Mecânica (IGc) - 4310192

Ministrado por

Prof. Gustavo Paganini Canal

Departamento de Física Aplicada

Instituto de Física da Universidade de São Paulo

A noção da conservação do momento linear é fundamental para um jogador de sinuca

Curso ministrado online para o

Instituto de Geociências

e-mail: canal@if.usp.br

São Paulo - SP, 22 de Outubro de 2020

Sumário: Mecânica (IGc) - 4310192

- **Conservação do momento linear**

- **Exercícios de Fixação**

Sumário: Mecânica (IGc) - 4310192

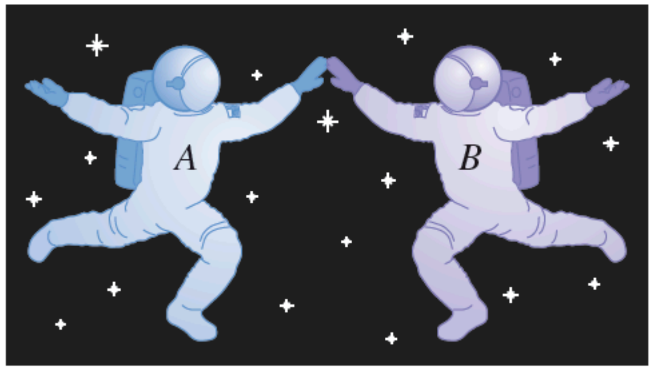
- **Conservação do momento linear**

- **Exercícios de Fixação**

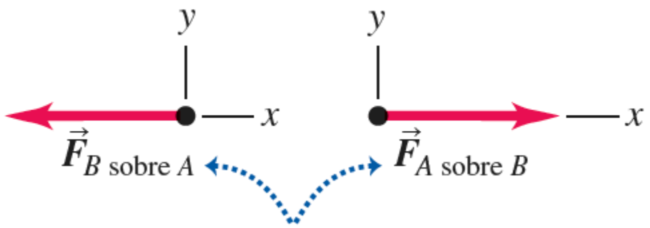
A conservação do momento linear é um conceito que surge naturalmente das leis de Newton (1)

- **O conceito de momento linear é particularmente importante quando ocorre interação entre dois ou mais corpos**

- **Considere um sistema ideal de dois corpos que interagem entre si, por exemplo, dois astronautas que se tocam enquanto flutuam em uma região sem campo gravitacional no espaço sideral**
  - *De acordo com a terceira lei de Newton, as forças* $\vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{A\ sobre\ B}}$ *e* $\vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{B\ sobre\ A}}$ *sempre possuem o mesmo módulo e a mesma direção, porém seus sentidos são contrários*
  - *Os impulsos que atuam sobre eles possuem o mesmo módulo e a mesma direção, mas seus sentidos são contrários*
  - *As variações de momento linear também são iguais e contrárias*



Nenhuma força externa atua sobre o sistema composto pelos dois astronautas e, por isso, seu momento linear total é conservado.

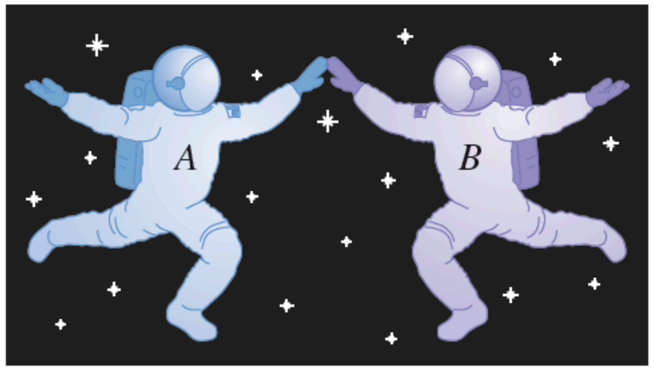


As forças que os astronautas exercem mutuamente formam um par de ação e reação.

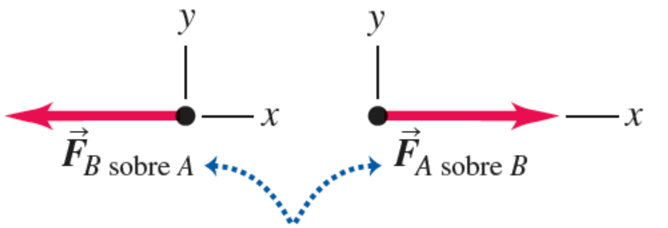
A conservação do momento linear é um conceito que surge naturalmente das leis de Newton (2)

- **Vamos prosseguir introduzindo uma nova terminologia:**
  - *Para um sistema qualquer, denominam-se FORÇAS INTERNAS as forças que as partículas de um sistema exercem sobre as outras*
  - *Denominam-se FORÇAS EXTERNAS as forças exercidas sobre qualquer parte de um sistema por um corpo no exterior do sistema*

- **No exemplo dos astronautas, $\vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{A\ sobre\ B}}$ e $\vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{B\ sobre\ A}}$ são forças internas e, portanto, não existe neste sistema nenhuma força externa**
  - *Quando não há forças externas atuando sobre um sistema, dizemos que este é um SISTEMA ISOLADO*



Nenhuma força externa atua sobre o sistema composto pelos dois astronautas e, por isso, seu momento linear total é conservado.



As forças que os astronautas exercem mutuamente formam um par de ação e reação.

A conservação do momento linear é um conceito que surge naturalmente das leis de Newton (2)

- Escrevendo as forças $\vec{\mathbf{F}}_{\text{A sobre B}}$ e $\vec{\mathbf{F}}_{\text{B sobre A}}$ em termos da variação de seus respectivos momentos lineares, temos que

$$\vec{\mathbf{F}}_{\text{A sobre B}} = \frac{d\vec{\mathbf{p}}_{\text{B}}}{dt} \qquad \vec{\mathbf{F}}_{\text{B sobre A}} = \frac{d\vec{\mathbf{p}}_{\text{A}}}{dt}$$

- Como, pela terceira lei de Newton, temos que

$$\vec{\mathbf{F}}_{\text{A sobre B}} = -\vec{\mathbf{F}}_{\text{B sobre A}} \rightarrow \vec{\mathbf{F}}_{\text{A sobre B}} + \vec{\mathbf{F}}_{\text{B sobre A}} = \frac{d\vec{\mathbf{p}}_{\text{A}}}{dt} + \frac{d\vec{\mathbf{p}}_{\text{B}}}{dt} = \frac{d\left(\vec{\mathbf{p}}_{\text{A}} + \vec{\mathbf{p}}_{\text{B}}\right)}{dt} = 0$$

- Definindo o momento linear total deste sistema como $\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{p}}_{\text{A}} + \vec{\mathbf{p}}_{\text{B}}$, temos que

$$\frac{d\vec{\mathbf{p}}}{dt} = 0$$

Quando a soma vetorial das forças externas que atuam sobre um sistema é igual a zero, o momento linear total do sistema permanece constante.

O momento linear total do sistema é constante, embora os momentos lineares de cada partícula que compõe o sistema possam variar

Características do princípio da conservação do momento linear

- **O princípio da conservação do momento linear é uma consequência direta da terceira lei de Newton**
  - *Sua aplicação não depende da natureza das forças internas entre os corpos que compõem o sistema*
  - *Podemos aplicar este princípio mesmo quando (como geralmente ocorre) sabemos muito pouco a respeito das forças internas*
  - *Como usamos a segunda lei de Newton para deduzir esse princípio, devemos aplicá-lo apenas em sistemas de referência inerciais*

Generalização do princípio da conservação do momento linear

- **Podemos generalizar esse princípio para um sistema contendo um número qualquer de corpos (A, B, C, ...) que interagem apenas mediante forças internas**

- **O momento linear total desse sistema é dado por**

O momento linear total de um sistema de partículas $A, B, C, \ldots$

$$\vec{P} = \vec{p}_A + \vec{p}_B + \cdots = m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B + \cdots$$

... é igual à soma vetorial dos momentos lineares de todas as partículas no sistema.

- **Forças internas podem alterar o momento linear interno dos corpos individuais do sistema, porém elas não alteram o momento linear total do sistema**

Os princípios da conservação da energia mecânica e do momento linear são dois

- **De certo modo, a lei da conservação do momento linear é mais geral que o princípio da conservação da energia mecânica. Por exemplo**
  - *A energia mecânica se conserva somente quando as forças internas são conservativas, ou seja, quando elas permitem uma conversão recíproca nos dois sentidos entre energia cinética e energia potencial*
  - *Já a lei da conservação do momento linear vale mesmo quando existem forças que não são conservativas*

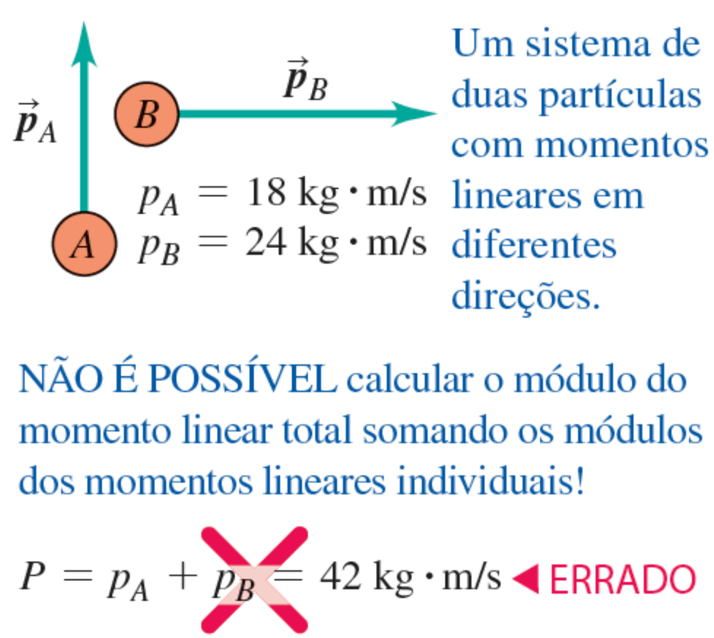
- **Existem casos em que há conservação do momento linear e conservação da energia mecânica. Porém, existem casos em que há apenas conservação do momento linear**
  - *Esses dois princípios desempenham um papel fundamental em diversas áreas da física*

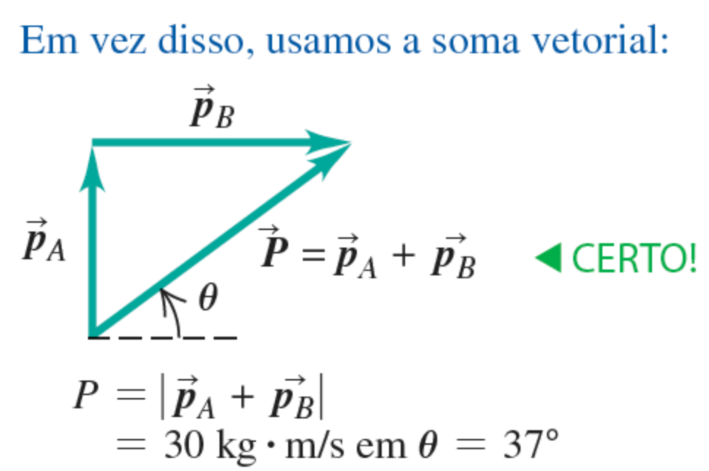
Lembre-se que o momento linear é uma grandeza vetorial

ATENÇÃO A conservação do momento linear significa a conservação de seus componentes Quando você aplicar a lei da conservação do momento linear, é essencial lembrar-se de que o momento linear é uma grandeza *vetorial*. Assim, você deve usar as regras da soma vetorial para calcular o momento linear total de um sistema (**Figura 8.11**). O uso de componentes geralmente é mais simples. Se p_{Ax}, p_{Ay} e p_{Az} são os componentes do momento linear de uma partícula A e, analogamente, para os componentes das outras partículas, então a Equação 8.14 pode ser escrita de modo equivalente por meio das equações

$$P_x = p_{Ax} + p_{Bx} + \ldots,\quad P_y = p_{Ay} + p_{By} + \ldots,\quad P_z = p_{Az} + p_{Bz} + \ldots \tag{8.15}$$

Quando a soma vetorial das forças externas que atuam sobre um sistema é igual a zero, então os componentes P_x, P_y e P_z são todos constantes.

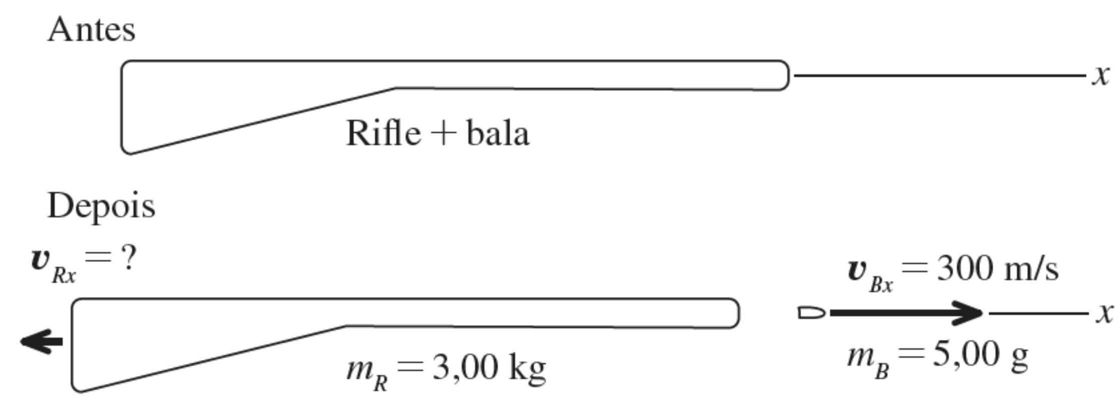




Exemplo: recuo de um rifle

- **Um atirador segura um rifle de massa 3,0 kg frouxamente, de modo que a arma possa recuar livremente ao ser disparada. Ele atira uma bala de massa 5,0 g horizontalmente com velocidade relativa ao solo igual a 300 m/s. Qual é a velocidade de recuo do rifle? Quais são os valores da energia cinética final e do momento linear total final da bala? E do rifle?**

$$p_x = m_B\, v_{Bx} + m_R\, v_{Rx} = 0 \;\rightarrow\; v_{Rx} = -\frac{m_B\, v_{Bx}}{m_R}$$



$$v_{Rx} = -\frac{(0{,}0050\, kg)(300\, m/s)}{3{,}0\, kg} = -\,0{,}50\, m/s$$

$$p_{Bx} = m_B\, v_{Bx} = (0{,}0050\, kg)(300\, m/s) = 1{,}5\, kg \cdot m/s$$

$$K_B = \frac{1}{2} m_B v_{Bx}^2 = 225\, J$$

$$p_{Rx} = m_R\, v_{Rx} = (3{,}0\, kg)(-0{,}50\, m/s) = -\,1{,}5\, kg \cdot m/s$$

$$K_R = \frac{1}{2} m_R v_{Rx}^2 = 0{,}375\, J$$

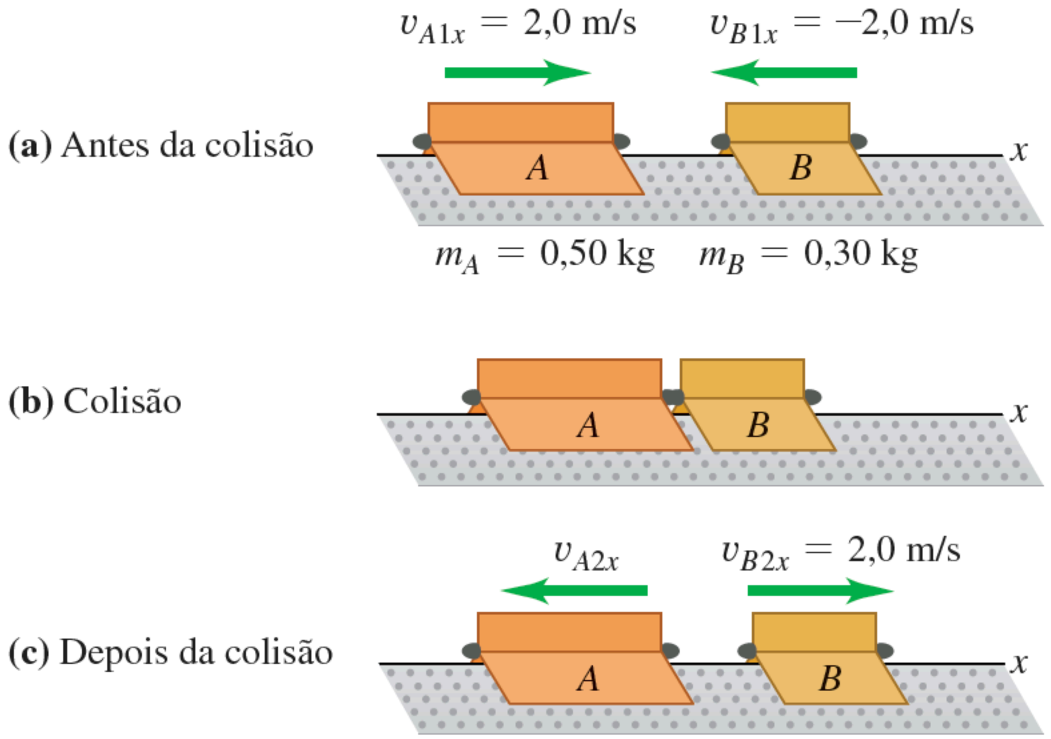
Exemplo: colisão ao longo de uma linha reta

- **Dois cavaleiros com massas diferentes se deslocam em sentidos contrários em um trilho de ar linear sem atrito. Depois da colisão, o cavaleiro B se afasta com velocidade final de 2,0 m/s. Qual é a velocidade final do cavaleiro A?**

$$p_{x,1} = m_A\, v_{Ax,1} + m_B\, v_{Bx,1} = 0{,}40\, kg \cdot m/s$$

$$p_{x,2} = m_A\, v_{Ax,2} + m_B\, v_{Bx,2} = p_{x,1}$$

$$v_{Ax,2} = \frac{p_{x,1} - m_B\, v_{Bx,2}}{m_A} = -\,0{,}40\, m/s$$



Exemplo: colisão em um plano horizontal (1)

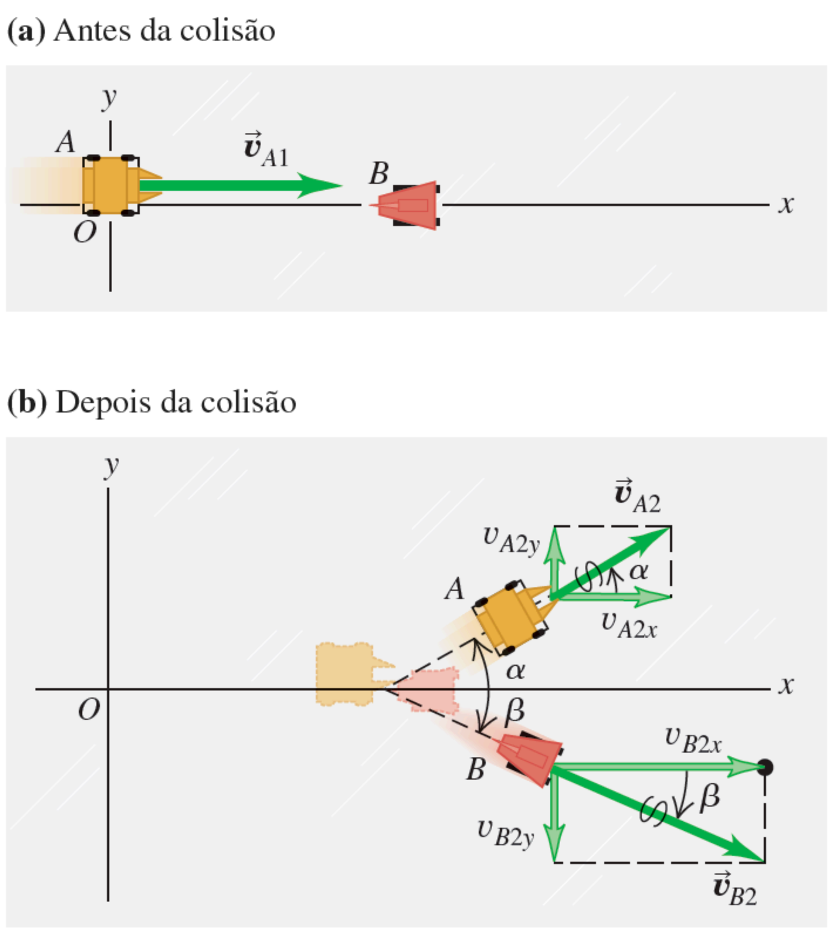
- **A Figura abaixo mostra dois robôs em combate que deslizam sobre uma superfície sem atrito. O robô A, com massa de 20 kg, move-se com velocidade de 2,0 m/s paralelamente ao eixo x. Ele colide com o robô B, com massa de 12 kg, que está inicialmente em repouso. Depois da colisão, verifica-se que a velocidade do robô A é de 1,0 m/s, com uma direção que faz um ângulo de 30° com a direção inicial. Qual é a velocidade final do robô B?**

$$p_{x,1} = m_A\, v_{Ax,1} + m_B\, v_{Bx,1} = m_A\, v_{Ax,2} + m_B\, v_{Bx,2} = p_{x,2}$$

$$v_{Bx,2} = \frac{m_A\, v_{Ax,1} + m_B\, v_{Bx,1} - m_A\, v_{Ax,2}}{m_B} = 1{,}89\, m/s$$

$$p_{y,1} = m_A\, v_{Ay,1} + m_B\, v_{By,1} = m_A\, v_{Ay,2} + m_B\, v_{By,2} = p_{y,2}$$

$$v_{By,2} = \frac{m_A\, v_{Ay,1} + m_B\, v_{By,1} - m_A\, v_{Ay,2}}{m_B} = -\,0{,}83\, m/s$$



Exemplo: colisão em um plano horizontal (2)

- **A Figura abaixo mostra dois robôs em combate que deslizam sobre uma superfície sem atrito. O robô A, com massa de 20 kg, move-se com velocidade de 2,0 m/s paralelamente ao eixo x. Ele colide com o robô B, com massa de 12 kg, que está inicialmente em repouso. Depois da colisão, verifica-se que a velocidade do robô A é de 1,0 m/s, com uma direção que faz um ângulo de 30° com a direção inicial. Qual é a velocidade final do robô B?**

$$p_{x,1} = m_A\, v_{Ax,1} + m_B\, v_{Bx,1} = m_A\, v_{Ax,2} + m_B\, v_{Bx,2} = p_{x,2}$$

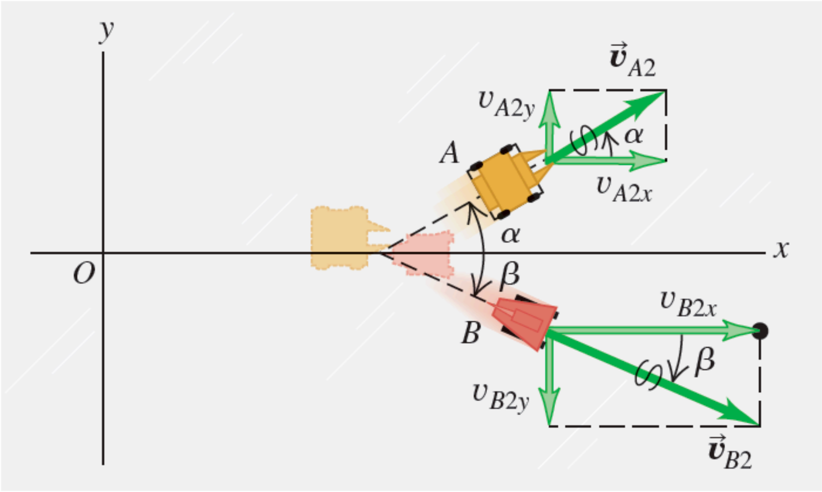
$$v_{Bx,2} = \frac{m_A\, v_{Ax,1} + m_B\, v_{Bx,1} - m_A\, v_{Ax,2}}{m_B} = 1{,}89\, m/s$$

$$p_{y,1} = m_A\, v_{Ay,1} + m_B\, v_{By,1} = m_A\, v_{Ay,2} + m_B\, v_{By,2} = p_{y,2}$$

$$v_{By,2} = \frac{m_A\, v_{Ay,1} + m_B\, v_{By,1} - m_A\, v_{Ay,2}}{m_B} = -\,0{,}83\, m/s$$

$$v_{B,2} = \sqrt{v_{Bx,2}^2 + v_{By,2}^2} = 2{,}1\, m/s$$

$$\beta = \arctan \frac{-0{,}83}{1{,}89} = -\,24^\circ$$



Exercícios de fixação

- **Ler e fazer todos os exemplos da seção 8.2**
  - *Exercícios da seção 8.2: 8.19, 8.20, 8.22, 8.24, 8.27, 8.30 e 8.31*