Capítulo 1

Levitação Magnética

1.1 Objetivos

O objetivo deste experimento é projetar dois controladores para o módulo de Levitação Magnética.

A planta MAGLEV, ilustrada na Fig. 1.1, é um sistema de levitação eletromagnética que atua sobre uma esfera de aço sólida de uma polegada. Essencialmente, o sistema consiste de um eletroímã, localizado na parte superior do instrumento, capaz de levantar a esfera de aço de seu suporte e mantê-la no espaço livre. Duas variáveis são diretamente controladas no equipamento MAGLEV: a corrente da bobina e a distância da esfera à face do eletroímã. Dois sistemas de controle são utilizados, um controlador PI para a corrente e um ontrolador PIV com alimentação direta para a posição da esfera.

Ao final desta prática, você deverá saber:

- Como modelar matematicamente a planta MAGLEV e obter as duas funções de transferência em malha aberta que caracterizam os sistemas de corrente e de posição da esfera.
- Como linearizar a equação não linear de movimento sobre um ponto de operação estável.
- Como projetar, através da alocação de pólos, um controlador Proporcional Integral (PI) para a corrente do eletroímã, atendendo as especificações de projeto.

Figura 1.1: Módulo MAGLEV.

- Como projetar, através da alocação de pólos, um controlador Propocional, Integral mais Velocidade (PIV) com alimentação direto para a posição da esfera, atendendo as especificações de projeto.
- Como implementar os dois controladores em ambiente LabVIEW.
- Como determinar numericamente os pólos de malha fechada do sistema real, considerando o controle do sistema dinâmico da corrente da bobina.

Na realização da prática o seguinte conjunto de equipamentos será utilizado:

[1] Módulo de potência *Quanser UPM 2405/1503* ou equivalente.

[1] *Quanser MultiQ/MQ3* ou equivalente.

[1] Planta MAGLEV

[1] PC equipado com o requirido programa como declarado no manual do usuário.

1.2 Especificações de desempenho dos controladores

Neste laboratório serão projetados e implementados dois controladores conforme as especificações descritas a seguir.

1.2.1 Especificações do controle de corrente

Em resposta a uma entrada desejada quadrada de amplitude $1A$, ajuste o controlador de corrente PI para atender os seguintes requisitos:

1. Sobressinal nulo.
2. Erro de regime nulo.
3. Tempo de subida menor que 0.35 segundos, ou seja: $t_r \leq 0.35[s]$

1.2.2 Especificações do controle de posição da esfera

A primeira especificação é projetar o controlador de posição da esfera para o seguinte ponto de operação (posição de equilíbrio): $x_{b0} = 6[mm]$.

Em resposta a uma entrada desejada quadrada de amplitude ±1 mm da posição de equilíbrio, o comportamento da posição da esfera deve satisfazer aos requisitos:

1. Sobressinal menor que 15%: $M_p \leq 15[\%]$
2. Erro de regime nulo.
3. Tempo de acomodação menor que 1.0 segundo: $t_{s\_b} \leq 1.0[s]$
4. Ação de controle mínima (A tensão aplicada à bobina não deve saturar).

1.3 Modelagem e controle do sistema MAGLEV

O esquema da planta de levitação magnética (MAGLEV) é representado na Fig. 1.2. A nomenclatura do sistema MAGLEV é dada no Apêndice A. Como ilustrado na Fig. 1.2, a direção positiva do deslocamento vertical é decrescente, com a origem do sistema global de coordenadas cartesianas fixo na face da superfície do núcleo do eletroímã. Embora a esfera tenha seis graus de liberdade no espaço, somente o eixo vertical é controlado. O sistema MAGLEV consiste de dois sub-sistemas: um elétrico e um eletro-mecânico.

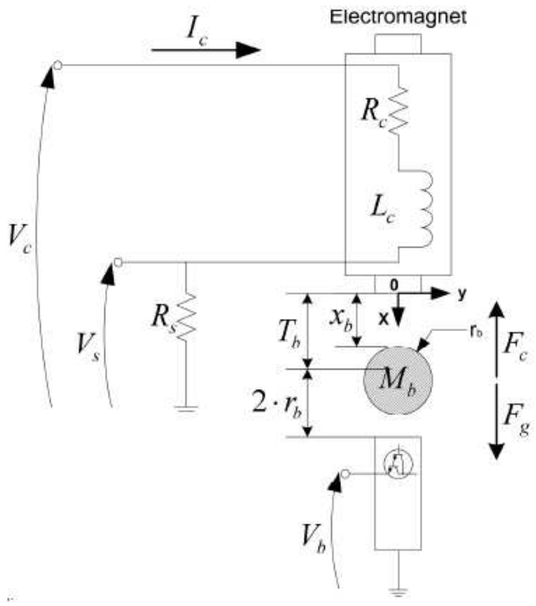

Figura 1.2: Esquema da planta MAGLEV.

1.3.1 Modelagem do sistema elétrico

Nesta seção, o modelo matemático do sistema elétrico MAGLEV será derivado, resultando uma função de transferência em malha aberta $G_c(s)$ que será usada para o projeto do controlador PI. Esta função de transferência relaciona a tensão da bobina com a corrente da bobina, sendo definida como mostrado abaixo:

$$G_c(s) = \frac{I_c(s)}{V_c(s)} \tag{1.1}$$

Como representado na Fig. 1.2, a bobina do MAGLEV tem uma indutância e uma resistência. Adicionalmente, o sistema real é equipado com um resistor em série com a bobina e cuja tensão, V_s, pode ser medida usando o conversor analógico digital da placa de aquisição de dados. A corrente da bobina pode então ser calculada usando a relação que segue:

$$I_c(t) = \frac{V_s(t)}{R_s}. \tag{1.2}$$

Usando o circuito elétrico equivalente do MAGLEV mostrado na Fig. 1.2, deriva-se a equação diferencial que governa a corrente I_c que flui através da bobina do eletroímã real como resultado de uma tensão aplicada V_c. Usando lei de tensão de Kirchhoff, obtém-se a equação diferencial de primeira ordem que segue:

$$V_c(t) = (R_c + R_s)I_c(t) + L_c\left(\frac{d}{dc}I_c(t)\right). \tag{1.3}$$

Através desta equação diferencial, determina-se a função de transferência do sistema elétrico aplicando a transformada de Laplace na equação (1.1):

$$G_c(s) = \frac{K_c}{\tau_c s + 1} \tag{1.4}$$

sendo

$$K_c = \frac{1}{Rc + Rs} \qquad \text{e} \qquad \tau_c = \frac{L_c}{R_c + R_s}. \tag{1.5}$$

O sistema é estável, pois seu um único pólo (sistema de ordem 1) está localizado no semiplano esquerdo do plano s. Por não ter nenhum pólo na origem do plano s, $G_c(s)$ é do tipo zero.

1.3.2 Projeto do controlador de corrente: Alocação de pólos

Antes de controlar a posição da esfera de aço, a corrente que flui através do eletroímã precisa ser controlada. O laço de controle da corrente do eletroímã consiste de um esquema de malha fechada com controlador Proporcional Integral (PI), como ilustrado na Fig. 1.3 abaixo.

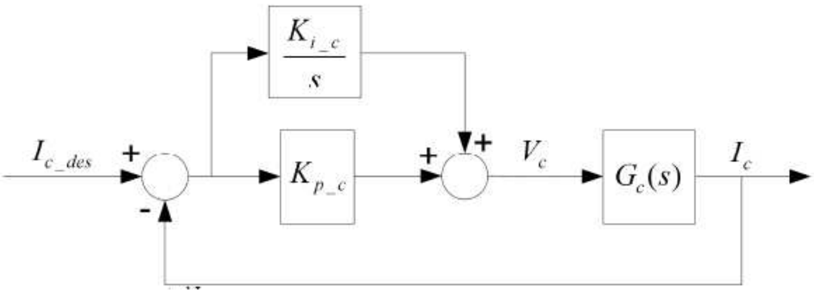

Figura 1.3: Sistema de controle de corrente.

A função de transferência em malha fechada é dada por:

$$T_c(s) = \frac{K_{p\_c}s + K_{i\_c}}{L_c s^2 + (R_c + R_s + K_{p\_c})s + K_{i\_c}}. \tag{1.6}$$

Usando a equação (1.6), a equação característica do sistema elétrico é dada por

$$s^2 + \frac{(R_c + R_s + K_{p\_c})s}{L_c} + \frac{K_{i\_c}}{L_c} = 0. \tag{1.7}$$

A equação característica desejada do sistema é dada por:

$$s^2 - (p_{c2} + p_{c1})s + p_{c1}p_{c2} = 0. \tag{1.8}$$

sendo p_{c1} e p_{c2} os pólos de malha fechada desejadas, escolhidos apropriadamente para satisfazer os requisitos de desempenho.

Comparando as duas equações, os ganhos do controlador PI são expressos por:

$$K_{p\_c} = -(p_{c1} + p_{c2})L_c - R_c - R_s \tag{1.9}$$

e

$$K_{i\_c} = p_{c1}p_{c2}L_c. \tag{1.10}$$

1.3.3 Modelagem do sistema eletro-mecânico: Equação não linear de movimento

Usando as notações e convenções descritas na Fig. 1.2, pode-se derivar a equação de movimento do sistema eletro-mecânico do MAGLEV. A força devido a gravidade aplicada na esfera é expressa por:

$$F_g = M_b g. \tag{1.11}$$

A força devido ao campo magnético gerado pela bobina na esfera é dada por:

$$F_c = \frac{1}{2}\frac{K_m I_c^2}{x_b^2} \text{ para } x_b > 0, \tag{1.12}$$

que mostra que a atração do eletroímã é proporcional ao quadrado da corrente e inversamente proporcional ao quadrado da abertura de ar (posição da esfera). A força total experimentada pela esfera usando o eletroímã é dada por:

$$F_c + F_g = \frac{1}{2}\frac{K_m I_c^2}{x_b^2} + M_b g. \tag{1.13}$$

Aplicando a segunda lei de movimento de Newton para a esfera, a equação não linear de movimento torna-se:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} x_b = \frac{1}{2}\frac{K_m I_c^2}{M_b x_b^2} + g. \tag{1.14}$$

A corrente nominal da bobina I_{c0} para o par eletroímã-esfera pode ser determinado no equilíbrio estático do sistema. Por definição, equilíbrio estático em um ponto de operação nominal (x_{b0}, I_{c0}) é caracterizado pela suspensão da esfera no ar em uma posição constante x_{b0} devido a uma força constante do eletroímã gerada pela corrente I_{c0}. No equilíbrio, a derivada no tempo iguala-se a zero e a equação (1.14) torna-se:

$$\frac{1}{2}\frac{K_m I_{c0}^2}{x_{b0}^2} + M_b g = 0. \tag{1.15}$$

Como uma observação, pode-se ver a partir da equação (1.15) que no ponto de equilíbrio a força do eletroímã é igual ao peso da esfera. A corrente da bobina no equilíbrio I_{c0} em função de x_{b0} e K_m pode ser expressa como abaixo:

$$I_{c0} = \sqrt{2}\sqrt{\frac{M_b g}{K_m}} x_{b0}. \tag{1.16}$$

Usando as especificações do sistema e os requisitos de projeto ($x_{b0} = 6[mm]$), a equação (1.16) resulta em:

$$I_{c0} = 0.86[A]. \tag{1.17}$$

Finalmente, a constante de força K_m do eletroímã em função do par nominal (x_{b0}, I_{c0}) é dada por:

$$K_m = \frac{2M_b g x_{b0}^2}{I_{c0}^2}. \tag{1.18}$$

1.3.4 Modelagem do sistema eletro-mecânico: Linearização da equação de movimento e função de transferência

Para projetar e implementar um controlador linear de posição para o sistema MAGLEV, a função de transferência de malha aberta deve ser obtida. No entanto, por definição uma função de transferência pode representar somente o sistema dinâmico de um equação diferencial linear. Portanto, a equação não linear de movimento encontrada na Subseção 1.3.3 deve ser linearizada em torno do ponto de operação estável.

Para o caso da levitação da esfera, a faixa de operação corresponde a pequenas variações de posição x_{b1} e pequenas variações de corrente I_{c1}, em torno do ponto de equilíbrio desejado (x_{b0}, I_{c0}). Assim, x_b e I_c podem ser expressos como a soma de duas quantidades como mostrado abaixo:

$$x_b = x_{b0} + x_{b1} \qquad \text{e} \qquad I_c = I_{c0} + I_{c1}. \tag{1.19}$$

Para a função não linear de duas variáveis $f(x_b, I_c)$, a linearização para pequenas variações em torno do ponto $(x_b, I_c) = (x_{b0}, I_{c0})$ é da pela seguinte aproximação da série de Taylor:

$$f(x_b, I_c) = f(x_{b0}, I_{c0}) + \left(\frac{\partial}{\partial x_b} f(x_{b0}, I_{c0})\right)(x_b - x_{b0}) + \left(\frac{\partial}{\partial I_c} f(x_{b0}, I_{c0})\right)(I_c - I_{c0}) \tag{1.20}$$

Portanto, a equação (1.14) torna-se:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} x_{b1} = \frac{1}{2}\frac{KmI_{c0}^2}{M_b x_{b0}^2} + g + \frac{K_m I_{c0}^2 x_{b1}}{M_b x_{b0}^3} - \frac{K_m I_{c0} I_{c1}}{Mbx_{b0}^2}. \tag{1.21}$$

Substituindo K_m, equação (1.18), tem-se:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} x_{b1} = \frac{2gx_{b1}}{x_{b0}} - \frac{2gI_{c1}}{I_{c0}}. \tag{1.22}$$

Aplicando a transformada de Laplace para a equação (1.22), a função de transferência em malha aberta entre a corrente e a posição da esfera é dada por:

$$G_{b1(s)} = -\frac{K_b \omega_b^2}{s^2 - \omega_b^2} \tag{1.23}$$

com

$$K_b = \frac{x_{b0}}{I_{c0}} \qquad \text{e} \qquad \omega_b = \sqrt{2}\sqrt{\frac{g}{x_{b0}}}. \tag{1.24}$$

A equação (1.23) mostra um sistema de segunda ordem do tipo zero. O dois pólos de malha aberta são localizados sobre o eixo real em $s = \pm\omega_b$. Tendo um pólo no semiplano direito do plano s, o sistema em malha aberta é instável e a realimentação de controle é requirida.

1.3.5 Projeto do controlador de posição da esfera: Alocação de pólos

A posição da esfera de aço é controlada por meio de um esquema em malha fechada com controlador Proporcional, Integral mais Velocidade (PIV) e com alimentação direta, como mostrado na Fig. 1.4.

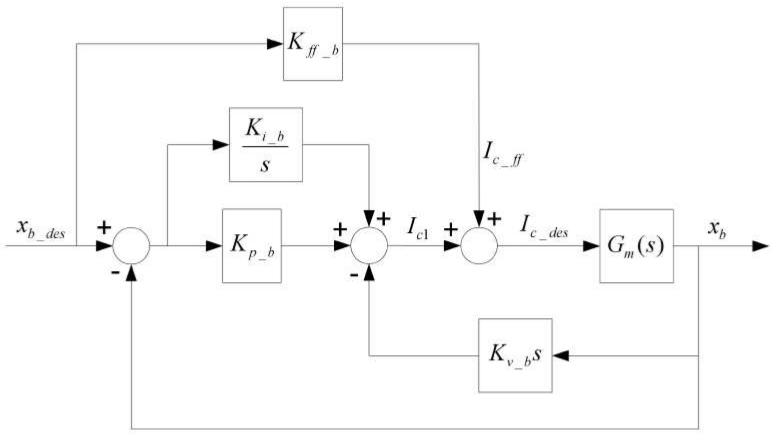

Figura 1.4: Sistema de controle de posição da esfera.

Como mostrado na Fig. 1.4, a alimentação direta é caracterizada por:

$$I_{c\_ff} = K_{ff\_b} x_{b\_des} \tag{1.25}$$

e

$$I_c = I_{c1} + I_{c_{ff}}. \tag{1.26}$$

Esta ação é necessária pois o sistema de controle PIV é projetado para compensar pequenas variações (distúrbios) da operação em torno do ponto linearizado (x_{b0}, I_{c0}). Em outras palavras, enquanto a alimentação direta compensa a gravidade atuando na esfera, o controlador PIV compensa a dinâmica dos distúrbios.

A função de transferência de malha aberta $G_m(s)$ leva em conta a dinâmica do laço de corrente do eletroímã, como caracterizado na Subseção 1.3.2, e é definida como mostrado abaixo:

$$G_m(s) = \frac{x_b(s)}{I_{c\_des(s)}} \qquad \text{e} \qquad G_m(s) = T_c(s) G_{b1}(s) \tag{1.27}$$

sendo

$$G_{b1}(s) = \frac{x_b(s)}{I_c(s)}. \tag{1.28}$$

No entanto, por motivo de simplicidade, a dinâmica da malha de controle de corrente será negligenciada. Assim, será assumido que:

$$I_c(s) = I_{c\_des}(s), \qquad \text{ou seja} \quad T_c(s) = 1. \tag{1.29}$$

Por definição, no ponto de equilíbrio estático (x_{b0}, I_{c0}):

$$(x_b = x_{b\_des}) = x_{b0} \qquad \text{e} \qquad (I_c = I_{c\_des}) = I_{c0}. \tag{1.30}$$

Usando as equações (1.25) e (1.26), o ganho de alimentação direta de corrente resulta em:

$$K_{ff} = \frac{I_{c0}}{x_{b0}} \qquad \text{ou} \qquad K_{ff} = \frac{1}{K_b}. \tag{1.31}$$

A função de transferência de malha fechada da posição da esfera é expressa por:

$$T_b(s) = -\frac{2g((K_{ff\_b} + K_{p\_b})s + K_{i\_b})}{I_{c0}\left(s^3 - \frac{2gK_{v\_bs^2}}{I_{c0}} + \left(-\frac{2g}{x_{b0}} - \frac{2gK_{p\_b}}{I_{c0}}\right)s - \frac{2gK_{i\_b}}{I_{c0}}\right)} \tag{1.32}$$

A característica do sistema eletro-mecânico é dada por:

$$s^3 - \frac{2gK_{v\_b}s^2}{I_{c0}} + \left(-\frac{2g}{x_{b0}} - \frac{2gK_{p\_b}}{I_{c0}}\right)s - \frac{2gK_{i\_b}}{I_{c0}} = 0. \tag{1.33}$$

A equação característica desejada do sistema é:

$$s^3 + (-p_{b1} - p_{b3} - p_{b2})s^2 + (p_{b1}p_{b3} + p_{b1}p_{b2} + p_{b2}p_{b3})s - p_{b1}p_{b2}p_{b3} = 0. \tag{1.34}$$

sendo p_{c1}, p_{c2} e p_{c3} os pólos de malha fechada desejadas, escolhidos apropriadamente para satisfazer os requisitos de desempenho.

Comparando as duas equações, os ganhos do controlador PIV são expressos por:

$$K_{p\_b} = -\frac{1}{2}\frac{\left(p_{b1}p_{b3} + p_{b1}p_{b2} + p_{b2}p_{b3} + \frac{2g}{x_{b0}}\right) I_{c0}}{g}, \tag{1.35}$$

$$K_{v\_b} = \frac{1}{2}\frac{(p_{b1} + p_{b2} + p_{b3})I_{c0}}{g} \tag{1.36}$$

e

$$K_{i\_b} = \frac{1}{2}\frac{p_{b1}p_{b2}p_{b3}I_{c0}}{g}. \tag{1.37}$$

1.4 Apêndice - A: Nomenclatura

Tabela 1.1: Nomenclatura do sistema MAGLEV

Simbolo	**Descrição**	**Unidade**
L_c	Indutância da bobina	mH
R_c	Resistência da bobina	Ω
N_c	Número de voltas de fios na bobina	
r_c	Raio do núcleo da bobina	m
R_s	Resistência senso corrente	Ω
r_b	Raio da esfera de aço	m
M_b	Massa da esfera de aço	kg
T_b	Curso da esfera de aço	m
g	Constante gravitacional da terra	m/s^2
μ_0	Constante de permeabilidade magnética	H/M
K_B	Sensibilidade do sensor de posição da esfera	m/V
F_c	Força do eletroímã	N
F_g	Força da gravidade	N
K_m	Constante de força do eletroímã	$N.m^2/A^2$
I_c	Corrente da bobina real	A
V_c	Tensão da entrada da bobina real	V
V_s	Tensão da corrente senso	V
V_b	Tensão do sensor da posição da esfera	V
x_b	Abertura de ar entre a face do núcleo e a superfície da esfera	m
$\frac{\partial}{\partial t}x_b$	Velocidade vertical da esfera de aço	m/s
x_{b0}	Abertura de ar de estado-fixo	m
I_{c0}	Corrente da bobina de estado-fixo	A
x_{b1}	Pequena variação em torno da abertura de ar de estado-fixo	m
I_{c1}	Pequena variação em torno da corrente da bobina de estado-fixo	A
I_{c_des}	Corrente de bobina desejada	A
x_{b_des}	Abertura de ar desejada	m
I_{c_ff}	Corrente da bobina de realimentação	A

Tabela 1.2: Nomenclatura das malhas de controle

Simbolo	Descrição
t_{r_c}	Tempo de subida da corrente da bobina
t_{s_c}	Tempo de sedimento da posição da esfera
G_c	Função de transferência de malha aberta da corrente da bobina
K_c	Ganho DC da corrente de malha aberta
τ_b	Constante de tempo da corrente de malha aberta
T_c	Função de transferência de malha fechada da corrente da bobina
G_b	Função de transferência da posição da esfera
K_b	Ganho DC da esfera de malha aberta
ωb	Freqüência Natural da esfera de malha aberta
T_b	Função de transferência de malha fechada da posição da esfera
G_m	Função de transferência de malha aberta do equipamento
T_m	Função de transferência de malha fechada do equipamento
K_{p_c}	Ganho proporcional da corrente
K_{i_c}	Ganho integral da corrente
p_{c1}	Corrente do pólo dominante de malha fechada
p_{c2}	Corrente do segundo pólo de malha fechada
K_{p_b}	Ganho proporcional da posição da esfera
K_{v_b}	Ganho velocidade da posição da esfera
K_{i_b}	Ganho integral da posição da esfera
K_{ff_b}	Ganho de realimentação da posição da esfera
p_{b1}	Pólo dominante de malha fechada da posição da esfera
p_{b2}	Segundo pólo dominante de malha fechada
p_{b3}	Terceiro pólo dominante de malha fechda
t	Tempo continuo

Tabela 1.3: Parâmetros do sistema MAGLEV

Simbolo	Descrição	Valor	Unidade
I_{c_max}	Máxima corrente contínua da bobina	3	A
L_c	Indutância da bobina	412.5	mH
R_c	Resistência da bobina	10	Ω
N_c	Número de espiras da bobina	2450	
l_c	Comprimento da bobina	0.0825	m
r_c	Raio do núcleo da bobina	0.008	m
K_m	Constante de força do eletroímã	$6.5308E = 005$	$N.m^2/A^2$
R_s	Resistência do senso de corrente	1	Ω
r_b	Raio da esfera de aço	$1.27E - 002$	m
M_b	Constante de permeabilidade magnética	0.068	kg
T_b	Curso da esfera de aço	0.014	m
g	Constante gravitacional da terra	9.81	m/s^2
μ_0	Constante de permeabilidade magnética	$4\pi E - 007$	H/m
K_B	Constante de sens. do sensor da pos. da esfera	$2.83E - 003$	m/V