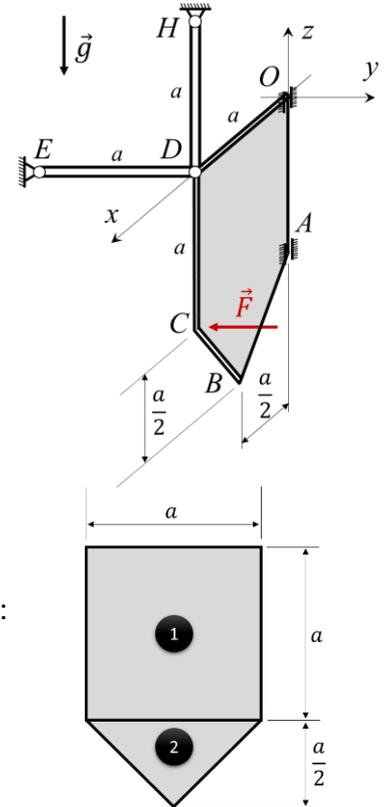




PME 3100 – MECÂNICA I – Prova 1 – 06 de outubro de 2020

Duração da Prova: 120 minutos (Início: 10:00 – Término: 12:20)

1ª Questão (5,0 pontos). No sistema em equilíbrio mostrado na figura, a placa homogênea $OABCD$, de massa m , está no plano Oxz e tem seu movimento restrito pelos anéis nos pontos O e A , e pela articulação em D que une a placa às barras ED e HD . A barra ED é paralela ao eixo Oy e a barra HD é paralela ao eixo Oz . Ambas as barras têm comprimento a e peso desprezível. Sobre a placa atuam a força $(\vec{F}, C) = -F\hat{j}$ e o peso $(\vec{P}, G) = -mg\hat{k}$. Determinar:



- As coordenadas do centro de massa G da placa no sistema $Oxyz$.
- O diagrama de corpo livre da placa.
- As equações de equilíbrio da placa.
- Os esforços atuantes na barra ED .
- As reações vinculares nos pontos A e O .

RESOLUÇÃO

a) Por simetria: $x_G = \frac{a}{2}$. (0,5) Placa no plano Oxz : $y_G = 0$. (0,5)

Coordenada z_G : sendo σ a densidade superficial da placa (veja figura ao lado):

$$m_{total}z_G = \sum_{i=1}^n m_i z_i \Rightarrow (A_1 + A_2)\sigma z_G = A_1\sigma z_{G_1} + A_2\sigma z_{G_2}$$

$$\left(a^2 + \frac{a^2}{4}\right)z_G = a^2\left(-\frac{a}{2}\right) + \frac{a^2}{4}\left(-\frac{7a}{6}\right) \Rightarrow z_G = -\frac{19a}{30} \quad (0,5)$$

Portanto, as coordenadas do centro de massa G da placa no sistema $Oxyz$ podem ser expressas, como segue:

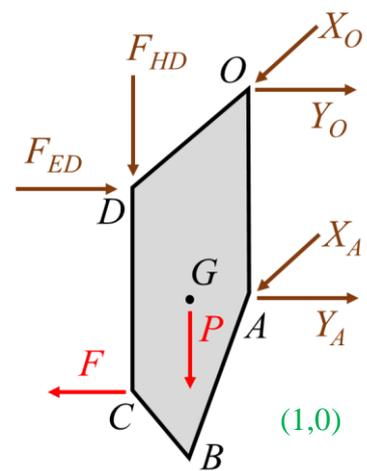
$$(G - O) = a\left(\frac{1}{2}\hat{i} - \frac{19}{30}\hat{k}\right)$$

b) Veja o DCL da placa na figura ao lado.

c) Equações de equilíbrio da placa:

$$\vec{R} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \Rightarrow X_A + X_O = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \Rightarrow Y_A + Y_O + F_{ED} - F = 0 \\ \Sigma F_z = 0 \Rightarrow -mg - F_{HD} = 0 \Rightarrow F_{HD} = -mg \end{cases} \quad (0,5)$$

$$\vec{M}_O = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} \Sigma M_x = 0 \Rightarrow Y_A a - F a = 0 \Rightarrow Y_A = F \\ \Sigma M_y = 0 \Rightarrow F_{HD} a - X_A a + mg \frac{a}{2} = 0 \\ \Sigma M_z = 0 \Rightarrow F_{ED} a - F a = 0 \Rightarrow F_{ED} = F \end{cases} \quad (0,5)$$



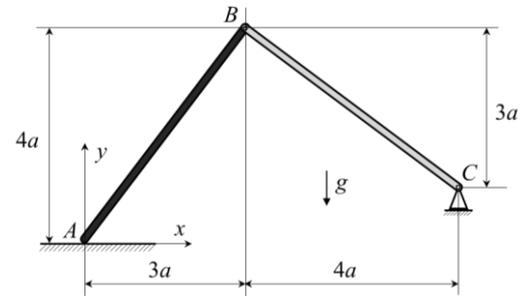
d-e) Resolvendo o sistema linear de equações provenientes do equilíbrio estático da placa, tem-se

$$X_A = -\frac{mg}{2}, Y_A = F \quad (0,5) \quad F_{ED} = F \text{ (barra em compressão)} \quad (0,5)$$

$$X_O = \frac{mg}{2}, Y_O = -F \quad (0,5) \quad F_{HD} = -mg \text{ (barra em tração)}$$



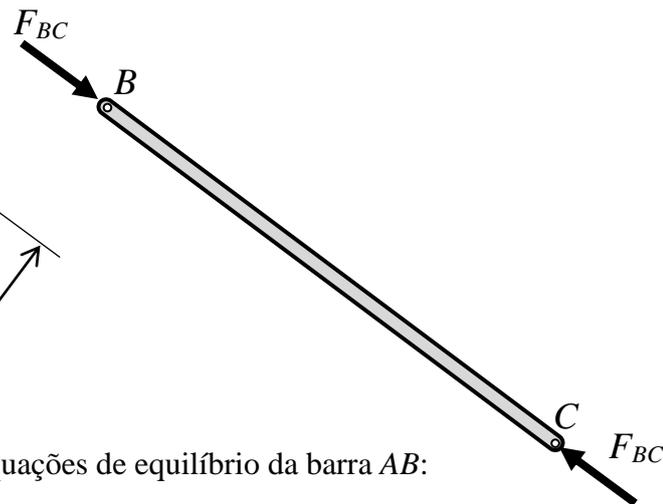
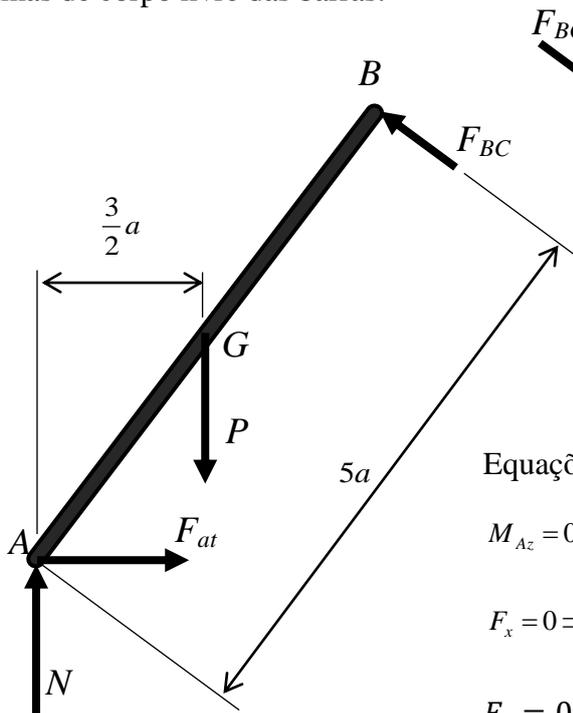
2ª Questão (3,0 pontos). Considere o sistema em equilíbrio mostrado na figura. A barra homogênea AB tem peso P e está apoiada na superfície horizontal em A , com atrito, cujo coeficiente é μ , desconhecido. A barra BC tem peso desprezível e possui articulações ideais em ambas as extremidades. Responda o que é solicitado abaixo, **preenchendo os respectivos campos sem incluir unidades.**



- Calcular o módulo da força na barra BC .
- Determinar se a força na barra BC é de tração ou de compressão.
- Calcular o módulo da força de atrito em A na barra AB .
- Calcular o menor coeficiente de atrito μ entre a barra AB e a superfície horizontal, que seja compatível com o equilíbrio estático

RESOLUÇÃO

Diagramas de corpo livre das barras:



Equações de equilíbrio da barra AB :

$$M_{Az} = 0 \Rightarrow F_{BC} 5a - P \frac{3a}{2} = 0 \Rightarrow F_{BC} = \frac{3P}{10} \text{ (compressão)} \quad (1,5)$$

$$F_x = 0 \Rightarrow F_{at} - \frac{4}{5} F_{BC} = 0 \Rightarrow F_{at} = \frac{4}{5} \frac{3P}{10} \Rightarrow F_{at} = \frac{6P}{25} \quad (0,75)$$

$$F_y = 0 \Rightarrow N - P + \frac{3}{5} F_{BC} = 0 \Rightarrow N = P - \frac{3}{5} \frac{3P}{10} \Rightarrow N = \frac{41P}{50}$$

A força de atrito deve ser menor ou igual a μN :

$$F_{at} = \frac{6P}{25} \leq \mu N = \mu \frac{41P}{50} \Rightarrow \mu \geq \frac{12}{41} \Rightarrow \mu_{\min} = \frac{12}{41} \quad (0,75)$$



3ª Questão (2,0 pontos). O vetor posição de uma partícula com respeito a um sistema cartesiano de referência $O\vec{i}\vec{j}\vec{k}$ é dado por:

$$\vec{r}(t) = A(\cos t + t \sin t)\vec{i} + B(\sin t - t \cos t)\vec{j} + Ct^2\vec{k}$$

Sendo A , B e C parâmetros constantes, determine, para $t = \pi$, **preenchendo os respectivos campos com até 4 casas decimais e utilizando o PONTO como separador de decimais.**

- a razão entre as componentes em \vec{j} e em \vec{i} do vetor velocidade.
- a razão entre as componentes em \vec{k} e em \vec{i} do vetor aceleração.
- a razão entre as componentes em \vec{i} e em \vec{k} do vetor tangente $\vec{\tau}$ na base de Frenet.
- a razão entre as componentes em \vec{k} e em \vec{j} do vetor normal \vec{n} na base de Frenet;
- a razão entre as componentes em \vec{k} e em \vec{i} do vetor binormal \vec{b} na base de Frenet.

a) $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = (A t \cos t)\vec{i} + (B t \sin t)\vec{j} + (2Ct)\vec{k}$

$$\vec{v}(\pi) = (-A\pi)\vec{i} + (2C\pi)\vec{k} \quad \therefore \quad \frac{v_y(\pi)}{v_x(\pi)} = 0 \quad (0,4)$$

b) $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = A(\cos t - t \sin t)\vec{i} + B(t \cos t + \sin t)\vec{j} + 2C\vec{k}$

$$\vec{a}(\pi) = (-A)\vec{i} - (B\pi)\vec{j} + (2C)\vec{k} \quad \therefore \quad \frac{a_z(\pi)}{a_x(\pi)} = -\frac{2C}{A} \quad (0,4)$$

c) $\vec{\tau}(\pi) = \frac{\vec{v}(\pi)}{\|\vec{v}(\pi)\|} = \frac{1}{\sqrt{A^2 + 4C^2}}(-A\vec{i} + 2C\vec{k}) \quad \therefore \quad \frac{\tau_x(\pi)}{\tau_z(\pi)} = -\frac{A}{2C} \quad (0,4)$

d-e) $\vec{b}(\pi) = \frac{\vec{v}(\pi) \wedge \vec{a}(\pi)}{\|\vec{v}(\pi) \wedge \vec{a}(\pi)\|} = \frac{1}{\sqrt{A^2 + 4C^2}}(2C\vec{i} + A\vec{k}) \quad \therefore \quad \frac{b_z(\pi)}{b_x(\pi)} = \frac{A}{2C} \quad (0,4)$

$$\vec{n}(\pi) = \vec{b}(\pi) \wedge \vec{\tau}(\pi) = -\vec{j} \quad \therefore \quad \frac{n_z(\pi)}{n_y(\pi)} = 0 \quad (0,4)$$