Alguns conceitos e relações da mecânica clássica - preparação (principalmente rotações) para a P2

Prof. José R. B. Oliveira

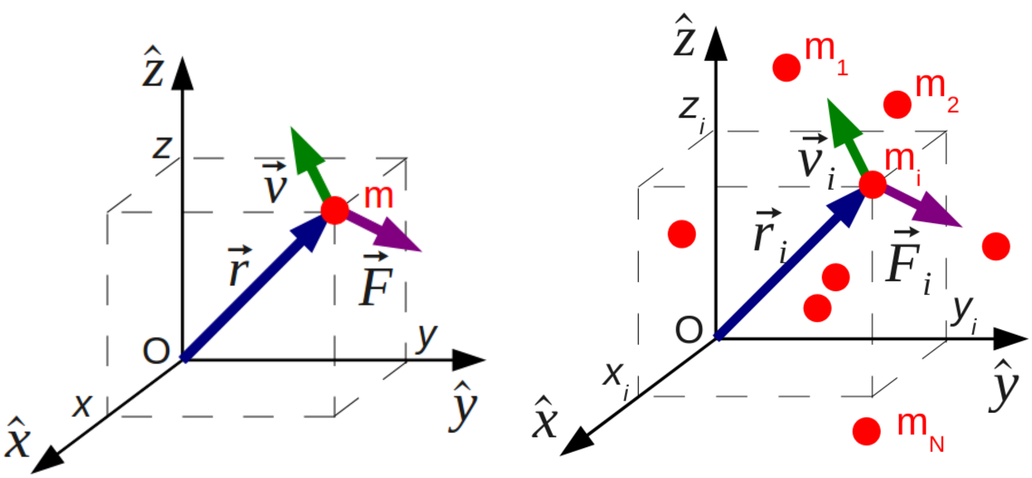
October 20, 2012

Definições Gerais

1 Propriedades instantâneas

Sistema de 1 partícula (Fig. 1).

Figure 1: *Esquerda*: Partícula de massa m e velocidade $\vec{v}$ sob ação de força $\vec{F}$ em sistema carteziano com referência em O. *Direita*: Sistema de N partículas.



- Vetor Posição (em relação à origem do sistema de coordenadas O): $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$
- Momento Linear: $\vec{p} = m\vec{v}$
- Momento Angular: $\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$
- Torque: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$
- Momento de Inércia em torno de um dado eixo (z, por exemplo): $I_z = mR^2$ (onde $R = x^2 + y^2$)
- Energia cinética: $K = \frac{1}{2}mv^2$

1.1 Sistema de N partículas (valores totais)

- Força: $\vec{F} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i$; Momento Linear: $\vec{P} = \sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i$; Momento Angular: $\vec{L} = \sum_{i=1}^{N} \vec{l}_i$; Torque: $\vec{\tau} = \sum_{i=1}^{N} \vec{\tau}_i$

- Momento de Inércia (eixo z): $I_z = \sum_{i=1}^{N} I_{zi}$; Energia cinética: $K = \sum_{i=1}^{N} K_i$

Relações Dinâmicas

2 Gerais

- $\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$ (Segunda Lei de Newton)
- $\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ (Correspondente angular da Segunda Lei)

3 Sistema Isolado ($\vec{F} = 0$; $\vec{\tau} = 0$)

- $\vec{P}$ (total) é constante
- $\vec{L}$ (total) é constante

4 Sistema Conservativo

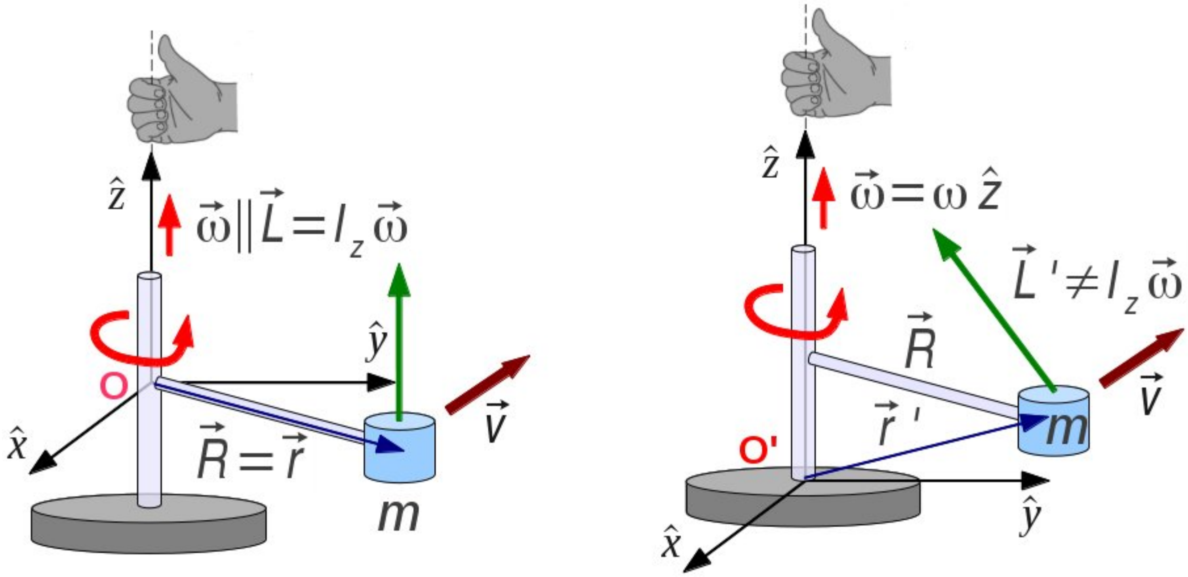
- $E_{mec} = K + U$ (total), onde U é a energia potencial (gravitacional,), é constante

5 Corpo Rígido em rotação em torno de determinado eixo fixo

Definindo como z o eixo de rotação:

- Velocidade Angular: $\vec{\omega} = \omega\hat{z}$ (é paralela ao eixo de rotação)
- $\vec{R} = x\hat{x} + y\hat{y}$ é a distância do ponto material do corpo ao eixo z
- $\omega = \frac{v}{R}$, onde v é a velocidade do ponto à distância R (para o corpo rígido,$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R}$ é perpendicular ao eixo de rotação)
- Componente do momento angular na direção do eixo z: $L_z = I_z\omega$ (análoga a $p_z = mv_z$).
- Energia cinética de rotação: $K_R = \frac{1}{2}I_z\omega^2$

Figure 2: Dispositivo para ilustrar rotações em torno de um eixo fixo (z). O vetor momento angular do sistema depende da posição da origem do sistema de coordenadas. Com origem em O o momento angular é paralelo ao eixo z e ao vetor velocidade angular (ilustração da esquerda). Com origem em O', na posição do mancal que apoia o eixo de rotação do dispositivo, o momento angular tem componente perpendicular ao eixo de rotação (ilustração da direita - neste caso $\vec{L'} \neq I_z\vec{\omega}$), e executa um movimento de precessão (devido ao torque do mancal sobre o eixo). Nos dois casos a componente do momento angular na direção do eixo é a mesma: $L_z = L_z^{'} = I_z\omega$.



6 Corpo rígido "simétrico" em torno do eixo de rotação (z)

Frequentemente as componentes do momento angular perpendiculares ao eixo de rotação se anulam qualquer que seja a origem do sistema ao longo do eixo z. Neste caso:

- $\vec{L} = I_z\vec{\omega}$ - o momento angular é paralelo ao eixo de rotação

7 Teorema dos eixos paralelos (z, z')

- $I_z = I_{CM} + M\omega^{\mathbf{2}}$ (onde I_{CM} é o momento de inércia em torno do eixo z' que passa pelo centro de massa)

8 Energia cinética de translação e rotação

- $K = K_{RCM} + K_{TCM}$ onde $K_{RCM} = \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2$ é a energia de rotação em torno do centro de massa e $K_{TCM} = \frac{1}{2}MV_{CM}^2$ é a energia de translação (V_{CM} é a velocidade de translação do CM)

Outras definições e relações

- Impulso: $\vec{J}_{12} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t)dt$ (onde $\vec{F}$ é a força resultante)

- Teorema do Impulso-Momento Linear: $\vec{J}_{12} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1$

- Energia potencial: $U(\vec{r}) = -\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{F}_c(\vec{r}')d\vec{r}'$ (onde $\vec{F}_c(\vec{r})$ é uma força conservativa, e $\vec{r}_0$ o ponto de referência $U = 0$)

Figure 3: Exemplos de objetos com simetria com respeito ao eixo z tal que $\vec{L} = I_z \vec{\omega}$

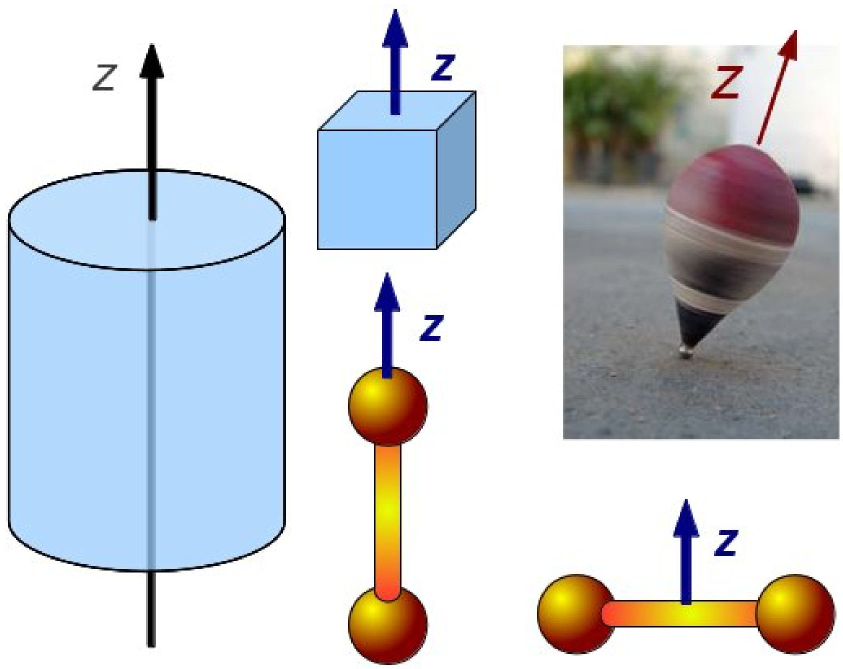


Figure 4: Momento de inércia de uma pedra com relação a dois eixos paralelos (um deles, z', passa pelo centro de massa, e o outro, z, encontra-se a uma distância D do primeiro)