MAE 224 - PROBABILIDADE II
LISTA 7 - EXTRA CLASSE
Prof. Vanderlei da Costa Bueno

1) Seja $(X_n)_{n\geq 1}$ uma sequência de variáveis aleatórias i.i.d com distribuição uniforme no intervalo $(0,1)$. Defina $Z_n = \max\{X_1, ..., X_n\}$ e $V_n = n(1 - Z_n)$. Prove que:

a) $Z_n \rightarrow^P 1$.

b) $V_n \rightarrow^D W$ onde W tem distribuição exponencial padrão.

2) Seja X uma variável aleatória positiva e $(X_n)_{n\geq 1}$ uma sequência de variáveis aleatórias definidas por

$$X_n = \sum_{k=1}^{n} (\frac{X}{1+X})^k, \quad n \geq 1.$$

Qual o limite em distribuio de $(X_n)_{n\geq 1}$? Justifique.

3) Sejam $X_1, ..., X_n, ..$ variáveis aleatórias positivas, independentes e absolutamente contínuas, com funções de distribuições $F_1, ..., F_n, ...$ respectivamente. Defina a variável aleatória

$$Y_n = \frac{-\sum_{k=1}^{n} \ln(F_k(X_k))}{n}$$

, use a Lei dos Grandes Nmeros e ache o limite em distribuição de $(Y_n)_{n\geq 1}$.

4) Seja $(X_n)_{n\geq 1}$ uma sequência de variáveis aleatórias independentes tais que X_n tem distribuição binomial de parâmetros n e $p_n, 0 < p_n < 1$ onde $(p_n)_{n\geq 1}$ satisfaz $\lim_{n\rightarrow\infty} np_n = \lambda$, $\lambda > 0$. Mostre que X_n converge em distribuição para uma variável aleatória de Poisson com parâmetro λ.