Capítulo 26 do Tipler (6ª edição)
O Campo Magnético

Há mais de 2000 anos que o homem tem conhecimento da existência de forças magnéticas, embora não soubessem sua origem ou propriedades.

Ao longo dos séculos, observaram que cada ímã, de qualquer formato, tem dois polos e que polos iguais de dois ímãs se repelem e que polos opostos se atraem.

Esses polos são chamados de polo norte e polo sul, por terem descoberto que a Terra é um ímã natural que tem polos magnéticos próximos aos polos norte e sul geográficos.

Como o polo norte da agulha de uma bússola aponta para o polo sul de um dado ímã, o que chamamos de polo norte da Terra é, de fato, um polo sul magnético!

Apesar das cargas elétricas e dos polos magnéticos
serem similares em muitos aspectos,
há uma diferença importante:
polos magnéticos sempre ocorrem aos pares.

Quando um ímã é quebrado ao meio, surgem polos iguais e opostos
em cada lado do ponto de quebra.
O resultado é dois ímãs, cada um com um polo norte e um polo sul.

26-1 A força exercida por um campo magnético

A existência de um campo magnético em algum ponto do espaço pode ser demonstrada usando uma bússola.

Se há um campo magnético, a agulha se alinhará na direção e sentido do campo (ou de uma componente do campo).

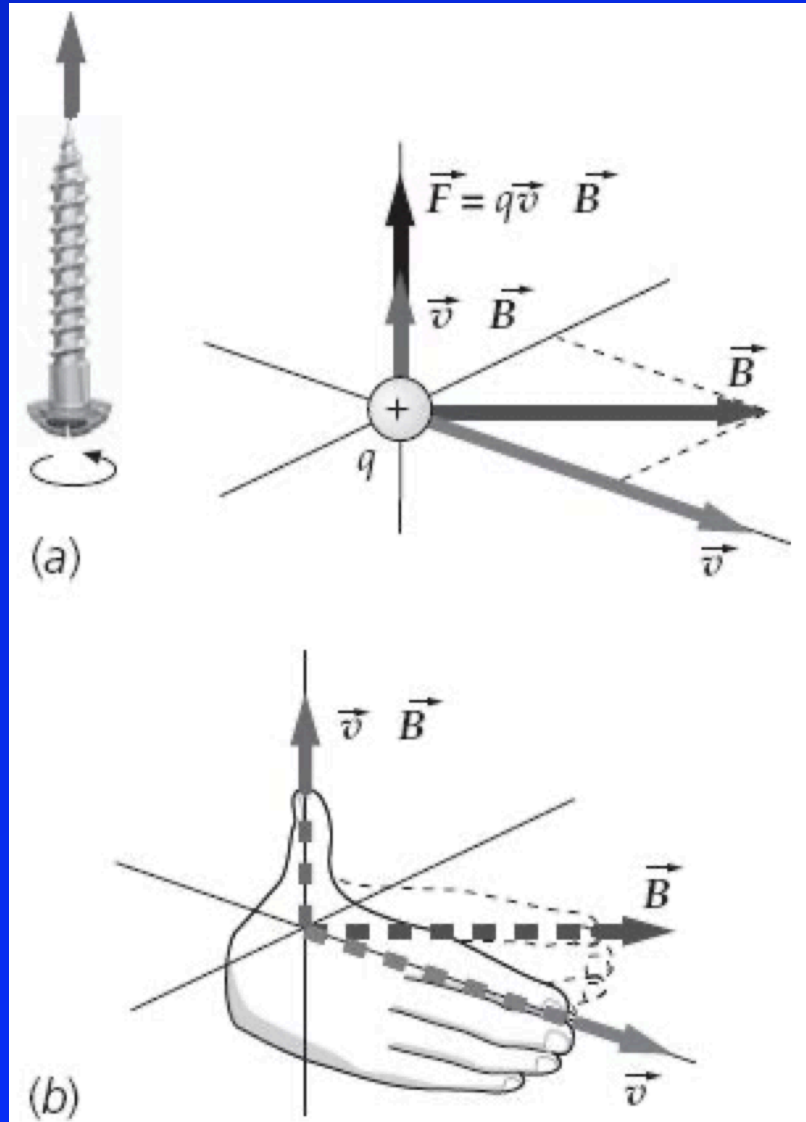
**É observado experimentalmente que,
quando uma partícula de carga q e velocidade $\vec{v}$
está em uma região com um campo magnético $\vec{B}$,
uma força $\vec{F}$ é exercida na partícula que é proporcional a q, v, B e ao seno do ângulo entre as direções de $\vec{v}$ e $\vec{B}$, com direção perpendicular à velocidade e ao campo magnético.
Assim, podemos escrever**

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

O produto vetorial presente nessa equação

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

tem módulo $F = qvB\sin\theta$,
sendo θ o ângulo entre $\vec{v}$ e $\vec{B}$,
e a direção e sentido do vetor resultante será dada pela regra da mão direita ou regra similar,
como indica a figura.

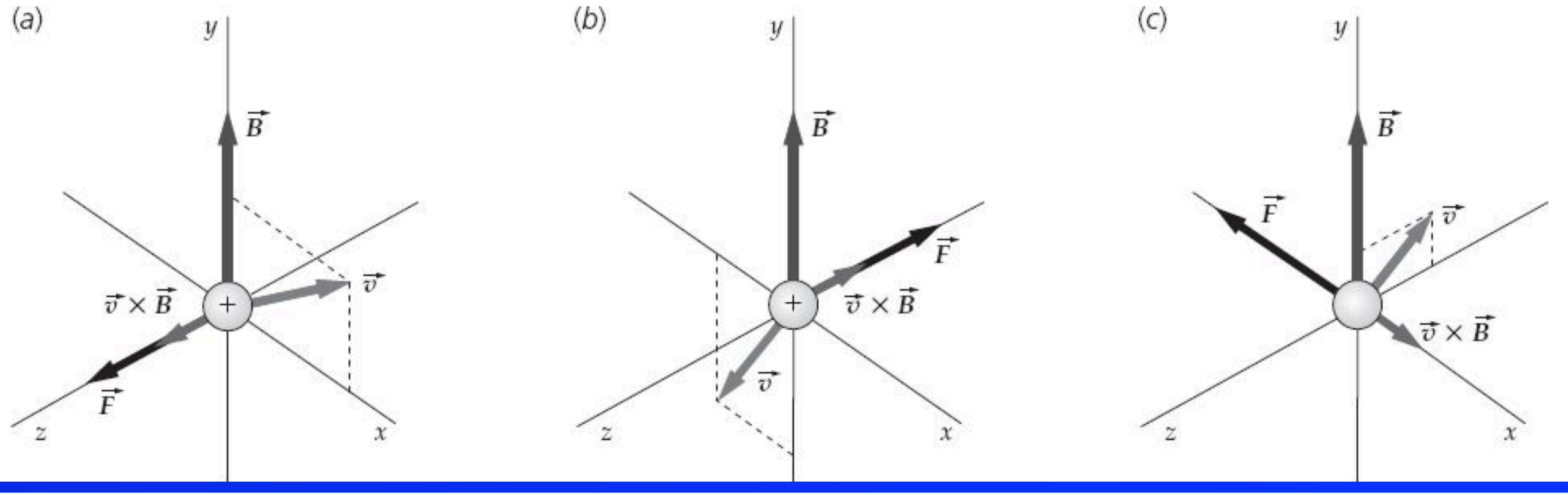


(a) O produto vetorial $\vec{v} \times \vec{B}$ é perpendicular a $\vec{v}$ e a $\vec{B}$ e está na direção e sentido do avanço do aperto de um parafuso se girado para levar $\vec{v}$ até $\vec{B}$.

(b) Se os dedos da mão direita estão na direção de $\vec{v}$ e são dobrados em direção a $\vec{B}$, o polegar aponta na direção e sentido de $\vec{v} \times \vec{B}$.

Se q é positivo, então $\vec{F}$ está no mesmo sentido de $\vec{v} \times \vec{B}$.
Se q é negativo, então $\vec{F}$ está no sentido oposto ao de $\vec{v} \times \vec{B}$.
Nas figuras temos exemplos da direção e sentido das forças exercidas em partículas carregadas em movimento quando um vetor campo magnético $\vec{B}$ está na direção vertical.

Nas figuras (a) e (b) temos a direção e o sentido da força magnética $\vec{F}$ em uma partícula com carga positiva movendo-se com velocidade $\vec{v}$ em um campo magnético $\vec{B}$.
Na figura (c), temos o caso de uma partícula com carga negativa.



A equação

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

define o campo magnético $\vec{B}$ em termos da força $\vec{F}$ exercida em uma partícula carregada em movimento.

A unidade do campo magnético no SI é o tesla (T).

Uma partícula que tem uma carga de 1 C e
está em movimento com uma velocidade de 1 m/s,
perpendicular ao campo magnético $\vec{B}$ de 1 T,
experimenta uma força de 1 N

$$1\,\mathrm{T} = 1\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C \cdot m/s}} = 1\,\mathrm{N/(A \cdot m)}$$

O tesla é uma unidade muito grande.
Por exemplo, a intensidade do campo magnético na superfície da Terra é um pouco menor que 10^{-4} T.
As intensidades de campos magnéticos nas proximidades de ímãs permanentes potentes são de aproximadamente 0,1 T a 0,5 T, e eletroímãs potentes de laboratório ou industriais produzem campos de 1 T a 2 T.

Uma unidade geralmente usada, derivada do sistema CGS, é o gauss (G), que está relacionado como

$$1\ \mathrm{G} = 10^{-4}\ \mathrm{T}$$

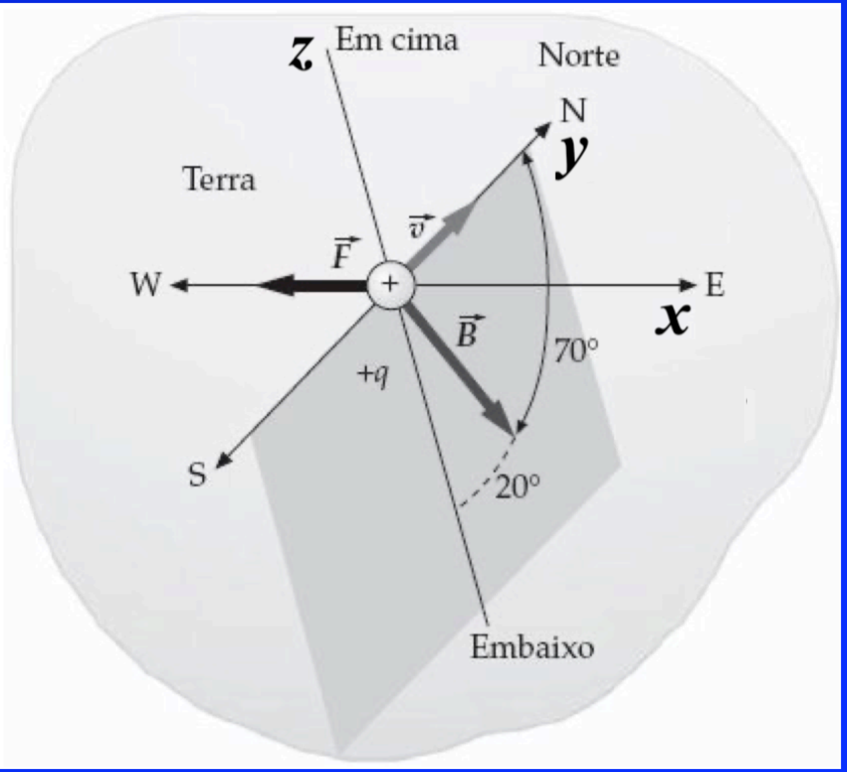
Um equipamento de ressonância magnética tem normalmente 3 T de intensidade de campo, isso chega a ser perigoso!

Exemplo 26-1 Força em um próton indo para o norte

A intensidade do campo magnético da Terra é medida em um ponto na superfície, tem o valor de aproximadamente 0,6 G e está inclinado para baixo no hemisfério norte, fazendo um ângulo de aproximadamente 70º com a horizontal, como mostra a figura.

Um próton ($q = +e$) está se movendo horizontalmente em direção ao norte com velocidade $v = 1{,}0 \times 10^7$ m/s. Calcule a força magnética no próton (a) usando $F = qvB\sin\theta$ e (b) expressando $\vec{v}$ e $\vec{B}$ em termos dos versores $\hat{\imath}$, $\hat{\jmath}$ e $\hat{k}$, calcule

$$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$$



Consideremos que o eixo x está na direção oeste/leste, o eixo y está na direção sul/norte, e a direção z aponta verticalmente para cima.

(a)

$$\begin{aligned} F &= qvB \,\text{sen}\, 70° \\ &= (1{,}6 \times 10^{-19}\,\text{C})(10 \times 10^{6}\,\text{m/s})(0{,}6 \times 10^{-4}\,\text{T})(0{,}94) \\ &= \boxed{9{,}0 \times 10^{-17}\,\text{N}} \end{aligned}$$

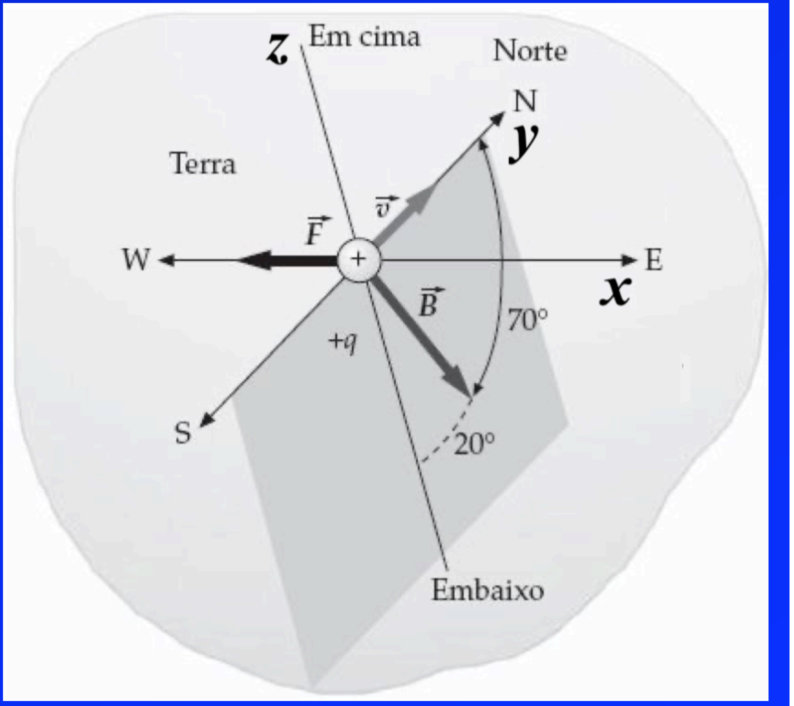
(b)

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\vec{v} = v_y \hat{j}$$
$$\vec{B} = B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

$$\begin{aligned} \vec{F} &= q\vec{v} \times \vec{B} = q(v_y \hat{j}) \times (B_y \hat{j} + B_z \hat{k}) \\ &= qv_y B_y (\hat{j} \times \hat{j}) + qv_y B_z (\hat{j} \times \hat{k}) = -qv_y B_z \hat{i} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{F} &= qv(-B \,\text{sen}\theta)\hat{i} \\ &= -(1{,}6 \times 10^{-19}\text{C})(10^{7}\,\text{m/s})(0{,}6 \times 10^{-4}\,\text{T})\text{sen}\,70°\,\hat{i} \\ &= \boxed{-9{,}0 \times 10^{-17}\,\text{N}\hat{i}} \end{aligned}$$

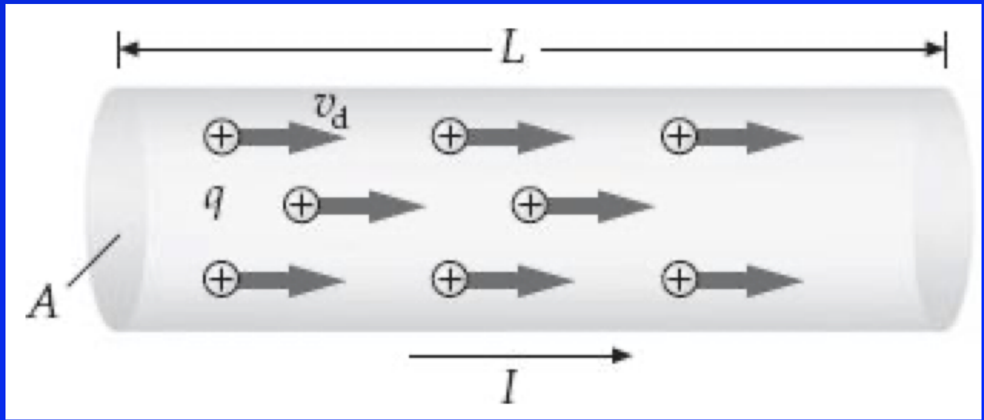


Veremos agora a força magnética em um segmento de fio conduzindo corrente em um campo magnético.

A figura mostra um pequeno segmento de fio que tem seção transversal A, comprimento L e corrente I.

Se o fio está em um campo magnético $\vec{B}$, a força magnética em cada carga é $q\vec{v}_d \times \vec{B}$, onde $\vec{v}_d$ é a velocidade de deriva dos portadores de carga. O número de cargas no segmento de fio é o número $N = nAL$. Portanto, a força total no segmento de fio é

$$\vec{F} = (q\vec{v}_d \times \vec{B})nAL$$



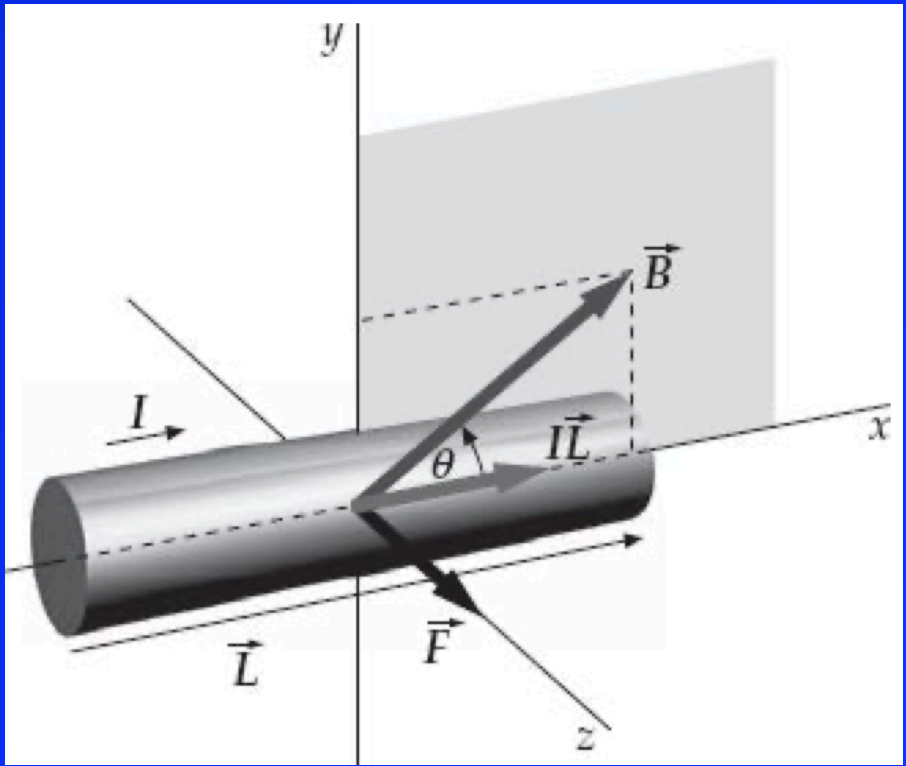
Assim, a força magnética em um segmento de fio conduzindo corrente em um campo magnético é

$$\vec{F} = (q\vec{v}_d \times \vec{B})nAL$$

Mas, a corrente I no fio é $I = nqv_d A$ assim $\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$

onde $\vec{L}$ é o vetor cujo módulo é o comprimento do segmento e cuja direção e sentido são os mesmos da corrente (mais precisamente, do vetor densidade de corrente $\vec{j}$).

Então esta é a força magnética em um segmento de foi retilíneo conduzindo corrente, mediante a presença de um campo magnético que é uniforme ao longo de $\vec{L}$.



Essa equação

$$\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$$

pode ser generalizada para um fio de formato arbitrário em qualquer campo magnético.

Basta escolhemos um segmento de fio diferencial, com comprimento $d\vec{\ell}$, e escrevemos a força neste segmento como $d\vec{F}$, assim

$$d\vec{F} = I\, d\vec{\ell} \times \vec{B}$$

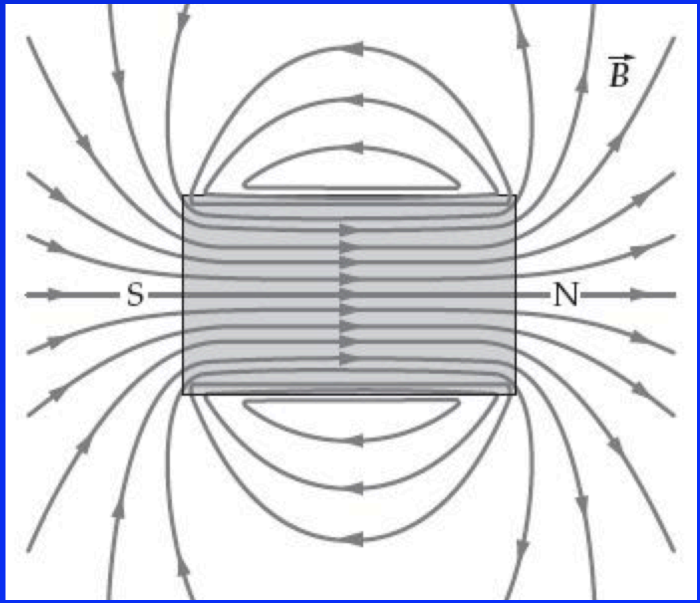
onde $\vec{B}$ é o vetor campo magnético na posição do segmento $d\vec{\ell}$ e $Id\vec{\ell}$ é dito elemento de corrente.

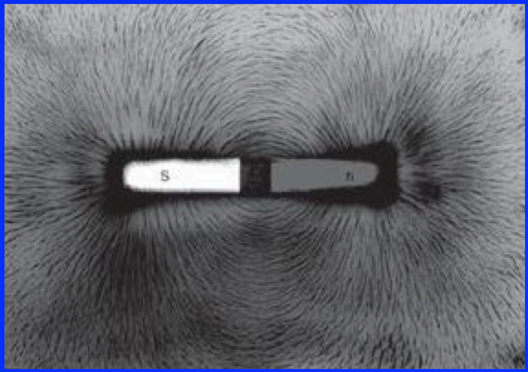
Dessa forma, podemos ter a força magnética total no fio integrando essa equação ao longo do segmento de interesse do fio.

Linhas de campo magnético

Assim como o campo elétrico $\vec{E}$ pode ser representado por linhas de campo elétrico, o campo magnético $\vec{B}$ pode ser representado por linhas de campo magnético.

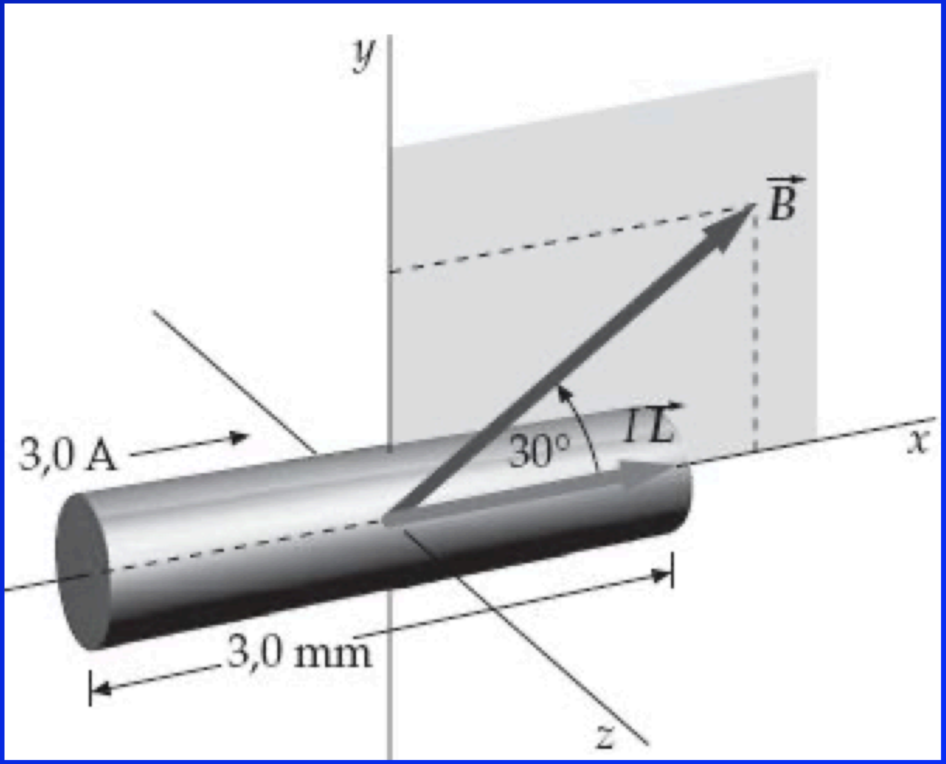
Em ambos os casos,
a direção do campo está indicada pela direção das linhas de campo e o módulo do campo é indicado pela densidade das linhas na superfície perpendicular a elas.
A figura mostra as linhas de campo magnético de um ímã em barra.
As linhas emergem do polo norte e entram no polo sul,
mas elas não têm começo nem fim.
Elas sempre formam caminhos fechados.





Exemplo 26-2 Força em um fio retilíneo

Um segmento de fio de 3,0 mm de comprimento conduz uma corrente de 3,0 A na direção +*x*. Ele está em um campo magnético de magnitude 0,020 T que está no plano *xy* e faz um ângulo de 30º com a direção +*x*, como mostrado na figura. Qual é a força magnética exercida no segmento de fio?

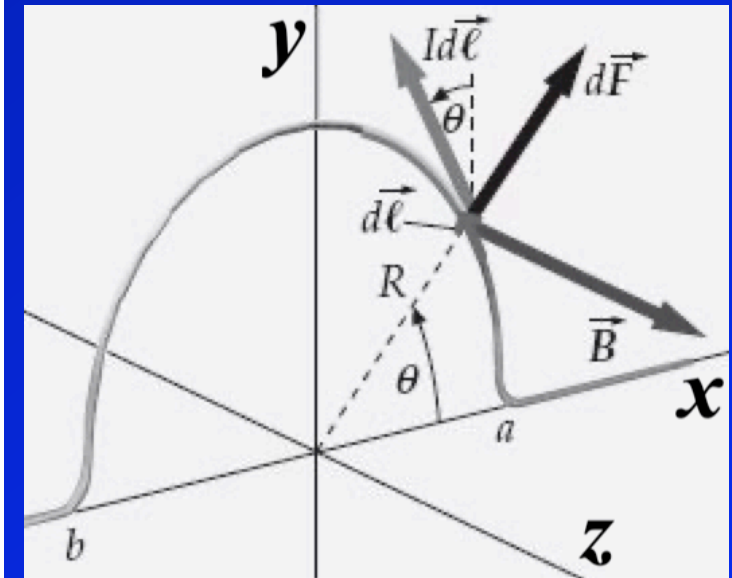


$$\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B} = ILB \operatorname{sen} 30^\circ \,\hat{k}$$
$$= (3{,}0\ \mathrm{A})(0{,}0030\ \mathrm{m})(0{,}020\ \mathrm{T})(\operatorname{sen} 30^\circ)\hat{k}$$
$$= \boxed{9{,}0 \times 10^{-5}\ \mathrm{N}\hat{k}}$$

A força é perpendicular ao fio, como esperado.

Exemplo 26-3 Força em um fio curvo

Um fio formando um semicírculo de raio R está no plano xy. Ele conduz uma corrente I do ponto a ao ponto b, como mostra a figura. Nesta região há um campo magnético uniforme $\vec{B} = B\hat{k}$ que é perpendicular ao plano do semicírculo. Determine a força magnética exercida na seção semicircular do fio.



Sabemos que $d\vec{F} = I\, d\vec{\ell} \times \vec{B}$

tomando $d\vec{\ell} = -d\ell \operatorname{sen}\theta\, \hat{i} + d\ell \cos\theta\, \hat{j}$

temos
$$\begin{aligned} d\vec{F} &= I\, d\vec{\ell} \times \vec{B} \\ &= I(-R\operatorname{sen}\theta\, d\theta\,\hat{i} + R\cos\theta\, d\theta\,\hat{j}) \times B\hat{k} \\ &= IRB\operatorname{sen}\theta\, d\theta\,\hat{j} + IRB\cos\theta\, d\theta\,\hat{i} \end{aligned}$$

assim
$$\begin{aligned} \vec{F} &= \int d\vec{F} = IRB\hat{i}\int_0^{\pi}\cos\theta\, d\theta + IRB\hat{j}\int_0^{\pi}\operatorname{sen}\theta\, d\theta \\ &= IRB\hat{i}(0) + IRB\hat{j}(2) = \boxed{2IRB\hat{j}} \end{aligned}$$

26-2 Movimento de uma carga puntiforme em um campo magnético

Como vimos

$$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

A força magnética varia a direção da velocidade $\vec{v}$,
mas não seu módulo.

Forças magnéticas não realizam trabalho nas partículas e não variam a energia cinética delas,

pois $dW = \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$ **e** $d\vec{\ell} \perp \vec{F}$,

pois $\vec{v} \perp \vec{F}$ **e** $\vec{v} = \frac{d\vec{\ell}}{dt}$.

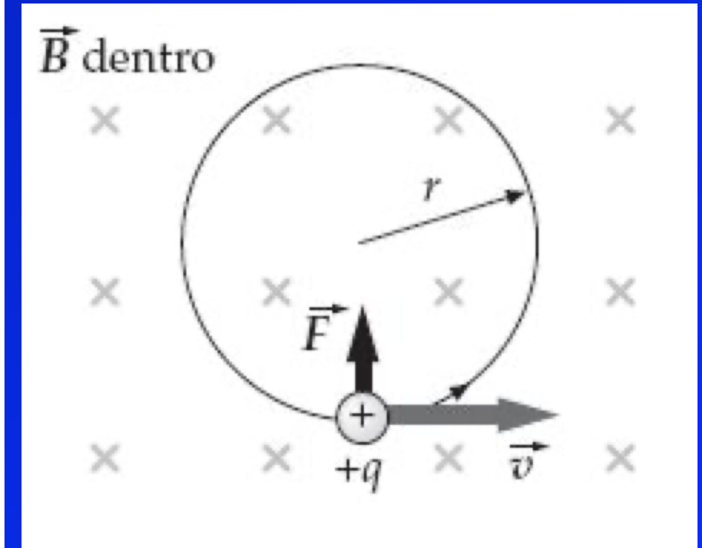
No caso particular onde a velocidade de uma partícula carregada é perpendicular a um campo magnético uniforme, como mostra a figura, a partícula se move em uma órbita circular.

A força magnética fornece a força centrípeta necessária para o movimento circular.

Podemos usar a segunda lei de Newton para relacionar o raio do círculo ao campo magnético e à velocidade da partícula.

Se a velocidade é $\vec{v}$, a força magnética em uma partícula que tem carga q é dada por $\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$.

O módulo da força resultante é igual a qvB, pois $\vec{v}$ e $\vec{B}$ são perpendiculares.



Então, a segunda lei de Newton fornece

$$F = ma$$

$$qvB = m\frac{v^2}{r},$$

assim $r = \frac{mv}{qB}$, onde m é a massa da partícula.

O período *T* do movimento é dado por

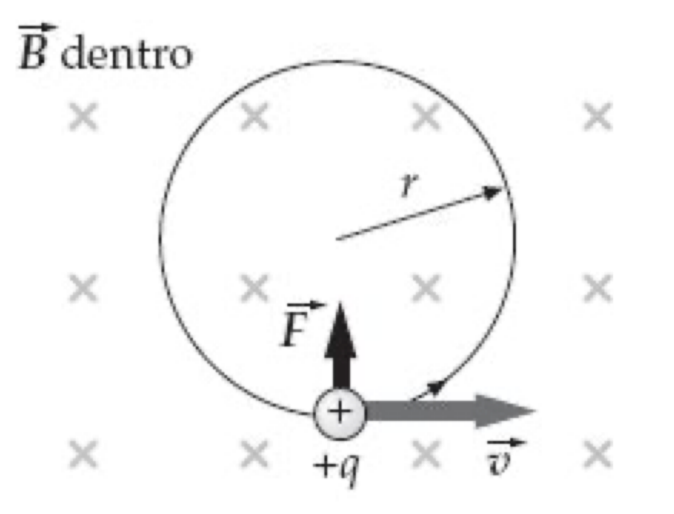
$$T = \frac{2\pi r}{v},\ \text{onde}\ r = \frac{mv}{qB}$$

assim $T = \dfrac{2\pi m}{qB}$ **que é dito período cíclotron**

A frequência do movimento circular, chamada de frequência de cíclotron *f*, é o recíproco do período

$$f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m} \quad \text{ou} \quad \omega = 2\pi f = \frac{q}{m} B.$$

Observe que o período e a frequência dependem de *q*/*m*, mas são independentes da velocidade *v* e do raio *r*.



Exemplo 26-4 Período de cíclotron

Um próton tem massa igual a $1{,}67 \times 10^{-27}$ kg, carga igual a $1{,}60 \times 10^{-19}$ C e se move em um círculo de raio $r = 21{,}0$ cm perpendicular a um campo magnético igual a 4000 G. Determine (a) a velocidade do próton e (b) o período de movimento.

(a) $F = ma \quad \Rightarrow \quad qvB = m\frac{v^2}{r}$

então $v = \frac{rqB}{m} = \frac{(0{,}210\ \text{m})(1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C})(0{,}400\ \text{T})}{1{,}67 \times 10^{-27}\ \text{kg}} = \boxed{8{,}05 \times 10^6\ \text{m/s} = 0{,}0268c}$

(b) $2\pi r = vT$

assim $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi(0{,}210\ \text{m})}{(8{,}05 \times 10^6\ \text{m/s})} = 1{,}64 \times 10^7\ \text{s} = \boxed{164\ \text{ns}}$

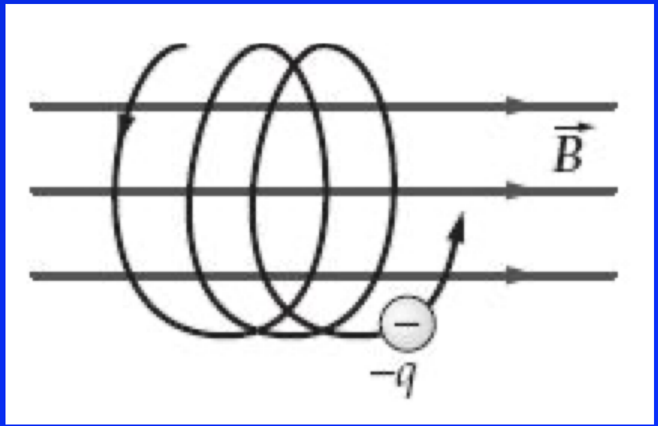
Considere uma partícula carregada que esteja em uma região que tem um campo magnético uniforme $\vec{B}$ e sua velocidade $\vec{v}$ **não é perpendicular a $\vec{B}$**.

Como $\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$, não há componente da força magnética $\vec{F}$ na direção de $\vec{v}$, apenas na direção perpendicular a $\vec{v}$.

Assim, não há aceleração, na direção paralela a $\vec{B}$ e, portanto, a componente da velocidade na direção de $\vec{B}$ permanece constante.

Já, a componente de $\vec{v} \perp \vec{B}$ vai gerar um movimento circular, como discutido anteriormente.

Compondo o movimento uniforme na direção paralela a $\vec{B}$ com o movimento circular devido à componente de $\vec{v} \perp \vec{B}$, teremos uma trajetória helicoidal, como mostra a figura.



O movimento de partículas carregadas
em campos magnéticos não-uniformes pode ser bastante complexo.

A figura mostra uma *garrafa magnética*,
uma interessante configuração de campo magnético
na qual o campo é fraco no centro e intenso nas extremidades.
Uma partícula carregada nesse campo
espirala em torno das linhas de campo e fica presa,
oscilando para frente e para trás entre os pontos P_1 e P_2 na figura.
Essas configurações de campo magnético são usadas para confinar
feixes densos de íons (plasmas) em pesquisa sobre fusão nuclear.