Gabarito do 9ª Práticas de demonstrações

Ferramentas disponíveis:

Definição 1: Se $\vec{u}=(x_1, y_1, z_1), \vec{v}=(x_2, y_2, z_2)$, o produto interno de $\vec{u}$ por $\vec{v}$ é o escalar $<\vec{u}, \vec{v}>$ = $x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$.

Definição 2: Se $\vec{u}=(x_1, y_1, z_1), \vec{v}=(x_2, y_2, z_2)$, o produto vetorial de $\vec{u}$ por $\vec{v}$ é o vetor

$\vec{u} \text{ x } \vec{v}$ = $(y_1z_2 – y_2z_1, x_1z_2 – x_2z_1, x_1y_2 – x_2y_1)$.

Enunciados a demonstrar

Exemplo) Prove que se $\vec{u}=(x_1, y_1, z_1), \vec{v}=(x_2, y_2, z_2)$, então $<\vec{u} \text{ x } \vec{v}, \vec{u}>=<\vec{u} \text{ x } \vec{v}, \vec{v}>=0$

Demonstração:

$<\vec{u} \text{ x } \vec{v}, \vec{u}>$ = $(y_1z_2 – y_2z_1)x_1 – (x_1z_2 – x_2z_1)y_1 + (x_1y_2 – x_2y_1)z_1$ =

$x_1y_1z_2 – x_1y_2z_1 – x_1y_1z_2 + x_2y_1z_1 + x_1y_2z_1 – x_2y_1z_1$ =

$[x_1y_1z_2 – x_1y_1z_2] + [x_1y_2z_1 – x_1y_2z_1] + [x_2y_1z_1 – x_2y_1z_1] = 0$

$<\vec{u} \text{ x } \vec{v}, \vec{v}>$ = $(y_1z_2 – y_2z_1)x_2 – (x_1z_2 – x_2z_1)y_2 + (x_1y_2 – x_2y_1)z_2$ =

$x_2y_1z_2 – x_2y_2z_1 – x_1y_2z_2 + x_2y_2z_1 + x_1y_2z_2 – x_2y_1z_2$ =

$[x_2y_1z_2 – x_2y_1z_2] + [x_1y_2z_2 – x_1y_2z_2] + [x_2y_2z_1 – x_2y_2z_1] = 0$

1) Prove que se $\vec{u}=(x_1, y_1, z_1), \vec{v}=(x_2, y_2, z_2)$, então $\vec{u} \text{ x } \vec{v}=-(\vec{v} \text{ x } \vec{u})$

Demonstração:

$\vec{u} \, x \, \vec{v}$ = $(y_1z_2 – y_2z_1, x_1z_2 – x_2z_1, x_1y_2 – x_2y_1)$ =

$(-(y_2z_1 – y_1z_2), -(x_2z_1 – x_1z_2), -(x_2y_1 – x_1y_2))$ =

$(-1).(y_2z_1 – y_1z_2, x_2z_1 – x_1z_2, x_2y_1 – x_1y_2)$ = $-(\vec{v} \text{ x } \vec{u})$