Plantão 5

terça-feira, 27 de outubro de 2020 17:54

Para diminuir a latência:

... → Configurações → Vídeo
→ Resolução de entrada: 720p

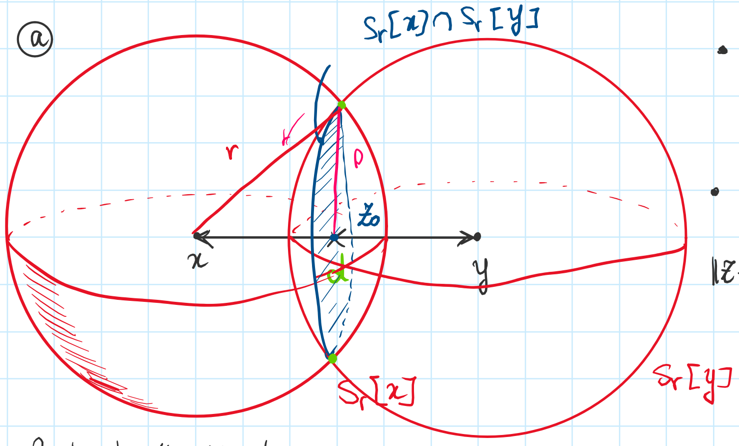
Exercício 1: Sejam $x, y \in \mathbb{R}^n$ com $\|x-y\| = d > 0$ e $r \geq 0$. Mostre que, se $n \geq 3$:

a) Se $2r > d$ existem infinitos $z \in \mathbb{R}^n$ tais que
$$\|z-x\| = \|z-y\| = r\,.$$

b) Se $2r = d$ existe exatamente um tal z.

c) Se $2r < d$ não existe nenhum tal z.

(a)



- $\|z - x\| = r \Leftrightarrow d(z,x) = r$
  $\Leftrightarrow z \in S_r[x]$
- $\|z - y\| = r \Leftrightarrow z \in S_r[y]$

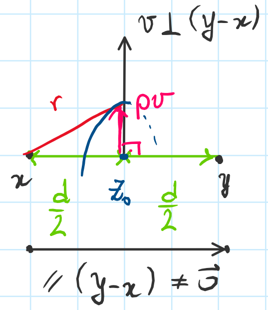
$\|z-x\| = \|z-y\| = r \Leftrightarrow z \in S_r[x] \cap S_r[y]$
$\Leftrightarrow$ z está no "círculo" azul ao lado

$2r > d \Leftrightarrow r > \frac{d}{2}$

Dica: z_0 = pto. médio de $[x,y]$
v ortogonal a z_0, unitário

$\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \rho^2 = r^2 \Rightarrow \rho = \sqrt{r^2 - \frac{d^2}{4}} > 0$

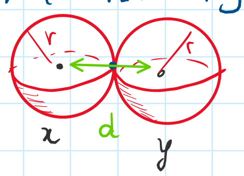
$z_v = z_0 + \rho v \overset{*}{\Rightarrow} z_v \in S_r[x] \cap S_r[y]$

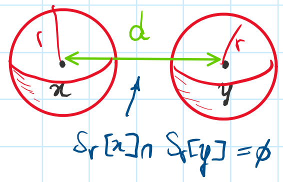


Se $n \geq 3$, p/ $y - x \neq \vec{0}$ fixado, existem infinitos v ortogonais e unitários //

(b) $2r = d \Leftrightarrow r = \frac{d}{2}$, (c) $2r < d \Leftrightarrow r < \frac{d}{2}$

$\{z_0\} = S_r[x] \cap S_r[y]$





Dica:
$z_0 = x + r(y-x)$ é o único pto. que satisfaz isso:
① Ele satisfaz
② P/ ver que é o único:
$\|u+v\| = \|u\| + \|v\| \Leftrightarrow v = \lambda u,\ \lambda \geq 0$
(Exercício a parte sobre desigualdade triangular) //

Dica:
Por absurdo + desigualdade triangular //

Dicas p/ P_2:

Afirmação 1: $\bigcup_{\substack{G \subset A \\ G \text{ aberto}}} G$ ← este é o conjunto do enunciado

Afirmação 7: f contínua ñ é suficiente p/ garantir que $(f(x_n))_{n \in \mathbb{N}}$ é de Cauchy

Dica: f contínua em cpto. ⇒ f uniformemente contínua
f uniformemente contínua ⇒ Cauchy $\xrightarrow{f}$ Cauchy //

Afirmação 12: Usar $\underbrace{\text{sequências}}_{+\text{ fácil}}$ ou abertos pq é um E.M. geral

Afirmação 13: Fixar base ortonormal $\{e_j\}_{j=1}^{n}$, $n = \dim V$

$v = \sum_{j=1}^{n} v_j e_j \in B_r(\vec{0}) \Leftrightarrow \|v\| \leq r \Leftrightarrow \sum_{j=1}^{n} v_j^2 \leq r^2$

$(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ seq em $B_r(\vec{0}) \Rightarrow$ é "fácil" ver que $(v_{j,n})_{n\in\mathbb{N}}$ é limitada

$\Rightarrow$ vai ter subseq. convergente $\Rightarrow$ tomar $\underbrace{\text{sub}\cdots\text{sub}}_{n\text{ vezes}}$ sequências