

ATIVIDADES EXPERIMENTAIS DE GEOMETRIA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Rita de Cássia Pavani LAMAS¹
Alexsandra Ribeiro CÁCERES²
Verônica Amparo Quispe CHIRE³
Juliana MAURI⁴
Paulo Henrique GALÃO⁵

Resumo: Várias mudanças metodológicas são apontadas como tendências de ensino que buscam privilegiar a participação do aluno, considerando a construção do conhecimento como uma forma de aprendizagem. Este trabalho apresenta resumidamente as atividades desenvolvidas com os alunos de sétimas e oitavas séries da “E. E. Prof^a Maria de Lourdes Murad de Camargo”, em São José do Rio Preto, através do projeto do Núcleo de Ensino – 2004, intitulado “Geometria Concreta no Ensino Fundamental”. Os exemplos de atividades experimentais descritas no trabalho mostram a metodologia utilizada para o ensino de geometria envolvendo material concreto e o Software Cabri-Géomètre II, servindo de modelo de atividades para os professores interessados em dar oportunidade aos seus alunos de construir o seu próprio conhecimento, com participação ativa em sala de aula.

Palavras-chave: material concreto; Geometria; Cabri-Géomètre; atividades experimentais.

1. HISTÓRICO

A situação atual do ensino público é preocupante, exige do professor habilidades que vão além do seu conhecimento científico para atingir o seu principal objetivo, a aprendizagem do aluno. Os problemas afetivos e sociais que o aluno do ensino público traz para a sala de aula, dificulta o trabalho do professor, e isso pode ser resolvido se ele desenvolver uma dinâmica de ensino-aprendizagem, visando uma melhor interação entre professor e aluno e a obtenção de êxito no ensino, em particular, no ensino da geometria.

No projeto do Núcleo de Ensino – 2004, intitulado: “Geometria Concreta no Ensino Fundamental”, a metodologia de trabalho proposta e desenvolvida com os alunos em sala de aula deu oportunidade a eles de construir o seu próprio conhecimento, construindo e utilizando modelos concretos e manipulando o Software Cabri-Géomètre II, os quais lhes permitiram dar significado à linguagem e às idéias geométricas, aprendendo a matemática de maneira natural e com entusiasmo, sem limitar-se ao conhecimento formal de definições, resultados, técnicas e demonstrações.

¹Professora Doutora do Departamento de Matemática do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas – UNESP – Campus de São José do Rio Preto, coordenadora do Projeto e docente da disciplina Geometria Euclidiana e Cálculo Diferencial e Integral I.

²Aluna bolsista do segundo ano do Curso de Matemática.

³Aluna voluntária do segundo ano do Curso de Matemática.

⁴Aluna bolsista do terceiro ano do Curso de Matemática.

⁵Aluno voluntário do terceiro ano do Curso de Matemática.

Alguns dos modelos construídos com material concreto no projeto, com os alunos em sala de aula, e apresentados neste trabalho, são encontrados nos livros didáticos, mas em geral, os professores não aplicam a metodologia aqui apresentada, pela impossibilidade de comprar os materiais necessários para a construção dos modelos e, principalmente, devido ao grande número de alunos na sala de aula, não sendo possível atender a todos de forma a obter um bom desempenho da classe. Foi possível desenvolver o trabalho aqui apresentado, com o auxílio financeiro da FUNDUNESP, o qual permitiu a participação no projeto de duas estagiárias bolsistas e a compra dos materiais de consumo necessário nas atividades propostas. O projeto foi coordenado pela Prof^a Dr^a Rita de Cássia Pavani Lamas, do Departamento de Matemática da UNESP de São José do Rio Preto. Observamos que dois estagiários voluntários participaram do projeto.

2. DESENVOLVIMENTO

2.1. Metodologia

Semanalmente, foram realizadas discussões entre os estagiários, as professoras das sétimas e oitavas séries da “E. E. Prof^a Maria de Lourdes Murad de Camargo” e a orientadora, sobre a teoria a ser ministrada e as atividades experimentais a serem desenvolvidas com os alunos, durante as aulas de geometria, visando a confecção e a utilização de modelos concretos que permitiam cada aluno descobrir e aprender os conceitos ou as propriedades geométricas do conteúdo descrito a seguir. Na confecção desses modelos foi utilizado papel cartão, EVA, canudinhos, folhas sulfite, barbante, etc. Foram introduzidas as noções básicas do Software Cabri-Géomètre II aos alunos, na sala de informática da escola, possibilitando utilizá-lo para ensinar ângulos, homotetia, Teorema de Tales e outros. Houve a necessidade de algumas adaptações nessas aulas, devido ao número de computadores (10), disponíveis aos alunos. Cada aluno desenvolveu as atividades geométricas no Cabri, em paralelo à explicação dos estagiários.

Para ser possível elaborar as atividades experimentais, de forma que fossem acessíveis aos alunos, sem perder de vista o rigor matemático e levando em conta o conhecimento de cada turma, os estagiários confeccionaram um modelo para cada tópico abordado, sendo alguns deles utilizados como material de apoio para introduzir um novo conceito.

Observamos que todos os alunos das sétimas e oitavas séries foram auxiliados pelos estagiários e suas professoras, semanalmente, durante as aulas de geometria. Dois estagiários atenderam as sétimas séries (quatro classes) e os outros dois as oitavas (três classes), totalizando 200 alunos.

Durante as atividades experimentais os alunos foram observados quanto ao grau de dificuldade e satisfação em realizá-las, as resoluções obtidas, tempo necessário para o rendimento do aluno. Além das atividades experimentais foram aplicados alguns exercícios para avaliar a aprendizagem dos alunos.

As tabelas a seguir mostram os materiais utilizados em cada atividade desenvolvida nas sétimas e oitavas séries, respectivamente.

SÉTIMAS SÉRIES		
Conteúdo	Materiais Utilizados	Atividade
Ângulos	Software Cabri-Géomètre II	Medir ângulos entre retas e classificar os ângulos.
Polígonos	Papel Cartão ou EVA e tesoura.	Classificação quanto ao número de lados a partir da construção do polígono.
Diagonais	Software Cabri-Géomètre II, EVA ou Papel Cartão, percevejo, barbante, cola e tesoura.	Verificar o número de diagonais que partem de um vértice de cada polígono para deduzir a fórmula do número de diagonais destes.
Estudo das alturas relativas de um triângulo	Cartolina, papel cartão ou EVA, percevejo, barbante, cola e tesoura.	Visualizar as alturas do triângulo.
Área de figuras planas	Software Cabri-Géomètre II, papel cartão, papel sulfite colorido, cola e tesoura.	Encontrar a fórmula da área de algumas figuras planas, conhecendo apenas a área do retângulo.
Teorema de Pitágoras	Papel cartão, EVA, cola e tesoura.	Mostrar experimentalmente o Teorema utilizando o conceito de área com material emborrachado.
Comprimento da Circunferência	EVA, barbante e régua.	Descobrir o número π utilizando círculos de raios diferentes construídos em EVA e deduzir o comprimento da circunferência.
Área do Círculo	EVA e tesoura.	Através da partição do disco e de áreas conhecidas, encontrar a área aproximada do círculo.

OITAVAS SÉRIES		
Conteúdo	Materiais Utilizados	Atividade
Condição de Existência de um Triângulo	Canudinhos coloridos cortados em 6 tamanhos diferentes, papel cartão e cola.	Utilizando os canudinhos como lado, verificar quando é possível formar um triângulo.
Congruência de Triângulos	Cartolina ou papel sulfite, EVA, tesoura, caneta hidrocor, papel cartão, cola e canudinhos.	Visualizar a definição com triângulos feitos com canudinhos utilizando sobreposição e descobrir os casos de congruência com modelo em EVA contendo triângulos específicos.
Razão e Proporção	Canudinhos coloridos cortados em 4 tamanhos diferentes e régua.	Comparando o tamanho dos canudinhos, visualizar a definição de razão e proporção entre eles.
Semelhança	Canudinhos, Cartolina, tesoura e régua.	Visualizar a definição com triângulos feitos com canudinhos e verificar se há e qual é a Razão de Proporção entre algumas figuras distintas.
Homotetia	Software Cabri-Géomètre II, papel sulfite e régua.	Ampliar e reduzir figuras no computador e no próprio papel.
Relação entre as áreas de figuras semelhantes	Papel cartão, papel sulfite, tesoura e cola.	Descobrir a relação entre as áreas de figuras semelhantes, induzidos pela construção de triângulos e retângulos semelhantes.
Teorema de Tales	Software Cabri-Géomètre II, EVA, tesoura, caneta hidrocor.	Verificar a veracidade do Teorema através do software e mostrar experimentalmente o Teorema com material em EVA.
Teorema de Pitágoras	Papel sulfite colorido, tesoura, cola, EVA e papel cartão.	Construir um modelo com EVA para mostrar experimentalmente o Teorema.
Relações Métricas no Triângulo Retângulo	Software Cabri-Géomètre II, papel sulfite, cartolina ou papel cartão, tesoura.	Construir o modelo para mostrar uma relação métrica e verificar a veracidade das relações no software.

Todas as atividades das tabelas, estão detalhadas na apostila intitulada: “Atividades de Geometria – 7^{as} e 8^{as} Séries”, a qual fez parte do relatório científico do projeto apresentado à FUNDUNESP, em dezembro de 2004. Algumas destas atividades estão apresentadas na próxima seção, para mostrar como foram trabalhados os conteúdos com os alunos em sala de aula e servem de modelo para professores interessados em seguir a metodologia aqui apresentada.

2.2. Exemplos de atividades experimentais

Atividade 1

Objetivo: Determinação do número π e do comprimento da circunferência.

- 1) Tome seis círculos feitos em EVA.
- 2) Medir o comprimento C de cada circunferência dos círculos com um pedaço de barbante.
- 3) Medir o diâmetro D de cada circunferência, com $D = 2R$, sendo R o raio da circunferência.
- 4) Preencha a tabela abaixo:

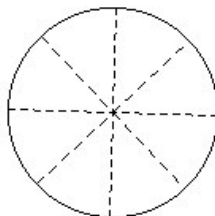
<i>CÍRCULO</i>	<i>COMPRIMENTO C</i>	<i>DIÂMETRO D</i>	<i>RAZÃO C/D</i>
1			
2			
3			
4			
5			
6			

- 5) O que pode ser concluído sobre a razão C/D ? Escreva uma fórmula que pode ser usada para se obter o comprimento de uma circunferência de raio R .

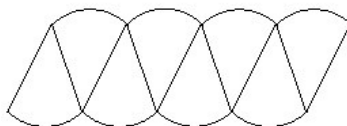
Atividade 2

Objetivo: Obter a área do círculo de raio R .

- 1) Divida o círculo (em EVA) de raio R , em 8 partes iguais, como na figura:



- 2) Recortar nas linhas pontilhadas, obtendo 8 peças.
- 3) Com essas peças formar a figura



- 4) É possível calcular a área da figura obtida a partir de áreas conhecidas?

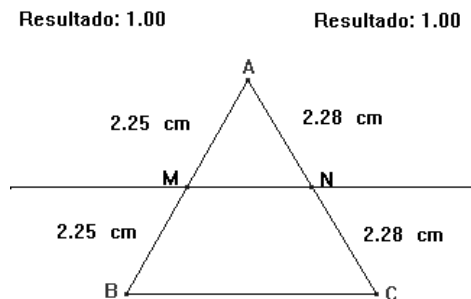
Nessa atividade, foi explorado o conhecimento dos alunos quanto à área do paralelogramo e concluíram que a área do círculo se aproximava da área do paralelogramo, com a base medindo a metade do comprimento do círculo e a altura, o seu raio. Aumentando o número de peças no item 2) é possível obter o paralelogramo particular, o retângulo, como mostra a foto do modelo 2 na próxima seção.

Atividade 3

Objetivo: Verificação do Teorema de Tales no triângulo utilizando o Software Cabri-Géomètre II.

- 1) Construir, no Cabri-Géomètre II, um triângulo de vértices A, B e C.
- 2) Marcar um ponto M no lado AB, distinto de A e B.
- 3) Traçar uma reta paralela ao lado BC passando por M.
- 4) Nomear de N o ponto de interseção do lado AC e a reta paralela obtida em 3).
- 5) Medir o comprimento dos segmentos AM, MB, NA e NC.
- 6) Usar a notação \overline{AM} , \overline{MB} , \overline{NA} e \overline{NC} para as medidas obtidas em 5), respectivamente, e utilizar a Calculadora do Cabri para calcular as razões: $\frac{\overline{AM}}{\overline{MB}}$ e $\frac{\overline{AN}}{\overline{NC}}$, escrevendo o que foi concluído.

Arrastando os dois resultados para a tela, obtemos um resultado parecido com:



- 7) Movimentar os vértices do triângulo e observar o que acontece.

Os pontos M e N tomados não necessariamente são os pontos médios dos segmentos AB e AC.

Atividade 4

Objetivo: Obter a relação entre as áreas de figuras semelhantes.

- 1) Construa 14 triângulos congruentes.
- 2) Montar um triângulo semelhante a um deles, multiplicando todas as medidas dos lados do triângulo por 2. O que acontece com a área deste triângulo? Observe a razão de semelhança obtida. Registre a relação que você obteve entre as áreas dos triângulos semelhantes.
- 3) Repita o que foi feito em 2), multiplicando todas as medidas dos lados de um triângulo tomado por 3).
- 4) Construa agora 14 retângulos congruentes.
- 5) Repita o que foi feito em 2) e 3) utilizando os retângulos.
- 6) Considerando que você pode fazer para qualquer figura o que fez para o triângulo e retângulo, responda: se todas as medidas dos lados de uma figura F forem multiplicadas por um número n , qual é a relação entre as áreas das figuras semelhantes obtidas?

Aproximadamente 60% dos alunos conseguiram afirmar que:

multiplicando n vezes cada lado da figura F , a área da figura semelhante à ela obtida é n^2 vezes a área da figura F .

Atividade 5

Objetivo: Verificar a congruência de triângulos por sobreposição e visualizar os casos de congruência.

- 1) Em cada um dos três modelos apresentados em EVA, observar os três triângulos. Analisar através da sobreposição e tentando encaixar cada um na posição do outro, se os triângulos são ou não congruentes.
- 2) Responda:
 - Os três triângulos são congruentes? Por quê?
 - Por que mesmo possuindo as mesmas medidas, um dos triângulos não é congruente aos outros dois? O que difere cada um deles?
 - O que você pode concluir em cada modelo com relação à Congruência de Triângulos?

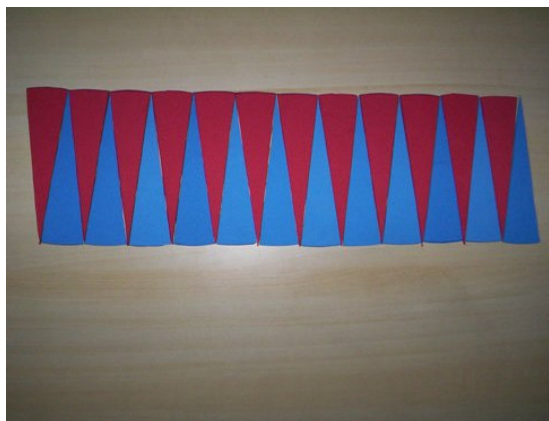
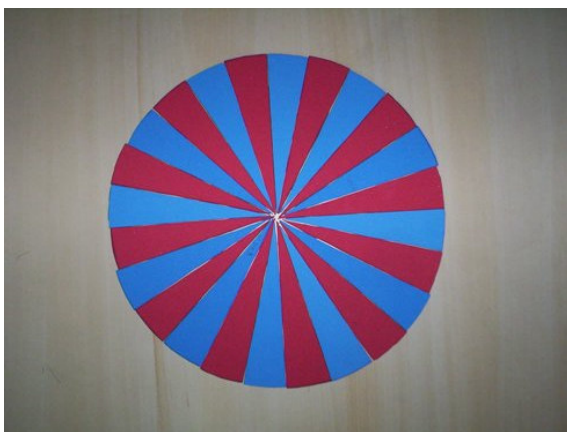
Com esta atividade 90% dos alunos aproximadamente conseguiram concluir que existem triângulos que possuem algumas medidas iguais, porém, não são congruentes. Também observaram que não é necessário medir todos os lados e ângulos para verificar se os triângulos são congruentes, conseguindo visualizar os chamados casos de congruência: LLL, LAL e ALA.

A seguir são apresentadas as fotos dos modelos utilizados ou construídos pelos alunos nas atividades 1, 2, 4 e 5, respectivamente. Leitores interessados nos modelos em EVA ou informações complementares entrar em contato pelo e-mail : rita@ibilce.unesp.br.

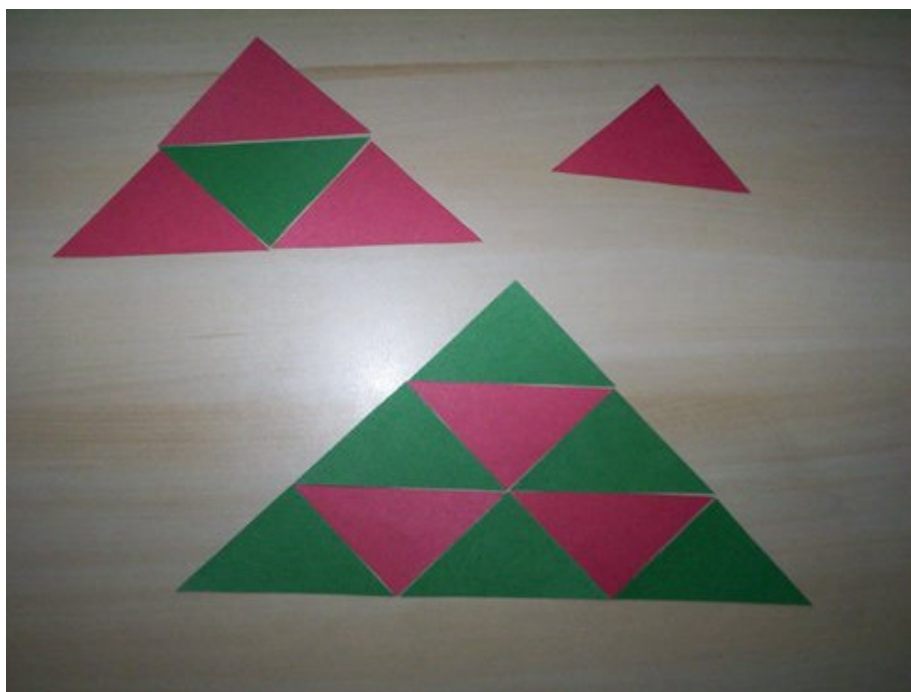
2.3. Fotos dos modelos



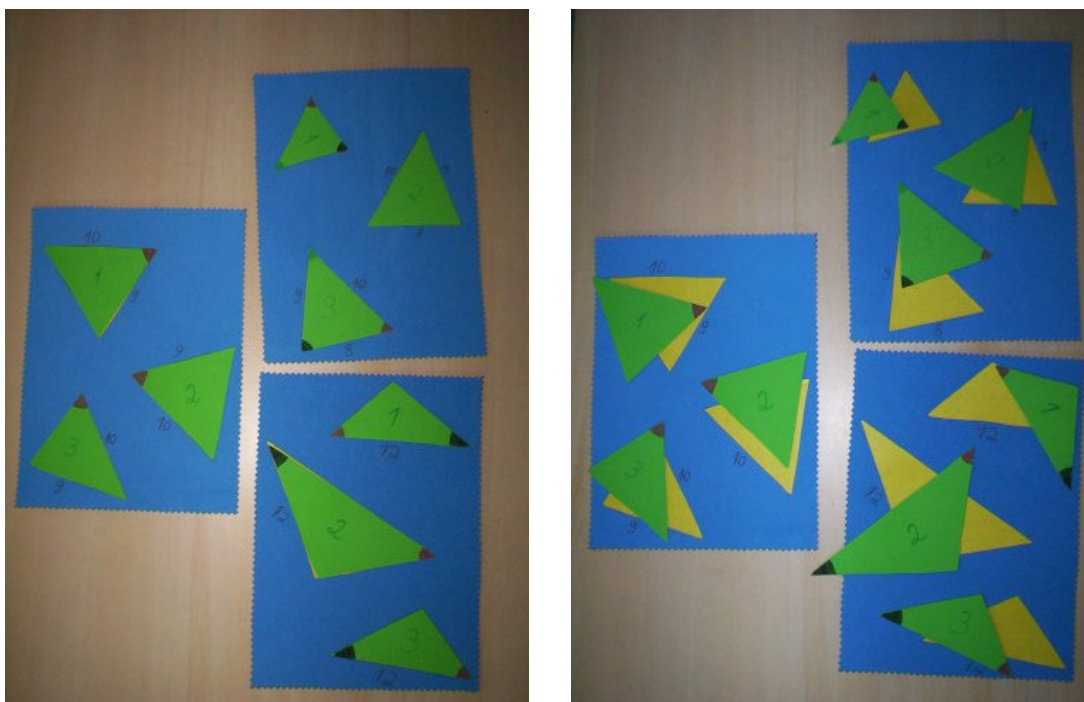
Modelo 1 – Modelo utilizado na atividade 1.



Modelo 2 – Modelo utilizado na atividade 2.



Modelo 3 – Modelo construído na atividade 4.



Modelo 4 – Modelo utilizado na atividade 5.

2.4. Resultados e dificuldades encontradas

Um problema encontrado nos alunos foi a não aprendizagem de conteúdos anteriores. Muitos não sabiam montar equações do primeiro grau, tinham dificuldades com operações de adição, multiplicação, propriedades distributivas, radiciação, potenciação e, como consequência, equações do segundo grau. Também foi preciso exercitar e relembrar, a diferença entre retas paralelas e perpendiculares, maneira de utilizar a régua, medir distâncias, traçar alturas, encontrar lados correspondentes entre figuras geométricas, etc.

Foi observado também a não utilização da nomenclatura matemática pelos alunos dificultando na aquisição de novos conhecimentos. Como exemplo, alguns alunos não conseguiam explicar os casos de congruência entre os triângulos na atividade 5 apresentada, devido não se referirem a ângulos, lados e vértices do triângulo, usavam adjetivos como “esse bagulho”. Foi necessário introduzir e exercitar as notações como: \hat{A} para o ângulo do vértice A e \overline{AB} para o segmento de extremidades A e B.

Os alunos apresentaram grande dificuldade de interpretação de texto nos exercícios propostos. Era preciso insistir que lessem os exercícios várias vezes, para que pudessem interpretá-los e resolvê-los.

Nas aulas do laboratório de informática, os alunos mostraram um grande interesse em aprender utilizando o computador. Não se limitavam em fazer apenas a atividade proposta, queriam aprender mais, buscavam um maior conhecimento e muitas vezes, encontravam caminhos diferentes para obter os mesmos resultados.

RENDIMENTO DE CADA TURMA		
SÉRIE	RENDIMENTO	CÁLCULO DO RENDIMENTO
7 ^a A	90 %	O aluno foi avaliado toda aula, através do seu desempenho nas atividades experimentais ou através dos exercícios propostos. A média do aluno foi calculada pela divisão da soma das notas de cada aula pelo número de aulas, e a média da turma, pela divisão da soma das médias de cada aluno pelo número de alunos da sala.
7 ^a B	80 %	
7 ^a C	80 %	
7 ^a D	60 %	
8 ^a A	80 %	
8 ^a B	70 %	
8 ^a C	65 %	

As classes eram bem heterogêneas, onde cada aluno tinha o seu tempo de raciocínio, compreensão e execução das atividades. Mesmo assim, com o empenho de cada um, foi possível deduzirem sozinhos certas propriedades matemáticas. Vale ressaltar que foi preciso aproximadamente um mês para que os alunos se acostumassem com a metodologia proposta no projeto, pois não haviam trabalhado desta forma até o momento. No entanto, a maioria

demonstrou entusiasmo com o projeto. Inicialmente mostraram uma certa insegurança para perguntar ou responder algo, além do receio para trabalhar com o computador. Os alunos foram motivados pelos estagiários, os quais valorizaram cada resposta do aluno, as vezes incorretas, estimulando a criatividade, auto-confiança e valorização de cada um, indistintamente.

3. CONCLUSÕES

É preciso que cada professor se conscientize de que sua metodologia de ensino necessita de inovações e adaptações de acordo com o local e época em que se ensina. Este trabalho apresentou uma metodologia para o ensino de geometria que pode auxiliar os professores em suas aulas.

O estudo da geometria, partindo de atividades experimentais, contribuiu significativamente para o aprendizado dos alunos, através de construções de modelos concretos e descobertas. Através destas atividades novos conceitos foram introduzidos utilizando conhecimentos anteriores.

O desenvolvimento do projeto possibilitou a realização de um trabalho em sala de aula, no qual o aluno participou efetivamente, amenizando suas dificuldades na visualização geométrica e estimulando-o a deduzir propriedades matemáticas. A significativa participação dos alunos nas atividades propostas foi uma experiência desafiadora e gratificante para todos os participantes do projeto. Outros projetos desta natureza devem ser desenvolvidos para intervir na realidade das escolas.

4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BARBOSA, J. L. M. *Geometria Euclidiana Plana*. Coleção do Professor de Matemática. Sociedade Brasileira de Matemática, 2004.
- BIGODE, A. J. L. *Matemática Hoje é Feita Assim*. FTD, 2002.
- GIOVANNI, J. R., CASTRUCCI, B. & GIOVANNI JR, J.R. *A Conquista da Matemática*. FTD, 1996.
- IMENES, JAKUBO, LELLIS. Coleção: Para que serve Matemática? *Semelhança*. Atual, 1992.
- LINDQUIST, M. M. & SHULTE, A. P. *Aprendendo e Ensinando a Geometria*. Atual, 1998.
- Ramos, L.F. Coleção: A Descoberta da Matemática. Ática, 1999.
- Secretaria de Estado da Educação - São Paulo. *Experiências Matemáticas – 7ª Série e 8ª Série*. São Paulo: SE/CENP, 1998.
- Secretaria de Estado da Educação – São Paulo. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. Proposta Curricular para o Ensino de Matemática. São Paulo: SE/CENP, 1988.