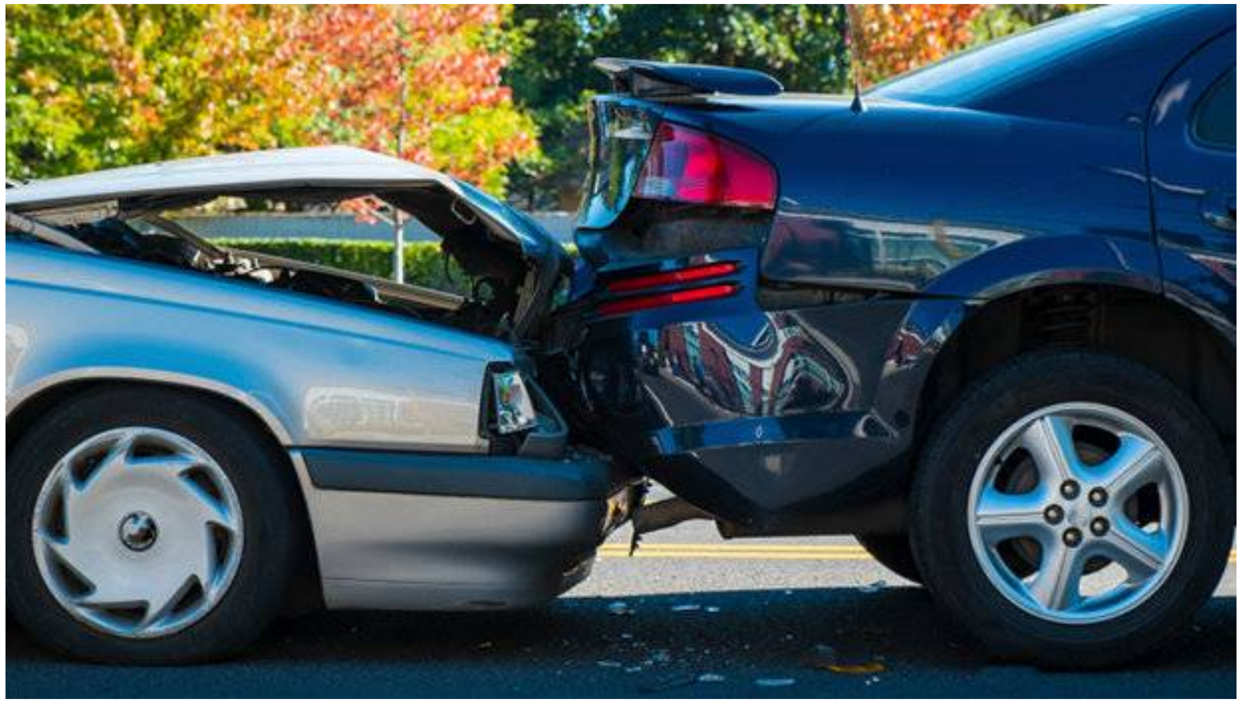
Mecânica (IGc) - 4310192

Ministrado por

Prof. Gustavo Paganini Canal

Departamento de Física Aplicada

Instituto de Física da Universidade de São Paulo



A colisão entre dois automóveis não é facilmente descrita pelo uso apenas das lei de Newton

Curso ministrado online para o

Instituto de Geociências

e-mail: canal@if.usp.br

São Paulo - SP, 19 de Outubro de 2020

Sumário: Mecânica (IGc) - 4310192

- **Momento linear**
- **O teorema do impulso-momento linear**
- **A diferença entre momento linear e energia cinética**
- **Exercícios de Fixação**

Sumário: Mecânica (IGc) - 4310192

- **Momento linear**
- O teorema do impulso-momento linear
- A diferença entre momento linear e energia cinética
- Exercícios de Fixação

Existem questões que não podem ser respondidas facilmente pelo uso das leis de Newton nas formas que vimos até aqui

- **Há muitas questões envolvendo forças que não podem ser solucionadas com a aplicação direta da segunda lei de Newton. Por exemplo:**
  - *Quando um caminhão colide frontalmente com um carro, o que determina o sentido do movimento dos destroços resultantes da colisão?*
  - *Em um jogo de sinuca, o que determina o manejo do taco para que você possa acertar a bola de modo que ela empurre a outra para a caçapa?*
  - *Quando um meteorito colide com a superfície terrestre, quanta energia cinética do meteorito é liberada no impacto?*

- **Uma observação comum nas respostas à essas perguntas é que elas envolvem forças sobre as quais pouco se sabe**

- **Como mostraremos, é um fato notável que você não precise saber nada sobre essas forças para responder a essas perguntas!**

A definição do momento linear

- **Nos capítulos 6 e 7, reformulamos a segunda lei de Newton, $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\,\vec{\mathbf{a}}$, em termos do teorema do trabalho-energia**
  - *Esse teorema nos auxiliou no tratamento de um grande número de problemas e nos conduziu ao princípio da conservação da energia*

- **Vamos retornar à expressão $\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\,\vec{\mathbf{a}}$ e mostrar um outro modo de reformular essa lei fundamental**

- **Considere uma partícula de massa constante m. Como $\vec{\mathbf{a}} = \dfrac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt}$ temos que**

$$\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\,\vec{\mathbf{F}} = m\frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} = \frac{d\left(m\,\vec{\mathbf{v}}\right)}{dt} = \frac{d\,\vec{\mathbf{p}}}{dt}$$

Momento linear de uma partícula (uma grandeza vetorial) $\vec{p} = m\vec{v}$

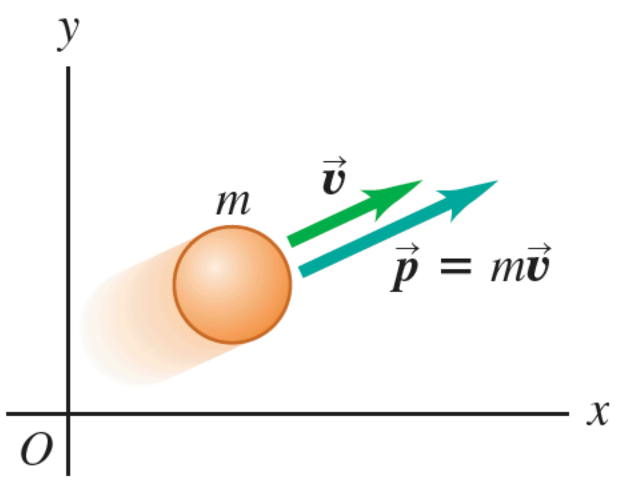
Massa da partícula

Velocidade da partícula

Características do momento linear (1)

- **O momento linear é uma grandeza vetorial**
  - *Possui direção e sentido que coincidem com a direção e o sentido do vetor velocidade*

- **Quanto maior a massa (m) e o módulo da velocidade (v) de uma partícula, maior será o módulo do seu momento linear (p=mv)**



O momento linear $\vec{p}$ é uma grandeza vetorial; o momento linear de uma partícula possui a mesma direção e sentido de sua velocidade $\vec{v}$.

Características do momento linear (2)

- **Em geral, expressamos o momento linear de uma partícula em termos dos seus componentes, ou seja, se a partícula possui componentes de velocidade v_x, v_y e v_z, seus componentes de momento linear p_x, p_y e p_z são dados por**

$$p_x = m\,v_x \qquad p_y = m\,v_y \qquad p_z = m\,v_z$$

- **A unidade do momento linear é dada pela unidade de massa vezes a unidade de velocidade. No SI, a unidade de momento linear, portanto, é kg·m/s**
  - *Em inglês, "momento" é escrito como "momentum", cujo plural é "momenta"*

- **A força resultante que atua sobre uma partícula é dada pela taxa de variação de seu momento linear em relação ao tempo**

Segunda lei de Newton em termos do momento linear: a força resultante que atua sobre uma partícula...

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

... é igual à taxa de variação do momento linear da partícula.

Sumário: Mecânica (IGc) - 4310192

- Momento linear
- O teorema do impulso-momento linear
- A diferença entre momento linear e energia cinética
- Exercícios de Fixação

A definição do impulso

- **O momento linear e a energia cinética de uma partícula dependem da massa e da velocidade da partícula. Qual é a principal diferença entre essas duas grandezas?**
  - *Uma resposta puramente matemática indica que o momento linear é um vetor cujo módulo depende do módulo da velocidade, enquanto a energia cinética é uma grandeza escalar proporcional ao quadrado do módulo da velocidade*
  - *Porém, para constatar a diferença física entre o momento linear e a energia cinética, é necessário definir uma grandeza intimamente relacionada com o momento linear, denominada IMPULSO*

- **Considere uma força resultante constante atuando sobre a partícula durante um intervalo $\Delta t = t_2 - t_1$. O IMPULSO da força é dado por**

$$\underbrace{\vec{J}}_{\text{Impulso de uma força resultante constante}} = \sum \overbrace{\vec{F}}^{\text{Força resultante constante}} \underbrace{(t_2 - t_1)}_{\text{Intervalo durante o qual a força resultante atua}} = \sum \vec{F} \Delta t$$

O teorema do impulso-momento linear (1)

- **O impulso é uma grandeza vetorial**
  - *Possui a mesma direção e o mesmo sentido do vetor força resultante*

- **No SI, a unidade de impulso é dada N.s. No entanto, como 1 N = 1 kg.m/s², o impulso também é dado por kg.m/s, ou seja, o impulso possui as mesmas unidades de momento linear**

- **Quando a força resultante é constante,** $\dfrac{d\vec{\mathbf{p}}}{dt}$ **também é constante, e**

$$\Sigma\vec{\mathbf{F}} = \frac{d\vec{\mathbf{p}}}{dt} = \frac{\vec{\mathbf{p}}_2 - \vec{\mathbf{p}}_1}{t_2 - t_1} \quad \rightarrow \quad \Sigma\vec{\mathbf{F}}\left(t_2 - t_1\right) = \vec{\mathbf{p}}_2 - \vec{\mathbf{p}}_1 = \Delta\vec{\mathbf{p}}$$

Teorema do impulso-momento linear: o impulso da força resultante sobre uma partícula durante um intervalo é igual à variação no momento linear dessa partícula durante esse intervalo:

Impulso da força resultante durante o intervalo

$$\vec{J} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \Delta\vec{p}$$

Variação do momento linear

Momento linear final

Momento linear inicial

O teorema do impulso-momento linear (2)

- **No caso em que a força resultante não é constante, o teorema do impulso-momento linear pode ser escrito como**

$$\vec{\mathbf{J}} = \int_{t_1}^{t_2} \Sigma \vec{\mathbf{F}}\, dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\vec{\mathbf{p}}}{dt}\, dt = \int_{t_1}^{t_2} d\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{p}}_2 - \vec{\mathbf{p}}_1 = \Delta \vec{\mathbf{p}}$$

- **Ou seja:**

Impulso de uma **força resultante geral** (constante ou variável)

$$\vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \Sigma \vec{F} dt$$

Limite superior = hora final

Tempo integral da força resultante

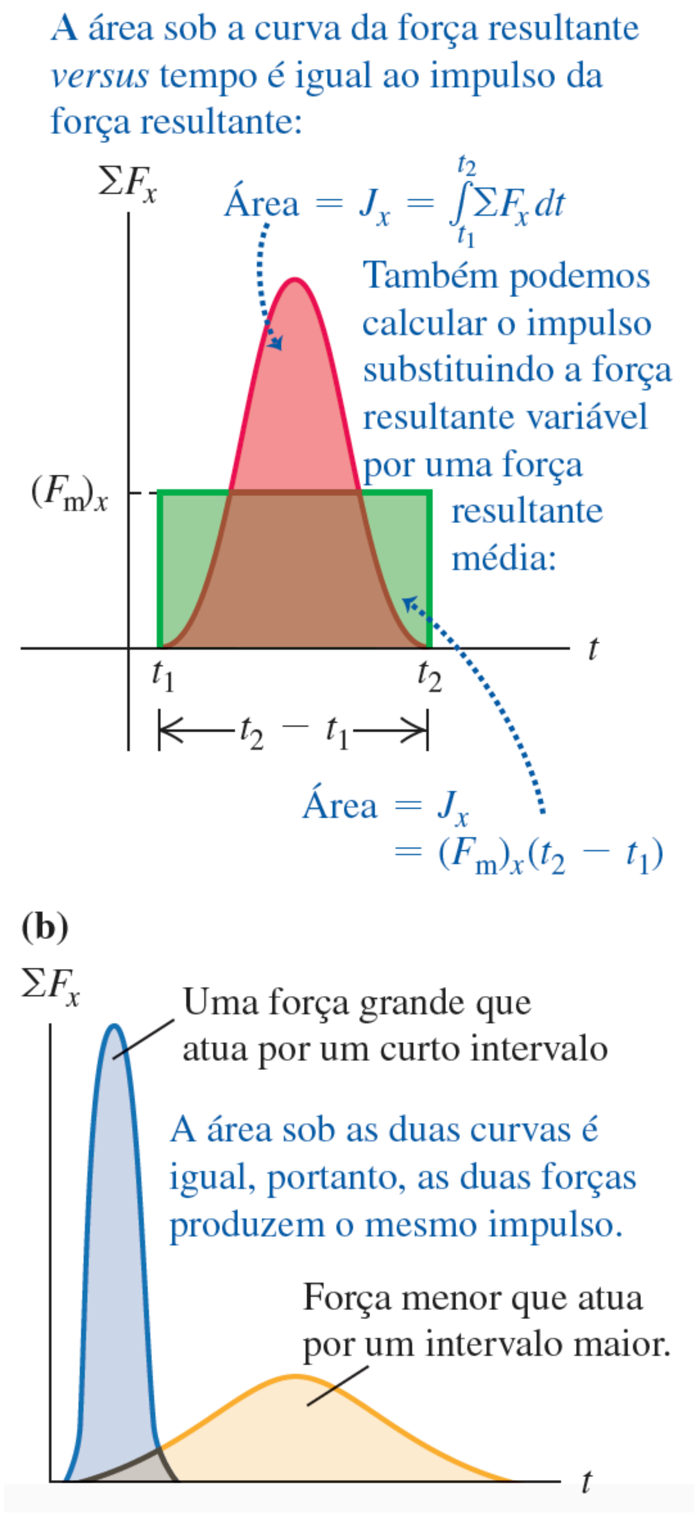
Limite inferior = hora inicial

O teorema do impulso-momento linear (3)

- **Podemos definir uma força média $\vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{m}}$ de forma que, mesmo quando a força resultante não é constante, impulso é dado por**

$$\vec{\mathbf{J}} = \vec{\mathbf{F}}_{\mathbf{m}}\left(t_1 - t_2\right)$$

- **Note que uma grande força exercida por um curto período pode ter o mesmo impulso que uma força menor por um período mais longo, se as áreas embaixo das curvas de força versus tempo forem iguais**



Sumário: Mecânica (IGc) - 4310192

- Momento linear
- O teorema do impulso-momento linear
- **A diferença entre momento linear e energia cinética**
- Exercícios de Fixação

A diferença entre momento linear e energia cinética (1)

- **O teorema do impulso-momento linear afirma que:** $\vec{\mathbf{J}} = \vec{\mathbf{p}}_2 - \vec{\mathbf{p}}_1$

- **Considere uma partícula que parte do repouso no instante t_1. Seu momento linear inicial é, portanto, nulo bem como sua energia cinética inicial. Suponha, agora, que uma força resultante constante atue sobre a partícula entre os instantes t_1 e t_2. Durante esse intervalo, a partícula se desloca por uma distância d na direção da força**

$$\vec{\mathbf{p}}_2 = \cancel{\vec{\mathbf{p}}_1} + \vec{\mathbf{J}} = \vec{\mathbf{J}} = \vec{\mathbf{F}}\left(t_2 - t_1\right)$$

  - *O momento linear de uma partícula é igual ao impulso que a acelera do repouso à sua velocidade atual*
  - *O impulso é igual ao módulo da força resultante que acelerou a partícula multiplicado pelo tempo necessário para essa aceleração*

A diferença entre momento linear e energia cinética (2)

- **O teorema do trabalho-energia afirma que:** $W_{tot} = K_2 - K_1$

- **No instante t_2, a energia cinética da partícula será** $K_2 = \cancel{K_1} + W_{tot} = F\,d$
  - *A energia cinética é igual ao trabalho total realizado sobre a partícula para acelerá-la a partir do repouso*
  - *O trabalho total realizado é igual ao módulo da força resultante que acelerou a partícula multiplicado pela distância necessária para essa aceleração*

Exemplo conceitual: recebendo uma bola de beisebol

- **Suponha que você tenha de escolher entre agarrar uma bola de 0,50 kg que se desloca a 4,0 m/s ou uma de 0,10 kg que se desloca a 20 m/s. Qual das duas bolas seria mais fácil de agarrar? Note que**
  - *Ambas possuem o mesmo módulo do momento linear p = 2,0 kg·m/s*
  - *Elas possuem diferentes valores de energia cinética: a bola maior e mais lenta possui K=4,0 J, ao passo que a bola menor e mais veloz possui K=20 J*

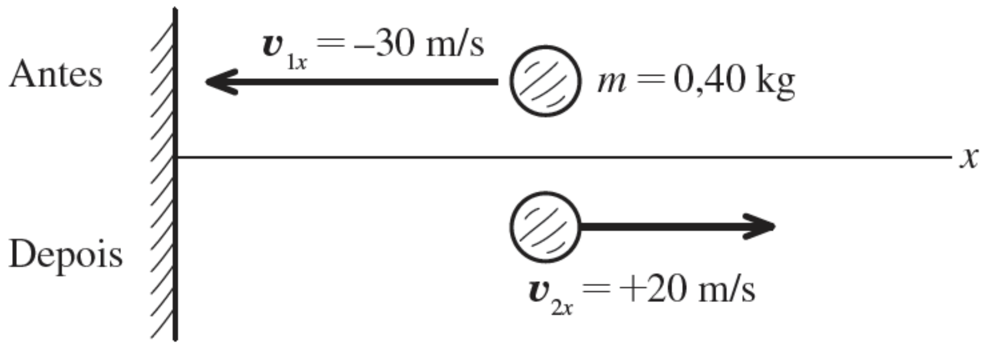
- **Uma vez que as duas bolas possuem o mesmo módulo do momento linear, ambas necessitam do mesmo impulso para fazê-las entrar em repouso**

- **Contudo, o trabalho realizado por sua mão ao fazer a bola de 0,10 kg parar é cinco vezes maior que o realizado para fazer a bola de 0,50 kg parar, porque a bola menor possui energia cinética cinco vezes maior que a da bola maior**
  - *Para uma dada força média exercida, ela leva o mesmo tempo para fazer as bolas entrarem em repouso, mas o deslocamento da sua mão será cinco vezes maior para agarrar a bola mais leve*

Exemplo: bola na parede

- **Suponha que você jogue uma bola de massa m = 0,40 kg contra uma parede. Ela colide com a parede quando está se movendo horizontalmente para a esquerda a 30 m/s, retornando horizontalmente para a direita a 20 m/s. (a) Calcule o impulso da força resultante sobre a bola durante sua colisão com a parede**

$$p_{1x} = mv_{1x} = (0{,}40\ \text{kg})(-30\ \text{m/s}) = -12\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$$
$$p_{2x} = mv_{2x} = (0{,}40\ \text{kg})(+20\ \text{m/s}) = +8{,}0\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$$



$$\begin{aligned} J_x &= p_{2x} - p_{1x} \\ &= 8{,}0\ \text{kg}\cdot\text{m/s} - (-12\ \text{kg}\cdot\text{m/s}) = 20\ \text{kg}\cdot\text{m/s} = 20\ \text{N}\cdot\text{s} \end{aligned}$$

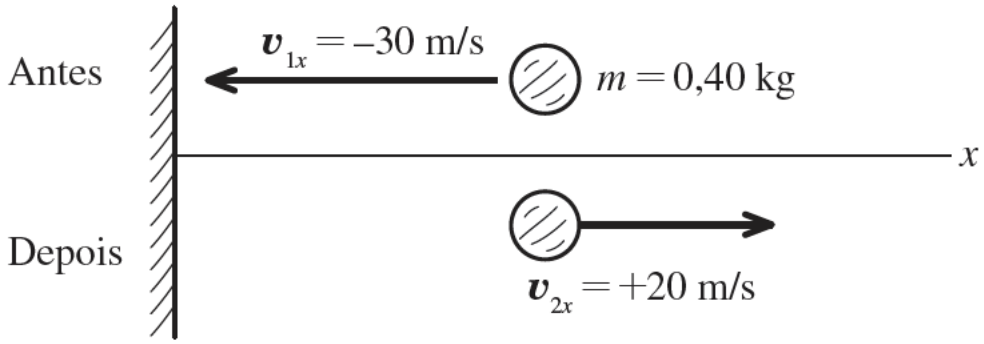
Exemplo: bola na parede

- **Suponha que você jogue uma bola de massa m = 0,40 kg contra uma parede. Ela colide com a parede quando está se movendo horizontalmente para a esquerda a 30 m/s, retornando horizontalmente para a direita a 20 m/s. (b) Sabendo que a bola permanece em contato com a parede durante 0,010 s, ache a força horizontal média que a parede exerce sobre a bola durante a colisão**

O intervalo da colisão é $t_2 - t_1 = \Delta t = 0{,}010\ \text{s}$

$J_x = (F_m)_x\,(t_2 - t_1) = (F_m)_x\,\Delta t$, logo

$$(F_m)_x = \frac{J_x}{\Delta t} = \frac{20\ \text{N}\cdot\text{s}}{0{,}010\ \text{s}} = 2.000\ \text{N}$$



Exemplo: chutando uma bola de futebol

- **A massa de uma bola de futebol é igual a 0,40 kg. Inicialmente, ela se desloca da direita para a esquerda a 20 m/s e a seguir é chutada, deslocando-se 45° para cima e para a direita, com velocidade igual a 30 m/s. Calcule o impulso da força e a força resultante média, supondo um tempo de colisão é 0,010 s**

EXECUTAR: usando cos 45° = sen 45° = 0,707, achamos os componentes do vetor velocidade antes e depois do chute:

$$v_{1x} = -20 \text{ m/s} \qquad v_{1y} = 0$$

$$v_{2x} = v_{2y} = (30 \text{ m/s})\,(0{,}707) = 21{,}2 \text{ m/s}$$

Pelas equações 8.9, os componentes do impulso são

$$J_x = p_{2x} - p_{1x} = m(v_{2x} - v_{1x})$$
$$= (0{,}40 \text{ kg})\,[21{,}2 \text{ m/s} - (-20 \text{ m/s})] = 16{,}5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$J_y = p_{2y} - p_{1y} = \text{m}(v_{2y} - v_{1y})$$
$$= (0{,}40 \text{ kg})\,(21{,}2 \text{ m/s} - 0) = 8{,}5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Pela Equação 8.8, os componentes da força resultante média que atua sobre a bola são

$$(F_m)_x = \frac{J_x}{\Delta t} = 1.650 \text{ N} \qquad (F_m)_y = \frac{J_y}{\Delta t} = 850 \text{ N}$$

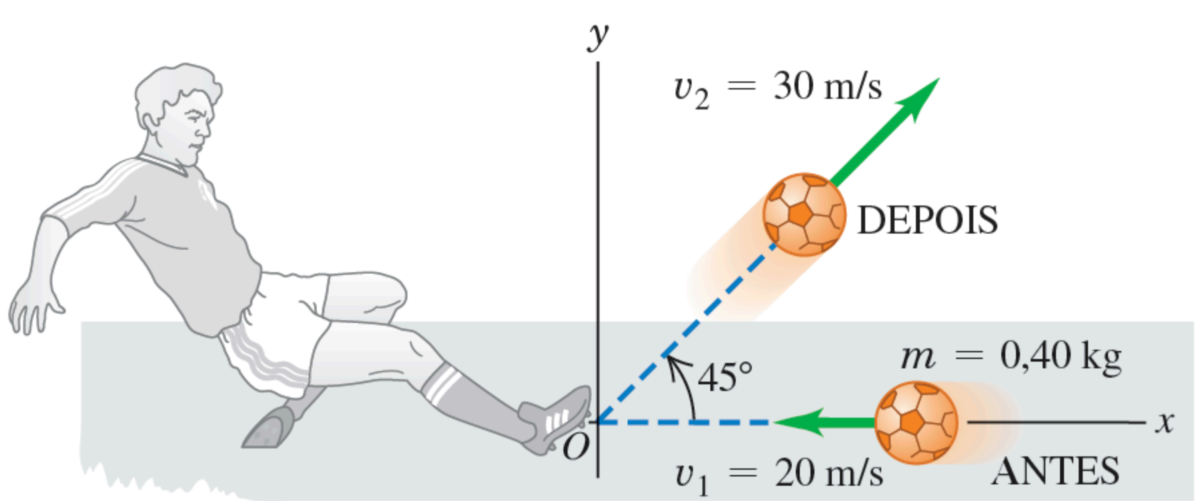
O módulo e a direção do vetor $\vec{F}_m$ (Figura 8.8b) são

$$F_m = \sqrt{(1.650 \text{ N})^2 + (850 \text{ N})^2} = 1{,}9 \times 10^3 \text{ N}$$

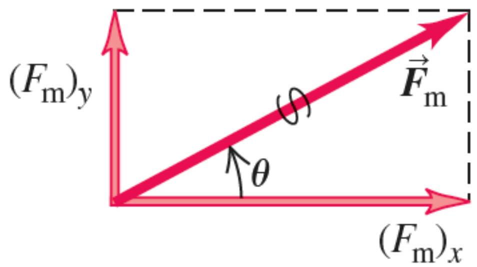
$$\theta = \arctan \frac{850 \text{ N}}{1.650 \text{ N}} = 27°$$

Note que, como a bola não estava inicialmente em repouso, sua velocidade final *não* possui direção igual à da força média que atua sobre ela.

(a) Diagrama antes e depois



(b) Força média sobre a bola



Exercícios de fixação

- **Ler e fazer todos os exemplos da seção 8.1**
  - *Exercícios da seção 8.1: 8.6, 8.12, 8.14 e 8.15*