreender que, por ser considerada como uma educação de caráter compensatório, ela nunca esteve totalmente integrada a um projeto de educação para o país.

No período de 1940 a 1980, o empenho do governo e das organizações sociais estava centrado, essencialmente, no combate ao analfabetismo. No entanto foi constatado em pesquisas que os resultados da alfabetização, nesse período, ficaram aquém das expectativas e do esforço despendido, principalmente pela descontinuidade do processo inicial de alfabetização. Observou-se, que a redução do número de analfabetos diminuiu, não por causa das campanhas de alfabetização, mas pela progressiva universalização do acesso das pessoas à escola.

Nos últimos anos da década de 80 e início dos anos 90, diversos estudos foram realizados sobre a educação de jovens e adultos, os quais desencadearam a necessidade de mudanças na forma de organização da educação básica, para contemplar uma política específica que atendesse aos anseios e às necessidades dos jovens e adultos. Assim, os programas destinados à EJA não poderiam ser apenas centrados na alfabetização, e sim, numa política de Estado que propusesse a

continuidade dos estudos para essa clientela, respaldada pela Constituição Federal de 1988 e pela Lei de Diretrizes e Bases Nacional - LDB nº. 9.394/96 -, que reconhecem a obrigatoriedade e a gratuidade do ensino fundamental “inclusive para os que a ela não tiveram acesso na idade própria”, assegurando como direito e dever da União e dos Estados e Municípios organizarem os sistemas de ensino.

A LDB no seu Artigo 4º, Inciso IV, referendando a Constituição Federal de 1988, define:

O dever do Estado com a educação escolar pública será efetivado mediante a garantia de oferta de educação escolar regular para jovens e adultos, com características e modalidades adequadas às suas necessidades e disponibilidades, garantindo-se aos que forem trabalhadores as condições de acesso e permanência na escola.

Para pôr em prática o que está proposto nesses dois documentos oficiais (Constituição e LDB), foram elaboradas as Diretrizes Curriculares Nacionais para EJA (Parecer CNE/CEB n. 11/2000) e a respectiva resolução do Conselho Nacional de Educação (Resolução CNE/CEB n. 1/2000), que definem a EJA como modalidade da Educação Básica, e destacam a exigibilidade do direito à educação escolar para jovens e adultos, afastando a idéia de compensação e suprimindo e adotando as de reparação, equidade e qualificação, o que representa um avanço e uma conquista para todos os que estavam fora da escola.

Esses documentos contribuíram para a estruturação dos componentes curriculares e a formação dos professores para atuarem nessa modalidade de ensino, tanto em nível da formação inicial como da continuada. Eles enfatizam a necessidade de formulação e execução de propostas pedagógicas que levem em consideração a identidade e os anseios da clientela que se pretende atender, garantindo, assim, o direito à escolarização para todos, sem distinção de sexo, cor, raça e

idade. Todas essas orientações têm contribuído para a construção de Propostas Curriculares para EJA que possibilitem o acesso e a permanência do aluno num ambiente escolar que valorize suas experiências e seus conhecimentos prévios, além de estabelecer o vínculo entre educação, trabalho e práticas sociais e culturais.

No âmbito do município de Natal/RN, em 1999, a Secretaria de Educação apresentou a todos os educadores de sua jurisdição a Proposta Curricular, com as diretrizes gerais para atender às especificidades do ensino de jovens e adultos. Essa proposta fez parte da implementação do Projeto Acreditar, o qual tem como objetivo:

Garantir o acesso e permanência do jovem e adulto na escola, propondo alternativas pedagógicas que viabilizem o processo de ensino-aprendizagem, elevando a auto-estima do aluno e valorizando o professor, de forma que ambos passem a acreditar em suas potencialidades (PROPOSTA CURRICULAR PARA EJA – PROJETO ACREDITAR - SME, 1999, p.09-10).

Inicialmente, o Projeto Acreditar foi concebido para atender as quatro primeiras séries do Ensino Fundamental (Projeto Acreditar I), mas, ao final do ano 2000, foi reestruturado, para contemplar as demais séries desse nível de ensino, ficando, assim, organizado: Nível I – alfabetização; Nível II – sistematização; Nível III e Nível IV – sistematização e aprofundamento. Vale salientar que, com essa organização, foi abolida a seriação, pois o período do curso é de quatro anos, um para cada nível, podendo, excepcionalmente, o Nível I ser realizado em dois anos, dependendo do ritmo de desenvolvimento cognitivo do aluno. Foi proposto ainda que os alunos de 5^a e 6^a séries formariam turmas do Nível III e os de 7^a e 8^a séries formariam turmas do Nível IV.

Dessa forma, os conteúdos a serem desenvolvidos nesses níveis de ensino foram organizados levando-se em consideração o que está posto nos Parâmetros Curriculares Nacionais, haja vista que a Proposta Curricular para EJA (em nível do MEC) ainda não tinha sido elaborada. Quanto aos pressupostos metodológicos do Projeto Acreditar, ele está direcionado para uma *ação educativa* baseada na metodologia de projetos, a qual considera que: “[...] todo conhecimento é construído em estreita relação com os contextos em que são utilizados, não sendo possível separar os aspectos cognitivos, emocionais e sociais presentes neste processo” (PROPOSTA CURRICULAR PARA EJA – PROJETO ACREDITAR - SME, 1999, p.21)

Nessa perspectiva, o trabalho com projeto possibilita a interdisciplinaridade, tendo em vista a sua natureza pluridisciplinar, em que os conteúdos das disciplinas deixam “de ser um fim em si mesmo e passam a ser meios para ampliar a formação dos alunos e sua interação na realidade de forma crítica e dinâmica” (ibidem, p.22).

Essa forma de trabalhar foi direcionada para as escolas municipais da cidade do Natal/RN, pela Secretaria de Educação do Município – SME -, sem um acompanhamento técnico e sistemático que subsidiasse o trabalho do professor. Também não foram oferecidos materiais didáticos e recursos necessários para o desenvolvimento dos projetos, por isso a metodologia de projetos ainda não está sendo bem implementada pelas escolas municipais. A maioria delas continua trabalhando nos mesmos moldes do ensino regular, sem se preocupar com as especificidades dos alunos da EJA, que chegam à escola com uma grande bagagem de experiência de vida pessoal e profissional.

A função principal da Proposta Curricular para EJA – Projeto Acreditar - SME (1999, p.14) - é “[...] redimensionar, subsidiar e instrumentalizar o trabalho de todos os elementos envolvidos na prática educativa, através de uma reflexão crítica sobre o trabalho que deverá ser

desenvolvida”. No entanto observamos a necessidade de formação continuada dos professores que atuam na EJA, no sentido de contribuir para o redirecionamento de suas ações docentes.

No final de 2002, o Ministério de Educação (MEC) –, através da Secretaria do Ensino Fundamental, lançou a Proposta Curricular para o segundo segmento da Educação de Jovens e Adultos (5ª a 8ª séries), que veio para nortear o trabalho educativo daqueles que atuam nessa modalidade de ensino. Nela, a escola é vista como um espaço vivo em que:

[...] os alunos possam manifestar preocupações, problemas, interesses, conhecimentos prévios, (...) em que a cidadania possa ser exercida a cada momento e, desse modo, seja aprendida, fazendo com que os alunos se apropriem do espaço escolar e reforcem os laços de identificação com a escola (BRASIL, 2002, p.88).

Em relação ao processo de ensino e aprendizagem, a ênfase é dada à conscientização e à participação, com o diálogo norteando todo o trabalho escolar. Essas idéias estão referendadas no aporte teórico das teorias socioconstrutivistas e de Paulo Freire. Sobre as contribuições freirianas, a ação educativa é caracterizada pela não-aceitação,

[...] por parte dos alunos, de conhecimentos prontos e acabados, mas pela reflexão sobre os conhecimentos que circulam e que estão em constante transformação; professores e alunos são portadores de cultura; todos aprendem e todos ensinam, são sujeitos da educação e estão permanentemente em processo de aprendizagem (Ibdem, p. 97-98).

Quando o aluno de EJA chega ao ambiente escolar, traz consigo saberes informais, adquiridos a partir de suas experiências de vida, que servirão como ponto de partida para

aquisição dos saberes formais, oferecidos pela escola. Assim, o aluno poderá estabelecer a relação entre os conhecimentos adquiridos na escola e os já construídos no seu dia-a-dia.

A problematização é a estratégia metodológica que deve ser utilizada para desenvolver os conteúdos que circulam na EJA, tendo em vista que provoca reflexão sobre as ações realizadas, além de proporcionar tomada de decisões na realização das atividades escolares e nas situações-problema do contexto de vida do aluno.

A Proposta Curricular da EJA – 2º segmento - destaca ainda que as teorias socioconstrutivistas consideram que:

[...] o conhecimento não é algo situado fora do indivíduo, a ser adquirido por meio da cópia real, tampouco algo que o indivíduo constrói independente da realidade exterior, dos demais indivíduos e de suas próprias capacidades pessoais. É, antes de tudo, uma construção histórica e social, na qual interferem fatores de ordem antropológica, cultural e psicológica, entre outros. A aprendizagem, na concepção construtivista, caracteriza-se como atividade mental construtiva, que parte de conhecimentos prévios dos alunos (BRASIL, 2002, p.99).

Com as experiências individuais, coletivas e profissionais, os alunos da EJA adquirem conhecimentos diversificados e distintos, os quais levarão para a escola e, na relação com novos conhecimentos, atribuem significado e sentido, que são, segundo a Proposta Curricular, *os fundamentos para a construção de novos significados*.

A idéia de “que aprender o significado de um objeto ou de um acontecimento é vê-lo em suas relações com outros objetos ou acontecimentos” (BRASIL, 2002, p.104), ou seja, de que o conhecimento se constrói na relação com os objetos e que essas relações se entrelaçam em redes, recomenda a organização de um currículo que se contraponha à fragmentação dos saberes

disciplinares. Nessa visão, o enfoque interdisciplinar ganha vantagem no processo educativo, uma vez que propicia condições de se desenvolver um trabalho pedagógico em que a superação das barreiras existentes entre as disciplinas torna-se evidente através de atividades que perpassam a relação entre o vivido e o estudado.

Destacamos, no entanto, que o enfoque interdisciplinar não nega a especificidade de cada disciplina, e sim visa à compreensão de ciência que ultrapassa as barreiras do esfacelamento do saber, como está referendado na afirmação de Fazenda (1993, p.97), ao diz que a “interdisciplinaridade [...] depende de uma mudança de atitude frente ao problema do conhecimento, da substituição de uma concepção fragmentária pela concepção unitária do ser humano.” É preciso refletir sobre como desenvolver um projeto educativo em que a idéia de contextualização dos saberes se torne efetiva e que o enfoque interdisciplinar esteja presente, no sentido de garantir uma educação em que o ser humano possa viver melhor.

Nessa perspectiva, contextualizar significa desenvolver os conteúdos das diversas áreas do conhecimento em forma de situações que façam sentido para os alunos, através de conexões com questões do seu cotidiano ou ligadas a outras áreas do saber, ou ainda por inter-relações entre os próprios conteúdos das disciplinas.

Voltando a destacar as políticas públicas da União que pretendem institucionalizar a EJA nos sistemas de ensino, foi criado em 2001 o Programa Recomeço – Supletivo de Qualidade -, que está inserido no Projeto Alvorada, com o objetivo de transferir recursos financeiros da União, em caráter suplementar, para os estados e municípios e expandir a oferta de vagas no Ensino Fundamental para jovens e adultos de 15 anos ou mais.

Esse programa visa contribuir para o enfrentamento do analfabetismo e da baixa escolaridade, principalmente nos estados onde o Índice de Desenvolvimento Humano – IDH - é

muito baixo e que estão inseridos no Projeto Alvorada (o qual busca criar condições necessárias para reduzir a pobreza e as desigualdades regionais do país).

Além da base financeira, o Programa Recomeço proporciona apoio técnico, através de ações de formação continuada dos professores, articulado a outros programas da Secretaria do Ensino Fundamental, como os Parâmetros Curriculares em Ação. Aponta não apenas para a expansão do atendimento ao aluno da EJA como também para a qualidade dos cursos oferecidos. Assim, as parcerias realizadas entre o Ministério da Educação, os Governos Estaduais e Prefeituras Municipais e esse Programa têm como meta oferecer oportunidade educacional a todos os escolarizados, ou não. Além disso, assegura também a continuidade dos estudos aos egressos do Programa Alfabetização Solidária, resgatando a dívida social para com uma parcela significativa da população com idade a partir de 15 anos.

Com a mudança de governo, em 2003, não sabemos os rumos do Programa Recomeço. Sabemos, sim, que foi criado outro programa de alfabetização de adultos, intitulado *Brasil Alfabetizado*, cujo objetivo é abolir o analfabetismo no Brasil com o apoio de toda a sociedade. O MEC tem a responsabilidade de repassar os recursos necessários para que as instituições conveniadas possam desenvolver o processo de alfabetização. A tarefa desse programa é ensinar a ler e escrever a todos aqueles que não passaram pela escola. É também tarefa do MEC avaliar e acompanhar o trabalho de todas as instituições conveniadas, as quais, por sua vez, têm o papel de organizar todo o processo de alfabetização, definindo a metodologia e o material didático necessário.

Observamos que esse programa apresenta um tempo médio definido para que o aluno seja alfabetizado, de seis e oito meses, não tendo, portanto, um caráter de continuidade, o que vem de encontro à idéia de educação permanente presente nos documentos oficiais. Outro ponto de destaque nesse programa é que qualquer pessoa pode ser alfabetizador, desde que participe de

cursos de capacitação, o que demonstra mais uma vez que a preocupação maior não é com a qualidade dos cursos, e sim com a quantidade de pessoas que serão matriculadas, esquecendo-se que essas pessoas têm grande experiência de vida, precisando de professores preparados para desenvolver uma ação educativa que faça com que elas avancem no seu processo de escolarização. Mais uma vez, estamos diante de um novo programa de alfabetização de adultos que, como tantos outros, não condiz com os anseios de uma sociedade em constante transformação. Não é suficiente lançar programas de alfabetização sem se preocupar com aqueles que estão voltando à escola e com aqueles que vão orientar o trabalho docente. Se assim for, continuaremos alimentando o número de pessoas desescolarizada e gastando verbas que deveriam ser utilizadas com projetos criados para atender as necessidades daqueles que buscam a escola.

Entendemos que esses projetos devem considerar que o sujeito dessa educação é um ser que tem uma vasta experiência pessoal e profissional e que pensa sobre si e sua realidade. Dessa forma, as ações educativas devem estar voltadas para discussões de problemas do contexto de vida do aluno, relacionado os conteúdos estudados na escola com questões do seu dia-a-dia, propiciando condições a este, de deixar de ser apenas participante passivo do ambiente em que vive. Para isso, é necessário mudanças na prática educativa daqueles que atuam na EJA, de modo que o aluno possa participar ativamente das atividades propostas. Uma das estratégias de ensino que promove mudanças nas ações de sala de aula, tanto no que diz respeito à atuação do aluno como do professor é a Modelagem Matemática aplicada ao ensino.

Apresentamos no próximo capítulo a idéia de *Modelagem Matemática* ressaltando o seu conceito e a sua utilização como alternativa de ensino e aprendizagem da Matemática, em especial na EJA, tendo em vista que essa estratégia procura desenvolver competências e habilidades necessárias à construção do conhecimento por parte do aluno, buscando sempre explorar situações-problema próximas da sua realidade.

“O objetivo desta metodologia de ensino é o de contribuir para que a matemática se torne, para o educando adulto, um instrumento de busca de superação da atual realidade social. Isso implica que o ensino de matemática não pode basear-se numa concepção que considere o conhecimento matemático desvinculado das necessidades sociais” (Newton Duarte).

2 MODELAGEM: um aporte para o ensino e aprendizagem da Matemática

Neste capítulo, com base nas idéias de diversos autores que se detiveram no estudo da *Modelagem Matemática*, faremos uma investida para explicar as contribuições que esta estratégia pode dar como alternativa de ensino e aprendizagem da Matemática. Inicialmente, faremos algumas considerações sobre os diferentes entendimentos que se tem atualmente sobre o que é *Modelagem Matemática*, tendo como ponto de partida os conceitos apresentados por vários autores. Destacamos a necessidade de se trabalhar na escola com a Matemática de forma mais significativa, ressaltando também os argumentos que nos levaram, neste trabalho, a definir a *Modelagem Matemática* como alternativa de ensino e aprendizagem da Geometria, além de tecermos considerações acerca da relação entre a EJA e a *Modelagem Matemática*.

2.1 Modelagem Matemática: conceito

A Matemática exerce um papel de destaque na construção das futuras gerações, uma vez que essa disciplina, segundo Biembengut e Hein (2000, p. 9), é compreendida como:

[...] alicerce de quase todas as áreas do conhecimento e dotada de uma arquitetura que permite desenvolver os níveis cognitivo e criativo, tem sua utilização defendida, nos mais diversos graus de escolaridade, como meio para fazer emergir essa habilidade em criar, resolver problemas e modelar.

O grande desafio da escola de hoje é desenvolver a Matemática de forma dinâmica, relacionada com os problemas do dia-a-dia e procurando estabelecer a ponte entre o conhecimento do cotidiano e o conhecimento escolar. Essa busca de sentido para a Matemática ensinada e aprendida nas escolas está baseada nas idéias de Fonseca (2002, p. 75), quando afirma:

A busca de sentido do ensinar-e-aprender Matemática será, pois, uma busca de *acessar, reconstruir*, tornar *robustos*, mas também *flexíveis*, os significados da Matemática que é ensinada-e-aprendida. [...] o sentido se constrói à medida que a rede de significado ganha corpo, substância, profundidade.

Nesse sentido, a Matemática é vista como um corpo de conhecimentos que procura estabelecer um elo com o real, na medida em que se torna modelo para compreender e auxiliar a transformação e os avanços da realidade. Depreende-se, portanto, a necessidade de se lançar mão de um modelo de ensino voltado para a formação do cidadão, o qual precisa saber utilizar-se dos conhecimentos matemáticos apreendidos na escola em outras situações do cotidiano e no campo da própria Matemática.

Um dos caminhos de tornar essa disciplina mais significativa é evidenciar o seu aspecto de área do conhecimento aplicada (Matemática Aplicada). Esse caminho não elimina a natureza do conhecimento matemático como um jogo intelectual, mas contribui para que o ensino da Matemática seja útil e interessante e para que ela seja vista como uma ferramenta para a compreensão de outras áreas do saber.

Essa forma de encarar a Matemática tem apontado para a utilização de estratégias de ensino e aprendizagem que considerem o professor como mediador do processo e o aluno como agente ativo na construção do conhecimento. Uma das estratégias de se trabalhar a Matemática

Aplicada é a *Modelagem Matemática*, que consiste, segundo Bassanezi (2002, p.16), “[...] na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.” A modelagem, segundo o mesmo autor, procura reunir teoria e prática, fazendo com que o aluno compreenda a realidade que o circunda e busque formas de agir sobre ela para modificá-la. Ela é também considerada um método científico, na medida em que apóia e prepara o indivíduo para assumir sua função na sociedade. Nessa perspectiva, a *Modelagem Matemática* acentua no aluno o desejo de pesquisar temas relacionados ao seu contexto de vida e estudar tópicos matemáticos desconhecidos por ele.

A essência da *Modelagem Matemática*, conforme Bean (2001, p. 53), consiste em:

[...] um processo no qual as características, pertinentes de um objeto ou sistema, são extraídas com a ajuda de hipóteses e aproximações simplificadoras, e representadas em termos matemáticos (o modelo). As hipóteses e as aproximações significam que o modelo criado por esse processo é sempre aberto à crítica e ao aperfeiçoamento.

Portanto, os modelos criados por um indivíduo ou por uma equipe não são necessariamente iguais aos modelos criados por outras pessoas.

Modelo matemático de acordo com Bassanezi (2002, p. 20), é “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado.” Os modelos são importantes por terem uma linguagem precisa e descrevem de forma clara e sem ambigüidade as idéias de cada indivíduo ou equipe, “[...] além de proporcionar um arsenal enorme de resultados (teoremas) que proporcionam o uso de métodos computacionais para calcular suas soluções numéricas” (Ibidem, p. 20).

Ressaltam, ainda, Biembengut; Hein (2000, p. 13) que a *Modelagem Matemática* “é, assim, uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias”.

Para Mendonça, citado por Scheffer; Campagnollo (1998, p.36), a *Modelagem Matemática* é considerada:

[...] como um processo de sentido global que tem início numa situação real problematizada, onde se procura a solução através de um modelo matemático que traduzirá, em linguagem matemática, as relações naturais do problema de origem, buscando a verificação e validação ou não do modelo com os dados reais.

Bassanezi (2002) enfatiza que a dinamização da *Modelagem Matemática* busca o aperfeiçoamento dos modelos e, no marco da educação, esse processo possibilita a aprendizagem de conteúdos matemáticos conectados aos de outras ciências.

A *Modelagem Matemática* não apresenta destaque somente a partir das atuais reformas do ensino da Matemática. Biembengut (1990, p.14), afirma: “A idéia de Modelagem sempre esteve presente na criação das teorias científicas e, em especial, na criação das teorias matemáticas”. Se formos pesquisar nas referências bibliográficas da História das Ciências, podemos pontuar as diversas contribuições da *Modelagem Matemática* no processo de sistematização do conhecimento científico.

Na medida em que situações-problema foram surgindo na organização das sociedades, com a evolução do conhecimento, foram suscitando a necessidade de criação dos primeiros modelos matemáticos, que tentaram resolver tais problemas. A forma como alguns matemáticos,

através dos tempos, se utilizaram da Modelagem Matemática para a construção de soluções dos seus problemas de estudo pode ser conhecida através da leitura de Biembengut (1990), a qual trata sucintamente esse tema.

Atualmente, podemos constatar que a *Modelagem Matemática* ainda é muito utilizada para solucionar problemas surgidos na indústria, na área da saúde, no meio ambiente, no comércio, na agricultura e em tantos outros setores da sociedade, com a criação ou modificação de modelos matemáticos feitos por profissionais especializados, que tentam compreender, descrever e solucionar os problemas apresentados. Dessa forma, a *Modelagem Matemática* é entendida como esclarece Bassanezi (2002, p.24), como: “um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências.” Nesse enfoque, a construção de um modelo matemático procura delinear e representar uma situação real através de um objeto matemático tal como as equações, os gráficos, os diagramas, as tabelas, entre outros, que exprimem e ilustram as situações propostas.

A finalidade da *Modelagem Matemática*, nesse ponto de vista, é, como nos afirma Barbosa (2000, p.56), “resolver um problema não-matemático posto, o que envolve o desenvolvimento de habilidades próprias da Modelagem, como a identificação das variáveis importantes, de como relacioná-las, etc. Parte-se do problema, não é o modelador que formula.” Nessa visão, a modelagem é compreendida, como nos diz Monteiro (1991, p.106), “como um método de trabalho para o matemático [...]”. Por isso, a *Modelagem Matemática* pode ser também utilizada para resolver problemas relacionados ao conteúdo matemático.

A atividade de *Modelagem Matemática* se desenvolve em três etapas: *interação*, que é o momento de reconhecimento da situação-problema e familiarização com o objeto a ser modelado; *matematização*, que representa a etapa de formulação do problema, da hipótese e da definição do

modelo mais adequado para a resolução do problema; *modelo matemático*, que está associado com a interpretação da solução e a validação do modelo que conduz a uma avaliação sobre o processo realizado.

Pode-se ver, assim, que a *Modelagem Matemática* pode ser empregada em várias situações do nosso dia-a-dia, inclusive como alternativa de ensino e aprendizagem da Matemática. Sobre esse outro ponto de vista, Barbosa (2000, p.55) ilustra:

A Modelagem Matemática se firma na Educação Matemática no início dos anos 80 a partir das experiências conduzidas por um grupo de professores do IMECC/UNICAMP. Recebeu influência de estudos sócio-culturais [...] nomeados no quadro da etnomatemática. Genericamente, a idéia esboçada era abordar a matemática a partir de temas do contexto sócio-cultural das pessoas. [...] Já em ambiente escolar formal, a idéia foi materializada pela primeira vez em 1983 num curso para professores em Guarapuava (PR).

Reforçando essa idéia, Bean (2001) enfatiza que a *Modelagem Matemática* está sendo transferida para a escola, como forma de se estudarem os problemas de interesse dos alunos - seja na vida pessoal, profissional ou de ordem sociocultural - a partir da aplicação dos conteúdos matemáticos. Só assim, haverá mais motivação, por parte dos alunos, para compreenderem e perceberem a relevância dos conteúdos matemáticos estudados no ambiente escolar. Nessa forma de abordagem da modelagem, o destaque é dado ao estímulo oferecido ao aluno para que possa criar seus próprios modelos para solução dos problemas apresentados.

De modo geral, as atividades de resolução de problemas não-matemáticos, que utilizam a *Modelagem* estendem-se necessariamente para a construção de modelos matemáticos que exprimem o fenômeno estudado. Em outras atividades, os educandos se utilizam de modelos

prontos, como foi demonstrado no trabalho de Biembengut (1990), quando solicitou aos alunos a construção da maquete de uma casa. Nesse trabalho, os alunos se utilizaram de conteúdos matemáticos para resolver um problema não-matemático, ou seja, não foi necessário constituir um modelo na acepção da Matemática Aplicada para resolução de tal problema. Nessa perspectiva, Barbosa (2000, p.57-58) esclarece:

Modelagem na Educação Matemática, por vezes, e principalmente no ensino fundamental, não conduz a construção de modelos propriamente ditos. (...) a discussão aqui desenvolvida possibilita sustentar que Modelagem na Educação Matemática é praticada de maneira diferente que na Matemática Aplicada.

O autor reforça ainda que a finalidade essencial da Modelagem na Educação Matemática é estimular, incentivar e convidar o aluno a explorar matematicamente problemas não-matemáticos como forma de contribuir para a sua formação matemática.

Portanto as etapas previstas no processo de modelagem na proposta de Matemática Aplicada tornam-se desnecessárias para ilustrar o processo da Modelagem na Educação Matemática, especialmente se o destaque for *ensinar matemática por meio de*. “Estes esquemas podem ser usados para alguns casos, mas não para todas as práticas correntes sobre o nome de Modelagem” (Ibidem, p. 58).

O essencial, na *Modelagem* empregada na educação, é o processo realizado pelo aluno para chegar à solução de um problema, além da análise crítica dos resultados alcançados. Dessa forma, ele se prepara para participar, como elemento ativo, na sociedade em que vive.

Após essas considerações, faremos, no item seguinte, uma exposição das idéias de diversos autores sobre a importância de se utilizar a *Modelagem Matemática* como alternativa de ensino e aprendizagem da Matemática.

2.2 Modelagem Matemática como alternativa metodológica

Para a utilização da *Modelagem Matemática* no ambiente educacional, a organização das atividades propostas pode ser feita de formas variadas. Comumente, as atividades são organizadas em forma de projetos que contemplam temas de interesse dos alunos ou selecionadas pelo próprio professor. Nessa forma de abordagem, a escolha de um tema e a formulação do problema não-matemático a ser modelado pode ficar sob o encargo do professor ou dos alunos, que discutem e procuram encontrar assuntos de relevância para sua atuação em sociedade. A modelagem no ensino pode servir também como motivação para inserir novos conceitos e/ou aplicar conhecimentos adquiridos anteriormente e está associada a um programa de curso pré-definido ou se constituir numa atividade extra, em diferentes etapas do curso programado.

Scheffer; Campagnollo (1998, p.36), esclarecem que o uso da modelagem no ensino possibilita que a:

[...] Matemática trabalhada com os alunos parte de seus próprios interesses, e o conteúdo desenvolvido tem origem no tema a ser problematizado, nas dificuldades do dia-a-dia, nas situações de vida. Valoriza o aluno no contexto social em que o mesmo está inserido, proporcionando-lhe condições para ser uma pessoa crítica, criativa e capaz de superar suas dificuldades.

Por isso, segundo Bassanezi (2002, p.36), existem diversos argumentos para se utilizar a modelagem e a resolução de problemas como estratégias de ensino da Matemática:

argumento formativo – enfatiza aplicações matemáticas e a performance da modelagem e resolução de problemas como processo para se desenvolver a capacidade em geral e as atitudes dos estudantes, tornando-os explorativos, criativos e habilidosos na resolução de problemas;

argumento de competência crítica – focaliza a preparação dos estudantes para a vida real como cidadãos atuantes na sociedade, competentes para ver, formar juízos próprios, reconhecer e entender exemplos representativos de aplicações de conceitos matemáticos;

argumento de utilidade – enfatiza que a instrução matemática pode preparar o estudante para utilizar o conhecimento matemático como ferramenta para resolver problemas em diferentes situações e áreas;

argumento intrínseco – considera que a inclusão de modelagem, resolução de problemas e suas aplicações, fornece ao estudante um rico arsenal para entender e interpretar a própria matemática em todas as suas facetas.

argumento de aprendizagem – garante que os processos aplicativos facilitam ao estudante compreender melhor os argumentos matemáticos, guardar os conceitos e os resultados e valorizar a própria matemática.

argumento de alternativa epistemológica – a modelagem também se encaixa no Programa Etnomatemática, indicado por D’Ambrosio e que propõe “um enfoque epistemológico alternativo associado a uma historiografia mais ampla. Parte da realidade e chega, de maneira natural e através de um enfoque cognitivo com forte fundamentação cultural, à ação pedagógica”, atuando, dessa forma, como uma metodologia alternativa mais adequada às diversas realidades socioculturais.

Esse mesmo autor enfatiza que o fundamental, na utilização de modelagem no ensino, não é chegar prontamente a um modelo bem sucedido, mas caminhar seguindo passos em que o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado. Ele destaca também que, quando a

Modelagem Matemática é usada para o ensino e aprendizagem de Matemática, em cursos regulares ou não, recebe o nome de *Modelação Matemática* (modelagem em educação).

Na modelação, explica Bassanezi (2002, p.38):

A validação de um modelo pode não ser uma etapa prioritária. Mais importante do que os modelos obtidos é o processo utilizado, a análise crítica e sua inserção no contexto sócio-cultural. O fenômeno modelado deve servir de pano de fundo ou motivação para o aprendizado das técnicas e conteúdos da própria matemática.

Biembengut; Hein (2000, p.18) dizem:

A modelação matemática norteia-se por desenvolver o conteúdo programático a partir de um *tema* ou modelo matemático e orientar o aluno na realização de seu próprio modelo-modelagem. Pode valer como método de ensino-aprendizagem da Matemática ou qualquer nível escolar, das séries iniciais a um curso de pós-graduação.

Bean (2001, p.55) complementa: “As propostas ‘Modelagem’ e ‘Modelação’ enfatizam conexões da matemática escolar [...] com a vida do aluno. Esta ligação da matemática à vida do aluno faz um importante papel no ensino”.

E Fonseca (2002, p.77) reforça:

[...] num esforço de se resgatar o significado da Matemática que se vai ensinar, busca-se (re-)estabelecer a relação entre conceitos e procedimentos

matemáticos e o mundo das coisas e dos fenômenos. Não que outras tendências do ensino da Matemática deixem de considerar o real vivido, o mundo; mas no caso da Modelagem, a Matemática é tomada justamente como um ‘modelo de realidade’[...].

No ensino de Matemática através da modelagem, esclarece Burak (1987, p.32),

As atividades se constituem na ação de refletir, de fazer, de construir, de concluir e de generalizar. Esta é a liberdade que essa prática educativa parece permitir a cada participante do processo, ao favorecer o uso de suas próprias estratégias, na sua maneira natural de pensar, sentir e agir.

Apesar de todos esses esclarecimentos em prol da utilização da *Modelagem Matemática* como metodologia de ensino, Bassanezi (2002) aponta alguns obstáculos para a utilização em cursos regulares, destacando o *obstáculo institucional*, que está relacionado à obrigatoriedade do cumprimento de um programa pré-estabelecido para o curso, como também à falta de sensibilidade, por parte de alguns professores, para perceber que o ensino da Matemática pode ser realizado em conexão com outras áreas do conhecimento. Existe também *obstáculo para o aluno*: a rotina de trabalho na sala de aula de Matemática muda, uma vez que o aluno passa a ser o elemento essencial nas ações do processo educativo, o que poderá dar ao desenvolvimento destas um ritmo mais lento, ou talvez apático, em sala de aula. Isso pode ocorrer quando o tema escolhido para o estudo não é tão interessante para alguns alunos, provocando desinteresse em participar das atividades. Há ainda *obstáculo para o professor*, que, muitas vezes, se sente incapaz de desenvolver a modelagem em seus cursos, devido ao desconhecimento do processo, ou mesmo por receio de se confrontar com situações embaraçosas quanto à aplicação da Matemática em outras áreas que não conhece. Além disso, o uso da modelagem pode ocasionar o

não-cumprimento do programa do curso, como também exigir um tempo maior para o planejamento das ações.

De fato, como esclarece Barbosa (1999, p.79):

[...] a adoção da Modelagem demanda maiores qualificações do professor, como por exemplo, a disposição para adquirir conhecimentos interdisciplinares. Mas ele necessita, sobretudo, do espírito inovador, aumentando sua iniciativa para a pesquisa e de flexibilidade perante os obstáculos.

Dessa forma, acreditamos que os argumentos para o uso da modelagem como metodologia de ensino e aprendizagem da Matemática superam os obstáculos, tendo em vista que essa alternativa de ensino e aprendizagem promove a articulação entre o conhecimento matemático e a realidade vivida pelos que fazem o processo educativo, através de um trabalho interdisciplinar, que exige questionamentos, diálogo constante entre as áreas do saber, promovendo mudanças nas atitudes do professor e do aluno e permitindo um novo olhar sobre o ensinar e o aprender. Por isso estamos confiantes de que a modelagem pode ser usada como estratégia de ensino e aprendizagem da Matemática na Educação de Jovens e Adultos, tendo em vista a especificidade da clientela e as transformações que poderão ocorrer no ambiente escolar para facilitar a aprendizagem. Teceremos a seguir algumas considerações sobre a possibilidade de se desenvolver esse trabalho na EJA.

2.3 A EJA e a Modelagem Matemática: tecendo relações

Freqüentemente, as propostas de ensino da EJA trazem no seu bojo um modelo de currículo que reforça a divisão do tempo escolar em anos ou semestres, a organização dos saberes

em disciplinas isoladas, fragmentando esses saberes e enfatizando conteúdos considerados prontos e acabados, independente dos avanços ocorridos no conhecimento, ao longo do tempo. Nessa visão, os saberes foram organizados de forma linear, com base na idéia de pré-requisito, distantes das questões sociais, políticas, culturais e econômicas de uma sociedade em constante transformação, além de não serem considerados as inter-relações existentes entre eles.

As experiências adquiridas pelos alunos ao longo de suas vidas não podiam estar incorporadas a esse modelo de currículo, como nos afirmam Paiva; Oliveira (2001, p. 65):

Esse tipo de abordagem formalista e idealizada dos currículos situa-se numa tendência geral do pensamento dominante nas sociedades ditas ocidentais que supõem a superioridade do saber teórico sobre o prático, dos saberes dos *experts* sobre os saberes daqueles que vivenciam as situações, do trabalho intelectual sobre o trabalho manual. Esta tendência, desenvolvida a partir do renascimento e do pensamento cartesiano e tornada definitivamente hegemônica com o advento do positivismo a partir do século XIX, tem servido aos propósitos de legitimação dos mecanismos de dominação social e política das populações subalternizadas pelas elites sociais.

Por meio da passagem acima citada, podemos observar que, nesse modelo de currículo, está alicerçada a concepção de sociedade, de ensino, de aluno e de conhecimento que a escola está desenvolvendo ao longo do tempo, e que hoje é preciso pensar que cidadão queremos formar para enfrentar os desafios da vida moderna.

Nesse modelo, a atividade pedagógica está centrada, exclusivamente, na figura do professor, que transmite o conteúdo sistematizado nos livros didáticos construído ao longo da história da humanidade, negligenciando o aspecto da evolução do conhecimento e das mudanças ocorridas no mundo. O aluno, por sua vez, é visto como um ser passivo, que absorve todo o

conteúdo transmitido e o reproduz na medida em que isso lhe é solicitado. A compreensão do processo de aprendizagem é que este se dá do mais simples para o mais complexo, de forma linear, e que é preciso pré-requisito para a aquisição de um novo conhecimento.

O currículo, definido desse modo, tende a selecionar aquele que melhor se adaptar a esse modelo, elevando esse indivíduo a um patamar de destaque no sistema educacional e conduzindo os outros à classe dos excluídos desse sistema, uma vez que não há preocupação com o processo de aprendizagem do aluno, e sim com o produto final dessa proposta de ensino.

Atualmente, tem-se adotado outra visão de currículo como a das Propostas Curriculares, em especial a da EJA. Neste, foi contemplada a idéia de formação permanente em diferentes espaços e em tempos distintos, considerando-se também que os saberes das diversas áreas do conhecimento devem ser vistos com a mesma importância.

Nesse modelo, alguns segmentos da sociedade, como sindicatos, empresas, organizações não-governamentais, entre outros, se articulam com a escola para desenvolver um projeto de educação que favoreça a relação entre os conhecimentos adquiridos na escola e as experiências profissionais, sociais e culturais vividas fora do espaço escolar.

Na organização curricular da EJA, conforme o que se vê na Proposta Curricular, está enfatizada a busca por se “inverter a lógica que parte de uma grade disciplinar inflexível, para propor como ponto de partida a definição de capacidades que se pretende que o aluno construa ao longo do curso” (BRASIL, 2002, p.80).

Tal proposta ressalta ainda que o aluno é o elemento essencial no projeto educativo, tendo em vista a sua participação ativa no processo de ensino e aprendizagem, o que fará desenvolver capacidades de refletir sobre questões reais do seu cotidiano, modificar projetos de vida, desenvolver a autoconfiança. O aluno passa a gerenciar a sua própria formação, buscando em diferentes espaços, oportunidade para iniciar seus estudos, ou dar-lhes continuidade, o que poderá

ser feito de forma presencial ou à distância, conforme a modalidade que lhe é ofertada pelo poder público. O professor nessa perspectiva, deve ser o organizador e mediador, do processo de construção do conhecimento pelo aluno. Para isso,

[...] todo o processo de ensino e aprendizagem precisa estar relacionado à conscientização e à participação, visto que alunos e professores fazem parte de um processo dialógico para a superação da ordem sociocultural e socioeconômico deficiente. O acesso à educação deve permitir a reflexão e a ação do indivíduo sobre o mundo para atuar e transformar a realidade (BRASIL, 2002, p. 89).

As ações educativas, nessa concepção de currículo, devem permitir que o aluno reflita sobre suas ações e contribuir para a sua formação intelectual, para que ele possa transferir conhecimentos para outras situações de sua vida. Só assim, a escola estará promovendo de fato uma aprendizagem significativa.

O conhecimento, nessa linha de pensamento, se contrapõe ao conhecimento cartesiano e linear: é visto como uma rede em que tudo está interligado:

[...] o que se pretende evidenciar é que aprender o significado de um objeto ou de um acontecimento é vê-lo em suas relações com outros objetos ou acontecimentos. [...] Essas relações articulam-se em teias, em redes, construídas social e individualmente, e estão em permanente estado de atualização (BRASIL, 2002, p. 104).

Nessa perspectiva, a organização dos conteúdos se dá de forma que estes sejam significativos para o aluno, não obedecendo a uma linearidade e ampliando a possibilidade de uma abordagem interdisciplinar, que procure relações entre os temas selecionados para serem

desenvolvidos na sala de aula. Com isso, será dada ênfase também aos conteúdos procedimentais e atitudinais nas mesmas proporções que aos conteúdos conceituais. Se quisermos que os alunos da EJA adquiram instrumentos para analisar, criticar, tomar decisões, compreender atitudes, regras, valores que a sociedade nos impõe, então é preciso que a escola se conscientize da importância desses conhecimentos para a formação do educando e deixe de se preocupar apenas com os conhecimentos conceituais.

Nessa proposta de currículo, Freire (2000, p.67) diz que a educação “[...] não pode ser a do depósito de conteúdos, mas a da problematização dos homens em suas relações com o mundo.” Na medida em que a escola busca desenvolver uma prática problematizadora, deixa de ser aquele espaço em que existe apenas transmissão de conhecimento e memorização dos conteúdos por parte dos alunos, para dar lugar ao diálogo, à criatividade e à iniciativa, transformando o aluno em sujeito ativo e reflexivo de suas próprias ações. Esse modelo de prática educativa está respaldado nas idéias desse mesmo autor, quando destaca que,

[...] enquanto a prática bancária [...] implica numa espécie de anestesia, inibindo o poder criador dos educandos, a educação problematizadora, de caráter autenticamente reflexivo, implica um constante ato de desvelamento da realidade. [...] quanto mais se problematizam os educandos, como seres no mundo e com o mundo, tanto mais se sentirão desafiados. Tão mais desafiados, quanto mais obrigados a responder ao desafio. Desafiados, compreendem o desafio na própria ação de captá-lo (p.70).

A função do professor, nesse modelo, é instituir condições para que o aluno supere os conhecimentos adquiridos anteriormente, passando a entender o mundo que o cerca e as relações que estabelece com os objetos, as quais se modificam de forma dinâmica. Por isso consideramos

que esse modelo de prática é indicado para a EJA, tendo em vista que os jovens e os adultos apresentam um vasto conhecimento de mundo, que precisa ser ampliado e transformado.

Portanto, ao nos referirmos à Matemática, nessa visão de currículo, estamos realçando o aspecto utilitário dessa disciplina na resolução de questões imediatas, mas também a promoção de um ensino direcionado para o desenvolvimento intelectual do aluno, a partir da aplicação de atividades que respeitem as suas possibilidades de raciocínio, o qual será aperfeiçoado com o estabelecimento de relações entre o conteúdo estudado, o método de ensino aplicado e os processos cognitivos expressos pelo aluno, no andamento das atividades. Assim se expressa Micotti (1999, p.165) sobre essa questão:

Nas situações voltadas para a construção do saber matemático, o aluno é solicitado a pensar - fazer inferências sobre o que observa, a formular hipóteses -, não necessariamente, a encontrar uma resposta correta. A efetiva participação dos alunos neste processo depende dos significados das situações propostas, dos vínculos entre elas e os conceitos que já dominam.

Cabe ao professor elaborar situações desafiadoras, significativas para o aluno - considerando seu ritmo de aprendizagem - e que focalizem também o acesso ao saber sistematizado, a partir de conflitos cognitivos gerados na interação com o objeto de estudo.

O ensino de Matemática na EJA, nessa perspectiva de currículo, nos remete às seguintes questões: Que metodologias de ensino se mostram mais adequadas para promover a aprendizagem dos alunos da EJA? Que atividades são mais significativas para os alunos da EJA? Que dificuldades os professores e alunos encontram na implementação de mudanças de procedimentos metodológicos? Todas essas questões são essenciais num contexto de EJA, tendo

em vista que são grandes as dificuldades apresentadas pelos alunos na compreensão dos conteúdos matemáticos.

Partindo, pois, das reflexões sobre a atual concepção de ensino e aprendizagem da Matemática, é que elegemos a *Modelagem Matemática* como metodologia de ensino e aprendizagem da Matemática na EJA, considerando que nela há um descentramento da linearidade dos conteúdos e uma reorientação do trabalho pedagógico, com ênfase nas atividades ligadas aos problemas do cotidiano do aluno, o que, de certa forma, nos conduz a um trabalho interdisciplinar, na busca de estabelecer a relação entre o que se aprende na escola e os problemas reais do dia-a-dia. Reforçamos ainda que a utilização da *Modelagem Matemática* como alternativa metodológica “favorece uma atitude um pouco autônoma na definição da programação a ser cumprida [...]” (FONSECA, 2002, p.78).

Dessa forma, o ensino de Matemática na EJA passa a ser um aliado do aluno, no sentido de ajudá-lo a resolver e entender melhor os fenômenos que ocorrem na sociedade. Quando a escola privilegia o ensino de Matemática através de modelagem, esclarece Monteiro (1991, p. 110), torna-o “[...] mais significativo para quem aprende, na medida em que parte do real-vivido dos educandos para níveis mais formais e abstratos.” Isso é relevante no contexto de EJA, como sublinha Fonseca (2002, p.78):

Não é, pois, por acaso que muitos dos exemplos de trabalhos pedagógicos com a ‘modelagem matemática’ se realizam no âmbito da EJA. Na EJA, aliam-se a necessidade dos alunos em adquirirem instrumental para resolver seus problemas e a própria disponibilização e diversidade de informações e recursos que o próprio aluno adulto traz para a sala de aula, adquiridos em sua vivência social, familiar, profissional, esportiva, religiosa, sindical etc.

É a partir desses saberes que a escola deve organizar as situações de ensino e aprendizagem da Matemática, uma vez que o envolvimento do aluno se dá mediante seu interesse em resolver tais situações. Para Barbosa (2001, p.6), a modelagem propicia “[...] um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade.” Sobre ambiente de aprendizagem, Monteiro (1991) esclarece que é o espaço em que é dado condições para que o aluno seja motivado a desenvolver as atividades propostas. Na medida em que aprende no processo de reflexão e ação, o aluno está mais propenso a desenvolver sua criatividade e tomar iniciativa para resolver problemas reais da escola e do seu dia-a-dia, criando soluções abertas, que podem ser modificadas de acordo com as interpretações apresentadas e deixando de considerar apenas uma solução correta.

O desafio do educador matemático, quando define como metodologia de ensino a *modelagem*, é, segundo Bassanezi (2002, p.175), “ajudar o aluno a compreender, construindo relações matemáticas significativas, em cada etapa do processo”. Mediante os questionamentos elaborados pelos professores em cada etapa do processo de modelação, o aluno terá condições de entender o que está sendo feito e utilizar os conhecimentos matemáticos necessários à resolução do problema proposto.

O uso da *Modelagem Matemática* na EJA é, portanto, viável, porque permite estabelecer o elo entre os diversos conteúdos matemáticos e os conteúdos das outras áreas do conhecimento como também retomar conceitos já adquiridos, religando saberes e dando origem a novos modelos, de acordo com as novas idéias que surgem. Reforça ainda Bean (2001, p.52) que a *Modelagem Matemática*, como proposta de ensino e aprendizagem, “oferece uma maneira de colocar a aplicabilidade da matemática no currículo escolar em conjunto com o tratamento ‘formal’ que é predominante no ensino”.

Portanto, pretendemos utilizar a *Modelagem Matemática* como alternativa metodológica para o ensino da Geometria no Nível III da EJA, por considerar essa metodologia relevante para a compreensão dos conceitos geométricos, visto que é preciso que o aluno da EJA se sinta capaz de criar modelos, seja criativo, perceba as coisas tente buscar suas próprias soluções e não fique esperando que o professor lhe forneça o modelo e a solução para as situações propostas.

No próximo capítulo, faremos uma descrição da metodologia do estudo, considerando a caracterização da pesquisa, as etapas desenvolvidas e o ambiente em que foi realizada.

“[...] ninguém chega lá, partindo de lá, mas de um certo aqui. Isto significa, em última análise, que não é possível ao(a) educador(a) desconhecer, subestimar ou negar os ‘saberes de experiência feitos’ com que os educandos chegam à escola.” (Paulo Freire)

3 METODOLOGIA DA PESQUISA

O foco central deste capítulo é descrever os procedimentos metodológicos utilizados no desenvolvimento do nosso projeto. Para tanto, destacamos a caracterização da pesquisa, os instrumentos utilizados para coleta dos dados, as etapas desenvolvidas, o ambiente onde ocorreu a pesquisa.

3.1 Caracterizando a pesquisa

Em consonância com os objetivos do trabalho, direcionamos este estudo numa abordagem da pesquisa qualitativa. Nessa abordagem, procuramos descrever, de forma cuidadosa, a participação dos atores em seus espaços e tempos reais, a fim de atingirmos a compreensão global do fenômeno investigado, criando-se uma relação dinâmica entre o pesquisador e o pesquisado. A pesquisa qualitativa, segundo Bogdan e Biklen citados por Ludke; André (1986, p.13), “envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatiza mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes.” Esse tipo de pesquisa é muito indicado para as investigações em educação, pois, com ela, se torna mais significativa à construção do conhecimento sobre o ambiente escolar, seus atores sociais e a relação entre eles, na medida em que procura interpretar os discursos e as observações das pessoas envolvidas na questão que se quer estudar.

O projeto segue a metodologia da observação participante: a descrição do fenômeno é feita a partir da observação direta das ações dos sujeitos pesquisados, em seu contexto natural. Esse procedimento metodológico atenta para a necessidade de um registro cuidadoso, que garanta a confiabilidade e a pertinência dos dados, suprimindo interpretações subjetivas e emotivas.

Utilizamos como instrumentos de coleta de dados questionários, notas de aula e documentos referentes à legislação sobre a EJA.

3.2 Descrevendo as etapas da pesquisa

Como etapa inicial deste projeto, realizamos uma pesquisa exploratória dos documentos oficiais que orientam o trabalho pedagógico na EJA. Entre eles, as Propostas Curriculares para Educação de Jovens e Adultos – 1º e 2º segmentos -, elaboradas pela Secretaria do Ensino Fundamental, do MEC; a Proposta Curricular da EJA construída pela Secretaria de Educação do Município de Natal/RN; o Parecer nº. 11/2000 sobre as Diretrizes Curriculares para EJA, elaborado pelo Conselho Nacional de Educação; e outros textos sobre a problemática da EJA. Nosso objetivo era compreender melhor quem são os atores dessa modalidade de ensino, que currículos estão direcionados para ela, que concepção de ensino e aprendizagem está orientando a ação educativa na EJA, quais são as bases legais e as diretrizes curriculares direcionadas para ela, entre outros aspectos.

Partimos em busca de livros, artigos, revistas e outros documentos que nos oferecessem uma fundamentação teórica sobre *Modelagem Matemática* e a aplicação dessa metodologia no

processo de ensino e aprendizagem da Matemática, uma vez que pretendíamos elaborar uma proposta de atividade para o ensino de Geometria baseada nessa alternativa metodológica.

Para identificação do perfil dos alunos das turmas que participaram da pesquisa e o levantamento dos conhecimentos prévios desses alunos sobre Geometria, elaboramos e aplicamos dois questionários. No Questionário I (Anexo 1), os alunos falaram sobre si mesmos e sobre a importância da escolarização para as suas vidas. No Questionário II (Anexo 2), eles responderam sobre os seus conhecimentos acerca de alguns conteúdos de Geometria.

O Questionário I era composto de oito questões, distribuídas em perguntas fechadas, abertas e de múltipla escolha. O Questionário II era composto de cinco questões, apresentando também perguntas fechadas, abertas e de múltipla escolha. Houve uma combinação de perguntas de múltipla escolha e perguntas abertas, para propiciar maiores informações sobre o tema pesquisado sem prejudicar a organização e tabulação dos dados.

A opção pelos questionários, como instrumentos de coleta de dados, se deu em função de ser esta a maneira mais rápida e simples de atingirmos um maior número de alunos, e, ao mesmo tempo, de obtermos as informações necessárias à compreensão do objeto de estudo.

Baseada nos conteúdos de Geometria indicados na Proposta Curricular de EJA, partimos para a seleção dos temas que seriam trabalhados no Nível III da EJA. Escolhidos os três temas Ângulo e Posições Relativas de Retas, Sistemas Referenciais e Figuras Geométricas, demos início à elaboração das atividades, que teve como fio norteador a *Modelagem Matemática* e os modelos apresentados em algumas dissertações de mestrado, nos livros didáticos e em nossa própria experiência como educadora de jovens e adultos.

Após a elaboração das vinte e duas atividades para compor a proposta de ensino de Geometria na EJA, selecionamos quatro delas para serem aplicadas nas turmas envolvidas na pesquisa. A escolha dessas atividades deu-se devido a elas serem caracterizadas como atividades

de *modelagem*, tendo em vista que partíamos de uma situação real para a construção de um modelo que servia de suporte para trabalharmos os conteúdos matemáticos, ou utilizávamos os conhecimentos adquiridos anteriormente para a construção de modelos.

Após a aplicação das atividades, avaliamos o uso de algumas atividades aplicadas apresentando alguns pontos resultantes da análise no capítulo das Conclusões e Sugestões.

3.3 Desvendando o ambiente da pesquisa

O espaço escolar em que foi desenvolvida a pesquisa apresenta elementos comuns às escolas públicas: faltam carteiras para todos os alunos; há um percentual elevado de evasão no final do ano, não há ventilação, o espaço das salas de aula é pequeno (o que dificulta mudanças na organização do ambiente), há interferências externas (por exemplo, alunos conversando nos corredores e nas portas das salas de aula, atrapalhando o andamento destas).

Apesar de tudo isso, essa escola é reconhecida como referência, em relação às demais existentes no bairro, devido ao trabalho pedagógico que vem desenvolvendo, ao longo de toda a sua trajetória. O funcionamento da Escola Municipal Celestino Pimentel - EMCP - como estabelecimento de ensino em nível ginásial foi autorizado em agosto de 1971 e, desde então, a escola vem prestando relevantes serviços na área da educação para a comunidade do bairro Cidade da Esperança e dos bairros adjacentes.

No período de 2002/2003 a escola passou por uma grande reforma em suas instalações, que culminou com a sua re-inauguração, em agosto de 2003. Suas dependências compreendem 16 salas de aula, uma biblioteca (que necessita melhorar seu acervo bibliográfico), uma sala de

vídeo, uma quadra coberta (que é também utilizada pela comunidade), sala de professores e outras salas para apoio administrativo e pedagógico, além da cozinha e dos banheiros (que, por sinal, já estão deteriorados). O espírito de destruição é muito presente nas dependências da escola, e ainda não conseguimos desenvolver um trabalho mais eficiente para reverter esse quadro.

A escola atende, nos turnos matutino e vespertino, a alunos do Ensino Fundamental e, no turno noturno, à clientela da Educação de Jovens e Adultos – Níveis de I a IV. Em Relação à EJA, passou a trabalhar com essa modalidade de ensino em 1999. Antes, o trabalho com jovens e adultos era considerado Ensino Fundamental, como nos demais turnos. Atualmente (2004), atendemos a duas turmas do Nível I (Alfabetização), duas turmas do Nível II (3ª e 4ª séries), seis turmas do Nível III (5ª e 6ª séries) e seis turmas do Nível IV (7ª e 8ª série), abrangendo, em média, 720 (setecentos e vinte) alunos compreendidos na faixa etária de 15 a 65 anos.

Nessa escola, nos turnos vespertino e noturno, cada componente curricular (disciplina) tem uma sala definida. O professor permanece na sala de aula e é o aluno quem se desloca, após o término de cada horário. Os horários, no turno noturno, são organizados em blocos de duas disciplinas por dia.

No turno noturno, todos os professores têm habilitação em nível superior, ampla experiência docente, no entanto apenas dois professores têm especialização em Educação de Jovens e Adultos. Isso mostra a necessidade da formação continuada dos professores que atuam nessa modalidade de ensino, como meio de contribuir para um ensino de qualidade para essa clientela, que apresenta traços de exclusão sociocultural.

No capítulo que se segue, será dada ênfase ao perfil do aluno pesquisado e aos conhecimentos que os alunos da EJA têm acerca da Geometria.

Quando eu resolvi voltar a estudar foi porque no decorrer do tempo eu vi o quanto é importante estudar. Quando eu era jovem só queria pensar em está com as amigas e namorar, mas depois que a gente percebe que a idade vai chegando, é que a gente percebe o quanto a gente perdeu e que agora é hora de correr atrás do tempo perdido. (Aluna da 3º F)

4 IDENTIFICANDO O ALUNO DA EJA

Nesse capítulo, procuramos destacar o perfil do aluno da Educação de Jovens e Adultos que participou da pesquisa, além de enfocarmos os conhecimentos prévios que esses alunos têm em relação à Geometria, tomando como parâmetro os questionários aplicados.

4.1 O perfil do aluno pesquisado

Para a realização da pesquisa utilizamos, como campo de investigação, as três turmas do Nível III (5ª e 6ª série) do Projeto Acreditar III da Rede Municipal de Educação da cidade do Natal/RN nas quais atuamos como professora de Matemática. A escolha dessas turmas deveu-se ao fato de estarem diretamente ligadas ao nosso trabalho como professora de Matemática bem como por serem as turmas que apresentam uma faixa etária mais elevada, neste nível de ensino (Nível III), variando de 19 a 55 anos, conforme os dados contidos no Quadro 1.

Os dados apresentados nos quadros que se seguem foram extraídos do Questionário I, que se destinava à construção do perfil do aluno pesquisado. Esse questionário foi aplicado em duas turmas num mesmo dia, utilizando-se uma hora e meia para cada turma, de acordo com o horário escolar. Na terceira turma, aplicamos o questionário no dia seguinte, utilizando o mesmo tempo (1h30). Explicamos, inicialmente, o motivo por que aplicaríamos esse questionário e, em seguida, fizemos a leitura oral das questões e solicitamos aos alunos que preenchessem os espaços com as respostas que estávamos pedindo. Alguns responderam rapidamente, outros demoraram a

responder, devido à dificuldade que apresentavam na leitura das questões e na escrita de suas respostas, pois não sabiam expor suas idéias no papel. Procuramos incentivá-los dizendo que podiam escrever ao seu modo. Os dados obtidos com esse questionário foram os seguintes:

Faixa Etária	Número de alunos
16 a 20 anos	13
21 a 25 anos	22
26 a 30 anos	17
31 a 35 anos	14
36 a 40 anos	06
41 a 45 anos	04
46 a 50 anos	03
51 a 55 anos	02

Quadro 1: Quantidade de alunos das três turmas do nível III, de acordo com a faixa etária

Como se pode ver, a faixa etária que predomina nessas três turmas está entre 21 a 35 anos, com 53 alunos dos 81 que responderam ao questionário de identificação. Em geral, esses alunos são do sexo masculino, solteiros e trabalhadores das mais variadas ocupações profissionais, como mostram os Quadros 2 e 3.

Sexo		Estado Civil			
Masc.	Fem.	Solteiro	Casado	Separado	Outros
47	34	56	22	02	01

Quadro 2: Número de alunos de acordo com o sexo e o estado civil

Trabalha?	Número de Alunos
Sim	48
Não	33
Em que trabalha?	
Doméstica	08
Construção Civil	07
Auxiliar de Serviços Gerais	04
Vendedor Autônomo	03
Garçonete/Garçom	03
Comerciante	02
Motorista	02
Porteiro de Condomínio	02
Comerciário	12
Outros	05

Quadro 3: Número de alunos que trabalham, ou não

Quanto tempo sem estudar?	
01 a 05 anos	32
06 a 10 anos	18
11 a 15 anos	11
16 a 20 anos	09
21 a 25 anos	06
26 a 30 anos	02
Não Responderam	03
Estudaram até que série?	
1ª a 4ª série	30
5ª série	41
6ª série	10

Quadro 4: Número de alunos, segundo o tempo que passaram sem estudar

Motivos que os levaram a deixaram de estudar	
Trabalho	39
Casamento	12
Motivo pessoal	11
Mudança de endereço	04
Problema de Saúde	03
Não tinham com quem deixar os filhos	05
Outros	07

Quadro 5: Por que deixaram de estudar?

Motivos que os fizeram voltar a estudar	
Conseguir um emprego melhor	23
Aprender mais	15
Terminar os estudos	15
Ser alguém na vida	06
Aprender mais a ler e escrever	10
Fazer outros cursos	03
Reaproveitar o tempo perdido	03
Os filhos cresceram	03
Outros	04

Quadro 6: Por que voltaram à escola?

Observando os quadros 4, 5 e 6, constatamos que esses alunos e alunas, em sua maioria, estudaram até a 5ª série e passaram de 02 a 30 anos sem participar do ambiente escolar. O motivo que os levou a deixarem de estudar foi essencialmente o trabalho, devido aos horários, que, às vezes, não conseguiam compatibilizar. Outros motivos foram: o casamento, principalmente para as mulheres, e a mudança de endereço. A rotatividade dos alunos de EJA é muito grande: às vezes passam uma semana, um mês ou mais sem comparecer à escola e, quando voltam, dizem que estavam trabalhando, viajando ou que se mudaram para outras localidades.

Muitas mulheres casadas trazem os filhos para a escola porque não têm com quem deixá-los, o que acarreta, muitas vezes, desatenção às aulas e interferência dos filhos na sala de aula. São alunos e alunas pertencentes à classe social de baixa renda, com estrutura familiar desorganizada, baixa auto-estima, sem tempo para estudar fora da escola e com dificuldades para ler, escrever e resolver situações-problema.

O motivo que eles nos alegaram para terem voltado a estudar foi prioritariamente tentar conseguir um emprego melhor e *aprender mais a ler, escrever e fazer contas*.

Realmente as expectativas que os jovens e adultos apresentam ao voltarem à escola só nos fizeram referendar os dados de pesquisas realizadas sobre esse tema. Estas acrescentam ainda as questões referentes ao aspecto da auto-estima, havendo declarações de que voltam ao banco escolar para *entender melhor as coisas, se expressar melhor, deixar de ser sombra do outro, dar um bom exemplo para os filhos*, entre outros. Isso comprova que a escola ainda é um dos espaços em que as pessoas têm oportunidade de adquirir conhecimento e de compartilhar práticas culturais e socialmente valorizadas, que leva em consideração o convívio com as diferenças. Não se pode negar que a escola gera desenvolvimento cognitivo naqueles sujeitos que por ela passam, uma vez que é função dessa instituição socializar o conhecimento sistematizado, porém existem outros espaços na sociedade que promovem o desenvolvimento de habilidades cognitivas, tais como o ambiente de trabalho, as atividades políticas, a participação em grupos sociais, entre outros, que trabalham no sentido de ampliar a mente humana.

É, pois, considerando esses sujeitos, que têm como características principais pertencerem a classes dos excluídos, não serem crianças, terem uma vasta experiência de vida pessoal e profissional, e todas as dificuldades inerentes a sua escolarização, que tentamos elaborar esta proposta de ensino da Geometria utilizando a *Modelagem Matemática* como alternativa metodológica.

4.2 Os conhecimentos de geometria dos alunos da EJA

Tomando como instrumento de análise os dados coletados por meio do Questionário II, identificamos a visão destes em relação à Geometria bem como levantamos os conhecimentos prévios que eles tinham acerca de alguns conteúdos do referido tema. Setenta e quatro alunos das três turmas responderam a esse questionário, tendo em vista que, nos dias, em que foi aplicado o questionário, a presença na sala de aula estava reduzida. Esse questionário foi aplicado na semana seguinte à aplicação do primeiro e a sua aplicação teve a mesma duração (1h30) em cada turma. Para responder a esse questionário as dificuldades foram maiores: os alunos diziam que não iam saber responder às questões, pois não sabiam de nada sobre a Geometria. Mas fomos lendo as questões e eles responderam como sabiam.

Perguntamos inicialmente se eles já tinham ouvido falar em Geometria e, dos 74 alunos, quarenta e cinco (60,8%) responderam que não e vinte e nove (39,2%) responderam que sim, como podemos constatar através dos depoimentos:

Já ouvi falar, mas não me lembro o que é. (**Aluno do 3º D**)

Nunca ouvi falar. (**Aluno do 3º F**)

Não sei nem o que é. (**Aluno do 3º E**)

Estou leigo nesse assunto. (**Aluno do 3º F**)

Isso vem confirmar a lamentável realidade de que o ensino de Geometria está distante das salas de aula. Na EJA, essa realidade é mais evidente, tendo em vista que a maioria dos

professores que atuam nos dois primeiros níveis de ensino (da Alfabetização à 4ª série) “[...] não detêm os conhecimentos geométricos necessários para realização de suas práticas pedagógicas. E desconhecendo a Geometria também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão” (LORENZATO, 1995, p.3). Isso, provavelmente, decorre da formação acadêmica que esses professores tiveram, como bem reforça o mesmo autor: “nos cursos de formação de professores a Geometria possui uma fragilíssima posição, quando consta. Ora, como ninguém pode ensinar bem aquilo que não conhece, está aí mais uma razão para o atual esquecimento geométrico” (Ibidem, p. 4). Por isso há necessidade urgente de reformulação dos programas dos cursos de formação de professores, no sentido de contribuir para a tarefa de incorporar o conteúdo da Geometria no fazer pedagógico.

É imprescindível o trabalho com a Geometria na escola, tendo em vista a importância desse tema para a resolução de situações de vida que precisam do raciocínio geométrico, da percepção visual, da leitura e interpretação de obras de arte, de imagens e da própria natureza: “[...] Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das idéias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida” (LORENZATO, 1995, p.5).

Esse mesmo pensamento está evidenciado na Proposta Curricular de EJA, a qual, na seleção dos conteúdos de Matemática, enfatiza a importância do desenvolvimento dos conteúdos geométricos nas salas de aula de EJA, considerando-os que estes são essenciais,

[...] para o desenvolvimento de capacidades intelectuais como a percepção espacial, a criatividade, o raciocínio hipotético-dedutivo, além de permitirem várias relações entre a Matemática e a arte, a Matemática e a natureza, etc. É preciso, portanto, incorporar a geometria aos cursos de jovens e adultos, não

como um estudo estático de figuras e suas respectivas nomenclaturas, mas como um estudo dinâmico do espaço em que se vive (BRASIL, 2002, p.23).

Sendo assim, é possível compreender que o ensino de Geometria auxilia o aluno na interpretação de mapas, na leitura dos diversos tipos de gráficos, na compreensão das relações espaciais e que, portanto, o estudo dessa possibilita ao aluno desenvolver suas pesquisas na natureza, no ambiente em que vive e na escola, de modo mais sistemático.

Voltando ao questionário, perguntamos, na segunda questão: O que você acha que se estuda em Geometria? Das respostas apresentadas, sessenta e três alunos (85,1%) disseram que não sabiam, porque nunca tinham estudado, como está evidenciado nas falas:

Não faço a menor idéia. **(Aluno do 3º F)**

Não sei nem responder. **(Aluno do 3º E)**

Acho que são os números. **(Aluno do 3º F)**

Não vou responder porque não sei. **(Aluno do 3º D)**

Apenas onze alunos (14,9%) conseguiram estabelecer alguma relação com o que já tinham estudado, respondendo que a Geometria estuda as formas. Vale salientar que esses alunos apresentavam um grau maior de escolaridade, ou seja, já tinham estudado até a 5ª série há algum tempo. Mais uma vez está evidenciada a idéia de que o conteúdo de Geometria fica à margem no ambiente escolar, o que traz conseqüências para o desenvolvimento de habilidades inerentes à atuação do indivíduo na sociedade.

O grande desafio do professor é desenvolver no aluno as habilidades inerentes aos aspectos aritméticos, algébricos e geométricos presentes no conteúdo matemático. O que se observa nas salas de aula de EJA é que:

[...] Para a maioria dos alunos, a matemática é fazer contas, contas e mais contas deixando de lado momentos mais criativos como o desenvolvimento de estratégias para a resolução de problemas, o cálculo mental, a representação gráfica do pensamento e outras coisas que o modelo escolar não trabalha com o aluno adulto (SOUZA JUNIOR, 2003, p.37).

O conhecimento aritmético é utilizado pelo aluno em situações práticas do dia-a-dia; o conhecimento algébrico permite-lhe sintetizar e expressar as generalizações pertinentes às operações com os números; e o conhecimento geométrico favorece, além do desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo, a integração com outras áreas do conhecimento. A escola não pode, portanto, escamotear um dos conhecimentos necessários à formação do aluno, tendo em vista as conseqüências que esse desfalque pode acarretar para a participação deste na sociedade.

Com a terceira questão, procurávamos saber dos alunos quais conteúdos geométricos eles tinham estudado no seu percurso de formação. Apenas onze deles responderam que tinham estudado as formas *triângulo*, *quadrado*, *retângulo* e *redondo*. Observamos, então, que o conhecimento que alguns alunos têm sobre a Geometria se reduz ao nome de algumas figuras geométricas planas; mesmo assim, nomes diferentes dos convencionais, como, por exemplo, *redondo* para o círculo. Isso também ficou demonstrado na quarta questão, quando solicitamos que os alunos escrevessem os nomes das figuras geométricas selecionadas.

O Quadro 7 apresenta os erros e acertos que os alunos de EJA tiveram na identificação das figuras.

FIGURAS	ACERTOS		ERROS		NÃO RESPONDEU	
	VA	VR (%)	VA	VR (%)	VA	VR (%)
Retângulo	11	14,9	57	77,0	06	8,1
Triângulo	68	91,8	03	4,1	03	4,1
Paralelogramo	-	-	36	48,6	38	51,4
Losango	05	6,7	09	12,2	60	81,1
Triângulo retângulo	02	2,7	08	10,8	64	86,5
Trapézio	-	-	07	9,5	67	90,5
Cilindro	03	4,1	22	29,7	49	66,2
Cubo	06	8,1	31	41,9	37	50,0
Quadrado	07	9,5	05	6,7	62	83,8
Pentágono	-	-	03	4,1	71	95,9
Hexágono	-	-	08	10,8	66	89,2
Círculo	28	37,8	05	6,7	41	55,5

Quadro 7: Erros e acertos na identificação das figuras geométricas

VA = Valor Absoluto VR = Valor Relativo

Entre as doze figuras desenhadas, havia figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, losango, trapézio, paralelogramo, pentágono, hexágono, círculo) e figuras espaciais

(cilindro, cubo). Foi surpresa para nós a não-identificação do nome das figuras pela maioria dos alunos. Quando eles respondiam, às vezes usavam a denominação adquirida no seu contexto de vida, como, por exemplo: bozó, dado, quadrado, caixa (para identificar o cubo); redondo, oval, roda, bola (para o círculo); copo, tubo, lata, comprido (para o cilindro); pipa, balão (para o losango) e tigela, vaso, xícara (para identificar o trapézio).

Dessa forma, percebemos que os alunos fazem uma associação das figuras geométricas com os objetos do seu contexto de vida. No entanto desconhecem a nomenclatura convencional dessas figuras, sendo, pois, necessário, que a escola promova o elo entre o conhecimento informal e o conhecimento escolar, tendo em vista a sistematização desse conteúdo de Geometria.

Ficou evidenciado também que os alunos não conseguem abstrair propriedades inerentes a uma determinada figura geométrica, para identificação de outras figuras, visto que apresentamos o triângulo e o quadrado desenhados numa disposição não-convencional, ou seja, em outras posições geradas a partir de um movimento e, eles não conseguiram identificá-los. Provavelmente, porque a escola trabalha na perspectiva do conhecimento matemático estático, pronto e acabado, sem atentar para o fato de que tudo está em constante evolução e a Geometria, hoje procura estudar as coisas, os objetos, as figuras em movimento.

No Quadro 7, ficou evidente, nos alunos que participaram deste estudo, a falta do conhecimento geométrico sistematizado em relação ao conteúdo exigido pelos documentos oficiais (Propostas Curriculares, currículo da escola), uma vez que 63,6% desses alunos deixaram de identificar as referidas figuras, 21,8% responderam de modo incorreto o nome das figuras e apenas 14,6% acertaram na identificação das figuras. No entanto esses alunos têm um conhecimento não-sistematizado da nomenclatura dessas figuras, adquirido através de suas experiências de vida, do seu trabalho, necessitando, portanto, que a escola crie espaço para que eles possam (re) significar e ampliar esse conhecimento.

Isto nos remete a Fonseca (2002, p.59), quando afirma que

[...] a contribuição do conhecimento da Matemática dar-se-á não apenas pelo acesso a um vocabulário específico, cada vez mais freqüente nas diversas instâncias da vida social, mas também pelo provimento de modos de tratamento, organização e registro da informação, que orientam a compreensão, viabilizam a comunicação e sugerem critérios para o julgamento e o enfrentamento de questões diversas da vida moderna, em seus apelos funcionais, e da vida humana, em suas indagações arquetípicas.

Por isso, o ensino da Matemática, e em especial o da Geometria, deve ser orientado para que o aluno possa mobilizar o conhecimento já construído e redimensioná-lo, enriquecendo e ampliando o seu vocabulário e a sua capacidade de relacionar informações, o que lhe garantirá a compreensão dos conteúdos ensinados e aprendidos na escola.

Dando prosseguimento à análise das questões apresentadas aos alunos, solicitamos, na quinta questão, que eles classificassem pares de retas desenhados em paralelas, perpendiculares ou oblíquas (inclinadas). Os resultados estão expostos no Quadro 8 abaixo.

RETAS	ACERTOS		ERROS		NÃO RESPONDEU	
	VA	VR (%)	VA	VR (%)	VA	VR (%)
Paralelas	37	50,0	29	39,2	08	10,8
Perpendiculares	28	37,8	37	50,0	09	12,2
Oblíquas	36	48,7	30	40,5	08	10,8

Quadro 8: Posição relativa de retas - erros e acertos

Observamos que, em sua maioria, os alunos responderam a essa questão aleatoriamente, ou seja, não tinham consciência de que a resposta dada estava correta; apenas respondiam para não deixar em branco. Isso evidencia que, mesmo os alunos de EJA que têm uma vasta experiência profissional nas atividades de construção civil, marcenaria, comércio, desenhos, pinturas, etc., nas quais utilizam os conhecimentos geométricos, não estabelecem relação entre esses saberes e o conhecimento desenvolvido na escola, visto que o processo de ensino e aprendizagem continua distante da vida pessoal e profissional dos estudantes.

Por isso os conteúdos desenvolvidos na EJA devem levar em consideração a necessidade de se “trabalhar a partir dos conhecimentos dos alunos, dos saberes construídos em sua vivência e, ao mesmo tempo, dando-lhes acesso a conhecimentos identificados como parte do ‘patrimônio universal’, numa perspectiva inclusiva e não-discriminatória” (BRASIL, 2002, p.118).

Nessa perspectiva, há de se considerar que os alunos da EJA precisam sistematizar e aprofundar conceitos e relações dos conteúdos específicos das diversas áreas do conhecimento, no sentido de adquirirem, além do acesso ao saber científico, o desenvolvimento de competências mais amplas, que permitam a sua participação consciente e crítica na sociedade.

Analisando os resultados das questões postas, podemos concluir que a visão que os alunos da EJA têm sobre a Geometria, é a de um conteúdo parcialmente desconhecido, tendo em vista que não tiveram acesso a ele no período regular de sua escolarização. Assim, percebemos a necessidade de se implementarem, com urgência, as idéias expostas nas Propostas Curriculares do 1º e 2º Segmentos do Ensino Fundamental para essa modalidade de ensino, as quais enfatizam a importância da Geometria na formação do cidadão.

Quanto aos conhecimentos prévios sobre os conteúdos de Geometria, foram ressaltados pelos alunos apenas os nomes de algumas das figuras geométricas, tais como triângulo, quadrado e retângulo, além da tentativa de relacionarem algumas figuras a objetos de seu contexto de vida.

Dessa forma, há necessidade de sistematização desse conhecimento, no sentido de que o aluno possa transferir o conhecimento adquirido na escola para situações da vida real.

Observamos também que os alunos utilizam conhecimentos geométricos em suas atividades profissionais, mas não relacionam esses conhecimentos com o que já sabem do conhecimento formal da Geometria, tendo em vista que esse conteúdo foi cerceado em sua vida escolar.

Com isso, ao confrontarmos o que os alunos da EJA já sabem sobre a Geometria com os conteúdos previstos nas Propostas Curriculares do 1º e 2º segmentos (EJA), vimos que existe uma grande lacuna entre o que está proposto e a realidade, tendo como consequência o não-desenvolvimento de habilidades de representação, interpretação, descrição, percepção, demonstração e generalização, o que acarreta um prejuízo significativo na formação desses alunos.

Esses resultados apontam também para a necessidade de se investir na formação dos profissionais que atuam em EJA, como forma de fazê-los entender que o conhecimento geométrico é tão importante quanto o conhecimento aritmético e o algébrico no desenvolvimento de competências e habilidades essenciais para lidar com as mudanças ocorridas nesta sociedade do conhecimento.

No próximo capítulo, apresentamos nossa proposta de atividades para o ensino de Geometria utilizando *Modelagem Matemática*, destacando inicialmente o papel da geometria na formação do cidadão, bem como a forma como foram definidos os temas e a estrutura das atividades.

“A alternativa que propomos é reconhecer que o indivíduo é um todo integral e integrado e que suas práticas cognitivas e organizativas não são desvinculadas do contexto histórico no qual o processo se dá, contexto esse em permanente evolução. Isso é evidente na dinâmica que caracteriza a educação para todos ou educação de massa.” (Ubiratan D’Ambrosio)

5 PROPOSTA DE ATIVIDADES PARA O ENSINO DE GEOMETRIA UTILIZANDO MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo, descrevemos nossa proposta de atividades utilizando a *Modelagem Matemática* como alternativa de ensino e aprendizagem da Geometria no Nível III da EJA. Ressaltamos inicialmente, o papel da Geometria no processo de formação do cidadão, com base nas idéias de alguns autores que se debruçaram sobre essa questão. Além disso, definimos os temas com os quais trabalhamos, selecionados a partir dos conteúdos de Geometria incluídos na Proposta Curricular da EJA – 2º segmento (5ª a 8ª série), bem como as atividades que elaboramos para explorá-los.

A idéia de elaborar esta proposta surgiu das reflexões realizadas por nós, como professora de Matemática da EJA da rede pública de ensino, e dos estudos realizados no Curso de Especialização em Formação de Formadores em Educação de Jovens e Adultos, oferecido pelo SESI/UnB/UNESCO, no período 2001/2002.

As leituras, as discussões, a participação em encontros, seminários e congressos reforçaram nossa necessidade de mudanças na forma de abordar os conteúdos de Matemática na EJA. Sentimos que era preciso pensar numa forma de ensinar Matemática de maneira que o aluno participasse, tivesse interesse em aprender, uma forma que oportunizasse o trabalho em grupo, desenvolvesse a criatividade e proporcionasse momentos de reflexões sobre situações-problema do seu contexto de vida. Encontramos na *Modelagem Matemática* subsídios para desenvolver tal proposta, uma vez que essa alternativa metodológica possibilita ao aluno visualizar o sentido daquilo que está estudando, por estar baseada, essencialmente, em problemas reais do seu cotidiano.

5.1 O papel da geometria na formação do cidadão

O ensino de Geometria tem sido tema de discussões e pesquisas nas diversas instituições acadêmicas, devido à importância desse conteúdo no desenvolvimento de habilidades essenciais à formação do indivíduo. No entanto o que se tem observado nas salas de aula do Ensino Fundamental é que esse conteúdo não é explorado.

A partir da nossa experiência com formação de professores e do convívio com educadores que atuam em EJA, constatamos que o conhecimento geométrico está em crescente abandono nas escolas, tendo em vista que os professores apresentam visões diferentes em relação ao conteúdo matemático que deve ser focado nessa modalidade de ensino. Para a maioria deles, o foco principal do ensino de Matemática deve ser dado no aspecto aritmético, esquecendo-se, dessa forma, a importância, na formação do cidadão, do desenvolvimento do pensamento geométrico, que contribui para que o aluno possa compreender o espaço em que vive e sua relação com os diferentes espaços em que atua.

É interessante tecer aqui alguns comentários a respeito da Geometria no Ensino Fundamental. Esse conteúdo, em comparação com os demais temas da Matemática, tem sido o mais esquecido, por parte dos educadores, principalmente daqueles que trabalham com Educação de Jovens e Adultos:

Parece evidente que esses professores julgam essencial para os alunos de educação de jovens e adultos aprender procedimentos de cálculos, geralmente utilizados nos livros didáticos. [...] é importante oferecer aos alunos da EJA oportunidades para interpretar problemas, compreender enunciados, utilizar informações dadas, estabelecer relações, interpretar resultados à luz do

problema colocado e enfrentar, com isso, situações novas e variadas (BRASIL, 2002, p.74).

Tanto o conteúdo de Geometria como os de Medidas e do Tratamento da Informação são considerados importantes para o desenvolvimento dessas habilidades, e não apenas o conteúdo relacionado à aritmética.

Lorenzato (1993) constatou, em pesquisas com professores que atuam nas primeiras séries do Ensino Fundamental, que apenas uma minoria dos professores entrevistados arriscavam ensinar Geometria; os demais assumiram que não ensinavam, porque não conheciam e nunca tinham estudado. Isso nos remete a uma reflexão acerca dos cursos de formação de professores, que, em sua maioria, não consideram o conhecimento geométrico como essencial para essa formação e, quando abordam esse conteúdo, ele aparece isolado da aritmética e da álgebra, dando destaque maior ao seu aspecto estrutural, esquecendo do aspecto de ciência do espaço.

O ensino de Geometria é realizado, na sua maioria, descontextualizado do cotidiano do aluno, ou seja, é apresentado de maneira árida, em que as definições, propriedades, fórmulas e nomenclaturas são desprovidas de qualquer relação com aplicações práticas do dia-a-dia e também dos aspectos histórico e lógico próprios do conhecimento geométrico.

Ao ressaltar o papel da Geometria na escola, Lorenzato (1995, p.5) afirma que:

[...] sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas do conhecimento humano. Sem conhecer a Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a

comunicação das idéias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida.

Os alunos que chegam ao 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental pertencem a uma geração que não estudou Geometria, uma vez que a ênfase é dada ao treino dos algoritmos das quatro operações fundamentais. Tal postura deve-se principalmente às dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução das situações-problema, que envolve essas operações, à falta de embasamento para acompanhar os tópicos propostos pelos documentos oficiais, como também ao desconhecimento, por parte dos educadores, do conhecimento geométrico. Daí a importância de se trabalhar com a Geometria na Educação de Jovens e Adultos (EJA) nesses ciclos.

O estudo da Geometria, afirma Fainguelernt (1999, p. 53),

[...] é de fundamental importância para se desenvolver o pensamento espacial e o raciocínio ativado pela visualização, necessitando recorrer à intuição, à percepção e à representação, que são habilidades essenciais para leitura do mundo e para que a visão da Matemática não fique distorcida.

Dessa forma, o ensino deve ser baseado em atividades que oportunizem aos alunos explorar, criar, argumentar e conjecturar, conduzindo-os a participarem do processo de construção dos conceitos geométricos, em detrimento do ensino *desenvolvido através de automatismo, memorização e técnicas operatórias*, que resulta num *processo de formalização com crescente nível de rigor, abstração e generalização*. Quando o educador trabalha na perspectiva de desenvolver o pensamento geométrico do aluno, está contribuindo para ampliar

sua percepção geométrica, o raciocínio geométrico e a linguagem geométrica, aspectos necessários para se estabelecer a relação entre o real e o formal.

Com esse pensamento, Fainguelernt (1999) ressalta que, nos processos de ensino e aprendizagem da Geometria, devem ser contempladas as visões da Geometria como uma ciência do espaço e como uma estrutura lógica, destacando que essas duas visões não estão separadas, visto que, para entender a Geometria como estrutura lógica, é preciso ter adquirido *alguns níveis da Geometria como ciência do espaço*.

Hershkowitz, citado por Fainguelernt (1999, p.52) diz:

O ensino de Geometria parte da visão da mesma como exploração e descrição do espaço, trabalhando concretamente no espaço real e realizando diferentes atividades que desenvolvem a visualização, a intuição, a percepção e a representação, além de permitir que o aprendiz realize a passagem do espaço real para o espaço teórico, chegando à visão da Geometria como uma estrutura lógica.

Do ponto de vista da Geometria como ciência do espaço, destaca-se a necessidade de se compreender que espécies de habilidades visuais são essenciais na aprendizagem da Geometria, entre elas podendo-se enfatizar a representação, a interpretação, descrição e a percepção, enquanto que na visão da Geometria como estrutura lógica, é preciso suscitar questões sobre os processos de demonstração e generalização.

Assim sendo, a exploração do espaço é necessária e adequada para que os alunos possam desenvolver a *percepção intuitiva* acerca do espaço em que estão inseridos e dos objetos nele contidos, a partir das “idéias e intuições sobre orientação, direção, forma e tamanho das figuras e

objetos, suas características e suas relações no espaço” (PROPOSTA CURRICULAR DE EJA – Ensino Fundamental – 1º segmento, 1999, p.146).

Através da percepção do espaço, pode-se ampliar a capacidade de reconhecer formas, representá-las, identificar suas propriedades e abstraí-las: “Essas habilidades são a base para a construção das relações espaciais que caracterizam o pensamento geométrico” (Ibidem, p.146).

A percepção espacial, conforme Del Grande (1994, p.156),

[...] é a faculdade de reconhecer e discriminar estímulos no espaço, e a partir do espaço, e interpretar esses estímulos associando-os a experiências anteriores. Oitenta e cinco por cento das informações que chegam ao corpo vindas do meio ambiente penetram em nós através de sistema visual, e a visão se desenvolve como resultado de muitas experiências acumuladas. O estudo da percepção tem raízes na psicologia, na filosofia e na física; isto pode explicar, portanto, o fato de não haver uma definição universal aceita, podendo haver alterações conforme a tarefa que se tenha em mãos.

Essa habilidade (percepção espacial) é adquirida pelas crianças a partir das experiências realizadas no meio que em vivem, as quais são conduzidas ao ambiente escolar, contribuindo para o desenvolvimento dos conceitos geométricos. Por isso o conhecimento geométrico pode ser desenvolvido progressivamente, através das experiências intuitivas dos alunos, a partir de situações de aprendizagem relativas ao espaço, que podem ser resolvidas com base nos seus conhecimentos prévios.

Quando damos ao aluno a oportunidade de descrever e representar os objetos no espaço e a forma como estes se relacionam, estamos favorecendo a construção das idéias geométricas de espaço, figuras geométricas, suas propriedades, e o vocabulário correspondente, de forma mais simples.

Conforme Tenório (1995, p.26), o ensino de Geometria, em qualquer idade, não pode

[...] prescindir de ações de perceber (por exemplo, uma forma), conceber (por exemplo, um instrumento ou um projeto), representar (desenhar, talvez, o projeto de uma casa) e construir (um cubo...). Essas ações não são etapas sequenciais, mas partes de um todo inseparável, onde cada parte antecede todas as demais e vice-versa. Imaginar, cortar, construir, intuir, pegar, perceber, representar, construir, ligar, esticar, e de novo cortar, imaginar, intuir, costurar [...] isto não é brincadeira (só) de crianças.

O trabalho com a Geometria em EJA deve, portanto, oportunizar ao aluno condições para construir, visualizar, desenhar, medir, comparar, transformar e classificar figuras geométricas, de modo que ele possa perceber a Geometria como forma de descrever o mundo que o cerca e entender melhor o mundo em que vive.

Araújo (1994, p.14), ao se referir à Geometria, destaca que esta: “[...] enriquece o referencial de observação, através do qual apreciamos o mundo sendo de grande importância na construção do conhecimento lógico-matemático do educando visto que lhe permite passar dos dados concreto-experimentais aos processos de abstração.” Smole et. al. (1990, p.2), entendem que o ensino de Geometria é importante, pois desenvolve “as habilidades de observação, percepção, argumentação, representação gráfica, habilidades lógicas e inter-relaciona o estudo de Geometria com outros campos do conhecimento”.

Vê-se, portanto, que é urgente uma mudança na forma de abordar a Geometria em sala de aula, tornando-a menos abstrata e de fácil compreensão. Para tanto, é preciso desenvolver atividades que privilegiem a participação ativa do aluno, possibilitem seu despertar para perceber

o espaço em sua volta, desenvolvam habilidades de visualizar, desenhar, interpretar e construir, contribuindo, assim, para a formação do pensamento geométrico.

5.2 Definição dos temas e estrutura das atividades

Na definição dos temas a serem abordados nas atividades, tomamos como parâmetros os conteúdos sugeridos na Proposta Curricular para EJA – 2º segmento -, entre os quais selecionamos três temas: Ângulos e Posição Relativa de Retas, Sistemas Referenciais e Figuras Geométricas, por considerá-los tópicos essenciais no desenvolvimento do pensamento geométrico. Além do mais, levamos em consideração os resultados obtidos a partir da aplicação do Questionário II, que procurou identificar os conhecimentos prévios que os alunos da EJA tinham em relação à Geometria.

Na elaboração das atividades, procuramos atentar para questões que conduzissem o aluno da EJA a pensar, criar, comparar, observar, perceber, descrever, representar e argumentar, de modo a contribuir para o desenvolvimento do pensamento geométrico, não deixando, porém, de considerar as dificuldades que eles apresentam na escrita e na leitura.

As atividades estão direcionadas para contribuir para o trabalho do professor, na medida em que forem abordados, em sala de aula, os temas selecionados nesta proposta. Foram estruturadas considerando os seguintes pontos: problematização, objetivos, material necessário, orientações para o professor, procedimentos que os alunos deverão realizar e ao final das atividades propostas para cada tema, sugestão de bibliografia complementar, para que o professor possa se aprofundar. Sugerimos também leituras iniciais, que servirão de suporte teórico para o

professor, e alguns textos para o aluno, que poderão ser lidos antes da atividade ou depois delas. Cada atividade tem como ponto de partida uma questão (problematização), que deverá ser retomada e discutida ao final, de forma a contribuir para a sistematização do conteúdo desenvolvido na atividade.

Para a execução das atividades, em sala de aula, o professor deverá providenciar cópia do roteiro dos procedimentos o qual orientará as ações que serão realizadas pelos alunos, os materiais necessários para a realização destas e a leitura antecipada do texto referente ao tema proposto, bem como outras leituras auxiliares.

Nas atividades propostas, procuramos contemplar os conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais enfatizados nos Parâmetros Curriculares Nacionais, na medida em que trabalhamos o saber (conceitos), o saber-fazer (procedimentos) e o saber-ser (atitudes, regras), tudo com o objetivo de formar o cidadão como um todo.

Apresentamos, a seguir, sugestões de atividades para o desenvolvimento do primeiro tema: Ângulos e Posições Relativas de Retas.

5.3 TEMA 1: Ângulos e Posições Relativas de Retas

Na abordagem a esse tema, iremos explorar, inicialmente, as atividades referentes ao conceito de ângulo, medida de ângulos com transferidor, tipos de ângulos e como os ângulos são utilizados em situações do nosso dia-a-dia. Em seguida, trataremos das atividades referentes a posições relativas de retas, explorando as retas paralelas, as perpendiculares e as inclinadas, e a utilização de todas elas no contexto social.

5.3.1 Ângulos

Leitura inicial - Considerações acerca do conceito de ângulos

Ângulo é um dos conteúdos de Geometria destacado nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental. Mas, afinal, para que servem os ângulos? Qual é a utilidade dos ângulos? Em que situações práticas do nosso cotidiano os ângulos estão presentes? Foi tentando explicar e exemplificar a presença de ângulos no nosso dia-a-dia bem como subsidiar os alunos da Educação de Jovens de Adultos para a construção do conceito de ângulo, que escrevemos este texto e elaboramos as diversas atividades.

O ângulo, além de estar relacionado ao ensino de Matemática, é também utilizado em outras atividades do nosso cotidiano. Ele está presente na construção de brinquedos para parques de diversão; nas brincadeiras como *skate*, amarelinha, pula corda; nos esportes como o *surf*, a natação, a ginástica; na construção de casas, apartamentos; na pavimentação de ruas, estradas, e em tantas e tantas outras atividades realizadas pelo homem.

O ângulo, segundo alguns autores, pode ser compreendido como sendo a figura formada por duas semi-retas que têm a mesma origem. Outros, além de considerar as duas semi-retas de mesma origem, consideram também a região compreendida entre elas. A medida da abertura entre as duas semi-retas é calculada em graus. Mas, para se entender melhor o significado de ângulo, pode-se enfatizar que o seu conceito está ligado a movimento (giro), como os movimentos presentes nos ponteiros de um relógio, na abertura de um livro, de uma tesoura, por exemplo, e que, dessa forma, a medida do ângulo pode ser explicada como a amplitude do movimento realizado.

De acordo com Toledo; Toledo (1997, p.246), podemos destacar algumas atividades que contribuem para a construção do conceito de ângulos:

Visualização e reprodução das posições relativas dos ponteiros do relógio, em vários momentos da aula; observação das várias posições da porta da classe, desde fechada até totalmente aberta (os alunos podem marcar essas posições com giz no chão, relacionando-as com a posição inicial, fechada); Manuseio dos sólidos geométricos - acompanhando com o dedo as várias arestas de um poliedro, a criança percebe que a mudança de direção, ao passar de uma para a outra; saindo de um ponto de base de um cone ou cilindro e percorrendo seu contorno até voltar ao ponto inicial, dá-se uma 'volta completa'; Seguir com o dedo o contorno de uma figura plana qualquer - acompanhando o contorno de um disco de cartolina dobrado ao meio, dá-se 'meia volta'.

Dessa forma, o trabalho com ângulo não deve ser, inicialmente, carregado de nomenclatura, e sim, deve partir da observação do aspecto dinâmico dessa figura.

Os elementos de um ângulo são: vértices (ponto que dá origem às duas semi-retas) e lados, formados pelas semi-retas. Os lados e o vértice são representados por letras maiúsculas do nosso alfabeto. Assim, podemos nomear os ângulos com três letras - AOB, por exemplo, ou AÔB - ou apenas com uma: \hat{A} .

O instrumento utilizado para medir ângulos é o transferidor, do qual existem dois modelos: um medindo ângulo até 180° e outro medindo até 360° . Destacamos ainda que esse instrumento apresenta, às vezes, duas numerações. Essas numerações são chamadas de escalas, e cada uma delas começa em 0° e termina em 180° ou 360° .

Para realizar a leitura das numerações, lemos uma no sentido horário (movimento dos ponteiros dos relógios), e a outra no sentido anti-horário (contrário aos ponteiros dos relógios), sempre com a preocupação de não mudarmos de escala ao realizarmos a medição.

Medir um ângulo é procurar saber quantas vezes um ângulo de 1° cabe dentro do ângulo que se quer medir. A medida dos ângulos em graus é originária, segundo Smoothey (1997, p.21), “dos babilônios, cerca de seis mil anos atrás. Eles pensavam que o sol girava em volta da terra em 360 dias.” Como se sabe que é a Terra que gira em torno do Sol, gastando 365 dias, e não 360 dias, procurou-se uma forma de facilitar a medição de ângulos correspondente a esse movimento durante um dia. Dessa forma, para que os resultados dessa medição fossem expressos em termos de fração, a volta completa dada pela Terra ao redor do Sol foi subdividida em 360 partes idênticas, e cada parte foi denominada de grau, representada pelo símbolo $^\circ$.

Assim, para uma volta completa, temos um ângulo de 360° ; para meia volta, 180° ; um quarto de volta corresponde ao ângulo de 90° , e assim sucessivamente.

Para desenvolvermos o estudo sobre ângulos, propomos a seguir algumas atividades que propiciam a ampliação do conceito de ângulo e a construção, medição e classificação dos ângulos.

Atividade 1 - Construindo a idéia de ângulo

Problematização: O que sugere a figura geométrica formada pela mudança de direção em um percurso?

Objetivos

- Construir a noção de ângulo a partir da idéia de movimento e mudança de direção.
- Identificar no ambiente escolar, ou em outro local, objetos que representam a idéia de ângulo.

Material: papel ofício, régua, lápis grafite, borracha, cópia do roteiro da atividade, compasso.

Orientações para o professor

- Realizar essa atividade em grupo, para favorecer a discussão entre alunos;
- Dizer aos alunos que o desenho do relógio poderá ser feito utilizando o compasso - no caso de ser feito redondo - ou a régua - se tiver a forma retangular ou quadrada;
- A leitura do texto sobre o conceito de ângulo poderá ser feita para orientação da atividade ou, ao final da atividade para sistematização do tema;
- Pedir aos grupos para apresentarem os desenhos construídos, para fomentar as discussões;
- Incentivar os alunos a lerem o texto final da atividade, explorando-o com outros questionamentos;
- Anotar as possíveis dificuldades apresentadas pelos alunos na execução da atividade;
- Modificar a atividade quando necessário, de acordo com o nível da turma;
- Retomar a questão inicial, para sistematizar o conteúdo trabalhado na atividade.

Procedimentos a serem desenvolvidos pelos alunos

- Desenhar, com o compasso ou com a régua, o modelo de um relógio ou de quatro relógios;
- Representar, no relógio desenhado, a posição dos ponteiros quando estiverem marcando 15 horas, 18 horas, 21 horas e 8 horas;
- Responder aos seguintes questionamentos:
 - O que o grupo observou em relação à direção dos ponteiros do relógio em cada hora marcada?
 - A abertura entre os dois ponteiros permaneceu igual ou variou? De quanto foi essa variação?
 - Como é denominada a figura geométrica formada pelos dois ponteiros do relógio?

- Imaginar o movimento que a porta da sala de aula realiza ao se abrir pela metade ou quando está totalmente aberta. Representar com um desenho esse movimento numa folha de papel e, em seguida, perguntar que figura foi formada com o movimento da porta;
- Identificar, m na sala de aula ou em outro local, objetos que, ao se movimentar, girar ou se abrir, dão idéia de ângulo;
- Realizar a leitura do texto abaixo (texto complementar), para melhorar a compreensão sobre a idéia de ângulo e a utilização desse conhecimento no cotidiano;
- Apresentar os desenhos produzidos, explicando todos os procedimentos realizados.

Texto complementar - Ângulo associado à idéia de rotação, inclinação e orientação

Observando-se as coisas que acontecem em nosso dia-a-dia, nos deparamos com situações que apresentam a idéia de ângulos relacionada a giro (rotação em torno de um ponto), a inclinação e a orientação. Um exemplo que nos aproxima da idéia de ângulo associada a giro está no movimento de abrir e fechar uma tesoura, um leque, os ponteiros de um relógio, os botões de um fogão, máquina de lavar roupa, etc. Esses objetos se movimentam em torno de ponto, formando ângulos agudos, obtusos e retos, dependendo da medida da abertura formada, no movimento deles.

Podemos perceber a idéia de ângulos associada a inclinação na construção de rampas, ruas, estradas, telhados de casas e edifícios. Nesses casos, o ângulo é usado para que haja um bom aproveitamento dos serviços executados.

Os ângulos estão relacionados à idéia de orientação nas atividades realizadas pelos pilotos de avião, carros, pelos astrônomos, geógrafos e pelos comandantes de navio, barcos, lanchas,

tendo em vista a orientação desses profissionais na realização de percursos, partindo sempre de um referencial pré-estabelecido.

De tudo isso, podemos concluir que o estudo de ângulos é muito significativo para a compreensão de diversas atividades do nosso cotidiano, e poder ser realizado integrado com outras áreas do conhecimento, como a Geografia, a Astronomia, a Engenharia etc.

Atividade 2 - Medindo ângulos

Problematização: Como utilizar o transferidor para medir e construir ângulos?

Objetivos

- Aprender a utilizar o transferidor como instrumento para calcular a medida de ângulos;
- Identificar objetos em que possam estar representados ângulos maiores, menores ou iguais a 90° .

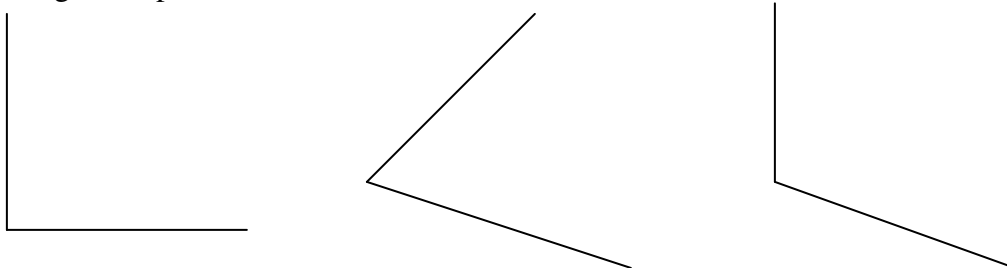
Material: Cópia do roteiro da atividade, papel ofício, lápis grafite, borracha, transferidor.

Orientações para o professor

- Realizar essa atividade individualmente ou dupla;
- Explorar o transferidor antes de o aluno iniciar a atividade;
- Anotar as dificuldades que os alunos apresentaram no desenvolvimento da atividade;
- Retomar a problematização para sistematizar a forma de medir ângulo com transferidor.

Procedimentos a serem realizados pelo(s) aluno(s)

- Observar os ângulos representados abaixo e atribuir letras a cada um, identificando-os;



- Colocar o centro do transferidor sobre o vértice de cada ângulo que se quer medir;
- Fazer coincidir a linha que passa por 0° e 180° com um dos lados do ângulo;
- Observar o valor indicado no transferidor, definido pelo outro lado do ângulo que corta a escala;
- Registrar os valores das medidas de cada ângulo;
- Medir, usando o transferidor, o ângulo do canto da carteira, do caderno, do quadro de giz e do livro e, em seguida, dizer o que observou;
- Medir os ângulos dos quatro cantos da carteira e dos quatro cantos da capa do caderno, adicionar os valores encontrados para a carteira e para o caderno, separadamente e, em seguida, dizer que resultados encontrou;
- Observar a sala de aula e descobrir em que lugares se podem encontrar ângulos de 90° ;
- Exemplificar, com objetos do dia-a-dia, aqueles que apresentam ângulos menores que 90° e maiores que 90° .

Atividade 3 - Quanto mede o giro?

Problematização: O que se observa no plano quando um objeto gira ou muda de direção?

Objetivos

- Construir a noção de ângulo associada às idéias de giro e mudança de direção;
- Identificar ângulo: reto, raso, agudo, obtuso e um volta completa.

Material: Cópia do roteiro da atividade, papel ofício, palito de picolé (2 para cada grupo), lápis hidracor, lápis grafite, transferidor, livros didáticos que tratem de ângulos.

Orientações para o professor

- Realizar essa atividade em dupla ou individual;
- Providenciar o material para cada aluno (ou cada dupla);
- Explorar oralmente as idéias de reta, semi-reta e segmento de reta;
- Incentivar os alunos a pesquisarem nos livros didáticos o significado de ângulo reto, raso, agudo, obtuso;
- Registrar as dificuldades e avanços obtidos pelos alunos no desenvolvimento da atividade;
- Retomar a problematização para sistematizar a idéia de ângulo;
- Observar se os objetivos propostos para os alunos foram alcançados.

Procedimentos a serem desenvolvidos pelos alunos

- Desenhar duas semi-retas na folha de papel ofício: uma na vertical e outra na horizontal, de modo que se cruzem ao meio;
- Definir letras para os lados e os vértices dos ângulos que foram formados;
- Colocar um palito de picolé em cima de um dos lados dos ângulos e fazer o palito girar, no sentido anti-horário, até encontrar o outro lado do ângulo, em seguida, explicar que esse giro corresponde a um quarto de uma volta completa;
- Calcular com o transferidor a medida desse ângulo e dizer de que tipo de ângulo se trata;
- Girar novamente o palito até encontrar o outro eixo, achar a medida desse novo ângulo, usando o transferidor e dizer como ele é chamado;
- Observar quantos ângulos de um quarto de volta cabem em um ângulo de meia volta;
- Fazer o palito girar novamente até encontrar o próximo eixo e medir esse ângulo com o transferidor;

- Girar o palito até voltar ao eixo inicial, fazer a medida desse ângulo e dizer como é chamado e quantas meias voltas cabem dentro de uma volta?

Atividade 4 - Dando sentido à direção

Problematização: O que é necessário para construir figuras geométricas no papel quadriculado?

Objetivos

- Seguir instruções para trabalhar com mudanças de direção e sentido;
- Calcular a medida dos ângulos construídos no desenho;
- Identificar figuras geométricas planas construídas a partir das instruções dadas.

Material: Cópia do roteiro da atividade, papel quadriculado, lápis grafite, borracha, transferidor, régua.

Orientações para o professor

- Realizar essa atividade individualmente ou em dupla;
- Providenciar o material necessário;
- Mostrar o papel quadriculado e explicar a medida dos quadradinhos;
- Fazer a leitura da atividade oralmente para contribuir para a compreensão da desta;
- Incentivar os alunos a escrever instruções;
- Retomar a questão inicial para sistematizar o conteúdo trabalhado na atividade;
- Registrar as dificuldades e avanços dos alunos na realização da atividade.

Procedimentos a serem desenvolvidos pelos alunos

- Ler as instruções e desenhar no papel quadriculado o caminho proposto:
 - Avançar 4 quadradinhos para cima, dobrar à esquerda num giro de um quarto de volta;

- Avançar 4 quadradinhos, dobrar à esquerda com um giro de um quarto de volta;
- Avançar 4 quadradinhos, dobrar à esquerda com um giro de 90° ;
- Avançar 4 quadradinhos, dobrar à esquerda com um giro de 90° .
- Dizer que figura foi formada e qual é a soma das medidas dos ângulos internos dessa figura;
- Criar novas instruções que dêem origem a outras figuras geométricas;
- Desenhar o caminho percorrido por esses novos comandos, identificando a figura geométrica formada.

5.3.2 Posições relativas de retas

Leitura inicial – Considerações acerca dos conhecimentos geométricos

Se observarmos o mundo em que vivemos, podemos perceber, a partir dos conhecimentos adquiridos na escola, que a Geometria está presente em cada lugar, em cada objeto, em cada espaço. Esses objetos e esses espaços apresentam formas e tamanhos variados, que ocupam as mais diversas posições no universo e, para conhecê-los, é preciso medir, comparar, analisar posições, observar formas, abstrair regularidades – ações pertinentes ao estudo da Geometria.

A busca da compreensão do aspecto geométrico do espaço circundante esteve sempre presente no pensamento humano: o homem neolítico representou elementos do seu dia-a-dia por meio de desenhos e demonstrou preocupação com as relações espaciais, os egípcios deixaram suas experiências em medir as terras e na construção de edificações magníficas, como as pirâmides, os gregos conseguiram sistematizar todo o conhecimento matemático edificado até

então, no livro Os Elementos, escrito pelo matemático Euclides. E, nos dias de hoje essa busca continua presente nas diferentes atividades do ser humano.

A Geometria Euclidiana, na qual vamos nos deter neste estudo, era considerada por Euclides uma ciência dedutiva que opera a partir de determinadas hipóteses básicas, denominadas de axiomas ou postulados, partindo de elementos primitivos, como pontos, retas e planos, adotados sem definição. Um ponto é idealizado como algo sem dimensão, sem massa, sem volume, ou seja, é alguma coisa que só existe no nosso pensamento, pois uma partícula, por menor que seja, tem dimensão, tem massa e tem volume. A reta é concebida sem espessura, sem começo e sem fim, e o plano é imaginado como uma figura que não tem espessura nem fronteiras. A rigor, esclarece Castilho (2002, p.35)

Os entes geométricos são construtos mentais, são abstrações. Quando o ser humano pensa, ele é capaz de construir mentalmente um ser geométrico perfeito. [...] essas abstrações, na sua perfeição conceptual, não têm existência fora da nossa mente. Podemos representá-las, mas as representações são susceptíveis de falhas e limitações, já que são obtidas com materiais e objetos físicos, mais ou menos imperfeitos e grosseiros. Assim é que, embora o ponto geométrico não tenha dimensão, o ponto físico representado por um lápis sobre uma folha de papel, por mais fino que seja o grafite utilizado, sempre poderá ser medido.

Por isso é difícil compreender que o ponto - que não tem dimensão -, a reta - que não tem espessura - e o plano - que não tem fronteira - possam ser representados. Isso só é possível quando conseguimos estabelecer a diferença entre o conceito (abstrato) e sua representação (concreto), ou seja, quando tivermos a “facilidade de abstrair do objeto observado aquelas características próprias que o tornam um ser geométrico único e conceptual.” (Ibidem, p.35). É

importante lembrar que conceitos não se ensinam, portanto cabe ao professor apenas criar oportunidades e situações que permitam que o aluno construa.

No Ensino Fundamental, a natureza do trabalho com a Geometria deve ser inicialmente, de caráter informal, e não-axiomático (intuitivo). Esse trabalho deve ser desenvolvido através da exploração de modelos e construções, para, em seguida, abordar-se o aspecto formal (axiomático), que vai complementar a abordagem intuitiva.

Voltando aos elementos primitivos da Geometria, enfatizamos que o ponto é representado com letras maiúsculas do nosso alfabeto; as retas, com letras minúsculas do nosso alfabeto; e os planos, com letras minúsculas do alfabeto grego. Destacamos a seguir o estudo das posições relativas de retas num mesmo plano, que é o tema deste item.

Dadas duas retas no plano, elas podem ser distintas ou coincidentes. Se forem distintas, podem ser paralelas ou concorrentes. Caso sejam coincidentes, então serão paralelas e iguais, enquanto que, se forem concorrentes, podem ser oblíquas ou perpendiculares.

Duas retas são paralelas quando pertencem ao mesmo plano e não possuem ponto em comum. Retas concorrentes são aquelas que têm um único ponto em comum. Duas retas são perpendiculares entre si se, e somente se, forem concorrentes entre si e formarem ângulos congruentes (de mesma medida) entre si. Quando as duas retas são perpendiculares, a medida do ângulo formado por elas é 90° . Se as retas forem concorrentes, mas não forem perpendiculares, dizemos que elas são oblíquas.

Para estudar as posições relativas de retas no plano, elaboramos atividades que serão descritas a seguir, tentando relacionar esse conteúdo com situações vivenciadas pelos alunos no seu contexto de vida.

Atividade 5 - Desenhando portões

Problematização: Que características das retas são utilizadas para se classificarem os tipos de retas que aparecem no desenho de um portão?

Objetivos

- Criar o modelo de um portão utilizando linhas retas;
- Identificar e caracterizar os tipos de retas que surgirem no desenho do portão.

Material: papel ofício, lápis grafite, borracha, régua, lápis cera, cópia do roteiro da atividade.

Orientações para o professor

- Instigar os alunos a participar da atividade, que poderá ser feita individualmente ou em dupla;
- Fazer uma exposição oral sobre os tipos de retas, após a elaboração dos desenhos pelos alunos. Questionar os alunos sobre onde se pode encontrar no ambiente escolar, retas paralelas, perpendiculares e inclinadas;
- Colar os desenhos no quadro de giz e questionar os alunos sobre os tipos de retas que surgirem em cada um, identificando as regularidades destas;
- Após a apresentação dos desenhos criados pelos alunos, mostrar outros modelos de portões reproduzidos em revistas ou em encartes de propagandas;
- Retomar a questão inicial, para sistematizar o conteúdo explorado na atividade;
- Registrar as dificuldades e avanços dos alunos na realização da atividade.

Procedimentos a serem desenvolvidos pelos alunos

- Imaginar o modelo de um portão que possa ser colocado na entrada da casa em que mora e representá-lo na folha de papel ofício;
- Pintar os detalhes do portão com criatividade;
- Identificar os tipos de retas que aparecem no desenho;

- Descrever as características dos tipos de retas que surgirem do desenho;
- Apresentar à turma o desenho construído, descrevendo os detalhes.

Atividade 6 - Construindo painéis

Problematização: Que regularidades podem ser observadas nas retas paralelas e nas perpendiculares?

Objetivos

- Construir um painel com retas paralelas e perpendiculares, usando esquadros;
- Identificar as figuras geométricas que surgirem na construção do painel;
- Medir os ângulos das figuras geométricas.

Material: Cópia do roteiro da atividade, par de esquadros, transferidor, papel ofício, lápis grafite, borracha, lápis de cera, dicionário.

Orientações para o professor

- Realizar essa atividade individualmente.
- Apresentar os esquadros aos alunos e perguntar qual é sua forma, para que ele serve, como é chamado esse material, pedir para indicarem objetos semelhantes, etc.;
- Providenciar o material necessário ao desenvolvimento da atividade;
- Ler oralmente o roteiro da atividade para orientar a realização desta;
- Incentivar o aluno a desenvolver as etapas da atividade;
- Retomar a questão inicial, para sistematizar o conteúdo trabalhado.
- Registrar as dificuldades e avanços dos alunos na realização da atividade.

Procedimentos a serem desenvolvidos pelos alunos

- Procurar no dicionário o significado da palavra *esquadro*. Em seguida, observar o par de esquadros e medir com o transferidor os seus ângulos;
- Traçar, no papel ofício, retas que se cruzem formando ângulos de 90° , utilizando os esquadros, e colocar um dos esquadros na reta horizontal e o outro na reta vertical;
- Segurar o esquadro que está na reta horizontal e fazê-lo deslizar na vertical, marcando outras retas;
- Repetir a mesma ação, para desenhar retas na horizontal;
- Observar as figuras formadas por essas retas, identificando tais figuras;
- Pintar figuras iguais com a mesma cor e figuras diferentes com cores diferentes;
- Medir os ângulos internos de cada figura e dizer o que observou.
- Apresentar os painéis construídos, para discussão no grande grupo.

Atividade 7 - Dobrando e construindo retas

Problematização: Que regularidades podem ser observadas nas retas paralelas, perpendiculares e inclinadas?

Objetivos

- Construir retas paralelas, perpendiculares e inclinadas utilizando dobradura e régua;
- Descobrir as regularidades das retas paralelas, perpendiculares e inclinadas;
- Identificar as figuras geométricas que se formaram a partir das dobraduras.

Material: cópia do roteiro da atividade, régua, transferidor, papel ofício, lápis grafite, giz de cera, lápis de madeira colorido e borracha.

Orientações para o professor

- Realizar essa atividade individualmente;
- Providenciar o material necessário ao desenvolvimento da atividade;
- Ler oralmente o roteiro da atividade para orientar sua realização;
- Incentivar o aluno a desenvolver as etapas da atividade;
- Retomar a questão inicial, para sistematizar o conteúdo trabalhado na atividade;
- Registrar as dificuldades e avanços dos alunos na realização da atividade.

Procedimentos a serem desenvolvidos pelos alunos

- Tomar uma folha de papel ofício e dobrá-la ao meio, na horizontal;
- Dobrar a folha mais duas vezes no mesmo sentido, fazendo coincidir suas extremidades;
- Abrir a folha e, utilizando a régua e o lápis grafite, traçar todas as retas formadas pelas dobras;
- Medir a distância entre uma reta e outra e dizer o que observou e como essas retas podem ser chamadas;
- Dobrar a folha novamente no sentido vertical;
- Fazer novamente outra dobradura na vertical igualando as extremidades;
- Traçar as retas que apareceram nas dobras, utilizando lápis hidrator;
- Medir os ângulos formados por retas horizontais e verticais e dizer o que observou e como se chamam essas retas;
- Traçar retas ligando os vértices opostos das figuras, utilizando outra cor (fazer isso apenas em uma das faixas da folha), e dizer como se chamam essas retas traçadas em relação às retas já existentes;

- Identificar as figuras geométricas que foram formadas pelas retas, pintando da mesma cor as figuras iguais;
- Apresentar os desenhos produzidos, para discussão no grande grupo.

Atividade 8 - Descobrimo ruas paralelas e perpendiculares

Problematização: Como descobrir ruas paralelas e perpendiculares num mapa?

Objetivo

- Utilizar o conceito de retas paralelas e perpendiculares na leitura de mapas.

Material: cópia do roteiro da atividade, cópia do mapa do bairro indicado na atividade, papel ofício, lápis grafite e borracha.

Orientações para o professor

- Realizar essa atividade individualmente ou em dupla;
- Providenciar o material necessário ao desenvolvimento da atividade;
- Ler oralmente o roteiro da atividade para orientar a realização desta;
- Incentivar o aluno a desenvolver as etapas da atividade;
- Retomar a questão inicial, para sistematizar o conteúdo trabalhado;
- Registrar as dificuldades e avanços dos alunos na realização da atividade.

Procedimentos a serem desenvolvidos pelos alunos

- Observar, no mapa, o bairro da Cidade Alta e identificar cinco ruas perpendiculares à Avenida Rio Branco;
- Citar o nome de três ruas que são paralelas à Avenida Rio Branco;

- Observar o mapa e escrever instruções para se chegar à Rua Princesa Isabel, saindo da Catedral Nova, na Avenida Deodoro da Fonseca, utilizando ruas paralelas e perpendiculares;
- Descobrir, no mapa, quatro ruas paralelas à Avenida Deodoro da Fonseca até a Avenida Hermes da Fonseca;
- Apresentar os resultados das pesquisas feitas nos mapas, para discussão no grande grupo.

Bibliografia Complementar

BORDEAUX, Ana Lúcia, et al. **Matemática: na vida e na escola**. São Paulo: Editora do Brasil, 1999.

LELLIS, Marcelo et al. **Ângulos**. São Paulo: Atual, 1992. (Pra que serve matemática?).

SMOOTHEY, Marion. **Ângulos**. Tradução. Sérgio Quadros. São Paulo: Scipione, 1997. 63p. (Coleção Investigação Matemática).

CASTILHO, Sônia Fiúza da Rocha. Geometria: traçando planos de exploração. **AMAE Educando**. Belo Horizonte, n.306, p. 33-35, abr./2002.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. **Didática da Matemática: como dois e dois – construção da matemática**. São Paulo: FTD, 1997, 335p.

VIANNA, Carlos Roberto; CURY, Helena Noronha. **ÂNGULOS: uma “História” escolar**. **Revista História & Educação Matemática**. Sociedade Brasileira de História da Matemática, Rio Claro, SP, v.1, n.1, p. 23-37, jan./jun. 2001.

5.4 TEMA 2: Sistemas Referenciais

Esse tema está inserido na Proposta Curricular de Educação de Jovens e Adultos (EJA) – 2º segmento do Ensino Fundamental -, elaborada pela Secretaria do Ensino Fundamental do Ministério da Educação e Cultura (MEC).

É nossa intenção, ao abordá-lo, que o aluno da EJA construa sistemas de referência tendo em vista a sua utilização em situações do cotidiano. Para tanto, elaboramos atividades direcionadas para que o aluno construa um esquema mental sobre sistemas referenciais que lhe permitam localizar-se, movimentar-se e orientar-se num espaço conhecido e em outros espaços mais amplos.

Leitura inicial 1 - A importância de sistemas de referência para compreensão do espaço

O homem está inserido no espaço, e conhecer esse espaço é perceber as redes de relações a que se está sujeito e da qual se é sujeito. Por isso um dos objetivos do Ensino Fundamental é fazer com que o aluno saiba orientar-se e deslocar-se no espaço em que vive. Para tanto, é necessário que o ambiente escolar contribua para que ele consiga perceber as relações entre os espaços em que está inserido, tendo em vista que, ao se deparar com situações em que seja preciso explicar aos outros onde mora, em que lugar fica determinado objeto, não encontre maiores dificuldades de expressar o seu pensamento ou até mesmo de representar um percurso da forma mais simples possível.

Coll ; Teberosky (2000, p.165), ao se referirem ao espaço afirmam:

A todo momento, estamos ocupando um lugar no espaço e é com o nosso corpo que entramos em contato com este lugar. Usamos o corpo para nos situar no espaço e, a partir da nossa posição, podemos localizar as pessoas e as coisas que nos rodeiam. O sucesso para solucionar grande parte dos problemas cotidianos depende da nossa capacidade de nos orientar e da facilidade com que estabelecemos relações entre os objetos.

Saber deslocar-se no espaço é ser capaz de praticar um conjunto de ações ordenadas em que estão presentes as noções de distância, direção, sentido, e pontos de referência que permitam instituir relações entre os sujeitos, entre objetos, e entre sujeitos e objetos.

As relações espaciais que o aluno adquire ao longo de sua vida são classificadas como: topológicas, projetivas e euclidianas. As primeiras noções espaciais obtidas pela criança, são as topológicas, caracterizadas pela percepção das propriedades que diferenciam os espaços interiores e exteriores que compõem o ambiente em que está inserida. Essas relações dizem respeito às noções de dentro/fora, interior/exterior, fronteira/limite, vizinhança, perto/longe, região e posição, e não incluem noções rígidas, como distância, retas e ângulos. Desse modo, esclarece Tenório (1995, p.59-60):

[...] uma transformação topológica não admite fusões nem reagrupamentos, que destruam propriedades tais como vizinhança, estar entre, interioridade/exterioridade. [...] As noções que se mantêm invariantes por uma transformação topológica são chamadas propriedades topológicas. Estas propriedades constituem no objeto de estudo da Topologia.

As relações topológicas, progressivamente, dão origem às relações projetivas, compreendidas como aquelas em que as propriedades espaciais permanecem as mesmas, independentemente de outras transformações. São as seguintes as noções que identificam essas relações: direita/esquerda, frente/atrás, antes/depois, em cima/embaixo, entre outras. Toledo;

Toledo (1997, p.224) afirmam que a relação projetiva “estuda o que aconteceu com uma figura projetada a partir de um ponto, ocupando-se das propriedades dessa figura que permanecem constantes, apesar da projeção. É a geometria que estuda a perspectiva.” As relações projetivas se modificam de acordo com o ponto de vista do sujeito ou das referências adotadas.

Quanto às relações euclidianas, são as relações métricas, nas quais estão compreendidas as de comprimento, tamanho, medidas de ângulos, áreas e volumes. Schmitz et al. (1994, p.14) afirmam, a respeito desse tipo de relação:

As relações euclidianas ou métricas têm como referência a noção de distância e permitem situar os objetos uns em relação aos outros, considerando um sistema de referência fixa. O sistema de coordenadas corresponde ao ponto de chegada de toda a construção do espaço euclidiano.

Nas relações euclidianas, o que muda é a posição do objeto, mantendo-se, no entanto, sua forma ou suas dimensões, ou seja, conservam-se os aspectos relacionados com a medida.

Neste estudo, que abrange diversos espaços e suas relações, o aluno terá condições de construir as noções de inclusão, continuidade e vizinhança, bem como de pontos de referência, que contribuirão para ele perceber as relações que estabelecemos em nossas vidas e em outros espaços do mundo real.

Se o aluno perceber que o espaço em que estuda, mora ou trabalha está inserido num espaço maior com o qual está interligado e que esses espaços se inter-relacionam com fatores sociais, econômicos, políticos e culturais, é possível que possa reformular suas idéias acerca de como está inserido no ambiente em que vive e que estabeleça uma integração entre o seu mundo físico e o social.

Outro aspecto relevante deste estudo é o aluno ter acesso a mapas, que serão lidos e interpretados, de modo a contribuir para que ele adquira a capacidade de se orientar no seu contexto de vida.

Os mapas propiciam ao aluno a capacidade de abstração, tendo em vista que representam o objeto real através de símbolos e, dessa forma, contribuem para que ele classifique, compare, represente e compreenda melhor a informação neles contida. Por isso é importante que o aluno construa, no primeiro momento, o seu próprio mapa, utilizando elementos do seu espaço conhecido, para, posteriormente, ler os mapas produzidos por outras pessoas.

Nessa perspectiva, o trabalho com mapas e com sistemas de referência permite que o aluno estabeleça integração da Matemática com outras áreas do conhecimento, como, por exemplo, Geografia, Artes, História, Língua Portuguesa, uma vez que, à medida que trabalhamos com pontos de referência, representação de percursos, leitura e interpretação de mapas, estamos proporcionando ao aluno oportunidade de: desenvolver comparações entre distâncias percorridas; o reconhecimento e a representação de espaços, destacando os principais atributos destes; utilizar instrumentos de medida; fazer leitura e interpretação de outras representações; estabelecer relações lógicas bem como identificar elementos geométricos presentes nessas representações.

Acreditamos, pois, que um trabalho como esse vai contribuir para que o aluno da Educação de Jovens e Adultos (EJA) possa ampliar seus conhecimentos sobre as questões de orientação no espaço e desenvolver, de forma mais sistematizada, seus sistemas de referência.

As atividades propostas a seguir têm como objetivo propiciar ao aluno condições de construir sistemas de referência que lhe permitam localizar-se, movimentar-se e orientar-se num espaço conhecido e em outros espaços mais amplos.

Devemos ressaltar ainda, que, nas atividades 1 e 2, está inserida a *Modelagem Matemática* e que sua contribuição consiste no fato de o aluno criar seu próprio esquema mental, antecedendo

ao modelo teórico do sistema cartesiano. No caso das atividades 3 e 4, o aluno passa a fazer uso de modelos já estabelecidos e tenta re-elaborá-los, visando melhorá-los, tendo em vista que já foi capaz de estabelecer sistemas semelhantes, ao tentar resolver os problemas de localização (atividades 1 e 2), ou mesmo utiliza-se do modelo pronto para resolver as situações-problema propostas. A atividade 5 refere-se ao modelo abstrato do sistema de coordenadas. Enfim, todas as atividades propostas estão direcionadas para que o aluno construa um esquema mental sobre sistemas referenciais.

Atividade 1 - Onde estou?

Problematização: Como você representaria sua posição na sala de aula?

Objetivos

- Produzir um texto explicando a posição em que se está situado na sala de aula;
- Representar, através de desenho, a posição que se ocupa no espaço da sala de aula.

Material: cópia do roteiro da atividade, papel ofício, lápis grafite, régua, borracha.

Orientações para o professor

- Realizar essa atividade individualmente;
- O texto que antecede a atividade servirá como subsídio para a sistematização do conteúdo desenvolvido ou como fonte de leitura coletiva;
- Não é necessário organizar, inicialmente, o espaço físico da sala de aula, para que o aluno possa perceber que a desorganização da sala dificulta a resolução do problema;
- Ao final da atividade, deverá ser feita a escolha de algumas representações dos alunos, que servirão como ponto de partida para a sistematização do conteúdo estudado na atividade;

- Deve-se incentivar o aluno para a realização da atividade, observando quais foram as maiores dificuldades;
- As dificuldades e avanços dos alunos na realização da atividade devem ser registradas.

Procedimentos a serem desenvolvidos pelos alunos

- Descrever por extenso a posição em que está situado (o aluno) na sala de aula;
- Representar o espaço da sala de aula, identificando a posição que ocupa nesse espaço;
- Identificar, no desenho, os colegas que sentam à direita, à esquerda, à frente e atrás;
- Representar, no desenho, onde fica a mesa da professora, a porta, as janelas e o quadro de giz;
- Responder às seguintes questões: que formas foram utilizadas para representar as janelas, a porta, o quadro de giz ou outros objetos presentes na sala de aula? Que sugestão você daria para a arrumação da sala de aula de maneira que facilitasse a descrição de sua posição?
- Descrever as dificuldades encontradas na realização desta atividade.

Atividade 2 - A caminho da escola

Problematização: Como você ensinaria a um(a) colega o trajeto que você faz para chegar à escola, partindo da rodoviária?

Objetivos

- Perceber elementos referenciais presentes no trajeto da rodoviária para a escola;
- Representar percursos significativos, identificando pontos de referência.

Material: cópia do roteiro da atividade, papel ofício, lápis grafite, régua, borracha.

Orientações para o professor

- Realizar essa atividade individualmente ou em dupla, possibilitando, no segundo caso, a discussão, na construção do trajeto;
- O local escolhido como ponto de referência para início do trajeto (rodoviária) poderá ser modificado, de acordo com a localização da escola;
- Registrar as dificuldades apresentadas pelos alunos na realização da atividade;
- Retomar a questão inicial, para discussão do conteúdo estudado na atividade;
- Incentivar a participação do aluno na realização da atividade.

Procedimentos a serem desenvolvidos pelo(s) aluno(s)

- Escrever um texto explicando o trajeto da rodoviária à escola, destacando pontos de referência percebidos ao realizar esse trajeto;
- Trocar os escritos entre os alunos (ou duplas), para observar se houve variações na construção do trajeto;
- Representar, com desenho, o trajeto apresentado ao grupo, identificando os pontos de referência;
- Identificar nesse desenho as ruas mais próximas da escola (ruas que ficam em frente, atrás, do lado direito, do lado esquerdo);
- Relacionar as dificuldades surgidas na realização desta atividade;
- Apresentar para a turma o desenho produzido, explicando como foi feito e destacando os principais pontos de referência e as dificuldades para realizá-lo.

Leitura inicial 2 - Mapas como recurso didático nas aulas de Matemática

Ao tentarmos representar no papel as informações e técnicas desenvolvidas por uma sociedade, fazemos uso de recursos que permitem representar esses elementos através de símbolos e desenhos. Um desses recursos é o mapa, que pode ser compreendido como um modelo de comunicação visual do espaço e é constituído de três elementos básicos: escala, projeção e símbolos.

Esse material é utilizado desde o período pré-histórico, quando o homem usava símbolos iconográficos (representação através de imagens), com o objetivo de expressar seus deslocamentos e registrar as informações que pudessem auxiliá-lo na sua sobrevivência. Nesses primeiros mapas, não havia preocupação com sistemas de signos ordenados nem com a projeção, pois os próprios símbolos utilizados representavam a linguagem real.

Quando as informações passaram a ser organizadas de forma sistemática, foram surgindo os mapas atuais, que permitem a compreensão *espacial* do fenômeno estudado.

Dessa forma, os mapas contribuem para que se tenha uma visão do todo, compreendendo-se a sua organização e a distribuição dos espaços nele contidos, o que nos leva a inferir que a função principal dos mapas é prestar informações acerca do fenômeno em apreço.

Portanto o trabalho com mapas na escola é significativo, na medida em que o aluno, ao construir as relações espaciais, terá mais facilidade de entender as transformações ocorridas em seu ambiente de vida e poderá representar esses espaços através de símbolos criados pelos próprios alunos ou elaborados por outras pessoas.

Atividade 3 - Lendo e interpretando mapas

Problematização: Como localizar a rua de sua escola no mapa de sua cidade?

Objetivos

- Ler e interpretar mapas, descobrindo elementos facilitadores dessa ação;
- Perceber a importância da compreensão dos mapas nas atividades do cotidiano.

Material: cópia do roteiro da atividade, papel ofício, lápis grafite, régua, borracha, xerox de mapas.

Orientações para o professor

- Realizar essa atividade em grupo ou individualmente, dependendo do número de alunos na sala de aula;
- Fazer, inicialmente, a leitura do texto que antecede a atividade (leitura inicial 2) com o aluno, estabelecendo-se, em seguida, uma exposição dialogada sobre como se constroem, se lêem e se interpretam os mapas;
- Selecionar o mapa para a realização desta atividade das listas telefônicas da cidade de Natal/RN;
- Utilizar a xerox do mapa do bairro em que está localizada a escola;
- Pesquisar outras leituras sobre construção, leitura e interpretação de mapas nos livros didáticos de Geografia ou paradidáticos de Matemática;
- Registrar as dificuldades e/ou facilidades que os grupos tiveram ao resolver a atividade;
- Retomar a questão inicial para sistematizar o conteúdo trabalhado na atividade.

Procedimentos a serem desenvolvidos pelos alunos

- Observar o mapa do bairro onde está localizada a escola, descrevendo os pontos de destacados;

- Identificar a letra e o número (coordenadas) que permitem localizar a escola no mapa;
- Indicar outros pontos de referência próximos à escola;
- Responder se é possível identificar, no mapa, as coordenadas que localizam a casa de algum dos componentes do grupo;
- Desenhar outro mapa, mais simplificado, de modo a permitir localizar a escola de forma mais rápida e precisa;
- Descrever as dificuldades que o grupo encontrou para a realização da atividade.

Atividade 4 - Descobrimo mensagens

Problematização: Para que servem as letras e os números que aparecem nos mapas?

Objetivo

- Associar coordenadas a pontos e localizar pontos a partir de coordenadas previamente definidas.

Material: Cópia do roteiro da atividade, papel ofício, lápis grafite, borracha, xerox do mapa do tesouro (Quadro 9) e da tabela (Quadro 10).

Orientações para o professor

- Realizar essa atividade em grupo;
- Distribuir o modelo da tabela para os grupos e explicar como preenchê-la;
- Registrar as dificuldades que os grupos apresentarem ao desenvolver a atividade;
- Incentivar os alunos para realizarem a atividade;
- Retomar a problematização para sistematizar o assunto.

Procedimentos a serem desenvolvidos pelos alunos

- Observar o (Quadro 9), identificando as coordenadas da aldeia dos canibais, da caverna, do córrego dos abutres e da cachoeira das borboletas, preenchendo a tabela abaixo (Quadro 10);
- Localizar o local dos pares I6, C4, G5, F6, J5, D2, L5, D7, G2, D6, A5 e, em seguida, escrever a letra inicial das localidades correspondentes a cada uma das coordenadas acima, para descobrir onde está escondido o tesouro;
- Criar um novo código que represente o *cemitério* como o lugar do esconderijo do tesouro;
- Apresentar ao grande grupo os novos códigos criados.

(Adaptada do livro *Investigação Matemática: atividades e jogos com escalas* – Marion Smoothey – Editora Scipione, 1997, p.16).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	L
1											
2				Naufrá gio			Montan ha				
3			Caverna						Cachoe ira das borbole tas		
4			Aldeia dos canibais					Toca do polvo			
5	Três grandes lagoas						Vale deserto			Rio Vermel ho	Atol das rocas
6				Cemité rio		Estrada velha da mina			Córreg o dos abutres		
7				Ensead a do sul					Ilha pequen a		
8		Ilha das cobras						Oca do índio			

Quadro 9: Mapa do tesouro

Local	Coordenadas
Aldeia dos canibais	
Caverna	
	I6
Cachoeira das borboletas	
	G5
	D6
Montanhas	
	J5
	L5
	D2
Três grandes lagos	
Enseada do sul	
	F6
Ilha das cobras	
Toca do polvo	
Ilha pequena	
Oca do índio	
Novo esconderijo – cemitério	Coordenadas

Quadro 10: Identificando lugares e coordenadas

Leitura inicial 3 - Sistemas de coordenadas: da Geografia à Matemática

Você já ouviu falar em latitude e longitude? Trata-se das coordenadas geográficas ou terrestres, utilizadas, por exemplo, quando se quer localizar um ponto sobre a superfície da Terra.

Na definição dessas coordenadas, foi convencionado que, para se medir a longitude, tomam-se como referenciais o Meridiano de Greenwich (linha imaginária que divide a Terra em Ocidente e Oriente) e os demais meridianos. Quanto à latitude, as referências são as linhas do Equador (linha imaginária que divide a Terra em dois hemisférios – norte e sul) e os paralelos.

Dessa forma, a longitude pode ser compreendida como a distância para leste ou oeste do Meridiano de Greenwich e está marcada sobre a linha do Equador. E a latitude, corresponde à distância para o norte ou sul da linha do Equador, indicada sobre o Meridiano de Greenwich (a orientação é dada pelos pontos cardinais). Por isso, para se definir um ponto na superfície da Terra, são necessários dois valores, que estão associados à longitude e à latitude.

Análogo a esse modelo, pode-se localizar um ponto num plano, como, por exemplo, numa folha de caderno. Para tanto, é preciso tomar como referência dois eixos orientados (a orientação dos eixos é dado pela alocação dos números positivos e negativos) e retas paralelas a esses eixos. Foi convencionado que esses eixos são perpendiculares e o eixo horizontal foi denominado de eixo das abscissas, e o vertical eixo das ordenadas. A abscissa é a distância do ponto ao eixo vertical, e está marcada no eixo horizontal. Do mesmo modo, a distância do ponto ao eixo horizontal é chamada de ordenada, e está indicada no eixo vertical. Esses dois valores formam as coordenadas de um ponto num plano, às quais se convencionou denominar de coordenadas cartesianas.

Nos livros didáticos de Matemática, também se pode ver que o eixo das abscissas é chamado de eixo dos x , e o das ordenadas de eixo dos y . Dessa forma, qualquer ponto no plano pode ser definido por um par de coordenadas, que se apresentam entre parênteses, em que o x (abscissa) vem na 1ª ordem, e o y (ordenada) na 2ª ordem. Esses números são separados por vírgula: o primeiro deles indica o deslocamento, a partir da origem, para a direita (deslocamento positivo) ou para a esquerda (deslocamento negativo), e o segundo indica o deslocamento, a partir da origem, para cima (positivo) ou para baixo (negativo). O número zero indica que não houve deslocamento. Ex: $A = (3, 2)$; $B = (2, 3)$; $C = (4, 6)$; $D = (0, 1)$.

Deve-se observar que a ordem dos termos de um par ordenado tem significado, uma vez que, se houver mudança nas posições dos valores numéricos, a localização do ponto não será a mesma, ou seja, estar-se-á definindo outro ponto.

Vale salientar que um par de números é chamado de par ordenado e a cada ponto do plano corresponde um e apenas um par ordenado, e vice-versa, do que se pode deduzir que dois pontos diferentes são representados por pares ordenados diferentes, como se pode exemplificar: $A=(5, 3) \neq B = (3, 5)$.

A partir da leitura desse texto, partimos para a atividade relacionada às coordenadas cartesianas.

Atividade 5 - Utilizando coordenadas cartesianas

Problematização: Como descobrir os nomes de times de futebol no plano cartesiano?

Objetivos

- Identificar pares ordenados que permitam a construção de nomes de times de futebol;
- Associar os pares ordenados apresentados no gráfico às letras a eles correspondentes.

Material: cópia da atividade, papel ofício, lápis grafite, borracha.

Orientação para o professor

- Realizar essa atividade individualmente ou em grupo, dependendo do número de aluno na sala de aula;
- Ler o texto que antecede a atividade (leitura inicial 3) com os alunos, procurando usar mapas para mostrar como encontrar a latitude e a longitude de alguns lugares;
- Apresentar exemplos de gráficos mostrando os eixos cartesianos e pontos marcados sobre eles;
- Procurar outros textos, ou livros didáticos, que falem sobre sistemas de coordenadas para serem apresentados à turma;
- Retomar a questão inicial, para sistematizar o conteúdo desenvolvido na atividade.

Procedimentos a serem desenvolvidos pelos alunos

- Observar a xerox do gráfico (Quadro 11) e associar cada letra ao seu par ordenado;

- Descobrir que palavra está formada pelos seguintes pares ordenados: (1,7) (3,8) (3,4) (0,6) (2,3) (7,6) (5,5) (6,4);
- Descobrir, no gráfico, o nome de outros times de futebol, associando a cada um os respectivos pares ordenados;
- Decifrar a frase que está associada aos seguintes pares ordenados: (3,4) (0,6) (2,6) (5,5) (6,4), (2,3) (4,1) (8,8) (6,4) (2,2) (2,3) (0,6) (8,2) (2,3) (5,2) (2,6) (5,5) (6,4).

(Adaptada do Livro: Matemática na vida e na escola – Ana Lúcia Bordeaux et. al. – 5ª série – Editora do Brasil – 1999, p. 18)

10										
9				V						
8		L					T			
7	F				H					
6	M	I		R		N				
5				G						
4			A		O					
3		E				C				
2		U			R		P			
1			S							
0										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Quadro 11: Descobrimdo nomes de time de futebol

Bibliografia Complementar

ANDREIS, Adriana Maria. **A representação espacial nas séries iniciais do ensino fundamental**. Ijuí: Ed. UNIJUÍ, 1999. 64p.

BORDEAUX, Ana Lúcia et. al. **Matemática na vida e na escola** São Paulo: Editora do Brasil, 1999.

COLL, César; TEBEROSKY, Ana. **Aprendendo Matemática**: conteúdos essenciais para o ensino fundamental de 1ª a 4ª série. São Paulo: Ática, 2000. 264p.

FREITAS, José Orlando Gomes. A Geometria torna-se Álgebra. **Revista do Professor de Matemática** – Sociedade Brasileira de Matemática. Rio de Janeiro, p. 22-24, jan.-abr./1995.

MELO, Maria José Medeiros Dantas de. **A Geometria e a construção das relações espaciais**. Natal, 2000. 7p. Mimeografado.

SCHMITZ, Carmen Cecília; LEDUR, Elsa Alice; MILANI, Miriam De Nadal. **Geometria de 1ª a 4ª série: uma brincadeira séria**. São Leopoldo, Ed. UNISINOS, 1994. 78p.

SIMIELLI, Maria Elena Ramos. Cartografia no ensino fundamental e médio. In: ALESSANDI CARLOS, Ana Fani (org.). **A Geografia na sala de aula**. São Paulo: Contexto, 1999. p.92-108.

SMOOTHEY, Marion. **Atividades e jogos com escalas**. Tradução: Sérgio Quadros. São Paulo: Scipione, 1997. 63p. (Coleção Investigação Matemática).

TENÓRIO, Robinson Moreira (org.). **Aprendendo pelas raízes: alguns caminhos da matemática na história**. Salvador: Centro Editorial e Didático da UFBA, 1995. 93p.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. **Didática da Matemática: como dois e dois – construção da matemática**. São Paulo: FTD, 1997, 335p.

5.5 TEMA 3: Figuras Geométricas

Destacamos, neste tema, o estudo das figuras geométricas planas e das espaciais através de atividades que possibilitam a participação do aluno e a reflexão sobre a ação desenvolvida. Inicialmente, tratamos das figuras geométricas planas; em seguida, desenvolvemos atividades relacionadas às figuras espaciais. Para cada item, apresentamos uma leitura inicial, que servirá de subsídio para o trabalho do professor no momento da sistematização do conteúdo desenvolvido nas atividades.

5.5.1 Figuras Geométricas Planas

Leitura inicial 1 - As formas geométricas planas

Se observarmos a maioria dos objetos e das ações do ambiente em que vivemos, podemos perceber que envolvem conceitos e relações geométricas. Essa percepção só é possível quando já temos adquirido conhecimentos sobre os conceitos e propriedades dos elementos da Geometria. Quando dizemos que as representações das formas geométricas estão presentes na natureza e nos objetos constituídos pelo homem, estamos nos baseando no alicerce dos conhecimentos já construídos sobre essa temática.

É interessante que o trabalho com a Geometria, nas séries iniciais, parta da experimentação, de modo que as definições e generalizações surjam das observações que os alunos fazem dos objetos, podendo, inclusive, reformular os conceitos já aprendidos.

Ao estudar, por exemplo, as formas geométricas, o aluno necessita estabelecer relações entre elas - destacando suas diferenças e semelhanças -, classificá-las, nomeá-las, transformá-las - a partir da composição e decomposição - e procurar identificá-las nos objetos do mundo real. Sugerimos que esse estudo parta, inicialmente, dos sólidos geométricos e que depois se vá tentando trabalhar em paralelo com as figuras planas, visto que os sólidos geométricos são mais fáceis de identificar no espaço em que os alunos vivem, conforme as idéias de Coll; Teberosky (2000, p.196), que destacam:

Os objetos que nos rodeiam apresentam três dimensões: comprimento, largura e altura. Alguns são tão finos que poderiam ser considerados figuras planas. As figuras com apenas duas dimensões, comprimento e largura, são planas. [...] Em nosso cotidiano, é comum vermos objetos com forma de triângulo, quadrado ou outros polígonos.

Mas, afinal o que são polígonos? *Poli* é um radical de origem grega, que significa *muitos* ou *muitas* e *Gono* significa *ângulos*. Então, a palavra *polígono* significa *muitos ângulos*.

Podemos definir o polígono, segundo Toledo; Toledo (1997, p.244) como sendo “uma curva plana, fechada, simples, formada por segmentos consecutivos e não-colineares”. Ao tratarmos da área de um polígono, estamos considerando a região do plano limitado por essa linha poligonal (região poligonal).

Para a classificação dos polígonos, devemos considerar o número de lados, a saber: triângulo (3 lados), quadrilátero (4 lados), pentágono (5 lados), hexágono (6 lados), heptágono (7 lados), octógono (8 lados), eneágono (9 lados), decágono (10 lados), undecágono (11 lados), dodecágono (12 lados), pentadecágono (15 lados), icoságono (20 lados). Os demais polígonos são

denominados pelo número de seus lados (polígono de 14 lados), não tendo, portanto, um nome específico. Vale salientar que o número de lados de um polígono é igual ao número de vértices e de ângulos internos. Os polígonos que têm a mesma medida dos lados e dos ângulos, são regulares, os que têm mesma medida dos lados, mas, ângulos diferentes são irregulares. Podemos também, ao classificar os polígonos, analisar, além das medidas dos lados, os eixos de simetria.

Os triângulos são polígonos formados por três lados e três ângulos, podendo ser classificados quanto aos seus lados e quanto aos seus ângulos. Quanto aos lados, é chamado de triângulo equilátero àquele que possui três lados congruentes (ou seja, que possuem a mesma medida), isósceles o que tem dois lados congruentes e escaleno o que tem os três lados com medidas diferentes. Quanto aos ângulos, o triângulo pode ser: retângulo, quando tem um ângulo reto; acutângulo, quando os três ângulos são agudos; e obtusângulo, quando tem um ângulo obtuso e os outros dois agudos.

Quanto aos quadriláteros, podemos classificá-los em paralelogramos e trapézios: os paralelogramos são os que possuem dois pares de lados opostos respectivamente paralelos. Dentre os paralelogramos, destacam-se os retângulos, os quadrados e os losangos.

Os retângulos têm os quatro ângulos retos, os lados são congruentes dois a dois e as diagonais também são congruentes. Quanto ao quadrado, tem os quatro lados congruentes e os quatro ângulos congruentes (retos), suas diagonais são congruentes, perpendiculares e estão contidas nas bissetrizes de seus ângulos. Podemos também dizer que o quadrado é, ao mesmo tempo, um retângulo e um losango. O losango tem os quatro lados congruentes, seus ângulos opostos e os lados opostos são congruentes, as diagonais são perpendiculares e estão contidas nas bissetrizes dos ângulos.

Quanto ao trapézio, podemos descrevê-lo como um quadrilátero que tem apenas dois lados paralelos.

Outras figuras geométricas que queremos ressaltar são o círculo e a circunferência, figuras que têm curvas, mas não são polígonos. Podemos definir o círculo como sendo o conjunto dos pontos da circunferência reunido com o conjunto dos seus pontos interiores. Quanto à circunferência, é a linha que contorna todo o círculo e todos os seus pontos estão à mesma distância do centro. Essa distância é chamada de raio da circunferência. Quando tomamos duas vezes essa medida (o raio), temos o diâmetro da circunferência. Lembramos que da circunferência calculamos o comprimento e do círculo calculamos a área.

O fato de estarmos descrevendo as figuras geométricas planas até agora não significa que o estudo da Geometria se restrinja apenas a essas figuras. É preciso fazer com que o aluno analise seus objetos escolares, o espaço de sua casa, da escola e outros espaços que fazem parte de sua vida, no sentido de perceber que a maioria das coisas existentes na natureza se apresenta na forma tridimensional.

Nessa perspectiva, estamos fazendo com que os alunos participem do processo de aprendizagem, pois, à medida que observam, imaginam e comparam as formas existentes na natureza, reconstróem seus conceitos e entram no mundo maravilhoso da aprendizagem das figuras geométricas.

Apresentaremos a seguir algumas atividades que oportunizarão a aprendizagem desse tema de forma participativa. Inicialmente, proporemos atividades relacionadas às figuras planas, para, em seguida, trabalharmos com as figuras espaciais. Não é necessário seguir essa ordem: ela pode ser alterada, de acordo com os critérios utilizados pelos professores.

Atividade 1 - Construindo casas

Problematização: Que elementos geométricos estão presentes no desenho da fachada de uma casa?

Objetivos

- Criar um modelo da fachada de uma casa;
- Identificar os elementos geométricos presentes no desenho da fachada de uma casa;
- Classificar os tipos de retas, de ângulos e de figuras geométricas que surgiram no desenho da fachada de uma casa.

Material: papel ofício, lápis grafite, lápis cera, régua, esquadros, borracha, cópia do roteiro da atividade.

Orientação para o professor

- Realizar essa atividade individualmente ou em dupla;
- Usar a leitura que antecede a atividade (leitura inicial 1) como subsídio para a sistematização dos conteúdos trabalhados nas atividades;
- Providenciar o material necessário para o desenvolvimento da atividade;
- Realizar uma exposição oral sobre os tipos de figuras planas, revisando os tipos de retas e os de ângulos;
- Incentivar a participação do aluno na atividade;
- Retomar a questão inicial, para sistematizar o conteúdo explorado na atividade;
- Explorar os desenhos realizados pelos alunos;
- Registrar as dificuldades e avanços dos alunos na realização da atividade.

Procedimentos a serem desenvolvidos pelos alunos

- Desenhar o modelo da fachada de uma casa, contendo portas, janelas, portões, telhado, muro entre outros elementos;
- Usando a criatividade pintar a fachada da casa;
- Observar o desenho construído e identificar os elementos geométricos que o compõem;
- Identificar os tipos de retas, classificando-as como paralelas, perpendiculares ou oblíquas;
- Descobrir onde aparecem ângulos agudos, retos e obtusos;
- Nomear as figuras geométricas planas que surgirem no desenho classificando-as como quadriláteros ou não;
- Apresentar o desenho construído, descrevendo os elementos geométricos nele presentes.

Atividade 2 - Construindo quebra-cabeça

Problematização: Que figuras geométricas planas podem ser utilizadas na construção de quebra-cabeça?

Objetivos

- Confeccionar um quebra-cabeça com figuras geométricas planas, a partir de recortes de revistas;
- Identificar e caracterizar as figuras geométricas que formam o quebra-cabeça.

Material: papel ofício, régua, revistas, lápis grafite, cartolina, cola, tesoura, cópia do roteiro da atividade.

Orientação para o professor

- Realizar essa atividade em dupla;

- Providenciar o material necessário para realização da atividade;
- Incentivar a participação do aluno na atividade;
- Explorar os quebra-cabeças produzidos pelos alunos;
- Registrar as dificuldades e avanços dos alunos na realização da atividade;
- Retomar a questão inicial para sistematizar o conteúdo abordado na atividade.

Procedimentos a serem desenvolvidos pelos alunos

- Inicialmente, procurar, nas revistas, figuras para comporem o quebra-cabeça e, em seguida, colá-las na cartolina ou no papel ofício;
- Desenhar figuras geométricas planas (triângulos, quadrados, retângulos, trapézios etc.) no lado da cartolina oposto àquele em que foi colado o recorte;
- Recortar essas figuras e colocá-las num envelope, identificando-o com nome da dupla;
- Trocar os envelopes entre duplas, para que possam formar o quebra-cabeça e, em seguida, identificar e caracterizar as figuras geométricas que o compõem;
- Apresentar, no final da atividade, a figura que gerou o quebra-cabeça, nomeando também as figuras geométricas que o formam.

Atividade 3 - Criando mosaico

Problematização: Quais são as figuras geométricas planas que podemos utilizar na construção de mosaicos?

Objetivos

- Identificar as figuras planas que se encaixam sem deixar espaços vazios;
- Criar o modelo de um mosaico utilizando as figuras geométricas planas.

Material: Papel ofício, lápis grafite, réguas, compasso, lápis cera, borracha, cópia de uma malha triangular, cópia do roteiro da atividade.

Orientação para o professor

- Realizar essa atividade em dupla;
- Questionar os alunos sobre o que entendem por pavimentação, mosaico, ladrilhos, malhas e apresentar-lhes a eles alguns modelos de pavimentação e de mosaicos encontrados em revistas e livros;
- Explorar as figuras geométricas que aparecem nos pisos, azulejos, quadros de arte, peças de artesanato entre outras;
- Após a realização da atividade, voltar à questão inicial e sistematizar os conteúdos apresentados na atividade;
- Organizar um mural com os trabalhos produzidos;
- Registrar as dificuldades dos alunos na realização desta atividade.

Procedimentos a serem desenvolvidas pelos alunos

- Em dupla, construir alguns polígonos regulares (quadrados, triângulos, retângulos, hexágonos, losangos) utilizando régua e compasso e, em seguida, recortá-los;
- Combinar alguns dos polígonos construídos para criar um modelo-padrão, que será repetido na malha triangular, lembrando-se de que não pode haver buracos entre os polígonos;
- Usando a criatividade, pintar o modelo criado;
- Desenhar, em toda a extensão da malha triangular, o padrão que foi criado, formando um mosaico com ele na malha;
- Pintar toda a malha, a partir do modelo criado.

- Apresentar para a turma o mosaico construído, destacando o padrão que originou o referido mosaico.

Atividade 4 - Descobrimo semelhanças e diferenças

Problematização: Qual é a importância de descobrir as semelhanças e diferenças entre figuras geométricas?

Objetivos

- Identificar as semelhanças e diferenças entre as figuras geométricas, organizando esses dados em uma tabela;
- Formalizar a definição de algumas figuras geométricas, a partir de suas propriedades.

Material: Papel ofício, lápis grafite, réguas, cartões com desenho de figuras geométricas, cópia do roteiro da atividade.

Orientações para o professor

- Realizar essa atividade em grupo ou dupla, conforme o número de alunos na classe;
- Desenhar ou colar figuras geométricas nos cartões para serem distribuídos aos grupos;
- Organizar em envelopes os cartões desenhados (ou colados) com as figuras geométricas;
- Instigar os alunos para que organizem, no final da atividade, um quadro para cada figura estudada, o que facilitará a compreensão da questão inicial da atividade;
- Registrar os avanços e dificuldades apresentados pelos alunos na realização da atividade;
- Sistematizar o conteúdo trabalhado nesta atividade.

Procedimentos a serem desenvolvidos pelos alunos

- Observar cada figura proposta nos envelopes e listar os respectivos atributos (características);

- Organizar esses dados em um quadro, conforme o modelo abaixo:

Atributos	Triângulo	Quadrado	Retângulo	Losango
tem 3 lados	X			
tem ângulos retos		X	X	
tem 4 lados iguais		X		X

- Observar os atributos que são comuns a cada figura, descrevendo cada uma de acordo com esses atributos;
- Listar os nomes de até quatro objetos do cotidiano que sejam parecidos com as figuras estudadas.

Atividade 5 - Descobrimo figuras

Problematização: O que é necessário para encontrar figuras geométricas no papel quadriculado?

Objetivos

- Marcar vários pontos num sistema de eixos cartesianos;
- Definir outros pares de pontos que formem figuras geométricas diferentes.

Materiais: Cópia do roteiro da atividade, papel quadriculado, lápis grafite, lápis cera, borracha.

Orientações para o professor

- Realizar essa atividade em dupla ou individualmente;
- Orientar a construção dos eixos cartesianos e a marcação dos números negativos e positivos nos eixos;
- Fazer o levantamento dos nomes das figuras geométricas planas que os alunos conhecem;
- Registrar as dificuldades e/ou facilidades que os alunos apresentaram para resolverem a atividade;

- Retomar a questão inicial, para sistematizar o conteúdo abordado na atividade.

Procedimentos a serem desenvolvidos pelos alunos

- Construir dois eixos perpendiculares no papel quadriculado e marcar o ponto de origem (0,0);
- Marcar os pontos A(-3,0), B(0,3), C(3,0) e D(0,-3) e, em seguida, ligar os pontos em ordem alfabética, identificando a figura geométrica formada;
- Assinalar também os pontos abaixo, identificando o nome de cada figura geométrica que se forma ao se ligarem os pontos em cada item e depois pintar cada figura formada:

A(0;0), B(3;2), C(3;2)

A(-4;-2), B(-1;2), C(1;2), D(3;-2)

A(0;0), B(4;-3); C(0;-5), D(-4;-3)

A(1;4), B(4;0), C(-1;-3), D(-4;0), E(-3;4);

Definir outros pontos que formem figuras geométricas diferentes das propostas acima.

(Adaptada do Livro: Matemática na vida e na escola – Ana Lúcia Bordeaux et al. – 6ª série – Editora do Brasil – 1999, p.176).

5.5.2 Figuras Geométricas Espaciais

Leitura inicial 2 - As formas poliédricas

Ao trabalhar com figuras geométricas planas e espaciais, segundo Toledo; Toledo (1997, p.233):

[...] estamos trabalhando com modelos de figuras geométricas, e não com as próprias, que são abstrações matemáticas, isto é, idealizações do que existe na natureza. [...] assim, o sólido geométrico é uma construção abstrata em que se considera a figura formada pela fronteira e seu interior.

Entendemos por sólido geométrico o conjunto de corpos geométricos que possuem três dimensões e são limitados por superfícies fechadas. Dessa forma, ao trabalharmos com embalagens, estamos utilizando a representação dos sólidos geométricos, tendo em vista que consideramos apenas as fronteiras.

Os objetos que continuam em equilíbrio quando colocados sobre uma superfície plana e cujas faces são figuras planas são chamados de poliedros.

Poliedros são figuras espaciais dotadas de várias faces. A palavra poliedro, de origem grega, é composta de *Poli*, que quer dizer *muito*, e da terminação *edro*, proveniente da palavra grega *hedra*, que em grego quer dizer *face*. As faces dos poliedros são figuras planas como triângulos, quadrados, retângulos, círculos, pentágonos, hexágonos, entre outras.

Por meio da percepção e do conhecimento acerca da geometria, podemos perceber, na natureza, a representação de algumas formas poliédricas a saber: os alvéolos que compõem o favo de mel das abelhas, os troncos de árvores, os cristais, as formas de esqueleto dos animais marinhos microscópicos.

Entre as infinitas formas poliédricas, existem algumas, cujo equilíbrio e perfeição simétrica têm despertado deslumbramento nas pessoas de todas as gerações. Estas são chamadas de poliedros regulares, pois satisfazem, ao mesmo tempo, duas condições: *todas as faces do poliedro são polígonos regulares congruentes entre si e de cada vértice do poliedro parte o mesmo número de arestas.*

Os cinco poliedros regulares são: o hexaedro regular ou cubo, que tem as seis faces quadradas e em que de todos os vértices partem três arestas; o tetraedro regular, que tem quatro faces triangulares; o octaedro regular, que tem oito faces triangulares; o dodecaedro regular, com doze faces pentagonais; e o icosaedro regular, com vinte faces triangulares. Conta-nos a história que os antigos egípcios já conheciam os poliedros regulares e os utilizaram em suas obras arquitetônicas.

Os gregos, no entanto, acreditavam que os cinco elementos (fogo, ar, água, terra e cosmo), que formam todos os corpos da natureza, estariam relacionados aos cinco poliedros regulares: o tetraedro estaria ligado ao fogo; o hexaedro à terra; o octaedro ao ar; o icosaedro à água; e o dodecaedro ao cosmo.

Esses cinco poliedros foram bastante estudados por Platão e seus seguidores, e se tornaram conhecidos como os *Poliedros de Platão*.

Para facilitar o estudo dos poliedros, eles são classificados em três grupos: o grupo dos prismas, o das pirâmides e o de outros poliedros.

Fazem parte do grupo dos prismas todos os poliedros que, na sua maioria, apresentam, em comum, as faces formadas por polígonos de quatro lados e as faces opostas (bases) iguais. Temos por exemplos desse prisma: o cubo e os blocos retangulares (paralelepípedos), os quais aparecem representados nas formas de vários tipos de caixas (embalagens).

O grupo das pirâmides compreende todos os poliedros cujas faces laterais são triangulares. Nesse grupo, todas as faces laterais convergem e se encontram em um único ponto. Uma das características desses poliedros é que seus vértices - com exceção de apenas um - situam-se num mesmo plano, denominado de base da pirâmide.

Outros aspectos que devemos ressaltar nos poliedros são os seus elementos: arestas, faces e vértices. Segundo Imenes; Lelis (1997, p.329-380), “Aresta são as linhas retas comuns a duas faces de um poliedro. Faces são os polígonos que formam as figuras espaciais e vértices são os pontos comuns a três ou mais arestas de uma figura espacial.” Existe uma relação entre esses elementos, que pode ser definida assim: o número de faces (F) somado ao número de vértices (V) é igual ao número de arestas (A) mais 2, ou seja, $F + V = A + 2$. Essa relação se chama de *Relação de Euler* em homenagem ao matemático que a descobriu.

Uma atividade interessante para desenvolver com os alunos é fazer com que eles contem o número de vértices, arestas e faces de vários poliedros, organizando esses dados numa tabela, para que possam descobrir a relação entre esses elementos dos poliedros.

Dentro do grupo dos poliedros que não se caracterizam como prismas nem como pirâmides, encontramos o octaedro, o dodecaedro e o icosaedro, que são definidos simplesmente pelo número de faces que possuem.

O trabalho com os poliedros pode ser iniciado, colocando-se uma coleção de embalagens ou outros objetos tridimensionais, como já foi dito anteriormente, para que os alunos observem, classifiquem e contem seus elementos. Em seguida, inicia-se o trabalho de desmontar as caixas, planificá-las numa cartolina, para montá-las novamente. Durante esse monta-e-desmonta, o professor deve fazer vários questionamentos, para que os alunos abstraíam as propriedades das figuras espaciais.

Apresentamos, a seguir, algumas atividades em que são utilizadas as figuras geométricas espaciais.

Atividade 6 - Explorando embalagens

Problematização: O que caracterizam as formas geométricas que compõem os diversos tipos de embalagens?

Objetivos

- Explorar as formas geométricas que compõem as embalagens;
- Distinguir figuras planas e figuras espaciais;
- Classificar as embalagens de acordo com um critério estabelecido pelo grupo.

Material: Papel ofício, lápis grafite, régua, conjunto de embalagens de diversas formas, cópia do roteiro da atividade, transferidor.

Orientações para o professor

- Usar a leitura do texto que antecede a atividade (leitura inicial 2) para subsidiar o trabalho que será desenvolvido nesta atividade e nas próximas;
- Realizar uma exposição dialogada sobre as formas que aparecem nas embalagens;
- Questionar sobre como são feitas as embalagens, o que de Matemática pode ser utilizado na construção das embalagens, de que material são constituídas as embalagens etc.;
- Apresentar alguns tipos de embalagens, perguntando se os alunos conhecem os nomes das formas geométricas presentes nessas embalagens;
- Dividir a turma em grupos e distribuir para cada um algumas embalagens;
- Direcionar o trabalho para que os alunos possam distinguir figuras planas e figuras espaciais;

- Sistematizar os conteúdos explorados na atividade.

Procedimentos a serem desenvolvidos pelos alunos

- Observar as embalagens propostas ao grupo e listar alguns objetos do cotidiano que apresentem a mesma forma;
- Explorar cada embalagem destacando quantas pontas (vértice), quinas (arestas) e faces apresenta e se rola ou não;
- Organizar uma tabela com os dados coletados;
- Contornar as faces de cada embalagem no papel ofício, identificando as figuras geométricas planas que surgirem;
- Medir, com o transferidor, o ângulo que forma os cantos das embalagens, classificando-o (reto, agudo, obtuso);
- Identificar o sólido geométrico parecido com cada uma das embalagens exploradas pelo grupo;
- Observar as embalagens e as figuras planas originadas a partir do contorno das faces de cada embalagem, distinguindo quais são as diferenças existentes entre as figuras;
- Separar as embalagens de acordo com o critério selecionado pelo grupo;
- Apresentar para a turma as embalagens exploradas, nomeando a figura geométrica que cada uma representa e suas características.

Atividade 7 - Planificando embalagens

Problematização: O que podemos observar na planificação das embalagens?

Objetivos

- Explorar superfícies, a partir da planificação de embalagens;
- Criar outras planificações tomando como base a embalagem fechada.

Material: papel ofício, lápis grafite, régua, tesoura, cola, diversas embalagens, cópia do roteiro da atividade.

Orientações para o professor

- Realizar essa atividade em dupla ou individualmente, conforme o número de alunos na turma;
- Entregar a cada dupla duas embalagens: uma para ser planificada e outra para ser observada, com vistas à planificação;
- Após a planificação das embalagens, reforçar a diferença entre figuras geométricas planas e figuras geométricas espaciais;
- Retomar a problematização, para desencadear a discussão sobre figuras planas e figuras espaciais;
- Registrar as dificuldades e avanços que os alunos apresentaram ao realizar a atividade.

Procedimentos a serem desenvolvidos pelos alunos

- Observar a embalagem que foi proposta e identificar o número de vértices, arestas e faces que ela contém;
- Abrir a embalagem e contorná-la em cima do papel ofício (planificando-a) e, em seguida, identificar as figuras planas que compõem a planificação;
- Recortar a planificação e depois montá-la novamente, colando as partes;
- Observar outra embalagem e, sem abri-la, construir a sua planificação;
- Recortar essa nova planificação tentar montá-la, para verificar se chega ao mesmo modelo (caso não chegue, descobrir quais foram as diferenças);
- Descrever quais foram as dificuldades encontradas na realização da atividade.

Atividade 8 - Explorando sólidos geométricos

Problematização: Que objetos do cotidiano têm formas semelhantes aos poliedros?

Objetivos

- Pesquisar no dicionário o nome de alguns poliedros;
- Identificar objetos do dia-a-dia que sejam parecidos com alguns dos poliedros;
- Identificar elementos geométricos presentes nos poliedros.

Material: Papel ofício, lápis grafite, conjunto de sólidos geométricos, dicionários, revistas, jornais, régua, borracha, cópia do roteiro da atividade.

Orientações para o professor

- Realizar essa atividade em grupo;
- Apresentar o conjunto de sólidos geométricos e indagar aos alunos a nomenclatura correspondente;
- Indagar aos alunos o significado de algumas palavras como poliedro, polígono, hexágono, hexaedro, entre outras;
- Entregar aos grupos alguns sólidos geométricos, para que possam manuseá-los;
- Organizar um mural com os trabalhos produzidos pelos grupos;
- Incentivar a participação dos alunos para realizarem a atividade;
- Registrar as dificuldades e os avanços apresentados pelos alunos na realização da atividade;
- Voltar à problematização, para sistematização do conteúdo estudado.

Procedimentos a serem desenvolvidos pelos alunos

- Pesquisar no dicionário o significado das palavras: poliedro, tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro, icosaedro;

- Observar os sólidos geométricos propostos para o grupo e completar o quadro de acordo com o modelo:

Nome do sólido	Nº de arestas	Nº de faces	Nº de vértices

- Observar os dados no quadro e tentar escrever a relação que existe entre o número de faces, o de arestas e o de vértices;
- Procurar em revistas ou jornais, figuras parecidas com os sólidos apresentados ao grupo, recortá-las e colá-las no papel ofício, identificando-as;
- Tomar um dos sólidos apresentados e identificar com letras do nosso alfabeto os seus vértices. Em seguida, identificar: 2 faces paralelas; 3 arestas paralelas; 2 arestas perpendiculares; 2 faces perpendiculares;
- Apresentar ao grande grupo os sólidos geométricos estudados, identificando seus elementos.

Atividade 9 - Construindo embalagens

Problematização: O que define uma embalagem como ideal para determinado objeto?

Objetivos

- Construir a embalagem ideal para o objeto apresentado ao grupo;
- Identificar o que é necessário para a construção de embalagens ideais para determinados objetos.

Material: Papel ofício, cartolina, régua, borracha, cola, tesoura, lápis grafite, lápis cera, objetos de diversas formas, cópia do roteiro da atividade.

Orientações para o professor

- Realizar essa atividade em grupo (4 alunos) ou em dupla;
- Trazer para a sala de aula objetos com formas diversas;
- Entregar a cada grupo um objeto, para que possa analisá-lo e criar sua embalagem;
- Após a criação das embalagens, questionar cada grupo, sobre como decidiu por aquele modelo de embalagem, como começou a construção, o que foi necessário para fazer a embalagens, etc.;
- Observar as dificuldades encontradas pelos grupos, na realização da atividade;
- Retomar a questão inicial para sistematização do conteúdo abordado na atividade;

Procedimentos a serem desenvolvidos pelos alunos

- Observar o objeto apresentado, para definir qual será o tipo de embalagem adequada para esse objeto;
- Representar o desenho da embalagem no papel ofício, identificando as dimensões da embalagem;.
- Recortar o modelo criado e montá-lo e, em seguida, usando da criatividade, pintar a embalagem e escrever nela algumas informações para identificações do objeto;
- Apresentar a embalagem criada para o grande grupo.

Bibliografia Complementar

BIGODE, Antônio José Lopes. **Matemática Atual**. São Paulo: Atual, 1994.

BRITO, Arlete de Jesus; CARVALHO, Dione Lucchesi de. **Geometria e outras metrias**. Editor geral John A Fossa. Natal: Editora da SBHMat, 2001. 122p. (Série Textos de História da Matemática; v. 2)

COLL, César, TEBEROSKY, Ana. **Aprendendo Matemática: Conteúdos essenciais para o ensino fundamental de 1ª a 4ª série**. São Paulo: Ática, 2000.

IMENES, Luiz Márcio. **Geometria dos mosaicos**. São Paulo: Scipione, 1987. 40p.

_____. **Geometria das dobraduras**. 2ª ed. São Paulo: Scipione, 1991. 64p.

IMENES, Luiz Márcio; LELIS, Marcelo. **Matemática**. São Paulo: Scipione, 1997 – v. 1.

MACHADO, Nilson José. **Os poliedros de Platão e os dedos da mão**. 3ª ed. São Paulo: Scipione, 1992. 47p.

_____. **Polígonos, centopéias e outros bichos**. São Paulo: Scipione, 1988.

SMOOTHEY, Marion. **Atividade e jogos com quadriláteros**. Trad. Antonio Carlos Brolezzi. São Paulo: Scipione, 1998. p.64. (Coleção investigação matemática).

_____. **Atividade e jogos com triângulos**. Trad. Sérgio Quadros. São Paulo: Scipione, 1998. p.64. (Coleção investigação matemática).

TOLEDO, Marília, TOLEDO, Mauro. **Didática da Matemática: Como dois e dois - a construção da Matemática**. São Paulo: FTD, 1997.

No próximo capítulo, analisaremos as atividades que foram aplicadas com as turmas com as quais trabalhamos. Faremos a descrição de cada atividade aplicada, evidenciando as falas dos alunos durante o desenvolvimento o trabalho.

“[...] a geometria do povo, dos balões e das pipas, é colorida. A geometria teórica, desde sua origem grega, elimina a cor. Muitos leitores a essa altura estarão confusos. Estarão dizendo: mas o que tem a ver? Pipas e balões? Cores? Tem tudo a ver, pois são justamente essas as primeiras e mais notáveis experiências geométricas. E a reaproximação da Arte e Geometria não pode ser alcançada sem a mediação da cor”. (Ubiratan D’Ambrosio)

6 ANÁLISE DAS ATIVIDADES APLICADAS

Neste capítulo, analisaremos as atividades que foram aplicadas com as três turmas do Nível III da EJA. Faremos a descrição das etapas desenvolvidas em cada atividade, comentando os resultados obtidos, a partir do referencial teórico sobre a especificidade da EJA, o ensino de Geometria e a *Modelagem Matemática*.

Das vinte e duas atividades elaboradas, selecionamos quatro atividades para serem aplicadas: Desenhando portões (atividade 5, p.97), Construindo casas (atividade 1, p.122), Dobrando e construindo retas (atividade 7, p.100) e A caminho da escola (atividade 2, p.108), nessa ordem de aplicação. As duas primeiras foram aplicadas com todas as três turmas; a terceira e a quarta foram aplicadas apenas com duas turmas devido, ao tempo disponível na escola. Vale salientar que, na primeira, na segunda e na terceira atividades, utilizamos os modelos produzidos pelos alunos para estudar os conceitos geométricos e, na quarta atividade, aplicamos os conceitos geométricos na construção do modelo que eles elaboraram.

A primeira e terceira atividade aplicadas se referem ao Tema 1 – Ângulos e posições relativas de retas, a segunda atividade se refere ao Tema 3 – Figuras geométricas e a quarta atividade se refere ao Tema 2 – Sistemas referenciais. Essas atividades foram selecionadas por se caracterizarem como atividades de modelagem, tendo em vista que possibilitavam explorar os conteúdos geométricos a partir do modelo (representação geométrica) bem como criar um novo modelo utilizando dos conhecimentos apreendidos anteriormente.

Faremos a seguir a descrição de cada uma das atividades aplicadas.

6.1 Atividade 1 – Desenhando portões

Tudo começou com uma conversa informal sobre o que iríamos desenvolver naquela noite. Inicialmente, retomamos a conversa sobre o nosso projeto de pesquisa, que tinha como ambiente de investigação as três turmas sobre nossa responsabilidade. Dissemos que tinha chegado o momento de aplicarmos algumas das atividades que tínhamos planejado e que, por isso, iríamos parar, por alguns dias, o estudo com inteiros e nos debruçar sobre o estudo de alguns conteúdos geométricos.

Perguntamos aos alunos se eles lembravam do questionário que tínhamos aplicado no início do ano letivo sobre a Geometria, com as seguintes perguntas: O que significa a palavra Geometria? O que se estuda em Geometria? Alguns alunos se lembraram de que tinham respondido ao questionário e citaram alguns termos ligados aos conteúdos geométricos, como, por exemplo, o nome de algumas das figuras planas - quadrado, triângulo -, mas não se lembravam do significado da palavra Geometria.

Então realizamos uma exposição oral sobre os aspectos históricos do conhecimento geométrico, destacando alguns pontos relacionados à medição de terras às margens do rio Nilo, no Egito; à construção das pirâmides do Egito que envolveu muitos conhecimentos da Geometria; à contribuição de Euclides (matemático grego) para a sistematização do conhecimento geométrico produzido até então - através da escrita do livro Os Elementos, considerado o texto básico no campo da Geometria Euclidiana. Percebemos, então, quanto à História da Matemática é um elemento motivador para introdução dos conteúdos matemáticos, pois a atenção e a participação dos alunos, nessa fase, foi muito significativa.

Partimos, em seguida, para desenvolver a atividade, em cuja aplicação usamos dois dias de aula, totalizando 3 horas. A nossa pretensão era que os alunos criassem o modelo do portão que gostariam de colocar na frente de suas respectivas casas. Fomos, então, explorar a identificação dos tipos de retas e de outros elementos geométricos que surgiram no desenho do portão. O foco principal dessa atividade era estudar os tipos de retas (paralelas, perpendiculares e oblíquas), por isso lançamos mão da seguinte questão: Que características podemos observar para classificar os tipos de retas que aparecem no desenho do portão?

Pedimos, inicialmente, que cada aluno imaginasse o modelo do portão que gostaria que fosse colocado na frente de sua casa e depois representasse esse modelo por meio de um desenho. Nesse momento, percebemos que houve certo desconforto, por parte dos alunos, conforme os depoimentos a seguir:

Professora, eu não sei desenhar.

Eu nunca desenhei na minha vida.

Professora, eu não vou conseguir desenhar nada, pois nunca desenhei.

Professora, diga mais ou menos como a gente faz.

Professora, eu não sei desenhar com régua.

Luiz vai tirar de letra, pois é pedreiro.

Francisca é grafiteira, então não vai ter problema algum para desenhar.

Falas como essas foram constantes em todas as turmas provavelmente porque esses alunos nunca tiveram oportunidade de passar por essa fase (desenhar), na sua escolarização e também porque tinham vergonha de fazer o desenho, pois achavam que não desenhavam bem, por isso os outros iriam ridicularizar seu desenho. Começamos a incentivá-los para desenvolver a tarefa proposta, dizendo que todos eram capazes de fazê-la e que não iríamos julgar os desenhos certos ou errados. Entregamos, então, a cada aluno uma folha de papel ofício, um lápis grafite, uma borracha e uma régua, e a partir daí, começaram as produções. Uns construíram o desenho baseados em algum modelo de portão que já tinham visto, outros ficaram muito tempo pensando como iriam colocar no papel a sua idéia. Esse momento de interação com o problema proposto e a análise das ações que poderão ser executadas são características da *Modelagem*, conforme nos afirma D'Ambrosio (1986, p.65): “Isso é baseado essencialmente no processo de *modelagem*, que é o processo mediante o qual se definem estratégias de ação. [...] O início do processo é traduzir a situação real num problema formulado em linguagem convencional – no caso, linguagem matemática”.

A linguagem matemática traduzida por intermédio de um modelo pode ser representada, segundo Biembengut; Hein (2000, p.12), por “expressões numéricas ou fórmulas, diagramas, gráficos ou representações geométricas, equações algébricas, tabelas, programas computacionais etc.” Na atividade em estudo o modelo criado teria, provavelmente, uma representação geométrica, já que o conteúdo selecionado foi *tipos de retas e figuras geométricas planas*. Vale salientar que, na representação do modelo formulado, está implícita a abstração do fenômeno estudado a partir do conhecimento que se tem desse fenômeno. Por isso, em alguns casos, aparecem mais detalhes que em outros, no entanto o foco do problema está sempre mantido. D'Ambrosio (1996, p.25) enfatiza que: “Nenhum é igual ao outro na sua capacidade de captar e processar informações de uma mesma realidade”.

Foram surgindo, assim, desenhos bem interessantes. Uns imaginaram um elemento gerador, que foi sendo repetido ao longo de todo o desenho; outros desenharam segmentos de retas, na vertical, colocando setas na ponta de cada um. Desenharam malhas retangulares, quadradas, outras em forma de losango, paralelogramo e com outras formas não identificadas (Anexo 3). Quando o desenho não estava bem compreensível, pedíamos para o aluno explicar o significado dos traços e, assim, fazíamos com que eles expressassem oralmente o seu pensamento, o que, de certa forma, contribuiu para o desenvolvimento de sua oralidade.

É interessante registrar que, nessa atividade, houve a participação de todos os alunos presentes na sala de aula, até mesmo daqueles que, por algum motivo, deixam de realizar outras atividades. Todos estavam dispostos a fazer o seu desenho, pedindo, inclusive, para pintar alguns dos detalhes do portão. Terminada essa etapa, avisamos que, na aula seguinte, iríamos explorar os desenhos produzidos, pois o horário não nos permitia dar continuidade à atividade. Porém, antes de terminar pedimos que os alunos avaliassem a aula e registramos alguns depoimentos deles:

Eu gostei muito. Gostaria que uma vez por semana a senhora repetisse, porque eu relaxei muito. **(Aluna do 3ºF)**

No início eu senti dificuldades, mas depois fui superando e consegui fazer o meu portão. **(Aluno do 3ºE)**

A aula hoje para mim foi uma terapia. **(Aluna do 3ºF)**

Eu gostei muito da aula de hoje, pois me senti uma criança. Foi legal e divertida demais. Não sei desenhar, mas fiz uns garranchos. **(Aluno do 3ºD)**

A aula foi um divertimento para abrir a mente dos alunos da sala. O desenho é muito bom para tirar as tristezas dos alunos, deixando a gente ficar mais alegre. **(Aluno do 3ºE)**

Gostei muito desta aula porque tive a liberdade de demonstrar o meu gosto em duas coisas: criar e pintar. **(Aluna do 3ºD)**

Eu me senti muito bem. Achei que não ia conseguir, mas quando comecei a desenhar foi se tornando mais fácil. Aprendi que não existe nada difícil. Gostei muito dessa aula de Matemática. (Aluno do 3ºF)

Isso reforça a idéia de que podemos fazer algo diferente nas aulas de Matemática, oportunizando ao aluno desenvolver seu potencial criativo e, ao mesmo tempo desenvolver os conteúdos matemáticos a partir de situações motivadoras. Biembengut; Hein (2000, p.17) reforçam essa idéia dizendo:

No dia-a-dia, em muitas das atividades é *evocado* o processo de modelagem. Basta para isso ter um problema que exija criatividade, intuição e instrumental matemático. Nesse sentido, a modelagem matemática não pode deixar de ser considerada no contexto escolar.

O aluno da EJA, principalmente, necessita desse espaço para desenvolver suas habilidades e também para tentar mudar o seu conceito sobre Matemática, que é tida, pela maioria, como uma disciplina chata, difícil, complicada. Ele acha que por estar com a idade um pouco avançada, não vai aprender essa disciplina.

Um fato interessante que ocorreu o decorrer da atividade, é que alguns alunos disseram que, queriam aperfeiçoar o seu desenho e que, para isso, gostariam de melhorá-lo em casa e trazê-lo no dia seguinte. O pedido foi atendido e eles trouxeram os desenhos bem mais elaborados. Esse foi um dado importante porque, mesmo eles alegando que não têm tempo para estudar em casa, gostaram da atividade e arranjaram tempo para refazê-la.

Na aula seguinte expusemos no quadro de giz os desenhos produzidos (o modelo do portão) e começamos a questionar sobre os tipos de linhas que apareciam neles. Até então, os

conteúdos *tipos de retas e de figuras planas* não tinham sido estudado em sala de aula. Começamos a questionar se as retas se encontravam; se cruzavam formando cantos iguais ou se alguns cantos eram maiores que outros; se eles tinham idéia de como se chamavam os cantos formados pelas retas, em Matemática; se eles sabiam identificar as figuras geométricas que apareceram no desenho; e assim por diante.

Nessa etapa, ficou evidenciado que os alunos desconheciam os tipos de retas e o nome de algumas das figuras que surgiram nos desenhos. Isso só veio reforçar o que constatamos no questionário de identificação dos conhecimentos prévios dos alunos sobre a Geometria. A partir daí, fomos construindo com eles a idéia de retas paralelas, perpendiculares e oblíquas, destacando as características de cada uma, com perguntas: como se chamam estas linhas em geometria? As retas se encontram, ao serem prolongadas? A distância entre elas permanece igual? As retas se cruzam em um ponto? Como se chamam os cantos formados pelo encontro de duas retas? A abertura dos cantos é maior ou menor que 90° ?

Fomos, então, apresentando os nomes convencionais de cada reta, dos cantos - suas medidas -, organizando um quadro com as características de cada reta e das figuras geométricas planas que surgiram no desenho. Exploramos os desenhos tanto no aspecto matemático como no artístico, uma vez que os alunos externavam suas impressões sobre os desenhos dos colegas focalizando aspectos tais como: quais desenhos tinham ficado mais bonitos, quem tinha facilidade para desenhar, que detalhes tinham sido criados por alguns colegas, que cores tinham sido utilizadas, entre outros.

Em seguida, solicitamos que os alunos observassem o ambiente da sala de aula e identificassem, nesse espaço, onde podíamos encontrar retas paralelas, perpendiculares e oblíquas. De imediato, eles destacaram:

Tem retas paralelas nas linhas verticais e horizontais do quadro de giz.

Olha, professora, o azulejo da parede tanto apresenta retas paralelas como perpendiculares.

Aqui também na tampa da carteira, podemos encontrar retas paralelas e perpendiculares.

Ah! professora, não encontramos retas oblíquas nessa sala.

Continuamos relacionando retas paralelas, perpendiculares e oblíquas com as ruas vizinhas à escola, fazendo os alunos aplicarem o conhecimento adquirido na escola em outras situações do seu contexto de vida. Assim, como afirma Fonseca (2002, p.77), “num esforço de se resgatar o significado da Matemática que se vai ensinar, busca-se (re-)estabelecer a relação entre conceitos e procedimentos matemáticos e o mundo das coisas e dos fenômenos”.

Na exploração das figuras geométricas presentes nos desenhos, os alunos destacaram retângulos, quadrados e triângulos. Observamos melhor os desenhos e encontramos outras figuras desconhecidas pelos alunos, como paralelogramo, trapézio etc., das quais procuramos apresentar algumas características. Esse conteúdo foi mais explorado na atividade seguinte.

A *Modelagem Matemática*, como estratégia de ensino na sala de aula da EJA, proporciona ao aluno oportunidade para que possa ter acesso ao conhecimento sistematizado, instrumentando para a utilização desse conhecimento em outras situações. Além disso, auxiliando-o no entendimento de que o conhecimento adquirido na escola é necessário para a compreensão dos fenômenos que ocorrem na realidade. Quando o aluno consegue transpor o saber apreendido na escola ou em outro ambiente de aprendizagem, para outras situações reais de sua vida, podemos dizer que houve aprendizagem, pois, como diz D’Ambrosio (1986, p.49), “[...] a aprendizagem é

uma relação dialética reflexão-ação, cujo resultado é um permanente modificar da realidade.” O autor acrescenta ainda que

[...] na aprendizagem é essencial que seja preservada a dinâmica da modelagem, mais que o modelo em si. O estado puro e simples de modelos é condicionante e elimina a dialética reflexão-ação, que caracteriza a aprendizagem. O modelo em si, estático, não necessita ser aprendido. Ele é utilizável e nessa ação de utilizá-lo, ele é recriado. [...] Essa recriação de modelos pelo sujeito, que pode utilizar outros modelos que já foram incorporados à sua realidade, e que é a essência do processo criativo, deveria constituir o ponto focal dos sistemas educativos. (p.51)

O ensino de Matemática, na perspectiva da *Modelagem*, busca fornecer caminhos para que o aluno sintetize as idéias que estão implícitas nas situações do mundo e nas informações por elas fornecidas. Essa síntese se dá através da criação de um modelo que expresse a situação ou da recriação de outros modelos, a partir de um modelo já existente.

Dando continuidade à análise das atividades, faremos a seguir a descrição da segunda atividade, que foi aplicada com as três turmas selecionadas.

6.2 Atividade 2 – Construindo casas

Iniciamos a atividade propondo que cada aluno desenhasse a fachada (à frente) da casa que eles gostariam de possuir ou da sua própria casa. Nesse desenho, não poderiam esquecer de colocar as portas, as janelas, o portão, o muro, o telhado, e outros elementos. Nossa pretensão era trabalhar os elementos geométricos contidos no desenho, classificando os tipos de retas estudados

na atividade anterior, os tipos de ângulos e as figuras planas que aparecessem no desenho. Para a aplicação dessa atividade, utilizamos dois dias de aula, com a carga horária de três horas.

Lançamos como questão inicial a pergunta: Que elementos geométricos podemos encontrar no desenho da fachada de uma casa? Entregamos, a cada aluno, uma folha de papel ofício, régua, lápis grafite, borracha e coleção de giz de cera e lápis de madeira. Pedimos, então, que imaginassem a casa de seus sonhos e tentassem colocar no papel a sua fachada. Foi um momento de grande euforia. Entre outras coisas, eles disseram:

O! Professora! Se o portão foi difícil de desenhar, imagine a casa.

A casa ficou mais fácil, pois é só pensar numa casa bem bonita que tem no bairro.

Será que eu posso olhar em uma revista, professora?

A minha casa vai ficar bem bonita! Vou colocar até as flores no jardim.

Posso colocar o portão que eu desenhei na casa, professora?

Após esses e outros questionamentos, os alunos foram se acomodando e dando início à construção do modelo da casa (Anexo 4). Em cada turma, os desenhos se diferenciavam mais: uns apresentavam os traços bem delineados, outros tinham traços distorcidos, mesmo eles tendo recebido réguas para desenharem. O que chamou mais nossa atenção foi que, numa das turmas, três alunas desenharam a fachada da casa, mas colocaram dentro do desenho as divisões dos cômodos, como se fosse a planta baixa da casa, inclusive com os objetos próprios de cada cômodo, como televisão, cama, sofá, tapetes, entre outros. Assim, percebemos que essas alunas ou não tinham entendido a questão solicitada ou não estavam sabendo distinguir como é feito o

desenho de uma casa vista apenas de frente. Provavelmente, processaram mentalmente a informação de que o desenho teria que representar a casa como um todo, não apenas uma parte da casa (a fachada), por isso, os seus desenhos ficaram diferentes dos demais.

Uma das habilidades que a Geometria desenvolve no aluno é a da visualização, que segundo, Fainguelernt (1999, p.53), “se refere à habilidade de perceber, representar, transformar, descobrir, gerar, comunicar, documentar e refletir sobre as informações visuais.” É necessário trabalharmos mais nesse sentido com os alunos da EJA, para que possam ter condições de refletir sobre as ações que realizam.

Outro aluno desenhou apenas duas janelas retangulares, com grades de ferro, acima do portão, também com grade de ferro, e colocou tudo isso dentro de um retângulo maior. Questionado sobre esse modelo, ele nos disse que a casa que ele tinha pensado era de primeiro andar e que, dessa forma, olhando de frente, não dava para aparecerem as telhas; só as janelas e o portão. Esse aluno já tinha uma outra forma de visualizar as coisas, pois percebeu que não era necessário colocar outros detalhes no desenho, tendo em vista que era apenas para desenhar a fachada da casa.

Colocamos os desenhos produzidos no quadro de giz e fomos perguntando aos alunos que elementos geométricos eles identificavam no desenho. Algumas respostas foram as seguintes:

Veja, professora, no desenho de Luiz aparecem retas paralelas e oblíquas no portão e formam também triângulos.

Todas as portas e janelas são retângulos.

Não, existem algumas que têm a forma de quadrados.

Olhem o número das casas: estão sempre dentro de um triângulo.

Aparecem retas paralelas e perpendiculares nos desenhos das portas e das janelas.

Observou-se, ainda, entre as respostas o diálogo abaixo:

- Vejam a porta de Meliza: tem uns quadradinhos dentro de outros quadrados. O que é isso?

- Isto são as almofadas da porta, que eu não posso colocar altas no papel, mas elas são quadradas.

Fomos explorando mais os desenhos e descobrimos outras formas, como o trapézio, no formato do telhado; uma forma parecida com um losango, dentro do desenho da janela, que tinha o formato de retângulos; e vários triângulos, nos desenhos das portas e dos portões. Outro fato interessante é que algumas das alunas desenharam na janela um jarro de flores, ou uma paisagem que se via através da janela: o sol, as nuvens e crianças brincando e, ao lado da casa, desenharam algumas árvores e flores. Perguntamos-lhes o porquê desses detalhes do desenho, e elas responderam:

Ah! professora, a minha casa tem que ter jardim.

Eu acho muito bonita uma casa que tem plantas na janela.

Professora, não parece desenho de crianças? É como eu estava me sentindo quando estava desenhando; e foi muito bom.

Professora, da minha janela dá para ver o sol e as nuvens e eu gosto de olhar da janela.

Essas falas nos levam a refletir quanto esses alunos deixaram de usufruir das atividades de desenhar na escolarização infantil ou nas séries iniciais do Ensino Fundamental, tendo-lhes sido cerceada, a possibilidade de terem acesso ao desenho livre, à pintura, a atividades de colagens e

de criação individual, o que contribui muito para o processo criativo, para o desenvolvimento da percepção e da representação, essenciais na aprendizagem de conteúdos geométricos.

Observamos que os alunos apresentam grandes dificuldades para desenhar, criar e até mesmo para pintar o seu próprio desenho e sentem-se envergonhados. Alguns conseguiram pintar o desenho de forma harmoniosa, cuidadosa, mas outros parecia que nunca tinham pegado num giz de cera ou num lápis de cor, pois sua pintura eram muito desordenada e com cores bastante destoantes.

Conforme Tenório (1995, p.26), o ensino de geometria em qualquer idade não pode

[...] prescindir de ações de perceber (por exemplo, uma forma), conceber (por exemplo, um instrumento ou um projeto), representar (desenhar, talvez, o projeto de uma casa) e construir (um cubo...). Essas ações não são etapas seqüenciais, mas partes de um todo inseparável, onde cada parte antecede todas as demais e vice-versa. Imaginar, cortar, construir, intuir, pegar, perceber, representar, construir, ligar, esticar, e de novo cortar, imaginar, intuir, costurar [...] isto não é brincadeira (só) de crianças.

Após a análise dos desenhos, partimos para a sistematização da questão inicial. Voltamos a distinguir os tipos de retas, de acordo com suas características, e a identificar as figuras geométricas planas, caracterizando-as. Essa retomada do conteúdo estudado na primeira atividade é parte integrante do trabalho com *Modelagem Matemática* como nos afirma Burak (1987, p.44):

Os conteúdos poderão repetir-se várias vezes no transcorrer das múltiplas atividades e em diferentes ocasiões. [...] fixando as idéias fundamentais e podendo contribuir de maneira significativa para a percepção e compreensão da importância da matemática no cotidiano da vida de cada indivíduo, seja ou não ele matemático.

Procuramos também visualizar, nos desenhos, ângulos retos, agudos e obtusos e, assim, fomos sistematizando os conteúdos desenvolvidos na atividade. Avaliamos essa atividade como muito significativa para o aluno, uma vez que, com ela, eles tiveram oportunidade de ampliar os conhecimentos sobre figuras planas, desenvolver a criatividade e participar ativamente das discussões, conforme os depoimentos a seguir:

A aula foi boa, porque a gente criou e pintou um desenho. **(Aluno do 3ºE)**

Aprendi mais sobre triângulo, quadrado, retângulo. **(Aluno do 3ºD)**

Aprendi mais sobre ângulos e retas. **(Aluno do 3ºD)**

Foi descontraída, pois medimos, pintamos, desenhamos, e isto faz a gente esquecer as coisas ruins. **(Aluno do 3ºF)**

Sentimos, no entanto, que era necessário retomar esses conteúdos em outras aulas. Assim, surgiu a idéia de trabalharmos com dobraduras, para ampliar os conhecimentos sobre triângulos, quadriláteros e ângulos e retas. Nessa atividade, entregamos a cada aluno uma folha de papel ofício e fomos explorando a folha, a partir de questionamentos: Que figura geométrica está representada na folha de papel? Como se chamam os cantos da folha? Qual é a medida do ângulo dos cantos da folha? Os lados são paralelos? Por quê? Quais são os lados perpendiculares? Por quê? Quanto mede cada lado da figura?

Dando prosseguimento à atividade, fomos construindo, através de dobraduras, um quadrado e um retângulo menor e, a partir daí, começamos a explorá-los, medindo seus lados e seus ângulos, e procuramos identificar as semelhanças e diferenças entre as duas figuras. Tomamos em seguida o quadrado e fomos dobrando-o nas suas diagonais e questionando: Que

nome você daria a essas dobras? Essas retas são perpendiculares? Quais as figuras formadas a partir dessas dobraduras? E, assim, fomos apresentando as diagonais, medimos seus ângulos e classificamos os tipos de triângulos formados pelas diagonais, a partir da medida dos lados destas.

Aproveitamos a atividade para trabalhar a classificação dos triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos e a classificação dos quadriláteros, procurando sempre relacionar as formas com objetos do dia-a-dia, conforme as falas dos alunos:

Professora, os triângulos parecem com aquelas placas de trânsito.

Parece também com os triângulos dos carros.

O quadrado parece com a tela da televisão.

A reta perpendicular parece com o fio de prumo.

Esses nomes são muito complicados para eu dizer (estava se referindo as palavras isósceles, equilátero, obtusângulo, acutângulo, etc.).

O retângulo parece com a capa do meu caderno.

Não consigo ver nenhum objeto com a forma de trapézio.

O losango tem a forma parecida com uma pipa.

O conteúdo geométrico trabalhado dessa forma faz com que o aluno mude sua postura em relação ao processo de ensino e aprendizagem, pois deixa de ser um ser receptor e passivo e passa a ser um sujeito atuante, que cria, descobre, explora e aprende com suas ações e se integrando com os outros. Freire (2002, p.47) diz que “o educando se torna realmente educando quando e na

medida em que *conhece*, ou vai conhecendo os conteúdos, os objetos cognoscíveis, e não na medida em que o educador vai *depositando* nele a descrição dos objetos, ou dos conteúdos.” Por isso o educador de jovens e adultos deve propiciar oportunidades para que o aluno conheça o objeto de seu estudo, através de situações que o conduzam a agir e refletir sobre suas ações, na busca de compreender o que está sendo proposto para ele. Passaremos a seguir a descrever a terceira atividade, que foi aplicada com apenas duas turmas das três selecionadas.

6.3 Atividade 3 – Dobrando e construindo retas

Esta atividade abrange tanto o primeiro tema (ângulos e posições relativas de retas) como o terceiro tema em um dos seus aspectos, figuras geométricas planas. Nosso propósito era utilizar a dobradura para construir retas paralelas e perpendiculares e, em seguida, explorar as figuras que surgissem, com o traçado das retas. A atividade foi aplicada apenas com duas turmas, devido à questão do tempo, pois estávamos no final do ano letivo (2003) e tínhamos que dividir o tempo entre as atividades próprias desse período e a aplicação das atividades, da pesquisa. Utilizamos dois dias de aulas na aplicação da atividade perfazendo um total de três horas.

Iniciamos entregando o material necessário para cada aluno desenvolver a atividade. Perguntamos aos alunos para que serviam o transferidor, a régua e os esquadros que levamos para a sala de aula, e suas respostas foram interessantes:

A régua não é para medir os lados das figuras?

O transferidor, professora, é para medir ângulos; nós já usamos esse bicho aí.

Essas réguas grandes nunca tínhamos visto.

Isso são dois triângulos grandes, professora (referindo-se aos esquadros).

Acho que isso (os esquadros) também serve para medir as retas, pois tem tracinhos com números.

Aproveitamos também para mostrar o compasso, então houve um grande alvoroço: todos queriam pegar, riscar e fazer desenhos com o compasso e os esquadros, pois nunca tinham visto de perto esse material. Apenas alguns alunos que trabalhavam em marcenaria e construção civil tinham escutado falar em esquadros. Isso demonstra quanto os alunos das escolas públicas e, em especial, da EJA são privados do acesso aos mais simples instrumentos escolares, até mesmo de conhecer esse material, o que os deixa distantes do mercado de trabalho, que exige do sujeito não apenas conhecimento desse material, de como e onde utilizá-lo, mas também o conhecimento da leitura, da escrita, do cálculo e, mais, da tecnologia. A carência é tão grande que eles pediam para levar o material para casa, que eu lhes desse de presente, pois gostariam de mostrar às outras pessoas.

Voltemos à atividade. Entregamos a cada aluno uma folha de papel ofício e fomos sugerindo que dobrasse a folha ao meio, na horizontal. Nesse momento, alguém perguntar: *A horizontal é em pé ou deitado?* Voltamos a questão para a turma, que esclareceu como era dobrar na horizontal. Poderíamos também ter associado as retas horizontais com as linhas contidas nas folhas dos cadernos. Estas são situações bem simples que surgem na sala de aula da EJA e que precisam ser bem esclarecidas, para o desenvolvimento das etapas seguintes da atividade.

Pedimos que os alunos dobrassem a folha mais duas vezes, no mesmo sentido, depois a abrissem, traçassem as retas formadas pelas dobras, e, em seguida, utilizando a régua, medissem

a distância entre as retas. Questionamos, então: O que foi observado? Eles responderam: *As distâncias têm o mesmo valor; [...] medem a mesma coisa; [...] são iguais.* Perguntamos novamente: Estas retas vão se encontrar? A resposta foi: *Não.* Então, como se chamam essas retas? Responderam que se chamavam *Paralelas.*

Solicitamos que dobrassem, então, a folha no sentido vertical, fizessem mais uma dobra e procedessem da mesma forma que na etapa anterior. Em seguida, pedimos que medissem os ângulos formados pelas retas horizontais e verticais e nos dissessem o que tinham observado. Nesse momento, foi necessário, voltar a explicar a alguns alunos, como se mede um ângulo com o transferidor. Aqueles que tinham traçados corretamente chegaram à conclusão de que os ângulos mediam 90° . Os outros informaram medidas diferentes. Pedimo-lhes, então, que, em outra oportunidade, tomassem mais cuidados na representação das retas. Perguntamos-lhes, em seguida, como se chamavam as retas formadas por linhas horizontais e verticais se todos os ângulos medidos fossem de 90° . Os alunos, na sua maioria, responderam que elas seriam perpendiculares. A respeito disso, Fainguelernt (1995, p.48) esclarece:

As noções de perpendicularidade e paralelismo podem começar por dobraduras de papel. As noções de perpendicularidade e ângulo reto podem ser introduzidas simultaneamente, procurando na própria sala linhas que formam ângulo reto utilizando os esquadros. A noção de paralelismo deve-se apoiar na noção intuitiva de conservação de uma direção.

Partimos, então, para traçar retas oblíquas apenas na metade da folha, ligando os vértices opostos das figuras formadas no desenho. Depois sugerimos que observassem o desenho feito e

pintassem da mesma cor as figuras iguais. Esse foi um momento de grande confusão: os alunos observavam os desenhos e diziam:

Professora, eu estou vendo quadrados, retângulos e triângulos dentro dos retângulos. Como posso pintar?

Professora, eu posso juntar duas figuras para formar outras?

Eu estou vendo só retângulos. Agora, se eu juntar dois retângulos dá um quadrado.

Se eu juntar dois triângulos, vai dar um paralelogramo.

Professora, posso olhar só para os riscos de fora?

Professora, dá para ver trapézios e triângulos.

Eu vou pintar do jeito que estou vendo.

Por questionamentos desse tipo, percebemos que os alunos apresentavam um conhecimento mais ampliado sobre as figuras planas, uma vez que conseguiram compor e decompor as figuras presentes no desenho, abstraíram alguns elementos, formando outras figuras, e, assim, definiram suas figuras e pintaram da mesma cor as figuras iguais. Nessa etapa, observamos a atenção que eles tiveram ao pintar suas figuras, obedecendo à regra estipulada. Alguns conseguiram pintar com muita criatividade, indicando também as características das figuras; outros ainda não conseguiram alcançar os objetivos propostos, necessitando da ajuda dos colegas e da nossa, para completar a atividade (Anexo 4). Os alunos avaliaram a atividade com declarações como as seguintes:

Muito boa, pois deu oportunidade de criar o nosso desenho. **(Aluno do 3ºD)**

Gostei muito, pois foi muito descontraída e aprendemos mais sobre as figuras.

(Aluna do 3ºF)

Foi boa, mas não consegui pintar direito. Gostaria de fazer outra vez. **(Aluna do 3ºF)**

Tive dificuldade para dobrar direito o papel, mas depois foi muito bom, pois pintei. **(Aluna do 3ºD)**

Aprendi mais sobre a junção de duas figuras, que forma outras figuras. **(Aluno do 3ºD)**

Aprendi o nome de outras figuras geométricas. **(Aluno do 3ºF)**

Essa atividade e as demais que a antecederam buscaram sempre fazer com que os alunos da EJA enxergassem que são capazes de criar suas próprias soluções para as questões propostas e que, a partir dessas soluções, poderiam estudar os conteúdos matemáticos, apesar de todas as dificuldades que apresentaram no desenvolvimento do trabalho. Burak (1987, p.43-44) nos esclarece que o trabalho com a *Modelagem Matemática* poderá apresentar algumas dificuldades, que, segundo ele,

[...] podem ser superadas, dependendo de pelo menos três fatores. Primeiro, disponibilidade do próprio professor frente a um trabalho novo, mais criativo, menos rotineiro, mais livre, porém, sujeito a riscos. Segundo, da relação afetuosa e franca entre professor e aluno. Terceiro, do interesse dos próprios alunos com os temas ou problemas a serem trabalhados.

Nossa intenção, ao propor essas atividades, é dar condições para que o aluno da EJA supere as dificuldades e desenvolva algumas habilidades essenciais para a construção de conceitos geométricos. Apresentaremos, a seguir, a quarta atividade, que foi desenvolvida com duas turmas das três selecionadas.

6.4 Atividade 4 – A caminho da escola

Nessa atividade, a nossa pretensão era que os alunos produzissem um texto explicando o trajeto da rodoviária à escola, identificando pontos de referência, e representassem, através de desenho, esse trajeto, ressaltando os pontos de referência. Tomamos a rodoviária como ponto inicial, porque ela fica próxima à escola em que estávamos desenvolvendo a pesquisa.

Nessa atividade, trabalhamos com conteúdos conceituais (saber), quando procuramos desenvolver a idéia de sistemas de referência, retas paralelas e perpendiculares etc.; com conteúdos procedimentais (saber-fazer), quando foram desenvolvidas as habilidades de produção de textos, de representação do trajeto e de verbalização das produções; e conteúdos atitudinais (saber-ser), quando instigamos a participação do aluno para desenvolver a atividade, estimulando-o a tomar decisões na representação do trajeto e na produção de texto. Utilizamos dois dias de aula na aplicação dessa atividade, perfazendo um total de três horas.

Iniciamos a atividade procurando mobilizar a turma com o seguinte questionamento: Como vocês ensinariam a um colega o caminho que ele deveria fazer para chegar à escola partindo da rodoviária? Os alunos foram se expressando oralmente:

É muito fácil, professora. Eu digo: Vá em frente, em frente até chegar na escola;

Seguir sempre reto que ele chega lá;

Entre em umas duas ou três ruas que você chega na escola.

Seguindo a discussão, perguntamos: Se você disser que ele siga reto ou que vá em frente que chega à escola, só dará certo se o colega for pulando os muros das casas ou dos prédios que existem no caminho. Então entre outras coisas, eles disseram:

Não, professora ele tem que seguir reto nas ruas, dobrar algumas esquinas.

Ora, professora, ele tem que passar por várias ruas até chegar à escola.

Seguir em frente, mas passando pelas ruas e por alguns prédios, é claro.

Dessa forma, solicitamos que indicassem, no percurso, alguns pontos de referência nos quais o colega passaria para chegar à escola. Assim, foram listadas as ruas, as escolas, as lanchonetes, pizzarias, igreja, posto de saúde, entre outros, como elementos essenciais na definição do caminho.

É interessante registrar que a maioria dos alunos não sabia o nome da rua em que estava inserida a escola e a rodoviária e, às vezes, o nome da própria rua em que residia. Isso demonstra a necessidade de se trabalhar, em sala de aula, com o conteúdo das relações espaciais, como forma de contribuir para o desenvolvimento, nesses alunos, das habilidades de percepção, localização, leitura e utilização de mapas, construção de trajetos e maquetes, subsídios essenciais na compreensão do mundo e de situações do cotidiano.

Partindo dessa constatação, procuramos identificar, junto com os alunos, o nome da rua da escola, da rodoviária e o de algumas ruas paralelas e perpendiculares à escola e, em seguida, solicitamos que cada um deles produzisse um texto explicando o percurso que o colega deveria fazer para chegar à escola partindo da rodoviária. Essa etapa foi considerada pelos alunos como muito difícil, visto que é grande a dificuldade que eles têm na leitura e escrita, o que ficou constatado nas falas de alguns:

Professora, falando eu sei dizer, mas para botar no papel é difícil.

A minha letra é muito ruim, eu não sei escrever.

Professora, eu tenho dificuldade de ler e escrever; eu não sei onde colocar nem vírgulas nem pontos.

Professora, eu posso falar mas escrever eu não sei direito não.

Agora é aula de Português, professora?

Escrever é muito difícil; falar é melhor.

Diante desses depoimentos, percebe-se quanto é importante o papel da língua materna para o desenvolvimento do indivíduo como um todo, tendo em vista que a falta do domínio da língua produz lacunas no processo de participação na sociedade, deixando as pessoas à margem do desenvolvimento tecnológico, da informação e da comunicação. A Proposta Curricular da EJA – 2º segmento diz:

Na Educação de Jovens e Adultos, é comum os alunos afirmarem que são ruins para escrever, que não conseguem entender como usar corretamente os sinais gráficos e a pontuação. Muitas vezes, esse tipo de dificuldade com relação aos processos de aprendizagem da escrita é consequência de malsucedidas experiências anteriores. Por isso, investir na mudança de postura do aluno

diante de suas dificuldades, fazendo-o incorporar uma visão diferente da palavra ao associar o trabalho de escrita com suas necessidades mais urgentes, seria uma primeira meta (BRASIL, 2002, p.16).

Entendemos que o trabalho com produção de texto, em Matemática, contribui também, para que o aluno possa compartilhar com os outros sua forma de pensar e ainda comunicar as dos outros e que essa atividade promove o desenvolvimento da concentração, da observação e da abstração. A linguagem é necessária porque “qualquer aprendizagem só é possível por meio dela, já que é com a linguagem que se formaliza todo o conhecimento produzido nas diferentes áreas e que se explica a maneira como o universo se organiza” (BRASIL, 2002, p.11).

Os textos produzidos pelos alunos (Anexo 5), após tentarmos insistentemente convencê-los que eram capazes de escrever, demonstraram lacunas deixadas por um ensino que não privilegia a leitura e a escrita com compreensão, e sim a decodificação de letras e palavras soltas, que não conduz a uma produção de escritos com significado. O papel da leitura e da escrita, na EJA, é de fundamental importância para que o aluno possa avançar nas outras áreas do conhecimento.

Observamos também que alguns alunos, apesar de nossa conversa inicial, descreveram percursos diferentes para o mesmo trajeto, devido às suas vivências como profissionais que se deslocam mais do que daqueles que não trabalham nem saem do espaço onde moram. Isso também nos mostra que não existe um modelo único do trajeto proposto, por se tratar de uma atividade de *Modelagem*, que conseqüentemente, não admite uma única solução, e sim, soluções que mais se aproximem do problema proposto.

A atividade desenvolvida contribuiu para que o aluno da EJA ampliasse seu conhecimento sobre o espaço em que vive, organizando seu pensamento sobre as observações e percepções feitas nesse percurso tão fácil para eles.

Chamou nossa atenção ainda o fato de um aluno ter dito, nos seus escritos, quantos metros o colega poderia percorrer para chegar à escola, pois isso não tinha sido discutido em sala de aula. Observamos, desse modo a aplicação do conhecimento adquirido anteriormente para outra situação de aprendizagem. Outro aluno enfatizou o ângulo (90°) na esquina de uma rua, pois já tínhamos estudado sobre ângulo reto. A maioria dos alunos ressaltou a necessidade de dobrar à esquerda ou à direita durante o percurso, o que nos mostra que a idéia de direita, esquerda, seguir em frente etc. já está bem compreendida por eles.

Na etapa seguinte da atividade, solicitamos que os alunos representassem, por meio de um desenho, o percurso produzido na etapa anterior, evidenciando os pontos de referência encontrados (Anexo 6). Percebemos que a maioria colocou, no desenho, pontos de referência que não tinham destacado no texto, enquanto que outros realçaram os pontos descritos no texto. Um aluno fez o desenho totalmente diferente do que estava indicado no texto produzido, provavelmente porque o desenho foi feito no dia seguinte ao da construção do texto. Outro procurou saber todas as ruas que formam o quarteirão da rodoviária à escola, representando todas elas no desenho. Como isso, foi possível descobrir quais são as ruas paralelas e perpendiculares àquela em que está inserida a escola e socializar com os outros esse conhecimento.

Observamos também, que alguns alunos não usaram réguas na realização do desenho, pois achavam mais difícil desenhar com o auxílio desse instrumento. Interferimos nessa situação argumentando sobre a necessidade da utilização da régua para representar o percurso no papel, uma vez que as ruas deveriam ser representadas por segmentos de retas e as esquinas por retas perpendiculares (formando ângulos de 90°). Observamos ainda que alguns alunos não estavam

sabendo utilizar a régua: começavam a marcar as distâncias a partir do número um, e não do zero. Foi então que procuramos trabalhar com a régua, mostrando o significado dos traços maiores e dos menores e onde se inicia a medição na régua, na trena, na fita métrica, entre outros instrumentos de medida de comprimento.

Constatamos ainda que aqueles que apresentaram mais dificuldade de escrever o texto também tiveram dificuldades em fazer a representação do trajeto através do desenho. Eis algumas falas desses alunos.

Esse desenho é mais difícil que os outros, para fazer no papel.

Não estou conseguindo colocar no papel o que estou pensando, pois tem muita coisa para colocar.

Deviam ser feitas outras atividades como essa; teríamos mais facilidade em representar outros desenhos e aprender mais sobre retas paralelas, perpendiculares, ângulos, e outras figuras geométricas.

Era nossa intenção, ao utilizarmos esse tipo de atividade, fazer com que o aluno comesçassem a enxergar os conteúdos matemáticos aplicados em situações do cotidiano. A idéia de utilizar atividades como as que realizamos para desenvolver o conteúdo matemático está inserida na proposta de trabalho que faz uso da *Modelagem Matemática* como alternativa de ensino e aprendizagem da Matemática, uma vez que a *Modelagem Matemática* procura, segundo Monteiro, citado por Fonseca (2002, p.77) “tornar o ensino da Matemática mais significativo para quem aprende, na medida em que parte do real-vivido dos educandos para níveis mais formais e abstratos.” Além disso, há liberdade para que o aluno possa desenvolver sua criatividade, participar ativamente da construção do conhecimento e desenvolver sua autonomia.

Dessa forma, ao se resgatar o sentido do conteúdo matemático que se pretende ensinar, “busca-se (re-)estabelecer a relação entre conceitos e procedimentos matemáticos e o mundo das coisas e dos fenômenos” (Ibidem, p.77). Assim, estamos alocando os problemas do dia-a-dia como ponto de partida para o ensino e aprendizagem da Matemática.

O registro dessa atividade permitiu analisar melhor as dificuldades e avanços surgidos no seu desenvolvimento. Percebemos a grande dificuldade que os alunos da EJA têm em relação à leitura, à escrita e à representação de trajetos no papel. Mas constatamos avanços no que se refere ao reconhecimento de ruas paralelas e perpendiculares à escola; à necessidade de se definirem pontos de referência para se descrever um percurso sugerido; à criatividade na construção do trajeto proposto; à iniciativa de alguns alunos de pesquisar os nomes das ruas próximas à escola e à rodoviária; e à exposição oral dos trabalhos produzidos.

Nos desenhos dos alunos, podemos notar alguns elementos importantes, como as flechas indicando a partir de onde o colega deveria sair (a rodoviária) e aonde deveria chegar (a escola), o desenho de alguns pontos de referência, como igreja, posto de saúde, pousada, carros, a rodoviária e a escola. Necessitam, porém de um refinamento nas proporções, aproximando-se mais dos modelos de mapas e croquis convencionais. É preciso oferecer aos alunos da EJA oportunidade de vivenciar situações nas quais seriam incentivados a se localizar num espaço, como, por exemplo, o da sala de aula, o da escola ou outros, para que possam perceber a necessidade de *coordenadas* para essa localização. Coll; Teberosky (2000, p.165), ao se referirem ao espaço comentam:

A todo momento, estamos ocupando um lugar no espaço e é com o nosso corpo que entramos em contato com este lugar. Usamos o corpo para nos situar no espaço e, a partir da nossa posição, podemos localizar as pessoas e as coisas que nos rodeiam. O sucesso para solucionar grande parte dos problemas cotidianos

depende da nossa capacidade de nos orientar e da facilidade com que estabelecemos relações entre os objetos.

Com essa atividade, demos o primeiro passo para o estudo do plano cartesiano, que será explorado em outras atividades.

Verificamos também que os textos produzidos necessitam de aperfeiçoamento para que se torne mais fácil a compreensão do trajeto proposto.

As competências desenvolvidas e as habilidades adquiridas pelos alunos nessa atividade servirão como suporte para a leitura e a interpretação de outros trajetos ou mapas que surgirão no seu cotidiano bem como para a ampliação de sua auto-estima e de sua confiança, mostrando-lhes que são capazes de solucionar um problema proposto.

Consideramos ainda que a atividade proposta foi apenas um passo no caminho a ser percorrido para a compreensão dos sistemas de referência, que são um fator importante na participação do indivíduo na sociedade e que a *Modelagem Matemática*, utilizada como alternativa metodológica para o ensino e aprendizagem da Matemática, possibilita uma aprendizagem significativa, participativa e motivadora, uma vez que procura dar sentido aos conteúdos matemáticos a partir de questões e/ou problemas do cotidiano.

O trabalho com as relações espaciais contribui para que o aluno da EJA amplie seus conhecimentos sobre a orientação no espaço e desenvolva, de forma mais sistematizada, seu sistema de referência, de modo que possa localizar-se, movimentar-se e orientar-se num espaço conhecido e em outros espaços mais amplos.

Ao finalizar a aplicação das atividades, sugerimos que os alunos escrevessem um texto detalhando o que tinham aprendido com elas. Conseguimos depoimentos como estes:

Com essas atividades eu aprendi a desenhar, pintar, usar a régua, o transferidor que eu nem imaginava pra que servia, a medir ângulos e a identificar pontos de referência. Sim aprendi o que é trapézio, triângulo isósceles, retângulo, losango e ângulos retos e a fazer paralelas. **(Aluno do 3ºD)**

Aprendi a medir ângulos, o que é retas paralelas, retas perpendiculares, triângulos, retângulos, losango, quadrado, as diagonais, as ruas paralelas, as ruas perpendiculares, pintar, desenhar, usar uma régua, um transferidor, um compasso, identificar ruas com pontos de referência. **(Aluno do 3ºE)**

Eu vou falar o que eu aprendi com as atividades geométricas. Aprendi o que é paralelas: são duas retas..., aprendi a fazer triângulo, retângulo que eu não sabia que os lados eram diferentes. Conheci um transferidor, aprendi os dois tipos de triângulos, aprendi que quadrado tem 4 lados iguais, aprendi como fazer medições com a régua, que devemos começar a medição do zero, eu só fazia medição da pontinha da régua, agora já aprendi; e aprendi a identificar pontos de referência. **(Aluno do 3ºF)**

A Geometria é um estudo muito importante. Aprendi a usar vários objetos: a régua para medir quadrados iguais, retas paralelas, retas perpendiculares. Usamos o compasso para fazer circunferência. Desenhemos bastante, pintamos, usamos a cor para determinar figuras da Geometria. Foi muito importante: estudamos, nos divertimos e chegamos a esquecer do tempo. Ao analisar a Geometria, cheguei à conclusão que foi proveitoso. **(Aluno do 3ºF)**

Durante todo o trabalho de aplicação das atividades, estávamos sempre incentivando, motivando, questionando, intervindo para que os alunos ampliassem os seus conhecimentos acerca da Geometria, Com as avaliações, percebemos que, em geral, houve uma boa compreensão dos conteúdos geométricos desenvolvidos nas atividades.

No capítulo seguinte, teceremos as considerações finais sobre os resultados apresentados no desenvolvimento deste projeto, sugerindo alguns eixos norteadores para a realização deste e de outros trabalhos na EJA.

“A Geometria é um estudo muito importante. Aprendi a usar vários objetos: a régua para medir quadrados iguais, retas paralelas, retas perpendiculares. Usamos o compasso para fazer circunferência. Desenhemos bastante, pintamos, usamos a cor para determinar figuras da Geometria. Foi muito importante: estudamos, nos divertimos e chegamos a esquecer do tempo. Ao analisar a Geometria, cheguei à conclusão que foi proveitoso.” (Fala do aluno do 3ºF)

7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Tomando como parâmetro a questão norteadora do nosso trabalho e os objetivos deste, faremos a seguir as considerações finais sobre os resultados encontrados com os estudos realizados e a aplicação das atividades selecionadas.

Como a *Modelagem Matemática* pode contribuir para a construção do conhecimento geométrico dos alunos do Nível III da EJA? Tentando responder a essa questão, destacamos como objetivo geral elaborar de uma proposta de utilização da modelagem matemática como metodologia de ensino e aprendizagem da Geometria na Educação de Jovens e Adultos (EJA), do Nível III do Projeto Acreditar, desenvolvido pela Secretaria Municipal de Educação da cidade do Natal/RN. Os objetivos específicos do nosso trabalho eram: elaborar atividades que possibilitassem a construção do conhecimento geométrico pelos alunos do Nível III da EJA, aplicar algumas dessas atividades elaboradas, em três turmas da EJA, do Nível III, do Projeto Acreditar, de uma escola municipal da cidade do Natal e analisar o desenvolvimento dessas atividades.

Sobre o primeiro objetivo, elaboramos 08 (oito) atividades para o primeiro tema - Ângulos e Posições Relativas de Retas -, 05 (cinco) para o segundo tema - Sistemas Referenciais - e 09 (nove) para o terceiro tema, Figuras Geométricas. Essas atividades trouxeram, para a sala de aula, situações concretas do dia-a-dia do aluno, que favoreciam o enfoque da contextualização do conhecimento matemático bem como o trabalho interdisciplinar, tornando evidente o aspecto utilitário da Matemática. Buscavam também desenvolver competências e habilidades ligadas à representação, à construção, à percepção, à dedução, à produção de textos, à comunicação de

informações, à argumentação e à tomada de decisão na resolução da situação proposta, trabalhando, dessa forma, o aspecto formativo da Matemática, e em especial da Geometria.

Quando adotamos a visão de matemática como algo presente nas ações do dia-a-dia, sendo uma forma de compreender e transformar a realidade em que vivemos podemos utilizar a *Modelagem Matemática* como alternativa de ensino e aprendizagem, tendo em vista que funciona como instrumento de interpretação e modificação dessa realidade, além de auxiliar na forma de pensar e agir dos alunos. Desse modo, ensinar os conteúdos geométricos a partir de situações contextualizadas leva o aluno a conhecer mais sobre a sua realidade, despertando o seu interesse para aprender a fazer e aprender a pensar.

Em relação ao segundo objetivo específico, após a aplicação das quatro atividades, encontramos como resultado da avaliação e análise os seguintes pontos:

- As atividades aplicadas proporcionaram aos alunos o desenvolvimento de habilidades como a criatividade, a representação e a percepção;
- Houve grande interesse, por parte dos alunos, por participar das atividades propostas, apesar das dificuldades relacionadas à leitura, à escrita e à representação;
- A partir das atividades, pudemos desenvolver novos conteúdos geométricos e reelaborar os conhecimentos adquiridos anteriormente;
- Partindo de problemas do cotidiano dos alunos, procuramos dar sentido aos conteúdos matemáticos estudados na escola;
- As atividades oportunizaram aos alunos acesso a materiais didáticos necessários à compreensão dos conteúdos abordados;
- Foram desenvolvidos, nessas atividades, conteúdos relacionados a conceitos, procedimentos e atitudes;

- Apresenta outra forma de abordar os conteúdos de Geometria em salas de aula da EJA.

Enfim, as atividades que utilizam a *Modelagem Matemática* valorizaram o *saber fazer* do aluno, o processo de construção do conhecimento, fazendo com que ele percebesse para que servem os conteúdos estudados na escola, além de propiciar mudanças na sua postura e na do professor na dinâmica da sala de aula de Matemática.

Concluindo, podemos dizer que a *Modelagem* contribui para a construção do conhecimento geométrico, na EJA, na medida em que procura desenvolver aprendizagem significativa, auxiliando o aluno a construir relações da Matemática com outras áreas do conhecimento e dentro da própria Matemática, ampliando sua visão de mundo e auxiliando a sua participação em outros espaços sociais.

A partir dos resultados desta pesquisa, que propõe a utilização da *Modelagem Matemática* como caminho para se desenvolver o conteúdo matemático, sugerimos que:

- Haja investimento na formação dos educadores da EJA para que eles possam ter condições de usar a *Modelagem Matemática* como alternativa de ensino e aprendizagem da Matemática;
- Que as escolas que atendem a EJA adquiram acervo bibliográfico relacionado à *Modelagem Matemática*, de forma a contribuir com as atividades docentes;
- Haja mudança na forma de pensar a avaliação no ensino da Matemática, observando-se não apenas o produto final, e sim todo o processo que o aluno realiza na execução das tarefas propostas;

A proposta de ensinar os conteúdos de Geometria, utilizando a *Modelagem Matemática* é desafiadora e requer, de nós educadores da EJA, garra para vencermos todos os obstáculos, na busca de uma formação diferenciada para todos aqueles que procuram à escolarização.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Maria Auxiliadora Sampaio. Porque ensinar geometria nas séries iniciais de 1º grau. **A Educação Matemática em Revista** – SBEM. São Paulo, n. 3, p.12-16, 2. sem. 1994.

BASSANEZI, Rodney C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002, 389p.

_____. **Modelagem Matemática**: uma disciplina emergente nos programas de formação de professores. UNICAMP: IMECC, 1999 – Biomatemática. Mimeografado.

BARBOSA, Jonêi Cerqueira. O que pensam os professores sobre a Modelagem Matemática? **Zetetiké**, Campinas, v. 7, n. 11, p. 67-85, jan./jun. 1999.

_____. Uma perspectiva para a Modelagem Matemática. In: **Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**, 4., 2000, Rio Claro. Anais... Disponível em: <www.google.com.br/modelagem_matematika>. Acesso em: 15 nov. 2002.

_____. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: **Reunião Anual da AMPED**, 24., 2001, Caxambu. Anais... Disponível em: <www.google.com.br/modelagem_matematika>. Acesso em: 15 nov. 2002.

BEAN, Dale. O que é Modelagem Matemática? **Educação Matemática em Revista**, n. 9/10, p.49-57, abr. 2001.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. (Org.). **Pesquisa em educação matemática**: concepções & perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. 313p. (Seminários & Debates).

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelação Matemática como Método de Ensino - Aprendizagem de Matemática em Cursos de 1º e 2º Graus**. 1990. 210f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1990.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. São Paulo: Contexto, 2000. 127p.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. **Censo escolar**. Brasília: INEP, 2001.

BRASIL, **Lei de Diretrizes e Bases da Educação – LDB**. Lei nº. 9394 de 1996. Brasília: Ministério da Educação, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998. 142p.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Proposta Curricular para a educação de jovens e adultos**: segundo segmento do ensino fundamental: 5ª a 8ª série. Brasília: MEC/SEF, 2002. v.1 e v.3.

BRITO, Arlete de Jesus; CARVALHO, Dione Lucchesi de. **Geometria e outras metrias**. Editor geral: Jonh A. Fossa. Natal: Editora da SBHMat, 2001. 122p. (Série Textos de História da Matemática; v. 2).

BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática**: uma metodologia alternativa para o ensino da matemática na 5ª série. 1987. 186f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1987.

CASTILHO, Sônia Fiúza da Rocha. Geometria: traçando planos de exploração. **AMAE Educando**. Belo Horizonte, n.306, p.33-35, abr. 2002..

COLL, César; TEBEROSKY, Ana. **Aprendendo Matemática**: conteúdos essenciais para o ensino Fundamental de 1ª a 4ª série. São Paulo: Ática, 2000. 264p.

CONFERÊNCIA INTERNACIONAL SOBRE A EDUCAÇÃO DE ADULTOS – CONFITEA. Declaração de Hamburgo: agenda para o futuro. Brasília: SESI/UNESCO, 1999. (Série Educação do Trabalhador, 1).

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação**: reflexões sobre educação e matemática. 3. ed. São Paulo: Summus, 1986. 115p.

_____. **Educação Matemática**: da teoria à prática. 4. ed. Campinas/SP: Papirus, 1996. 121p. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

_____. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002. 110p. (Coleção tendências em educação matemática).

DANYLUK, Ocsana Sônia. (Org.) **Educação de Adultos**: ampliando horizontes de conhecimentos. Porto Alegre: Sulina, 2001. 191p.

DELORS, Jacques. **Educação**: um tesouro a descobrir. 4. ed. São Paulo: Cortez, Brasília, DF: MEC/UNESCO, 1999.

DEL GRANDE, John J. Percepção espacial e geometria primária. In: LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. (Org.). **Aprendendo e Ensinando Geometria**. São Paulo: Atual, 1994. p.156-167.

DIRETRIZES CURRICULARES PARA A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS. PARECER CEB/CNE n. 11/2000. Brasília: 2000.

DUARTE, Newton. **O ensino de matemática na educação de adultos**. 3.ed. São Paulo: Cortez, 1989. 128p. (Coleção educação contemporânea).

FAINGUELERNT, Estela Kaufman. **Educação Matemática**: representação e construção em geometria. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999. 227p.

_____. O ensino de geometria no 1º e 2º graus. **Educação Matemática em Revista – SBEM**, v. 3, n.4, p.45-53, 1. sem. 1995.

FAZENDA, Ivani Catarina Arantes. **Integração e interdisciplinaridade no ensino brasileiro**: efetividade ou ideologia. 3.ed. São Paulo: Loyola, 1993. 109p. (Coleção “Realidade Educacional”, 4).

FONSECA, Maria da Conceição F. R.. **Educação Matemática de Jovens e Adultos**: especificidades, desafios e contribuições. Belo Horizonte: Autêntica, 2002. 113p. (Coleção – Tendências em Educação Matemática).

FREIRE, Paulo. **Educação como Prática de Liberdade**. 26.ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2002. 158p.

_____. **Pedagogia da esperança**: um reencontro com a pedagogia do oprimido. 9.ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2002. 245p.

_____. **Pedagogia do Oprimido**. 29ª ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2000. 184p.

_____. **Pedagogia da Indignação**: cartas pedagógicas e outros escritos. São Paulo: Editora UNESP, 2000. 133p.

GADOTTI, Moacir; ROMÃO, José E. (Orgs.). **Educação de Jovens e Adultos**: teoria, prática e proposta. 4.ed. São Paulo: Cortez, 2001. 136p. (Guia da escola cidadã; v. 5).

IMENES, Luiz Márcio. LELIS, Marcelo. **Matemática**. São Paulo: Scipione, 1997 – v. 1, 5ª série.

LOPES, Alice Ribeiro Casimiro. **Conhecimento Escolar**: ciência e cotidiano. Rio de Janeiro: EdUERJ, 1999. 236p.

LORENZATO, Sérgio. Os “por quês” matemáticos dos alunos e as respostas dos professores. **Pro-Posições**. v. 4, n. 1[10], p.73-77, mar.1993.

_____. Por que não ensinar Geometria? **Educação Matemática em Revista – SBEM**. v. .3, n. 4, p.3-13, 1. sem. 1995.

LUDKE, Menga. ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em Educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986. 99p. (Temas básicos de educação e ensino)

MACHADO, Nilson José. **Os poliedros de Platão e os dedos da mão**. 3.ed. São Paulo: Scipione, 1992. 47p.

MAZZOTTI, Alda Judith Alves; GEWANDSZNAJDER, Fernando. **O método nas ciências naturais e sociais**: pesquisa quantitativa e qualitativa. 2.ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002. 203p.

MICOTTI, Maria Cecília de Oliveira. O ensino e as propostas pedagógicas. In: BICUDO, M. A. V. **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções & perspectivas. São Paulo: Editora da UNESP, 1999. p 153-167.

MONTEIRO, Alexandrina. **O ensino de matemática para adultos através do método Modelagem Matemática.** 1991. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1991.

MOURA, Tânia Maria de Melo. **A prática pedagógica dos alfabetizadores de jovens e adultos:** contribuições de Freire, Ferreiro e Vygotsky. 2.ed. Maceió: EDUFAL, 2001. 217p.

PAIVA, Jane; OLIVEIRA, Inês Barbosa de. Organização do trabalho pedagógico na educação de jovens e adultos. **Módulo Integrado IV.** Brasília: SESI, 2001. 84p.

PINTO, José Marcelino de Resende; SAMPAIO, Carlos Eduardo Moreno; BRANT, Liliane Lúcia Nunes de Aranha Oliveira. O mapa da alfabetização e do letramento. **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP.** Brasília, 2003. Acessado em 15 jan. 2004.

PROPOSTA CURRICULAR PARA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS. – PROJETO ACREDITAR – Secretaria Municipal de Educação - SME: Natal/RN, 1999.

PROPOSTA CURRICULAR PARA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS. – 1º segmento. Ação Educativa: Brasília: MEC, 1999. 239p.

REFLEXÕES PARA A CONSTRUÇÃO DE UMA POLÍTICA PÚBLICA PARA A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS: Contribuições ao Debate. Brasília: MEC/SEF/COEJA, 2002. Mimeografado.

SAUER, Adeum Hilário. Políticas públicas para a educação básica de jovens e adultos. In: **TELECONGRESSO DE EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS, 1.,** 2001, Brasília. **Anais...** Local: Editora, ano. 1CD-ROM.

SCHEFFER, Nilce Fátima; CAMPAGNOLLO, Adriano José. Modelagem matemática uma alternativa para o ensino-aprendizagem da matemática no meio rural. **Zetetiké,** n. 10, p.35-55, 1998.

SCHMITZ, Carmen Cecília; LEDUR, Elsa Alice; MILANI, Miriam De Nadal. **Geometria de 1ª a 4ª série:** uma brincadeira séria. São Leopoldo, RS: Ed. UNISINOS, 1994. 78p.

SMOLE, Kátia Cristina S. et al. O papel da Geometria na formação do professor das séries. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 16, p.1-9, 1. sem. 1990.

SMOOTHEY, Marion. **Atividade e jogos com quadriláteros**. Trad. Antonio Carlos Brolezzi. São Paulo: Scipione, 1998. p.64. (Coleção investigação matemática).

SOARES, Leôncio (Org.). **Aprendendo com a diferença**: estudos e pesquisa em educação de Jovens e adultos. Belo Horizonte: Autêntica, 2003. 144p.

SOUZA JUNIOR, Lucillo. A Matemática Popular e a apropriação dos códigos formais. **Educação Matemática em Revista – SBEM**. v 10, n. 13. p.36-40, mar.2003.

TENÓRIO, Robinson Moreira (org.). **Aprendendo pelas raízes**: alguns caminhos da matemática na história. Salvador: Centro Editorial e Didático da UFBA, 1995. 93p.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. **Didática da Matemática**: como dois e dois – construção da matemática. São Paulo: FTD, 1997, 335p.

VÓVIO, Cláudia Lemos; MOURA, Mayra Patrícia; RIBEIRO, Vera Masagão. **Fundamentos de Educação de Jovens e Adultos**: módulo integrado I. Brasília: SESI – DN, 2000.

ANEXOS

ANEXO 1 – Questionário I

Perfil do aluno pesquisado

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS NATAUARAS E
MATEMATICA – PPGE CNM

QUESTIONÁRIO I

IDENTIFICAÇÃO

Idade: _____

Estado Civil _____

Trabalha? Sim () Não ()

Em que trabalha? _____

Quanto tempo você deixou de estudar? _____

Até que série você estudou? _____

Pôr que você deixou de estudar? _____

Pôr que voltou a estudar? _____

ANEXO 2 – QUESTIONÁRIO II

Conhecimentos de Geometria dos alunos da EJA

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS NATAUARAS E

MATEMATICA – PPGECNM

QUESTIONÁRIO II

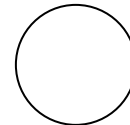
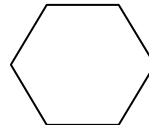
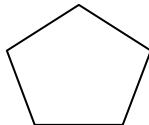
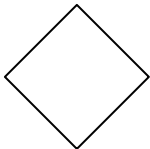
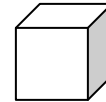
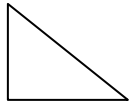
1. Você já ouviu falar em Geometria? Sim () Não ()

2. O que você acha que se estuda em Geometria? _____

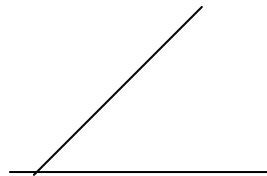
3. Você já estudou algum conteúdo de Geometria? Sim () Não ()

Quais? _____

4. Escreva o nome das figuras geométricas representadas abaixo:



5. Identifiquem quais são os pares de retas que são paralelas, ou perpendiculares, ou oblíquas (inclinadas).



ANEXO 3 – Desenhando portões

Desenho dos portões

ANEXO 4 – Atividade 2 – Desenhando casas

Desenho da fachada da casa

ANEXO 5 – Atividade 3 – Dobrando e construindo retas

Desenho das retas

ANEXO 6 – Atividade 4 – A caminho da escola

Texto construindo pelos alunos

ANEXO 7 – Atividade 4 – A caminho da escola

Desenho do trajeto

ANEXO 8 – Avaliação dos alunos sobre as atividades