

PESQUISA OPERACIONAL I

Prof. Dr. José Vicente Caixeta Filho

Depart. de Economia, Administração e Sociologia

ESALQ - Universidade de São Paulo

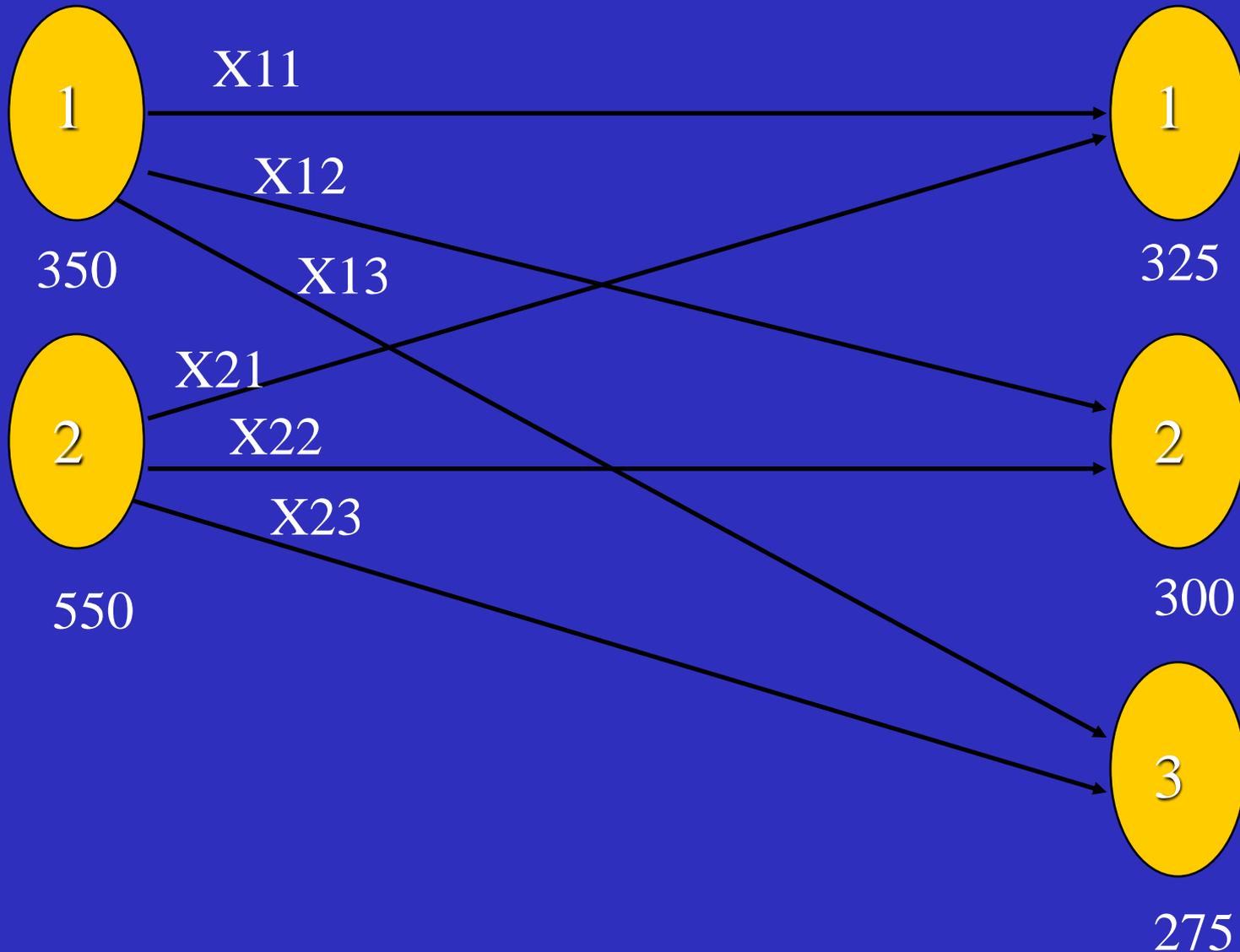
jose.caixeta@usp.br

MODELO DE TRANSPORTE

FÁBRICA	MERCADO			OFERTA
	1	2	3	
1	25	17	18	350
2	25	18	14	550
DEMANDA	325	300	275	

FÁBRICA

MERCADO



MONTANDO O PROBLEMA NO "LINDO":

MIN $25X_{11} + 17X_{12} + 18X_{13} + 25X_{21} + 18X_{22} + 14X_{23}$

ST

FAB1) $X_{11} + X_{12} + X_{13} \leq 350$

FAB2) $X_{21} + X_{22} + X_{23} \leq 550$

MERC1) $X_{11} + X_{21} \geq 325$

MERC2) $X_{12} + X_{22} \geq 300$

MERC3) $X_{13} + X_{23} \geq 275$

FÁBRICA	MERCADO			OFERTA
	1	2	3	
1	25	17	18	350
	50	300	---	
2	25	18	14	550
	275	---	275	
DEMANDA	325	300	275	900

$$C = \$ 17075$$

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

sujeito a

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq s_i \quad , \quad \text{para } i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \geq d_j \quad , \quad \text{para } j = 1, \dots, n$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad , \quad \text{para } i = 1, \dots, m \quad \text{e} \quad j = 1, \dots, n$$

onde: c_{ij} = custo do transporte entre i e j ;

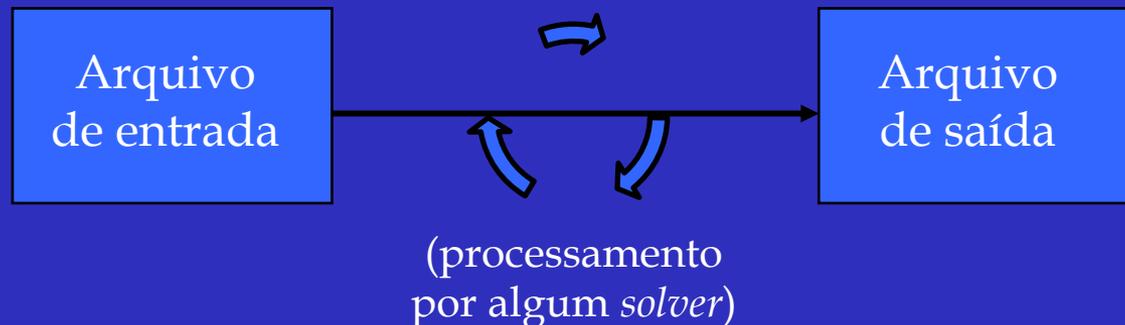
x_{ij} = quantidade a ser movimentada de i até j ;

s_i = quantidade ofertada em i ;

d_j = quantidade demandada em j .



The General Algebraic Modeling System (GAMS) is a high-level modeling system for mathematical programming and optimization (www.gams.com)



ARQUIVO DE ENTRADA

("NOMEARQ.GMS")

- SETS (definição dos índices)
- PARAMETERS, TABLES, SCALARS (declaração dos dados e atribuição de valores)
- VARIABLES (declaração e definição das variáveis)
- MODEL (definição do nome e composição do modelo)
- SOLVE (indicação do grau de complexidade do modelo – LP, MIP, NLP etc. – e da função objetivo com seu respectivo sentido de otimização – *minimizing* ou *maximizing*)
- DISPLAY (comando opcional, para organização/formatação dos resultados a serem gerados)

```

SETS
    I   fabricas / FAB1, FAB2 /
    J   mercados / MERC1, MERC2, MERC3 / ;

PARAMETERS
    A(I)  capacidade das fabricas
          /   FAB1    350
            FAB2    550 /
    B(J)  demanda nos mercados
          /   MERC1   325
            MERC2   300
            MERC3   275 / ;

TABLE C(I,J)  custo unitario de transporte
              MERC1      MERC2      MERC3
    FAB1      25          17          18
    FAB2      25          18          14 ;

VARIABLES
    X(I,J)  quantidade movimentada entre fabricas e mercados
    Z       custo total de transporte ;

POSITIVE VARIABLE X ;

EQUATIONS
    CUSTO      funcao objetivo
    OFERTA(I)  oferta na fabrica i
    DEMANDA(J) demanda no mercado j;

CUSTO ..      Z  =E=  SUM((I,J), C(I,J)*X(I,J)) ;
OFERTA(I) ..  SUM(J, X(I,J))  =L=  A(I) ;
DEMANDA(J) .. SUM(I, X(I,J))  =G=  B(J) ;

MODEL TRANSPORTE /ALL/ ;

SOLVE TRANSPORTE USING LP MINIMIZING Z ;

DISPLAY X.L, X.M ;

```

ARQUIVO DE ENTRADA

("NOMEARQ.GMS")

- SETS (definição dos índices)
- PARAMETERS, TABLES, SCALARS (declaração dos dados e atribuição de valores)
- VARIABLES (declaração e definição das variáveis)
- MODEL (definição do nome e composição do modelo)
- SOLVE (indicação do grau de complexidade do modelo – LP, MIP, NLP etc. – e da função objetivo com seu respectivo sentido de otimização – *minimizing* ou *maximizing*)
- DISPLAY (comando opcional, para organização/formatação dos resultados a serem gerados)

ARQUIVO DE SAÍDA

("NOMEARQ.LST")

- **Echo print** ("repete" o conteúdo do arquivo de entrada, apontando os eventuais erros encontrados)
- **Reference Maps** (mostra "onde" - função objetivo e/ou restrições - estão aparecendo cada uma das variáveis declaradas)
- **Equation Listings** ("montagem" das expressões matemáticas especificadas - equações e/ou inequações - a partir do gerador de matrizes)
- **Status Reports** (indica o tipo de solução - ótima? - encontrada)
- **Results** (valores observados para as variáveis e respectivos custos de oportunidade assim como traz o comportamento das restrições e respectivos preços-sombra)

---- CUSTO =E= funcao objetivo

CUSTO.. - 25*X(FAB1,MERC1) - 17*X(FAB1,MERC2) - 18*X(FAB1,MERC3)
- 25*X(FAB2,MERC1) - 18*X(FAB2,MERC2) - 14*X(FAB2,MERC3) + Z =E= 0 ;
(LHS = 0)

---- OFERTA =L= oferta na fabrica i

OFERTA(FAB1).. X(FAB1,MERC1) + X(FAB1,MERC2) + X(FAB1,MERC3) =L= 350 ;
(LHS = 0)

OFERTA(FAB2).. X(FAB2,MERC1) + X(FAB2,MERC2) + X(FAB2,MERC3) =L= 550 ;
(LHS = 0)

---- DEMANDA =G= demanda no mercado j

DEMANDA(MERC1).. X(FAB1,MERC1) + X(FAB2,MERC1) =G= 325 ;
(LHS = 0, INFES = 325 ***)

DEMANDA(MERC2).. X(FAB1,MERC2) + X(FAB2,MERC2) =G= 300 ;
(LHS = 0, INFES = 300 ***)

DEMANDA(MERC3).. X(FAB1,MERC3) + X(FAB2,MERC3) =G= 275 ;
(LHS = 0, INFES = 275 ***)

MODEL STATISTICS

BLOCKS OF EQUATIONS	3	SINGLE EQUATIONS	6
BLOCKS OF VARIABLES	2	SINGLE VARIABLES	7
NON ZERO ELEMENTS	19		

GENERATION TIME = 0.015 SECONDS 4 Mb WIN220-143 Jul 27, 2005

EXECUTION TIME = 0.015 SECONDS 4 Mb WIN220-143 Jul 27, 2005

S O L V E S U M M A R Y

MODEL	TRANSPORTE	OBJECTIVE	Z
TYPE	LP	DIRECTION	MINIMIZE
SOLVER	CPLEX	FROM LINE	40

**** SOLVER STATUS 1 NORMAL COMPLETION

**** MODEL STATUS 1 OPTIMAL

**** OBJECTIVE VALUE 17075.0000

RESOURCE USAGE, LIMIT 0.000 1000.000

ITERATION COUNT, LIMIT 4 10000

Optimal solution found.

Objective : 17075.000000

"Results " no arquivo de saída do GAMS

```

---- EQU OFERTA oferta na fabrica i
      LOWER    LEVEL    UPPER    MARGINAL
FAB1   -INF    350.000    350.000    EPS
FAB2   -INF    550.000    550.000    .

---- EQU DEMANDA demanda no mercado j
      LOWER    LEVEL    UPPER    MARGINAL
MERC1  325.000    325.000    +INF    25.000
MERC2  300.000    300.000    +INF    17.000
MERC3  275.000    275.000    +INF    14.000

---- VAR X quantidade movimentada entre fabricas e mercados
      LOWER    LEVEL    UPPER    MARGINAL
FAB1.MERC1  .    50.000    +INF    .
FAB1.MERC2  .    300.000    +INF    .
FAB1.MERC3  .    .    +INF    4.000
FAB2.MERC1  .    275.000    +INF    .
FAB2.MERC2  .    .    +INF    1.000
FAB2.MERC3  .    275.000    +INF    .

      LOWER    LEVEL    UPPER    MARGINAL
---- VAR Z      -INF    17075.000    +INF    .

```

ARQUIVO DE SAÍDA

("NOMEARQ.LST")

- **Echo print** ("repete" o conteúdo do arquivo de entrada, apontando os eventuais erros encontrados)
- **Reference Maps** (mostra "onde" - função objetivo e/ou restrições - estão aparecendo cada uma das variáveis declaradas)
- **Equation Listings** ("montagem" das expressões matemáticas especificadas - equações e/ou inequações - a partir do gerador de matrizes)
- **Status Reports** (indica o tipo de solução - ótima? - encontrada)
- **Results** (valores observados para as variáveis e respectivos custos de oportunidade assim como traz o comportamento das restrições e respectivos preços-sombra)

LIÇÃO DE CASA:

Resolva pelo GAMS o problema de transporte apresentado em sala (entregar a resposta até às 19h do dia 29/10, uma quinta-feira, pelo e-Disciplinas

Instalar o GAMS:

1) www.gams.com

THE GENERAL ALGEBRAIC MODELING SYSTEM

The one stop solution for your mathematical
programming needs

[› DISCOVER GAMS](#)[› TRY GAMS](#)[› BUY GAMS](#)

2) TRY GAMS



Try GAMS

We believe that our customers should have plenty of time to test GAMS and the associated solvers, before committing to purchasing a software package that is not “cheap”.

There are several ways for you to try GAMS today!

Demo licenses

You can [download the latest GAMS distribution](#) for all major platforms any time, and request a demo license on the download page.

The demo license lets you generate and solve linear models (LP, RMIP, and MIP) that do not exceed 2000 variables and 2000 constraints. For all other model types the model cannot be larger than 1000 variables and 1000 constraints. Some solvers might enforce additional limits for the demo license. The demo license of MIRO connector allows up to 5 indexed input and output symbols.

These restrictions are quite generous and will allow you to experiment with GAMS without running into limitations too soon.

Course licenses

Course licenses are provided at no charge to GAMS users with a maintained license.

Community licenses

Users can request a free community license from sales@gams.com. The community license lets you generate and solve linear models (LP, MIP, and RMIP) that do not exceed 5000 variables and 5000 constraints. For all other model types the model cannot be larger than 2500 variables and 2500 constraints. Restrictions you experience with the demo license, i.e. additional limits enforced by some solvers, time-limitation of 12

3) Download

Download GAMS Release 32.2.0 (August 26, 2020)

Please consult the [release notes](#) before downloading a system. Here are the [detailed platform descriptions](#) and [installation notes](#). The GAMS distribution includes the [documentation](#) in electronic form.

Platform

MS Windows	Microsoft Desktop and Server Operating Systems (x86_64 architecture)		Download
Linux	GNU/Linux System (x86_64 architecture)		Download
Mac OS X	Macintosh System (x86_64 architecture)		Download

4) Dê o “download” da versão para MS Windows (durante a instalação, escolha a versão IDE e não a STUDIO)

5) Depois de concluída a instalação, volte à mesma página, desça um pouquinho e preencha as informações para solicitar uma licença da versão *demo*

Request a Free Demo License

GAMS will not work without a valid license. Please use the form below to request a demo license.

First Name*

Last Name*

Email*

Institute/Organisation*

Country

Captcha: Please solve $14 + 23$:

I agree that GAMS will collect and store my name, e-mail address, and affiliation for purposes of fraud prevention, and for statistical purposes. All personal information will be deleted after 1 month.

Notes

- Model size limits with a demo license
 - For linear models (LP, RMIP, and MIP) GAMS will generate and solve models with up to 2000 constraints and 2000 variables
 - For all other model type GAMS will generate and solve models with up to 1000 constraints and 1000 variables
 - Some solvers may enforce tighter limits. Please check the [licensing chapter](#) for details

6) Preencha os dados solicitados (informe seu e-mail “usp” e em “Institute/Organization” preencha “USP”; dê um OK também para “I agree...”)

7) A licença será enviada para o e-mail informado

8) No MEU caso:

Your request for a GAMS demonstration license has been received - please confirm your email address Inbox x  

noreply@gams.com
to me ▾

9:02 PM (42 minutes ago) ☆ ↶ ⋮

Dear Jose Caixeta,

We have received your request for a GAMS demonstration license. Please confirm your email address (jose.caixeta@usp.br) within 7 days by opening the link below:

<https://licenser.gams.com/DemoVerification.aspx?Ref=IQWABMJQ-TDEwMDI1NTQ4-IBTFRDSU>

If you did not request a license on our website, please ignore this email.

Kind regards,
The GAMS team

This email was sent by GAMS. Please read our privacy policy to learn more about how we handle your personal data.

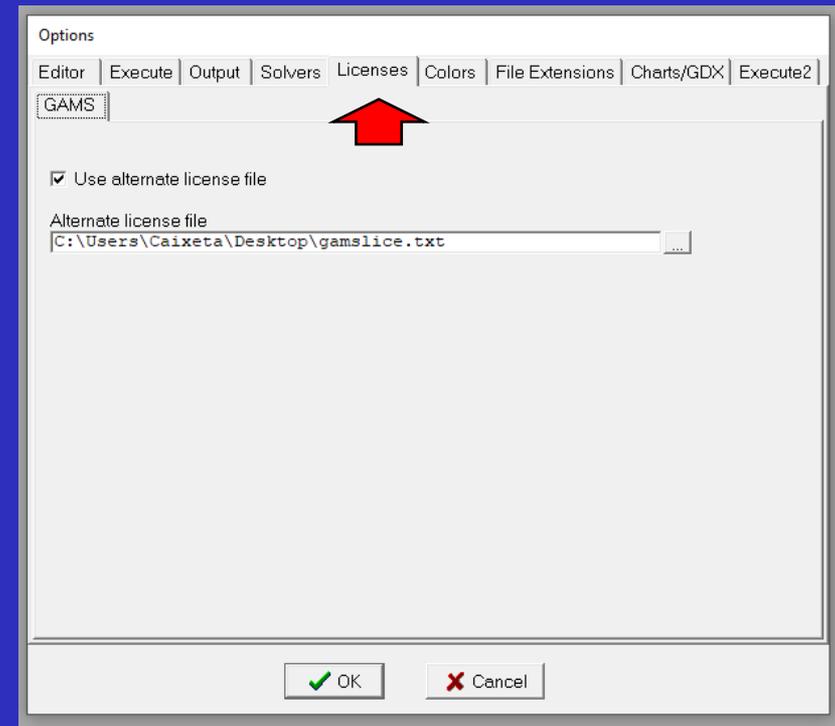
9) Clico no *link* para acessar a licença

```
GAMS_Demo_license_for_Jose_Caixeta_____G201026|0002CO-GEN
USP,_Brazil_____
1079296900_**GAMS_Demo_license_restricted_to_non-commercial_use**
176475730C_____
DL021742_____C_DEMO_____
jose.caixeta@usp.br,_Jose_Caixeta_____
```

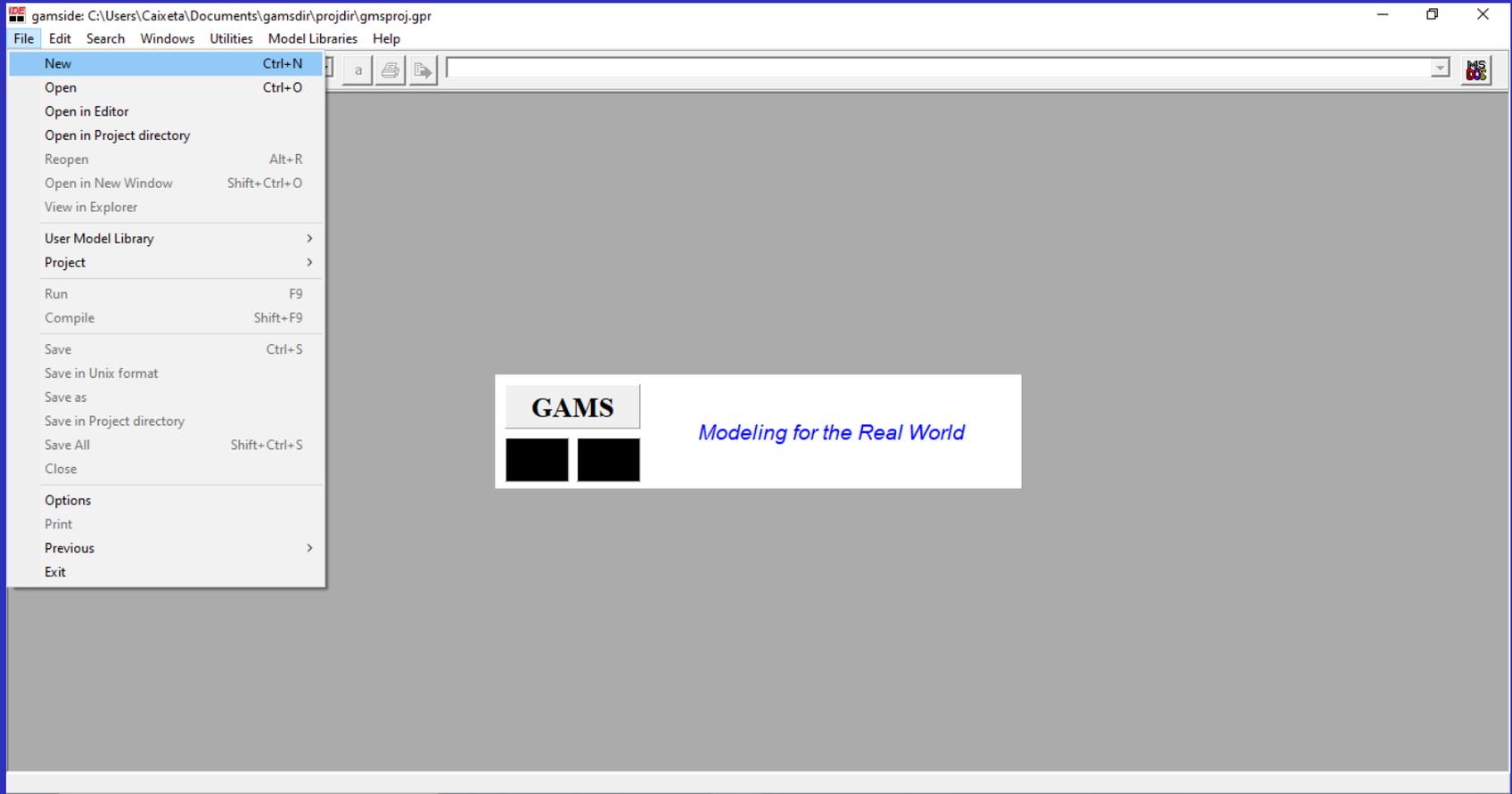
10) Seguindo a instrução que aparece junto com a licença, *copy exactly these six lines into your preferred text editor and save it as gamslice.txt in a convenient location on your harddrive*, ou seja, grave um arquivo texto com o nome “gamslice.txt” que contenha unicamente as 6 linhas da licença que lhe foi enviada.

11) Abra o GAMS

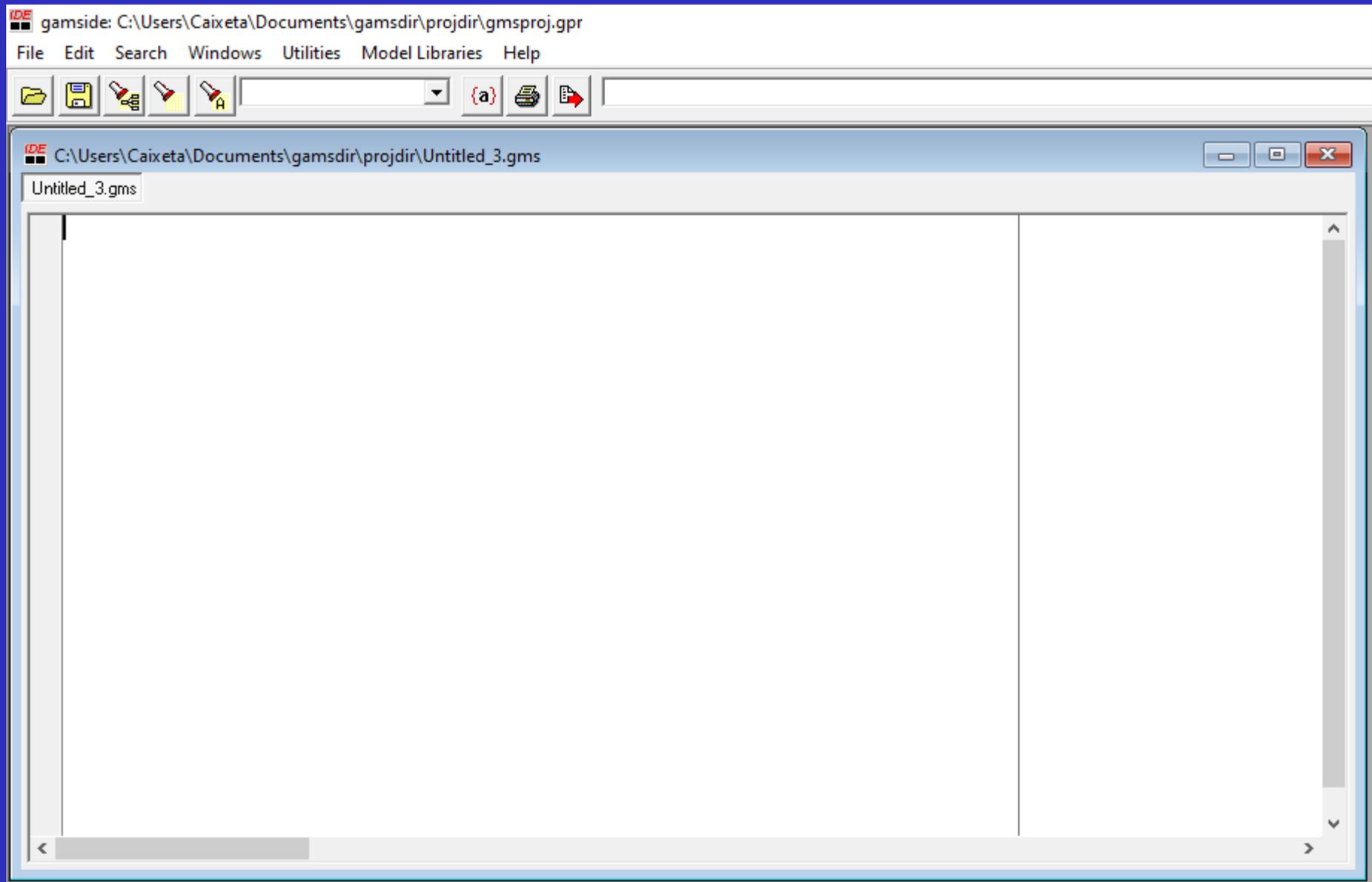
12) Vá em File/Options/Licenses e descarregue a licença - por exemplo:



13) Volte para o GAMS e acesse File/New



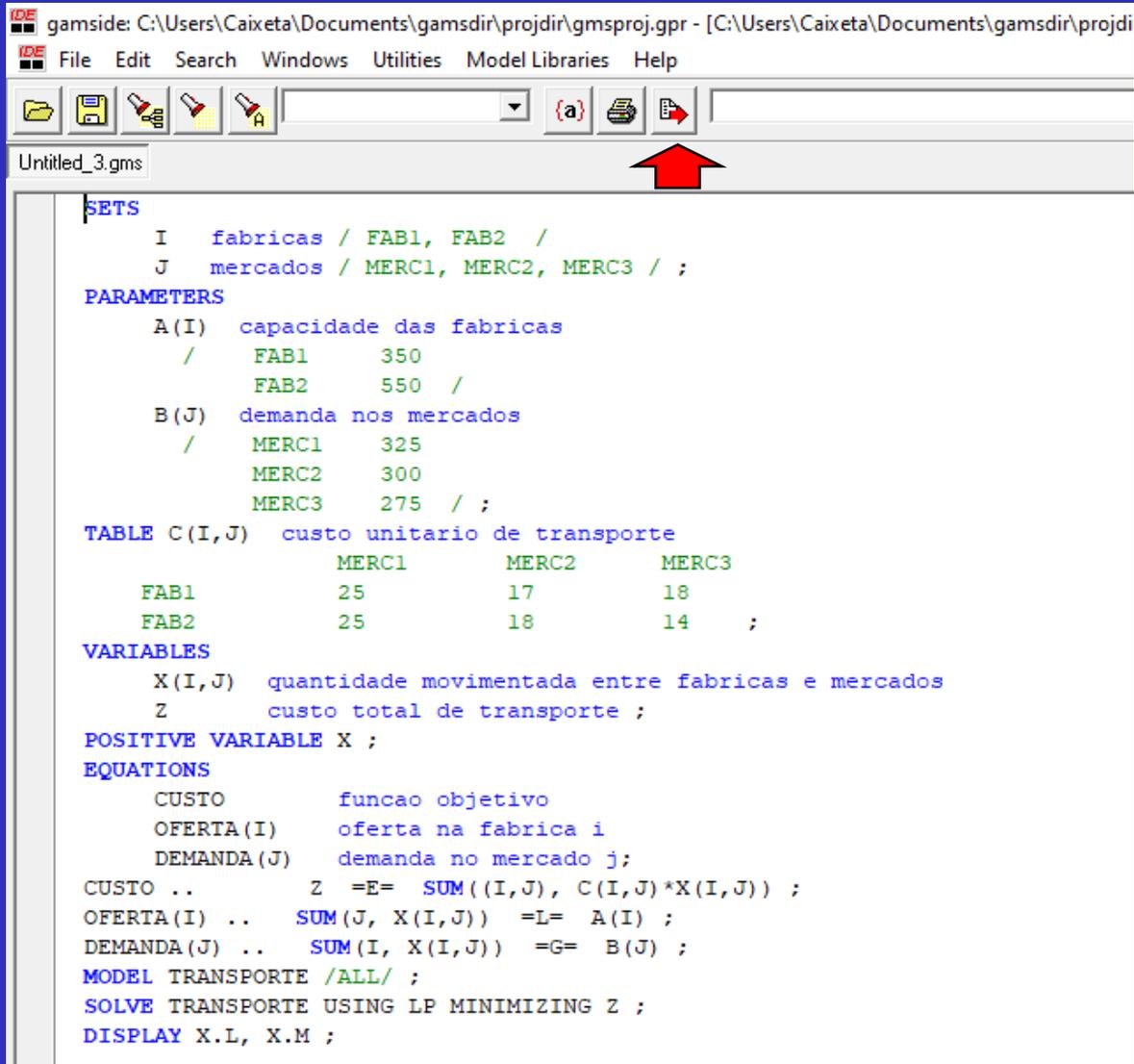
14) Uma nova janela aparecerá, onde você deve incluir o arquivo de entrada do GAMS.



15) Por exemplo, para o problema de transporte visto em sala de aula

```
IDE gamside: C:\Users\Caixeta\Documents\gamsdir\projdir\gmsproj.gpr - [C:\Users\Caixeta\Documents\gamsdir\projdi
IDE File Edit Search Windows Utilities Model Libraries Help
Untitled_3.gms
SETS
  I fabricas / FAB1, FAB2 /
  J mercados / MERC1, MERC2, MERC3 / ;
PARAMETERS
  A(I) capacidade das fabricas
    / FAB1 350
    FAB2 550 /
  B(J) demanda nos mercados
    / MERC1 325
    MERC2 300
    MERC3 275 / ;
TABLE C(I,J) custo unitario de transporte
      MERC1 MERC2 MERC3
FAB1 25 17 18
FAB2 25 18 14 ;
VARIABLES
  X(I,J) quantidade movimentada entre fabricas e mercados
  Z custo total de transporte ;
POSITIVE VARIABLE X ;
EQUATIONS
  CUSTO funcao objetivo
  OFERTA(I) oferta na fabrica i
  DEMANDA(J) demanda no mercado j;
CUSTO .. Z =E= SUM((I,J), C(I,J)*X(I,J)) ;
OFERTA(I) .. SUM(J, X(I,J)) =L= A(I) ;
DEMANDA(J) .. SUM(I, X(I,J)) =G= B(J) ;
MODEL TRANSPORTE /ALL/ ;
SOLVE TRANSPORTE USING LP MINIMIZING Z ;
DISPLAY X.L, X.M ;
```

16) Para resolver, clique no atalho correspondente.



```
IDE gamside: C:\Users\Caixeta\Documents\gamsdir\projdir\gmsproj.gpr - [C:\Users\Caixeta\Documents\gamsdir\projdi
IDE File Edit Search Windows Utilities Model Libraries Help
[Icons] [a] [Print] [Run]
Untitled_3.gms
SETS
  I  fabricas / FAB1, FAB2 /
  J  mercados / MERC1, MERC2, MERC3 / ;
PARAMETERS
  A(I)  capacidade das fabricas
        /  FAB1    350
           FAB2    550 /
  B(J)  demanda nos mercados
        /  MERC1   325
           MERC2   300
           MERC3   275 / ;
TABLE C(I,J)  custo unitario de transporte
           MERC1    MERC2    MERC3
  FAB1      25       17       18
  FAB2      25       18       14 ;
VARIABLES
  X(I,J)  quantidade movimentada entre fabricas e mercados
  Z       custo total de transporte ;
POSITIVE VARIABLE X ;
EQUATIONS
  CUSTO          funcao objetivo
  OFERTA(I)     oferta na fabrica i
  DEMANDA(J)    demanda no mercado j;
CUSTO ..      Z =E= SUM((I,J), C(I,J)*X(I,J)) ;
OFERTA(I) ..  SUM(J, X(I,J)) =L= A(I) ;
DEMANDA(J) .. SUM(I, X(I,J)) =G= B(J) ;
MODEL TRANSPORTE /ALL/ ;
SOLVE TRANSPORTE USING LP MINIMIZING Z ;
DISPLAY X.L, X.M ;
```

17) Aparecerá uma tela com os seguintes resultados:

The screenshot displays the GAMS (General Algebraic Modeling System) interface. The main window shows the model's compilation output, including set definitions, parameters, and a transportation cost table. A separate window on the right shows the solution results for the 'TRANSPORTE' model, indicating an optimal solution was found with a Cplex time of 0.02 seconds. The objective value is 17075.000000.

```
gamside: C:\Users\Caixeta\Documents\gamsdir\projdir\gmsproj.gpr
File Edit Search Windows Utilities Model Libraries Help

C:\Users\Caixeta\Documents\gamsdir\projdir\Untitled_3.lst
Untitled_3.gms | Untitled_3.lst

- Compilation
+ Equation Listing SOLVE TRANSP
+ Equation
+ Column Listing SOLVE TRANSP
+ Column
+ Model Statistics SOLVE TRANSP
+ Solution Report SOLVE TRANSP
+ SolEQU
+ SolVAR
- Execution
+ Display

GAMS 32.2.0 rc62c018 Released Aug 26, 2020 WEX-WEI x86 64bit/MS Windows - 1
General Algebraic Modeling System
Compilation

1 SETS
2 I fabricas / FAB1, FAB2 /
3 J mercados / MERC1, MERC2, MERC3 / ;
4 PARAMETERS
5 A(I) capacidade das fabricas
6 / FAB1 350
7 FAB2 550 /
8 B(J) demanda nos mercados
9 / MERC1 325
10 MERC2 300
11 MERC3 275 / ;
12 TABLE C(I,J) custo unitario de transporte
13 MERC1 MERC2 MERC3
14 FAB1 25 17 18
15 FAB2 25 18 14 ;
16 VARIABLES
17 X(I,J) quantidade movimentada entre fabricas e mercados
18 Z custo total de transporte ;

No active process
untitled_3

CPXPARAM_Parallel 1
Tried aggregator 1 time.
LP Presolve eliminated 1 rows and 1 columns.
Reduced LP has 5 rows, 6 columns, and 12 nonzeros.
Presolve time = 0.00 sec. (0.00 ticks)

Iteration Dual Objective In Variabl
1 8125.000000 X(FAB1.MERC
2 13225.000000 X(FAB1.MERC
3 17075.000000 X(FAB2.MERC
4 17075.000000 X(FAB2.MERC

LP status(1): optimal
Cplex Time: 0.02sec (det. 0.01 ticks)

Optimal solution found.
Objective : 17075.000000

--- Reading solution for model TRANSPORTE
--- Executing after solve: elapsed 0:00:00.267
--- Untitled_3.gms(29) 4 Mb
*** Status: Normal completion
--- Job Untitled_3.gms Stop 10/25/20 22:14:38 elap:

Close Open Log Summary only Update
```

DESCUBRA ONDE ESTÃO OS RESULTADOS DO PROBLEMA. COPIE NUMA PÁGINA A4 OS VALORES OBTIDOS PARA CADA VARIÁVEL.