MAE224 - Probabilidade II
LISTA 11 - CLASSE
Prof. Vanderlei C. Bueno

1. Seja $X_1, X_2, ..., X_{99}$ uma amostra aleatória da distribuição de Weibull $F(x) = 1 - \exp[-(\lambda x)^2], x \geq 0$ para um parâmetro $\lambda > 0$ e seja ξ_M a mediana de F.

   Baseado na mediana amostral $\widehat{\xi_M}$, encontre um intervalo de confiança com $0,95$ de confiança para λ.

   Obs: Teorema:

   Sejam $X_1, X_2, ..., X_n$ variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuidas definidas em um espaço de probabilidade $(\Omega, \Im, P)$ com função de distribuição F e função densidade de probabilidade $f(x)$ tal que $f(\zeta_p) > 0$. Então
   $$\lim_{n\to\infty} P(\frac{\sqrt{n}(X_{(n;k)} - \zeta_p)}{\gamma} \leq x) = P(Z \leq x)$$
   onde $\gamma^2 = \frac{p(1-p)}{f(\zeta_p)^2}$.

2. Seja $(X_n)_{n\geq 1}$ uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuidas a X que tem função densidade de probabilidade
   $$f(x) = \frac{1}{2}\lambda e^{-\lambda|x|}, \quad -\infty < x < \infty$$
   a) Qual o 0,75 quantil (ξ_p) de X? Calcule $f(\xi_p)$.

   b) Sabe-se que
   $$\sqrt{n}(X_{n:k} - \xi_p) \to N(0, \frac{p(1-p)}{f(\xi_p)^2})$$
   em distribuição quando $n \to \infty$, $k = [np]$.

   Usando este resultado construir um intervalo de confiança, com coeficiente de confiança de 0,95, para o parâmetro λ.

3. No exercício anterior, qual a mediana ξ_M de X? Usando o mesmo resultado assintótico para a mediana, voce rejeitaria a hipótese de $\lambda = 1$ contra a alternativa $\lambda \neq 1$ ao nível de $0,05$ de significância baseado em uma amostra aleatória de tamanho 21, a saber
   $$1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 21.$$

4.