

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Resumo Capítulo 10: Elementary Car-Following Models

PTR 3514: Sistemas Inteligentes de Transporte

Prof: Claudio Marte

Grupo 3

Derek Daigo Nagai Miyazaki (9838755)

Gabriel Diniz Junqueira Bueno (9838400)

Isabella Pappas Ditleff (9835943)

Ludmila Manzan (9832554)

Pedro Abi (9839012)

General Remarks

Modelos de Car-Following são as **mais importantes representações microscópicas de modelos de fluxo de trânsito**. Sendo direto, estes modelos descrevem o comportamento do motorista somente na presença de interações com os demais veículos, enquanto o fluxo livre de tráfego é estudado separadamente em outro modelo.

Um modelo de Car-Following é dito **completo quando descreve todas as situações incluindo aceleração e cruzamento em fluxos de tráfego e outras**.

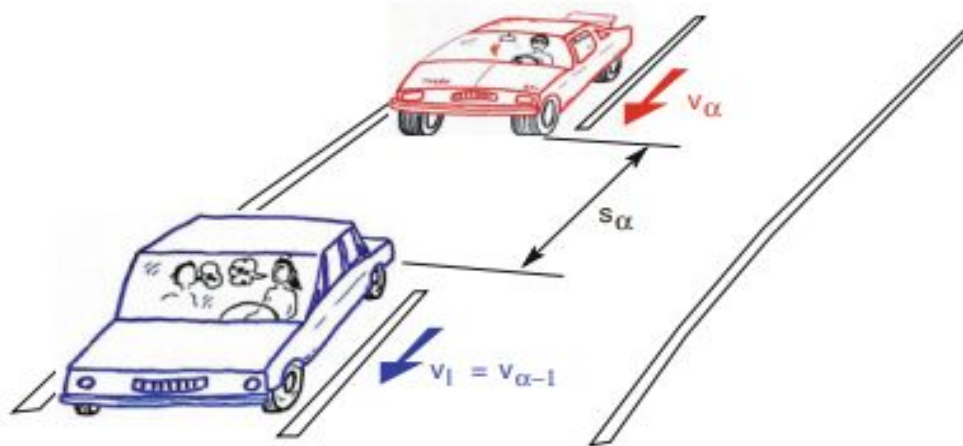
Vale ressaltar que os primeiros modelos de Car-Following foram elaborados a mais de 50 anos atrás por Reuschel (1950) e Pipes (1953). Neles já se discutiam o principal elemento da modelagem microscópica moderna: a distância de segurança. Nestes primeiros modelos, determinou-se que esta deveria ser proporcional à velocidade dos carros.

Alguns exemplos de modelos como este citado acima é o modelo da General Motors que acredita que a aceleração depende da diferença de velocidade e de distância, enquanto a própria velocidade do motorista não é um fator considerável, não são ditos completos uma vez que não descreve o fluxo livre ou possíveis obstáculos.

Mathematical Description

Cada combinação de veículo e motorista é dito λ . Entendendo a sua posição no tempo com X_λ , velocidade V_λ e L como comprimento. Dessa forma, obtêm-se a expressão para a distância de um carro a outro.

$$S_\alpha = X_{(\alpha-1)} - L_{(\alpha-1)} - X_\alpha = X_I - L_I - X_\alpha$$



Mathematical Description

A resposta do motorista portanto é uma função da distância de segurança (S_α), sua velocidade (V_α), a velocidade do carro a frente (V_l).

Para modelos contínuos, essa resposta pode ser ligada a aceleração.

As equações a seguir são as básicas para formular os modelos de Car-Following:

$$\dot{x}_\alpha(t) = \frac{dx_\alpha(t)}{dt} = v_\alpha(t),$$

$$\dot{v}_\alpha(t) = \frac{dv_\alpha(t)}{dt} = a_{\text{mic}}(s_\alpha, v_\alpha, v_l) = \bar{a}_{\text{mic}}(s_\alpha, v_\alpha, \Delta v_\alpha).$$

$$\Delta v_\alpha = v_\alpha - v_{\alpha-1} = v_\alpha - v_l.$$

$$\bar{a}_{\text{mic}}(s, v, \Delta v) = a_{\text{mic}}(s, v, v - \Delta v).$$

$$\dot{s}_\alpha(t) = \frac{ds_\alpha(t)}{dt} = v_l(t) - v_\alpha(t) = -\Delta v_\alpha(t).$$

Em modelos discretos, o tempo é discretizado como uma variável não contínua. Nestes a solução não é tão representativa quanto nos modelos contínuos.

Mathematical Description

A solução destes modelos contínuos não pode ser feita pela simples forma analítica e uma integração é necessária. Por incrível que pareça o Método de Runge-Kutta neste caso não é aconselhável para aplicação, uma vez que a função de aceleração não apresenta as características adequadas.

Portanto, utiliza-se a premissa de que motorista atuam somente no começo de cada período e não no final, obtendo-se as seguintes expressões:

$$v_{\alpha}(t + \Delta t) = v_{\alpha}(t) + a_{\text{mic}}(s_{\alpha}(t), v_{\alpha}(t), v_l(t)) \Delta t,$$
$$x_{\alpha}(t + \Delta t) = x_{\alpha}(t) + \frac{v_{\alpha}(t) + v_{\alpha}(t + \Delta t)}{2} \Delta t.$$

$$a_{\text{mic}}(s, v, v_l) = \frac{v_{\text{mic}}(s, v, v_l) - v}{\Delta t}.$$

Vale destacar que para modelos contínuos, o tempo é somente uma variável auxiliar, uma vez que este deve tender ao infinito.

Steady State Equilibrium and the Fundamental Diagram

Há um estado estacionário em que as forças e os fluxos de energia de entrada e saída são equilibrados.

Esse equilíbrio é caracterizado pelas seguintes condições:

- Tráfego homogêneo
- Sem acelerações

Transição do modelo microscópico para o macroscópico implica que a velocidade de todos os veículos é a mesma nos dois modelos. Para obter a relação micro-macro, considera-se a distância e a densidade de veículos em cada faixa de rolamento. derivando as equações resultam as seguintes relações:

$$V_e(\rho) = v_e \left(\frac{1}{\rho} - l \right), \quad Q_e(\rho) = \rho v_e \left(\frac{1}{\rho} - l \right)$$

Heterogeneous Traffic

O modelo perde as suas vantagens quando se trata do tráfego heterogêneo.

Para construir um modelo mais próximo da situação real é necessário considerar as diferenças presentes entre veículo-condutor. Isso pode ser feito de duas maneiras:

- Todas as unidades são descritas pelo mesmo modelo porém com parâmetros diferentes.
- As diferentes classes de veículos são descritas com diferentes modelos.

A simulação do tráfego heterogêneo somente é válida no contexto de modelos de tráfego multi-faixa

Dynamical Model Characteristics

A fim de comparar **propriedades de diferentes micromodelos**, serão apresentados resultados de simulações para dois cenários exemplos: **rodovias** e **idades**.

Cenário em Rodovia

- Modelo considerou uma **rodovia com rampa** de acesso em horas de pico;
- **Apenas uma faixa de rodagem** para obter as características “puras” dos modelos de aceleração;
- A zona de junção entre a rodovia principal e a rampa de acesso foi escolhida como $X=0$;
- Considerou-se um **fluxo variável no tempo**, com valor pico de 2.200 veículos/hora na rodovia principal e de 550 veículos/hora na rampa de acesso;
- Condições de contorno livres no final da rodovia do modelo possibilitam que os veículos sejam retirados do sistema assim que cruzam o limite a jusante.

Dynamical Model Characteristics

Resultados em Rodovia

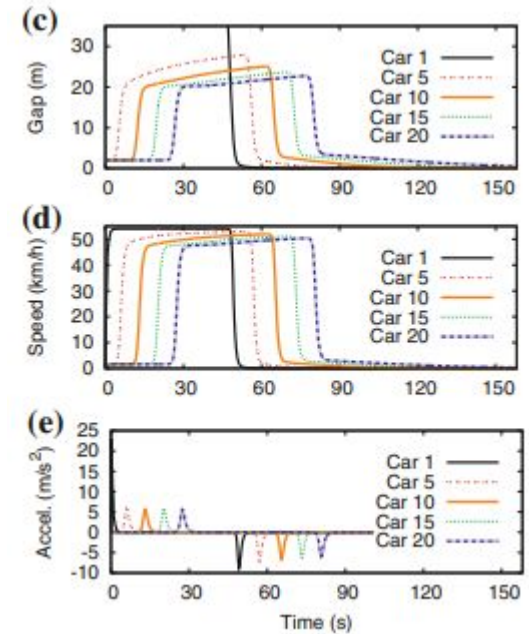
- Devido à alta demanda de tráfego, o **fluxo é interrompido** próximo de $X=0$ em aproximadamente 10 minutos;
- Derivando a equação de $x_\alpha(t)$, obtém-se a equação de velocidade local (abaixo), que mostram a **região de congestionamento aumentando para $t < 60\text{min}$** e diminuindo a partir daí;
- Os seguintes aspectos da simulação podem ser comparados com o tráfego real:
 - **Frenagem** suave de até 2 m/s^2 ao se aproximar da zona de congestionamento;
 - **Aceleração** suave de até 2 m/s^2 ao sair da zona de congestionamento;
 - Capacidade do gargalo de tráfego, com valores observados na ordem de 2.000 veículos/hora por faixa;
 - Estabilidade do fluxo de tráfego livre (estável) e congestionado (instável), em relação às oscilações de pare e arranque.

$$V(x, t) = \frac{x - x_\alpha(t)}{x_{\alpha-1}(t) - x_\alpha(t)} v_{\alpha-1}(t) + \frac{x_{\alpha-1}(t) - x}{x_{\alpha-1}(t) - x_\alpha(t)} v_\alpha(t).$$

Dynamical Model Characteristics

Cenário em Cidade

- Os gráficos ao lado mostram uma **situação típica de cruzamentos e faróis em centros urbanos**;
- A simulação começa com **20 veículos parados no farol**, que fica verde em $t = 0$;
- Os veículos de movem em fila única até o próximo farol vermelho, 740m adiante;



Dynamical Model Characteristics

Resultados em Cidade

- Os seguintes aspectos da simulação podem ser comparados com o tráfego real:
 - Fase inicial de **aceleração entre 1 - 2,5m/s²**, decrescendo suavemente até zero, atingindo a velocidade de cruzeiro;
 - Primeiro veículo demora aproximadamente 3 segundos para cruzar a linha do farol, estabilizando em uma **taxa de 1,5 - 2 segundos por veículo**, após o primeiro;
 - Na aproximação do farol seguinte, os veículos desaceleram suavemente, não excedendo 2 m/s², sendo este **efeito menos pronunciado nos veículos o final do bloco**.

Optimal Velocity Model

- É um **modelo contínuo no tempo**, cuja função de aceleração não possui a variável de diferença de velocidades;

$$\dot{v} = \frac{v_{\text{opt}}(s) - v}{\tau} \quad \text{Optimal Velocity Model.}$$

- No entanto, a equação proposta originalmente se utiliza de tangentes hiperbólicas, juntamente de 3 novos parâmetros: **velocidade desejada**, **largura de transição** e **fator de forma**;

$$v_{\text{opt}}(s) = v_0 \frac{\tanh\left(\frac{s}{\Delta s} - \beta\right) + \tanh \beta}{1 + \tanh \beta},$$

- Pode-se inferir que a **velocidade desejada** é a de **tráfego livre**, o **intervalo de tempo T** equivalente ao **tráfego congestionado** e o **intervalo mínimo de espaçamento (So)** como **tráfego parado**;

Optimal Velocity Model

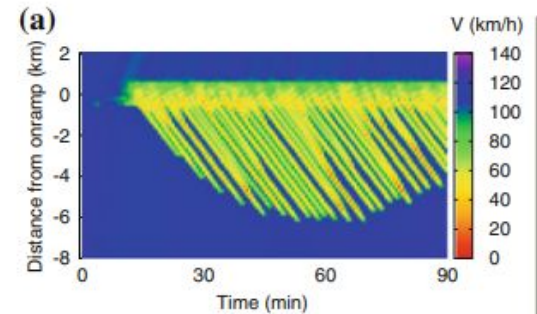
- Observando-se os resultados do modelo, percebe-se que ele é **quantitativamente fora da realidade**, por assumir um tempo de adaptação de velocidade de 0,65s para se chegar nos resultados, quando o ideal seria em torno de 10s;
- Este fato gera **oscilações de pare e arranque muito baixas** (por conta da rápida adaptação de velocidade);
- No entanto, ao **aumentar ou diminuir em 5% o tempo de adaptação**, chegam-se, respectivamente, em valores de **espaçamento entre veículos negativos** (“acidentes”) e **estabilidade absoluta das oscilações**, mesmo para rodovias congestionadas;
- Conclui-se que o modelo, sob o ponto de vista **quantitativo**, **não reflete a realidade**, e sob o ponto de vista **qualitativo**, tem **alta dependência de calibragem precisa dos parâmetros**.

Parameter	Typical value highway	Typical value city traffic
Adaptation time τ	0.65 s	0.65 s
Desired speed v_0	120 km/h	54 km/h
Transition width Δs [v_{opt} according to Eq. (10.21)]	15 m	8 m
Form factor β [v_{opt} according to Eq. (10.21)]	1.5	1.5
Time gap T [v_{opt} according to Eq. (10.22)]	1.4 s	1.2 s
Minimum distance gap s_0 [v_{opt} according to Eq. (10.22)]	3 m	2 m

Full Velocity Difference Model

$$\dot{v} = \frac{v_{\text{opt}}(s) - v}{\tau} - \gamma \Delta v \quad \text{Full Velocity Difference Model.}$$

- Utilizando valores de sensibilidade à diferença de velocidade γ da ordem de 0,6/s, o FVDM permanece livre de acidentes para tempos de adaptação de velocidade da ordem de vários segundos
- As ondas e a aceleração na região congestionada do cenário da rodovia são mais realistas do que a OVM, embora os comprimentos de onda permaneçam muito curtos
- O FVDM não é capaz de descrever todas as situações de tráfego, portanto não é um modelo completo:
 - O termo $\gamma \Delta v$ que descreve a sensibilidade à diferença de velocidade não depende da lacuna
 - Um veículo lento (ou um semáforo vermelho correspondente a um veículo virtual em pé) leva a uma contribuição de desaceleração significativa, mesmo se estiver a quilômetros de distância
 - Os veículos simulados não atingem a velocidade desejada, mesmo em uma longa estrada sem outros veículos

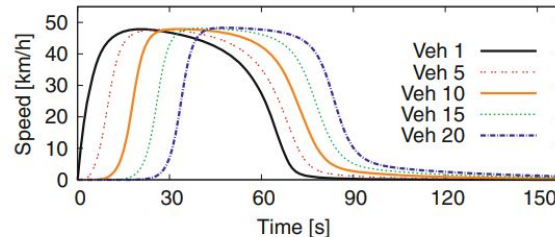


Improved Full Velocity Difference Model

- A sensibilidade às diferenças de velocidade deve diminuir com o gap s e tender a zero quando $s \rightarrow \infty$
- Isso pode ser realizado substituindo a contribuição $-\gamma \Delta v$ por um termo multiplicativo $-\tilde{\gamma} \Delta v / s$
 - Dessa forma, a sensibilidade diverge para $s \rightarrow 0$ (não realista)
- Para resolver isso, aplica-se a proporcionalidade inversa apenas se a lacuna for maior do que o comprimento de interação $v_0 T$

$$\dot{v} = \frac{v_{\text{opt}}(s) - v}{\tau} - \frac{\gamma \Delta v}{\max[1, s/(v_0 T)]}.$$

- Esse modelo é capaz de simular de forma realista a fase de cruzeiro, ao contrário do modelo original, e produz acelerações realistas, ao contrário do OVM
 - O problema de robustez continua



Newell's Car-Following Model

Dois parâmetros:

- o intervalo de tempo ou tempo de reação T
- o comprimento (efetivo) do veículo l_{eff}

$$v(t + T) = v_{\text{opt}}(s(t)), \quad v_{\text{opt}}(s) = \min\left(v_0, \frac{s}{T}\right) \quad \text{Newell's Model.}$$

Este modelo apresenta diversas propriedades, que fazem com que o parâmetro T possa ser interpretado de quatro maneiras diferentes*:

1. Como o tempo de reação
2. Como o intervalo de tempo do diagrama fundamental microscópico
3. Como o tempo de adaptação de velocidade
4. Como o tempo de atualização numérica $T = \Delta t$

*A interpretação em termos de tempo de reação ou intervalo de tempo só pode ser aplicada para tráfego congestionado. Já a interpretação como um tempo de adaptação de velocidade ou um tempo de atualização numérica é geralmente válida.

Modelo generalizado de Newell:

$$v(t + T) = v_{\text{opt}}(s(t) - T_a \Delta v) \approx v_{\text{opt}}(s(t)) - v'_{\text{opt}}(s) T_a \Delta v.$$