Modelo Schumpeteriano de Crescimento

Mauro Rodrigues

Junho de 2013

Introdução

- Crescimento sustentado em vários países do mundo
- Modelo neoclássico de crescimento (Solow, Cass-Koopmans):
    - Retornos marginais decrescentes
    - Crescimento de longo prazo gerado por progresso técnico (exógeno)
- Modelos de crescimento endógeno seguem duas linhas:
    - Induzir retornos marginais constantes, ou;
    - Explicar progresso técnico (modelar produção de tecnologia)

Introdução

- Decomposições de crescimento:

$$Y_t = K_t^{\alpha}(A_t H_t)^{1-\alpha}$$

- Capital físico e humano não são suficientes para explicar boa parte da variação do produto no tempo em diversos países
- Favorece a ideia de modelar progresso técnico
- Dois modelos principais:
  - Variedade de produtos (Romer, 1990): inovação horizontal
  - Modelo Schumpeteriano: inovação vertical

Introdução

- Modelo Schumpeteriano:
  - Gama de produtos está fixa
  - Dentro de cada mercado, há um incumbente e potenciais entrantes (empreendedores)
  - Empreendedores estão engajados na atividade de pesquisa e desenvolvimento (P&D), com vistas a desenvolver uma versão de melhor qualidade do produto (escada de qualidade)
  - Se pesquisa tem sucesso, empreendedor "rouba" mercado do incumbente, e se torna monopolista (destruição criativa)
- Atividade de inovação responde a estímulos de mercado

Referências

- Modelo simples: Aghion & Howitt (2009). "The Economics of Growth", cap.4
- Modelo completo: Acemoglu (2009). "Introduction to Modern Economic Growth", cap.14

Modelo simples

- Modelo estático
- Há um bem final, produzido com trabalho e um bem intermediário (máquina):

$$Y_t = \frac{1}{1-\beta}(A_t L_t)^{\beta} x_t^{1-\beta}$$

- Bem final é numerário; concorrência perfeita
- Condição de primeira ordem em relação ao intermediário:

$$p_t = x_t^{-\beta}(A_t L)^{\beta}$$

- Quantidade de trabalho é fixa e igual a L (escala)

Modelo simples

- Bem intermediário é produzido por um monopolista; custo marginal constante igual a $\psi = 1 - \beta$

$$\pi_t = \max_{p_t, x_t} \{ p_t x_t - \psi x_t : p_t = x_t^{-\beta} (A_t L)^\beta \}$$

$$\max_{x_t} \{ x_t^{1-\beta} (A_t L)^\beta - \psi x_t \}$$

- Condição de primeira ordem:

$$\begin{aligned}
(1-\beta) x_t^{-\beta} (A_t L)^\beta &= \psi \\
p_t &= \frac{\psi}{1-\beta} = 1 \\
x_t &= A_t L \\
\pi_t &= \beta A_t L
\end{aligned}$$

Modelo simples

- Há um empreendedor, que realiza P&D com vistas a elevar a produtividade de seu insumo A_t, e assim "roubar" mercado do monopolista
- Se pesquisa tem sucesso, então $A_t = A_t^* = \lambda A_{t-1}$, $\lambda > 1$ e $\pi_t^* = \beta A_t^* L$
- Caso contrário, $A_t = A_{t-1}$ e lucro é zero
- Custo marginal da pesquisa é igual a 1
- Quanto mais gasta em pesquisa, maior a probabilidade de inovar:

$$P_t = \phi(R_t / A_t^*), \quad \phi'(\cdot) > 0, \quad \phi''(\cdot) < 0$$

Modelo simples

- Problema do empreendedor:

$$\max_{R_t} P_t \pi_t^* - R_t = \phi(R_t / A_t^*) \beta A_t^* L - R_t$$

- Condição de primeira ordem:

$$\phi'(R_t / A_t^*) = \frac{1}{\beta L}$$

- Determinar R/A^* implicitamente, e portanto $P = \phi(R/A^*)$

Modelo simples

- Produto final:

$$Y_t = \frac{1}{1-\beta} A_t L$$

- Taxa de crescimento:

$$g_t = \frac{A_t - A_{t-1}}{A_{t-1}} = \begin{cases} 0, \text{ se pesquisa fracassa} \\ \lambda - 1, \text{ se pesquisa tem sucesso} \end{cases}$$

- Taxa de crescimento média:

$$E(g) = P(\lambda - 1), \text{ em que } P = \phi(R/A^*)$$

- Quanto maiores L ou λ, maior a taxa de crescimento

Modelo completo

- Tempo contínuo
- Firmas incumbentes
  - Monopolistas; geram produto de qualidade q
- Empreendedores
  - Realizam esforço de inovação para elevar qualidade q
  - Benefício: substituir monopolista (destruição criativa)
- Consumidores
  - Trabalham e fornecem fatores às firmas
  - Consomem e poupam

Estrutura de produção

- Há um único produto final, que pode ser utilizado para consumo, gasto em máquinas e gastos com P&D (inovação):

$$C_t + X_t + Z_t = Y_t$$

- Y_t é o numerário desta economia
- Bem final é gerado utilizando um conjunto de máquinas diferenciadas e trabalho
- Há um contínuo de setores intermediários $v \in [0, 1]$, cada um produzindo uma máquina para ser usada na produção do bem final
- Qualidade da máquina varia no tempo como resultado de inovação

Estrutura de produção

- Bem Final:

$$Y_t = \frac{1}{1-\beta}\left[\int_0^1 q_t(v)x_t(v\,|q)^{1-\beta}dv\right]L_t^{\beta}$$

- $q_t(v)$: qualidade da máquina mais moderna do setor v
- $x_t(v\,|q)$: quantidade da máquina de qualidade q, do setor v
- $L_t = L$: trabalho (em oferta inelástica); denota escala
- Concorrência perfeita

Demanda pelo intermediário

- Problema do produtor do bem final:

$$\max_{\{x_t(v|q)\},L_t} Y_t - \int_0^1 p_t(v|q)x_t(v|q)dv - w_t L_t$$

- Condições de primeira ordem:

$$\begin{aligned} p_t(v|q) &= q_t(v)x_t(v|q)^{-\beta}L^{\beta} \\ w_t &= \frac{\beta}{1-\beta}\left[\int_0^1 q_t(v)x_t(v|q)^{1-\beta}dv\right]L^{\beta-1} \end{aligned}$$

Incumbente

- Em cada setor v, há um incumbente (com tecnologia mais moderna); monopolista
- Para produzir máquina, paga custo marginal $\psi q_t(v)$, em unidades do bem final (máquinas modernas são mais caras); normalize $\psi = 1 - \beta$
- Problema do monopolista

$$\pi_t(v \mid q) = \max_{p_t(v|q),x_t(v|q)} p_t(v \mid q)x_t(v \mid q) - \psi q_t(v)x_t(v \mid q)$$

sujeito a:

$$p_t(v \mid q) = q_t(v)x_t(v \mid q)^{-\beta}L^{\beta}$$

Incumbente

$$\pi_t(v\,|q\,) = \max_{x_t(v|q\,)} q_t(v)x_t(v\,|q\,)^{1-\beta}L^{\beta} - \psi q_t(v)x_t(v\,|q\,)$$

- Condição de primeira ordem:

$$\begin{aligned}(1-\beta)q_t(v)x_t(v\,|q\,)^{1-\beta}L^{\beta} &= \psi q_t(v)\\ p_t(v\,|q\,) &= \frac{\psi}{1-\beta}q_t(v) = q_t(v)\end{aligned}$$

- Portanto:

$$\begin{aligned}x_t(v\,|q\,) &= L\\ \pi_t(v\,|q\,) &= \beta q_t(v)L\end{aligned}$$

Agregado

$$Y_t = \frac{1}{1-\beta}\left[\int_0^1 q_t(v)x_t(v\,|q)^{1-\beta}dv\right]L^\beta = \frac{1}{1-\beta}Q_t L$$

- Em que

$$Q_t = \int_0^1 q_t(v)dv$$

- Ou seja, produto agregado cresce em função da qualidade média Q_t
- Q_t não é estocástico (ainda que $q_t(v)$ seja) por conta da Lei dos Grandes Números

Agregado

- Qualidade média pode ser entendida como produtividade agregada
- Salário:

$$w_t = \frac{\beta}{1-\beta} Q_t$$

- Gasto com máquinas:

$$X_t = (1-\beta) Q_t L$$

Inovação

- Potenciais entrantes realizam P&D, com vistas a elevar a qualidade da máquina e "roubar" mercado do incumbente
- Se uma firma no setor v investe $Z_t(v)$ unidades do bem final em P&D, então sua chance de inovação (por unidade de tempo) é:

$$\frac{\eta Z_t(v)}{q_t(v)}$$

- Quanto maior a qualidade atual da máquina, mais difícil inovar
- Caso inovação obtenha sucesso, qualidade da máquina aumenta em $\lambda > 1$ e inovador torna-se monopolista
- Qualidade da máquina em t:

$$q_t(v) = \lambda^{n_t(v)} q_0(v)$$

Inovação

- Incentivos a inovar são dados pela perspectivas de lucros advindos do monopólio
- Valor presente dos lucros esperados de um monopolista com qualidade $q_t(v)$

$$r_t V_t(v\,|q) = \pi_t(v\,|q) + \dot{V}_t(v\,|q) - z_t(v\,|q)\,V_t(v\,|q)$$

- $z_t(v\,|q)$: chance de uma inovação ocorrer (por unidade de tempo)
- Como não há incerteza no agregado, consumidores importam-se com o valor presente esperado das firmas

Inovação

- Livre entrada de inovadores
- Suponha que a qualidade atual da máquina seja q/λ
  - Investir uma unidade de produto gera uma chance de inovação igual a $\eta/(q/\lambda)$
  - Valor esperado $= V_t(v\,|q\,)\eta/(q/\lambda)$
  - Custo (em termos de produto final) $= 1$
- Portanto, livre entrada implica que:

$$V_t(v\,|q\,) = \frac{q_t(v)}{\eta\lambda}$$

Consumidores

- Idênticos; vivem para sempre; medida 1
- Preferência:

$$U_0 = \int_0^\infty e^{-\rho t} \frac{C_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta} dt$$

- Poupam em um título que provê uma taxa de juros r_t (igual ao retorno das firmas)
- Equação de Euler:

$$\frac{\dot{C}_t}{C_t} = \frac{r_t - \rho}{\theta}$$

Trajetória de crescimento balanceado (BGP)

- Em um BGP, produto, consumo e qualidade média crescem a taxas constantes:

$$g^* = \frac{\dot{C}_t}{C_t} = \frac{\dot{Y}_t}{Y_t} = \frac{\dot{Q}_t}{Q_t}$$

- Da equação de Euler, $r^* = \theta g^* + \rho$; chance de inovação constante $= z^*$
- Livre entrada:

$$V_t(v\,|q) = \frac{q_t(v)}{\eta\lambda}$$

Como $q_t(v)$ não muda no tempo (monopolista não inova), $\dot{V}_t(v\,|q) = 0$. Portanto, da função valor do monopolista:

$$V_t(v\,|q) = \frac{\pi_t(v\,|q)}{r^* + z^*} = \frac{\beta q_t(v) L}{r^* + z^*}$$

Trajetória de crescimento balanceado (BGP)

$$V_t(v\,|q) = \frac{q_t(v)}{\eta\lambda} = \frac{\beta q_t(v)L}{r^* + z^*}$$

Portanto:

$$\begin{aligned} r^* + z^* &= \beta\eta\lambda L \\ z^* &= \beta\eta\lambda L - \theta g^* - \rho \end{aligned}$$

Trajetória de crescimento balanceado (BGP)

- Evolução da qualidade média:

$$
\begin{aligned}
Q_{t+\Delta t} &= \int_{0}^{z^*\Delta t} \lambda q_t(v)dv + \int_{z^*\Delta t}^{1} q_t(v)dv \\
&= \left[\lambda z^*\Delta t + (1 - z^*\Delta t)\right] Q_t \\
\frac{(Q_{t+\Delta t} - Q_t)/\Delta t}{Q_t} &= z^*(\lambda - 1)
\end{aligned}
$$

- Com $\Delta t \rightarrow 0$:

$$
g^* = \frac{\dot{Q}_t}{Q_t} = z^*(\lambda - 1)
$$

Taxa de crescimento de equilíbrio

$$g^* = z^*(\lambda - 1) = (\beta\eta\lambda L - \theta g^* - \rho)(\lambda - 1)$$

- Portanto:
$$g^* = \frac{\beta\eta\lambda L - \rho}{\theta + (\lambda - 1)^{-1}}$$
- Se $\rho < \beta\eta\lambda L$: taxas de inovação e de crescimento são positivas

Discussão

- Quanto maiores ρ e θ, menor a taxa de crescimento
- Efeito escala:
  - Quanto maior o tamanho do mercado L, maior a taxa de crescimento
- Imposto sobre P&D:
  - Reduz atividade de pesquisa e portanto taxa de crescimento
  - Eleva lucro dos incumbentes
  - Economia política

Discussão

- Política antitruste:
    - Reduz markups e eleva produção de incumbentes
    - Reduz lucro e desincentiva pesquisa (menor taxa de crescimento)
    - Nível versus taxa
- Efeito escala: elevação de atividade de P&D, sem aparente reflexo nas taxas de creascimento de países ricos
- Introdução de inovação horizontal (a la Romer) permite eliminar esse efeito:
    - Mercado maior aumenta gama de produtos (máquinas)
    - Demanda adicional é diluída entre um número maior de produtos
    - Efeito de escala sobre o nível da renda per capita, e não taxa de crescimento