MAT0221 - Cálculo Diferencial e Integral IV -IO

2o. Semestre de 2020 - 4a. Lista de exercícios - Séries de Fourier

I) A série de Fourier de $f(x) = |x|$ em $-\pi < x \leq \pi$, e sua função soma são dadas por: Assinale a alternativa correta

a) $\frac{\pi}{4} - \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos((2n+1)x)}{(2n+1)^2}$
soma: $|x|$, se $-\pi \leq x \leq \pi$ e sua extensão periódica para $x \in \mathbb{R}$.

b) $\frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos((2n-1)x)}{(2n-1)^2}$
soma: $|x|$, se $-\pi \leq x \leq \pi$ e sua extensão periódica para $x \in \mathbb{R}$.

c) $\frac{\pi}{2} + \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos((2n)x)}{(2n)^2}$
soma: $|x|$, se $-\pi < x \leq \pi$ e sua extensão periódica para $x \in \mathbb{R}$.

d) $\frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos((2n+1)x)}{(2n-1)}$
soma: $|x|$, se $-\pi \leq x \leq \pi$ e sua extensão periódica para $x \in \mathbb{R}$.

e) $\frac{\pi^2}{2} + \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos((2n-1)x)}{(2n+1)^2}$
soma: $|x|$, se $-\pi \leq x \leq \pi$ e sua extensão periódica para $x \in \mathbb{R}$.

II) A série de Fourier de $f(x) = e^{ax}$ em $-\pi < x \leq \pi$ com $a \neq 0$, e sua função soma são dadas por:

Assinale a alternativa correta

a) $\frac{\cosh(a\pi)}{a\pi} + \frac{2(a\pi)}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2-a^2}(b\cos(nx) - n\sin(nx))$. soma: e^{ax}, se $-\pi \leq x < \pi$; $\cosh(b\pi)$ se $x = \pm\pi$, e a sua extensão periódica para $x \in \mathbb{R}$

b) $\frac{\sinh(a\pi)}{a\pi} + \frac{2\sinh(a\pi)}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2+a^2}(a\cos(nx) - n\sin(nx))$. soma: e^{ax}, se $-\pi < x < \pi$; $\cosh(a\pi)$ se $x = \pm\pi$, e a sua extensão periódica para $x \in \mathbb{R}$

c) $\frac{2\sinh(a\pi)}{a\pi} + \frac{\sinh(a\pi)}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2-a^2}(b\cos(nx) + n\sin(nx))$. soma: e^{ax}, se $-\pi < x < \pi$; $(a\pi)$ se $x = \pm\pi$, e a sua extensão periódica para $x \in \mathbb{R}$

d) $\frac{\sinh(a\pi)}{a\pi} - \frac{2\sinh(b\pi)}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2-b^2}(b\cos(nx) + n\sin(nx))$. soma: e^{ax}, se $-\pi < x \leq \pi$; $\cosh(a\pi)$ se $x = \pm\pi$, e a sua extensão periódica para $x \in \mathbb{R}$

e) $\frac{\sinh(a\pi)}{b\pi} - \frac{2\sinh(a\pi)}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2-a^2}(a\cos(nx) - n\sin(nx))$. soma: e^{ax}, se $-\pi \leq x < \pi$; $\cosh(b\pi)$ se $x = \pm\pi$, e a sua extensão periódica para $x \in \mathbb{R}$

III) A série de Fourier de senos e de cossenos de $f(x) = x + 1$ para $0 \leq x \leq \pi$ são respectivamente:

Assinale a alternativa correta

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n\pi}(2 - (\pi+1)(-1)^n)\sin(nx)$, $\quad \frac{\pi}{2} - 1 + \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos((2n-1)x)}{(2n-1)^3}$.

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n\pi}(1 + (\pi-1)(-1)^n)\sin(nx)$, $\quad \frac{\pi}{2} - 1 - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos((2n+1)x)}{(2n+1)^2}$.

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n\pi}(1 - (\pi-1)(-1)^n)\sin(nx)$, $\quad \frac{\pi}{3} + 1 + \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos((2n-1)x)}{(2n-1)^2}$.

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n\pi}(1 - (\pi+1)(-1)^n)\sin(nx)$, $\quad \frac{\pi}{2} + 1 - \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos((2n-1)x)}{(2n-1)^2}$.

e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n\pi}(2 - (\pi+1)(-1)^n)\sin(nx)$, $\quad \frac{\pi}{4} + 1 - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos((2n-1)x)}{(2n-1)^2}$.

IV) A função soma para as séries de senos e de cossenos de $f(x) = x + 1$ para $0 \leq x \leq \pi$ são respectivamente:

Assinale a alternativa correta

a) soma da seno: $x - 1$, para $-\pi < x \leq 0$; $x + 1$, para $0 < x < \pi$, 0, para $x = \pm\pi$, 0 e sua extensão periódica para $x \in \mathbb{R}$. soma do cosseno : $|x| + 1$, para $-\pi \leq x \leq \pi$ e sua extensão periódica de $|x| + 1$ para $x \in \mathbb{R}$.

b) soma da seno : $x + 1$, para $-\pi < x < 0$; $x - 1$, para $0 < x < \pi$, 0, para $x = \pm\pi$, 0 e sua extensão periódica para $x \in \mathbb{R}$. soma do cosseno: $|x| - 1$, para $-\pi \leq x \leq \pi$ e sua extensão periódica de $|x| - 1$ para $x \in \mathbb{R}$.

c) soma da seno: $x + 1$, para $-\pi < x \leq 0$; $x - 1$, para $0 \leq x < \pi$, 0, para $x = \pm\pi$, 0 e sua extensão periódica para $x \in \mathbb{R}$. soma do cosseno: $-|x| + 1$, para $-\pi \leq x \leq \pi$ e sua extensão periódica de $|x| + 1$ para $x \in \mathbb{R}$.

d) soma da seno: $x - 1$, para $-\pi < x \leq 0$; $x + 1$, para $0 < x < \pi$, 0, para $x = \pm\pi$, 0 e sua extensão periódica para $x \in \mathbb{R}$. soma do cosseno: $|x| - 1$, para $-\pi \leq x \leq \pi$ e sua extensão periódica de $-|x| + 1$ para $x \in \mathbb{R}$.

e) soma da seno: $x + 1$, para $-\pi < x \leq 0$; $-x + 1$, para $0 < x < \pi$, 0, para $x = \pm\pi$, 0 e sua extensão periódica para $x \in \mathbb{R}$. soma do cosseno: $-|x| + 1$, para $-\pi \leq x \leq \pi$ e sua extensão periódica de $|x| + 1$ para $x \in \mathbb{R}$.

V) A série de Fourier de senos e de cossenos de $f(x) = \sin x$ para $0 \leq x \leq \pi$ são respectivamente:

Assinale a alternativa correta

a) $\sin(2x)$, $\quad \frac{1}{\pi}(1 - \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2nx)}{4n^2-1})$

b) $\sin x$, $\quad \frac{2}{\pi}(1 - 2\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2nx)}{4n^2-1})$

c) $\sin(2x)$, $\quad \frac{2}{\pi}(1 + 2\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2nx)}{4n^2+1})$

d) $\sin x$, $\quad \frac{2}{\pi}(1 - 2\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2nx)}{2n^2+1})$

e) $\sin x$, $\quad \frac{2}{\pi}(1 - 2\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(4nx)}{4n^2+1})$

VI) A função soma para as séries de senos e de cossenos de $f(x) = \sin x$ para $0 \leq x \leq \pi$ são respectivamente:

Assinale a alternativa correta

a) soma da seno: $\sin x$ para $x \in \mathbb{R}$, soma do cosseno: $|\sin x|$ para $x \in \mathbb{R}$

b) soma da seno: $\sin x$ para $x \in \mathbb{R}$, soma do cosseno: $\sin x$ para $x \in \mathbb{R}$

c) soma da seno: $\sin x$ para $x \in \mathbb{R}$, soma do cosseno: $-\sin x$ para $x \in \mathbb{R}$

d) soma da seno: $\sin x$ para $x \in \mathbb{R}$, soma do cosseno: $\sin^2 x$ para $x \in \mathbb{R}$

e) soma da seno: $\sin x$ para $x \in \mathbb{R}$, soma do cosseno: $\sin x$ para $x > 0$

VII) A soma das séries $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$ e $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$ são respectivamente.

Assinale a alternativa correta

a) $\frac{2\pi}{3}$ e $\frac{\pi^2}{12}$

b) $\frac{2\pi^2}{5}$ e $\frac{\pi^2}{3}$

c) $\frac{\pi}{3}$ e $\frac{\pi^2}{4}$

d) $\frac{\pi^2}{8}$ e $\frac{\pi^2}{12}$

e) $\frac{\pi^2}{3}$ e $\frac{\pi^2}{4}$

VIII) Os valores das constantes a e b tais que a série de senos de $f(x) = x^3 + ax$ em $[0, \pi]$ seja da forma

$$b \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin(nx)}{n^3}$$

são: Assinale a alternativa correta

a) $a = \frac{1}{\pi}$, $b = -12$

b) $a = \pi^2$, $b = 10$

c) $a = -\pi$, $b = -12$

d) $a = \pi^2$, $b = 2$

e) $a = -\pi^2$, $b = 12$

IX) Sejam as funções $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$ e $h(x) = \sin x$ para $0 \le x \le \pi$. Então podemos afirmar que a igualdade

$$\frac{\pi^4}{90} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$$

pode ser obtida da:

Assinale a alternativa correta

a) série de Fourier de $f(x)$

b) série de Fourier de $g(x)$

c) série de Fourier de $h(x)$

d) série de Fourier de $f(x) + g(x)$

e) Não podemos obter de nenhuma delas

X) O valor de $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^4}$ é

Assinale a alternativa correta

a) $\frac{\pi^2}{46}$

b) $\frac{\pi^2}{22}$

c) $\frac{\pi^3}{46}$

d) $\frac{\pi}{222}$

e) $\frac{\pi^4}{96}$

XI) A soma da série de Fourier

$$\frac{a_o}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)) = x^2 e^x, \quad -\pi < x < \pi.$$

Analise as seguintes afirmações:

I) A soma da série para $x = \frac{11\pi}{2}$ é igual a soma da serie para $x = \frac{\pi}{2}$ e a soma é igual a $\frac{\pi^4}{4} e^{\frac{\pi}{2}}$

II) A soma da série para $x = 11\pi$ é igual a soma da série para $x = \pi$ e a soma é igual a $\pi^2 e^{\pi}$

III) A soma da série para $x = \frac{11\pi}{2}$ é igual a soma da série para $x = -\frac{\pi}{2}$ e a soma é igual a $\frac{\pi^4}{4} e^{-\frac{\pi}{2}}$

IV) A soma da série para $x = 7\pi$ é igual a soma da série para $x = -\pi$ e a soma é igual a $\pi^2 e^{-\pi}$

Logo podemos afirmar que:

a) Apenas I) é correta

b) Apenas I) e III) estão corretas

c) Apenas II) e IV) estão corretas

d) Apenas II), III) e IV) estão corretas

e) Apenas IV) é correta

RESPOSTAS

I) b II) b III) d IV) a V) b VI) a VII) d VIII) e IX) b X) e

XI) Corregir item III) para soma $= \frac{\pi^2}{4} e^{-\pi/2}$. E ai essa seria a unica verdadeira. Fazer essa correcao.