PME 3540 Engenharia Automotiva I

Entrega: 5ª aula

Exercício E2: Deduzir a relação entre as rotações de entrada (ω) e de saída (Ω) de uma junta universal, ou junta cardan (ou cardan), em função do ângulo (α) entre os eixos e da posição (θ) da junta.

Junta universal – Cardan

A junta universal, ou junta cardan, é constituída por três peças:

- o garfo motor *ABQD*, que gira em torno do eixo *QD* com rotação $\omega = \dot{\theta}$ e tem sua posição definida pelo ângulo θ entre os planos *ABQ* (girante) e *xOy* (fixo);
- o garfo movido *EFPC*, com rotação *Ω*, e cujo eixo de rotação *CP* é coplanar com *QD* e faz com ele um ângulo α (constante);
- a cruzeta *ABEF*, com quatro braços iguais coplanares, e que conecta os garfos um ao outro.

Na figura, γ é o ângulo entre o eixo *EF* e o plano fixo ortogonal ao eixo *QD* (γ varia no tempo entre $+\alpha$ e $-\alpha$, dependendo de θ), ω_{r1} é a rotação relativa da cruzeta em relação ao garfo *EFPC* (em torno de *EF*), e ω_{r2} é a rotação relativa da cruzeta em relação ao garfo *ABQD* (em torno de *AB*).

OBS.: os eixos *CP* e *QD* estão no plano fixo vertical *yOz*.

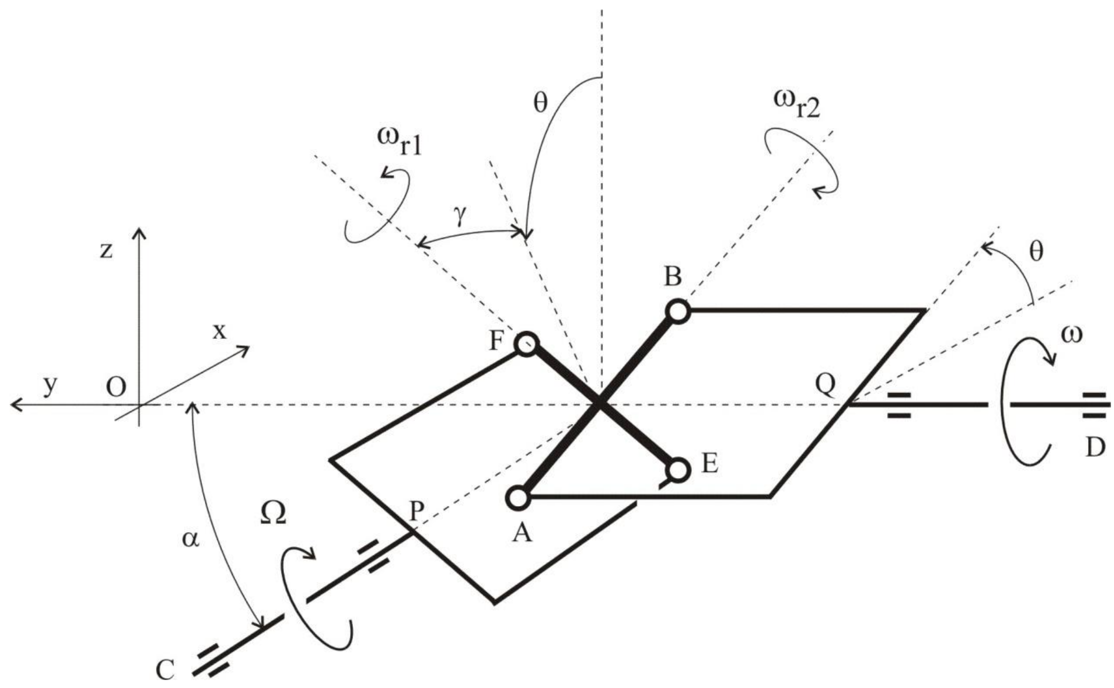


Figura – Junta universal ou cardan

Resposta: $\Omega = \omega \cos\alpha / (1 - \sin^2\alpha \sin^2\theta)$ $\Omega = \omega \cos\alpha / (1 - \text{sen}^2\alpha\ \text{sen}^2\theta)$

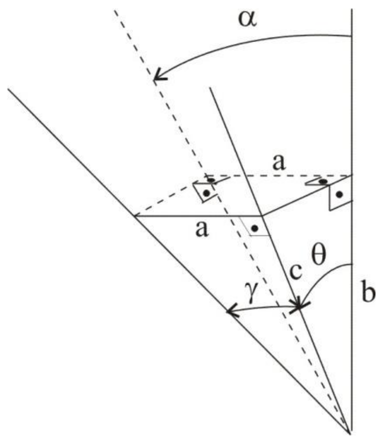
Sugestões:

- Estabelecer as relações entre os ângulos α, θ e γ, que definem uma configuração genérica do conjunto e, em seguida,

- usar composição de movimentos, considerando o corpo do veículo (no qual estariam instalados os mancais dos eixos) como referencial fixo, e o sistema de coordenadas *Oxyz* solidário a ele. Em seguida, expressar o vetor rotação absoluto da cruzeta de duas maneiras: (1) considerando como referencial móvel o garfo *ABQD*, e (2) considerando como referencial móvel o garfo *EFPC*.

Solução:

Relações entre os ângulos α, θ e γ



Temos:

$$a = b\tan\alpha$$

$$b = c\cos\theta$$

$$a = c\tan\gamma$$

de onde obtém-se: $\tan\gamma = \tan\alpha\cos\theta$

Assim, resulta:

$$\sin\gamma = \tan\alpha\cos\theta/\sqrt{1+\tan^2\alpha\cos^2\theta}$$

e

$$\cos\gamma = 1/\sqrt{1+\tan^2\alpha\cos^2\theta}$$

Consideremos um referencial fixo (preso ao veículo, se for o caso), e o sistema de coordenadas (*Oxyz*) solidário a ele.

Tomando como referencial móvel o garfo ABQD, temos:

$$\vec{\omega}_{cruzeta} = \vec{\omega}_r + \vec{\omega}_a = \vec{\omega}_{r2} + \vec{\omega} = \omega_{r2}(\cos\theta\,\vec{\imath} + \sin\theta\,\vec{\jmath})$$

Tomando agora como referencial móvel o garfo FEPC, temos:

$$\vec{\omega}_{cruzeta} = \vec{\omega}_r + \vec{\omega}_a = \vec{\omega}_{r1} + \vec{\Omega} =$$

$$= \omega_{r1}\left[\sin\gamma\,\vec{\jmath} + \cos\gamma\left(\cos\theta\,\vec{k} - \sin\theta\,\vec{\imath}\right)\right] + \Omega\left(\cos\alpha\,\vec{\jmath} - \sin\alpha\,\vec{k}\right)$$

Igualando:

$$\omega_{r2}\cos\theta = -\omega_{r1}\cos\gamma\sin\theta$$

$$\omega = \omega_{r1}\sin\gamma + \Omega\cos\alpha$$

$$\omega_{r2}\sin\theta = \omega_{r1}\cos\gamma\cos\theta - \Omega\sin\alpha$$

Eliminando ω_{r1} e ω_{r2} obtemos:

$$\omega\cos\gamma = \Omega\sin\alpha\cos\theta\sin\gamma + \Omega\cos\alpha\cos\gamma$$

Usando as relações entre os ângulos α, θ e γ, mostradas acima, eliminamos γ e obtemos:

$$\boldsymbol{\Omega = \frac{\omega\cos\alpha}{1-\sin^2\alpha\sin^2\theta}}$$