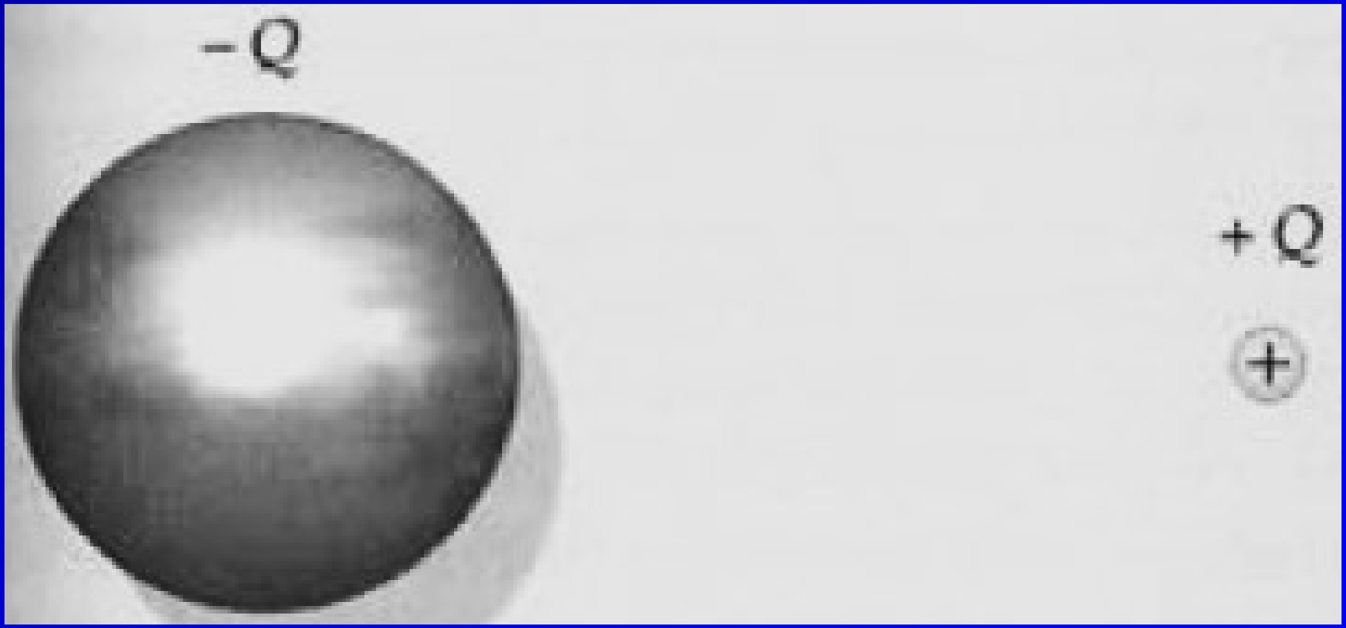
Exercícios do Capítulo 23 do Tipler

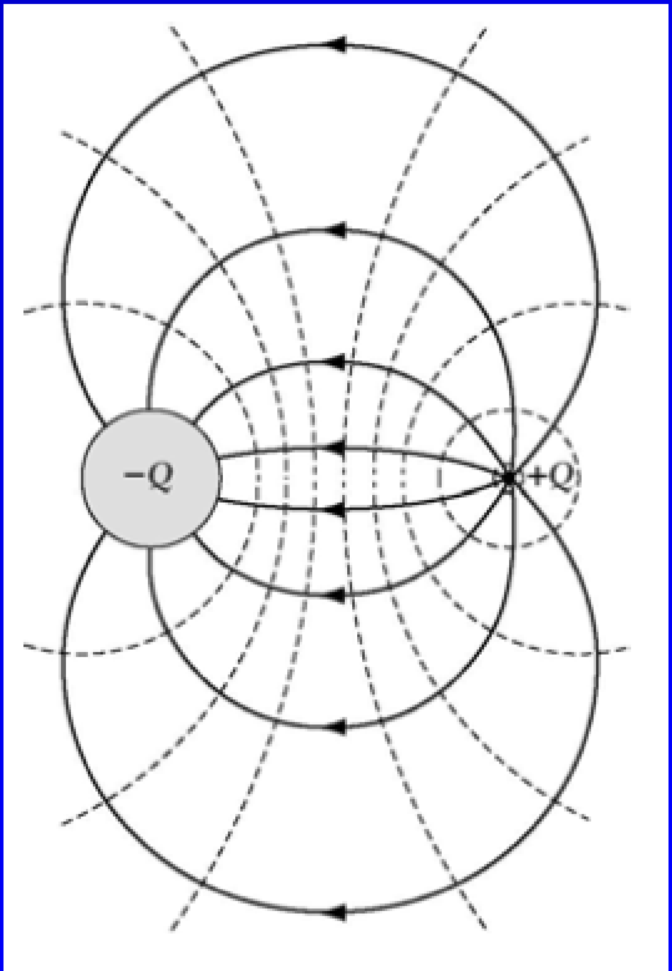
(5) A Figura 23-29 mostra uma partícula puntiforme com carga positiva + Q e uma esférica metálica com carga –Q. Represente as linhas de campo elétrico e as superfícies equipotenciais para este sistema de cargas.



Solução

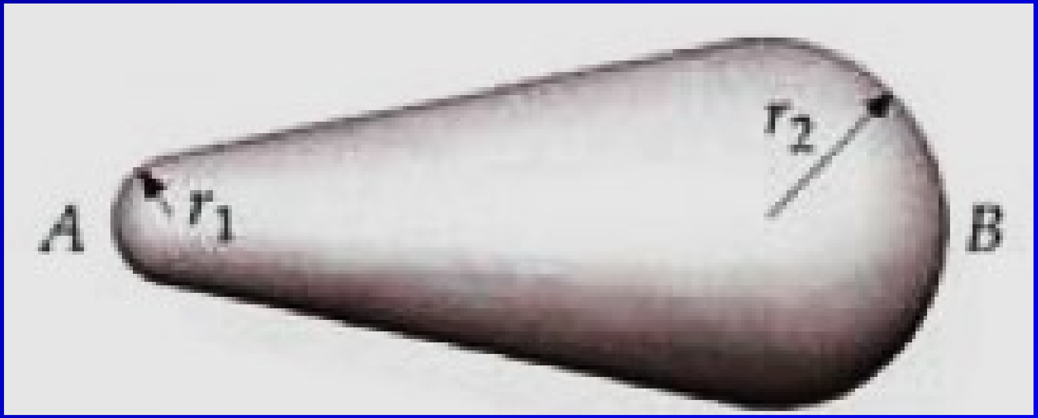
(5) A Figura 23-29 mostra uma partícula puntiforme com carga positiva + Q e uma esfera metálica com carga –Q. Represente as linhas de campo elétrico e as superfícies equipotenciais para este sistema de cargas.

As linhas do campo elétrico, mostradas como linhas sólidas, e as superfícies equipotenciais (cruzando o plano do papel), mostradas como linhas tracejadas, são esboçadas na figura. Perto das duas cargas, as superfícies equipotenciais são esferas e as linhas de campo são normais à esfera de metal na superfície da esfera.



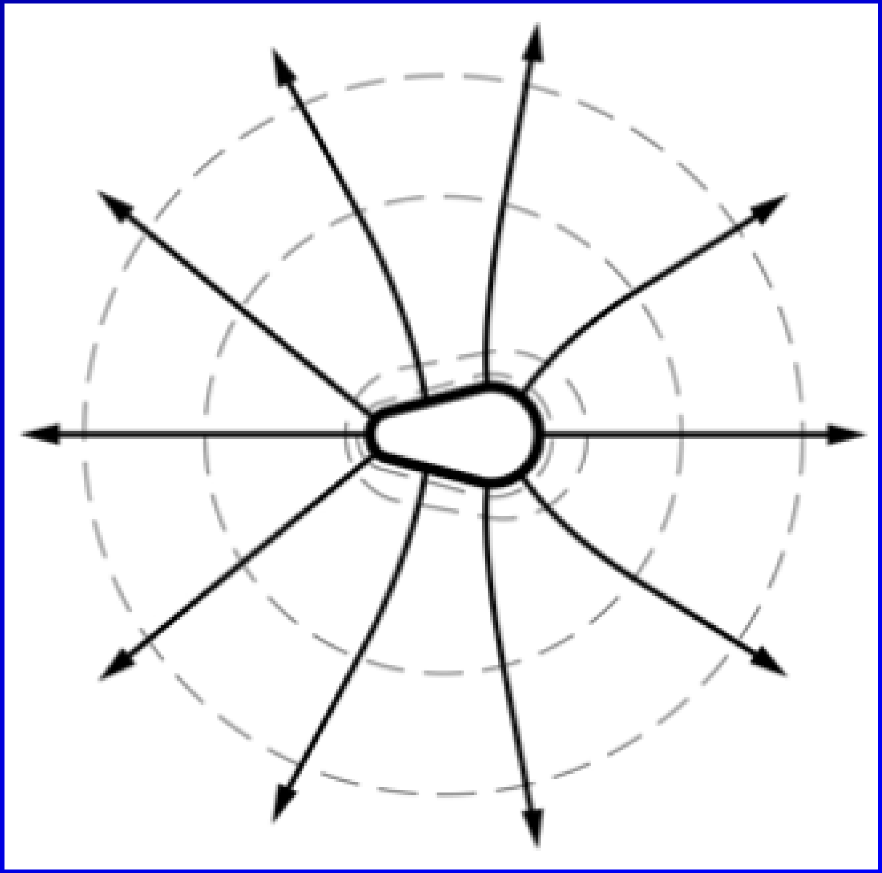
Exercícios do Capítulo 23 do Tipler

E para um objeto como na figura abaixo carregado positivamente? (Ex. 7)



Solução

E para um objeto como na figura abaixo carregado positivamente? (Ex. 7)

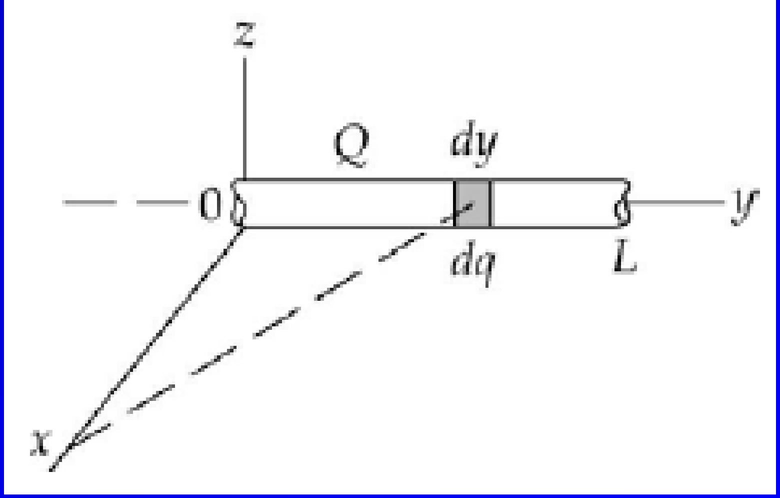


Exercícios do Capítulo 23 do Tipler

(52) Um bastão de comprimento L tem carga total Q distribuída uniformemente ao longo de seu comprimento. O bastão está ao longo do eixo y com uma extremidade na origem. (a) Determine uma expressão para o potencial elétrico como uma função da posição ao longo do eixo x. (b) Mostre que o resultado obtido na Parte (a) se reduz a $V = kQ/x$ para $|x| >> L$. Explique por que esse resultado é esperado.

Exercícios do Capítulo 23 do Tipler

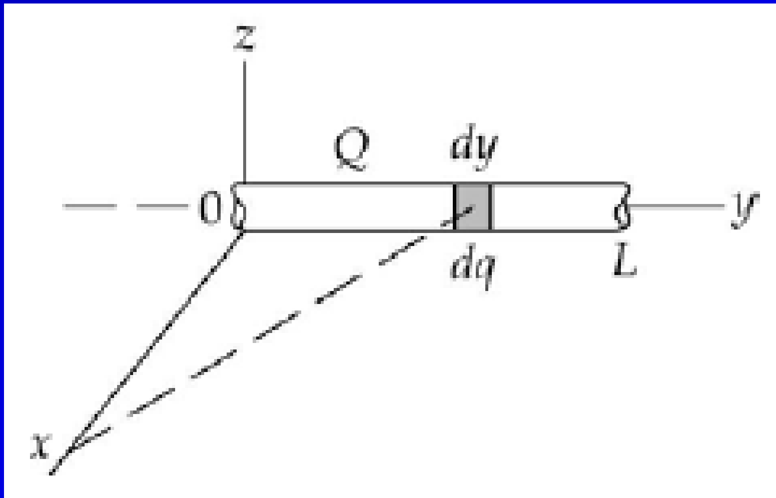
(52) Um bastão de comprimento L tem carga total Q distribuída uniformemente ao longo de seu comprimento. O bastão está ao longo do eixo y com uma extremidade na origem. (a) Determine uma expressão para o potencial elétrico como uma função da posição ao longo do eixo x. (b) Mostre que o resultado obtido na Parte (a) se reduz a $V = kQ/x$ para $|x| >> L$. Explique por que esse resultado é esperado.



Solução

(52) (a) Determine uma expressão para o potencial elétrico como uma função da posição ao longo do eixo x.

Um elemento de carga *dq* e comprimento *dy* produzirá um potencial elétrico no eixo x.



$$dV = \frac{kdq}{r}$$

Sabendo que $\lambda = \frac{Q}{L} = \frac{dq}{dy}$

Logo, $dq = \lambda dy$

$$dV = \frac{k\lambda}{r} dy$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

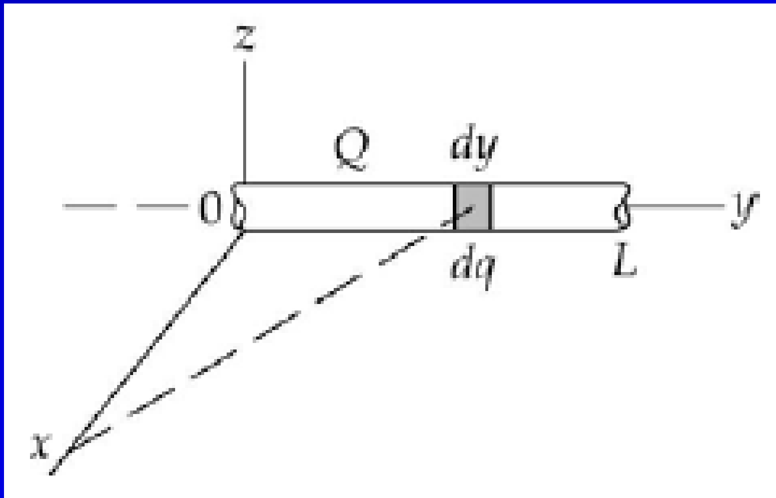
$$dV = \frac{kQ}{L} \frac{dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

Integrando para obter o potencial elétrico em um ponto no eixo x devido ao bastão:

$$V(x,0) = \frac{kQ}{L} \int_0^L \frac{dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

Solução

(52) (a) Determine uma expressão para o potencial elétrico como uma função da posição ao longo do eixo x.



$$V(x,0)=\frac{kQ}{L}\int_0^L \frac{dy}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

Esta integral é tabelada.

$$V(x,0)=\frac{kQ}{L}\ln\left(y+\sqrt{x^2+y^2}\right)\Big|_0^L$$

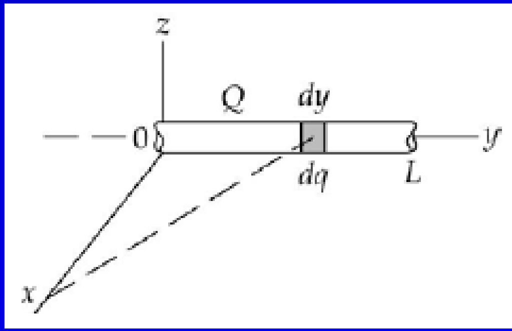
$$=\frac{kQ}{L}\left[\ln\left(L+\sqrt{x^2+L^2}\right)-\ln(x)\right]$$

Como, $\ln a-\ln b=\ln\left(\frac{a}{b}\right)$

$$\boxed{V(x,0)=\frac{kQ}{L}\left[\ln\left(\frac{L+\sqrt{x^2+L^2}}{x}\right)\right]}$$

Solução

(52) (b) Mostre que o resultado obtido na Parte (a) se reduz a $V = kQ/x$ para $|x| >> L$. Explique por que esse resultado é esperado.



$$V(x,0) = \boxed{\frac{kQ}{L}\left[\ln\left(\frac{L+\sqrt{x^2+L^2}}{x}\right)\right]}$$

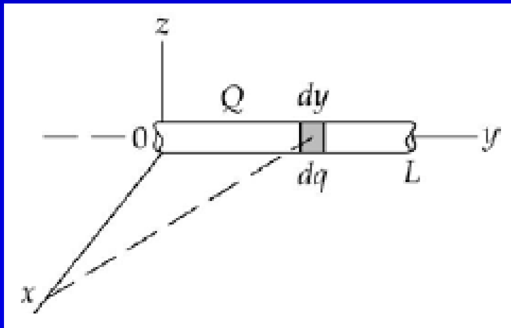
Analisando para $|x| >> L$

$$\ln\left(\frac{L+\sqrt{x^2+L^2}}{x}\right) = \ln\left(\frac{L+\sqrt{x^2\left(1+\left(\frac{L}{x}\right)^2\right)}}{x}\right) = \ln\left(\frac{L+\sqrt{x^2}\sqrt{\left(1+\left(\frac{L}{x}\right)^2\right)}}{x}\right)$$

$$\ln\left(\frac{L+\sqrt{x^2+L^2}}{x}\right) \approx \ln\left(\frac{L+\sqrt{x^2}}{x}\right) = \ln\left(1+\frac{L}{x}\right)$$

Solução

(52) (b) Mostre que o resultado obtido na Parte (a) se reduz a $V = kQ/x$ para $|x| >> L$. Explique por que esse resultado é esperado.



$$\ln\left(\frac{L+\sqrt{x^2+L^2}}{x}\right) \approx \ln\left(\frac{L+\sqrt{x^2}}{x}\right) = \ln\left(1+\frac{L}{x}\right)$$

Expandindo em série de Taylor, temos que:

$$ln(1+z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1} z^{n+1}$$ **Onde z < 1,**

Portanto, $$\ln\left(1+\frac{L}{x}\right) = \frac{L}{x} - \frac{1}{2}\left(\frac{L}{x}\right)^2 + \ldots$$

Como $x >> L$, podemos aproximar por

$$\ln\left(1+\frac{L}{x}\right) \approx \frac{L}{x}$$

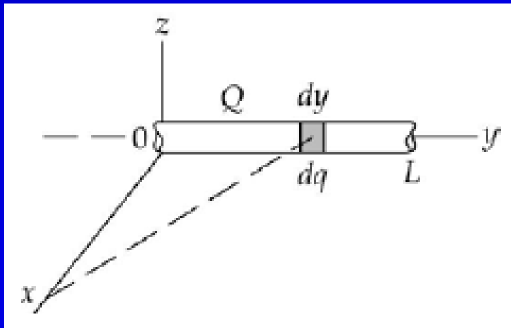
$$\ln\left(\frac{L+\sqrt{x^2+L^2}}{x}\right) \approx \frac{L}{x}$$

Solução

(52) (b) Mostre que o resultado obtido na Parte (a) se reduz a $V = kQ/x$ para $|x| >> L$. Explique por que esse resultado é esperado.

$$V(x,0) = \boxed{\frac{kQ}{L}\left[\ln\left(\frac{L+\sqrt{x^2+L^2}}{x}\right)\right]}$$

$$\ln\left(\frac{L+\sqrt{x^2+L^2}}{x}\right) \approx \frac{L}{x}$$



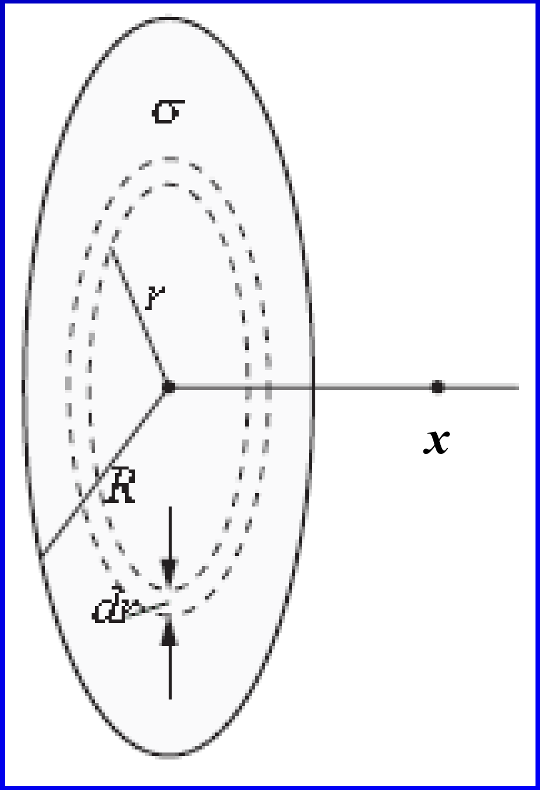
$$V(x,0) = \frac{kQ}{L}\left[\frac{L}{x}\right] = \boxed{\frac{kQ}{x}}$$

Exercícios do Capítulo 23 do Tipler

(54) Um disco de raio *R* tem uma distribuição superficial de cargas dada por $\sigma = \sigma_0 R / r$ onde σ_0 é uma constante e *r* é a distância ao centro do disco. (a) Encontre a carga total no disco. (b) Determine uma expressão para o potencial elétrico a uma distância x do centro do disco no eixo que passa pelo centro do disco e é perpendicular ao seu plano.

Exercícios do Capítulo 23 do Tipler

(54) Um disco de raio R tem uma distribuição superficial de cargas dada por $\sigma = \sigma_0 R / r$ onde σ_0 é uma constante e r é a distância ao centro do disco. (a) Encontre a carga total no disco. (b) Determine uma expressão para o potencial elétrico a uma distância x do centro do disco no eixo que passa pelo centro do disco e é perpendicular ao seu plano.



Solução

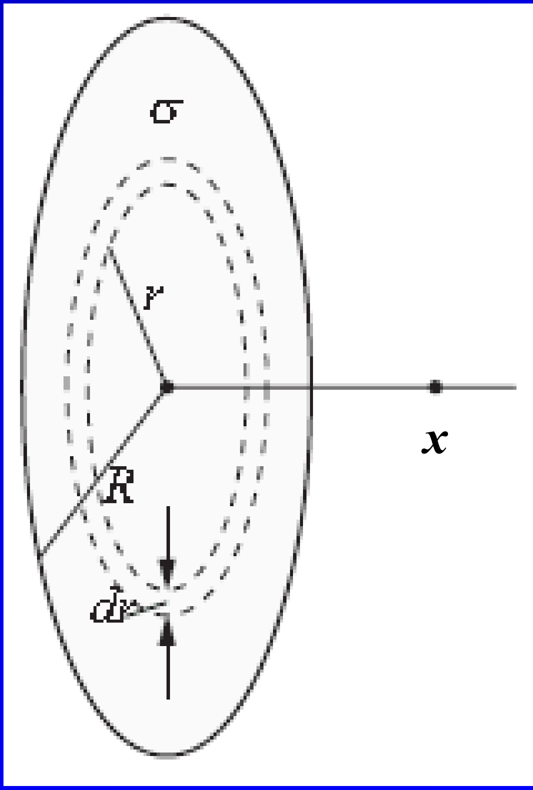
(54) $\sigma = \sigma_0 R / r$ onde σ_0 (a) Encontre a carga total no disco.

$$dq = \sigma dA$$

$$dq = 2\pi r\sigma dr = 2\pi r\left(\sigma_0 \frac{R}{r}\right)dr$$

$$= 2\pi\sigma_0 R dr$$

$$Q = 2\pi\sigma_0 R\int_0^R dr = \boxed{2\pi\sigma_0 R^2}$$



Solução

(54) $\sigma = \sigma_0 R / r$ onde σ_0 . (b) Determine uma expressão para o potencial elétrico a uma distância x do centro do disco no eixo que passa pelo centro do disco e é perpendicular ao seu plano.

$$dV = \frac{kdq}{r'}$$

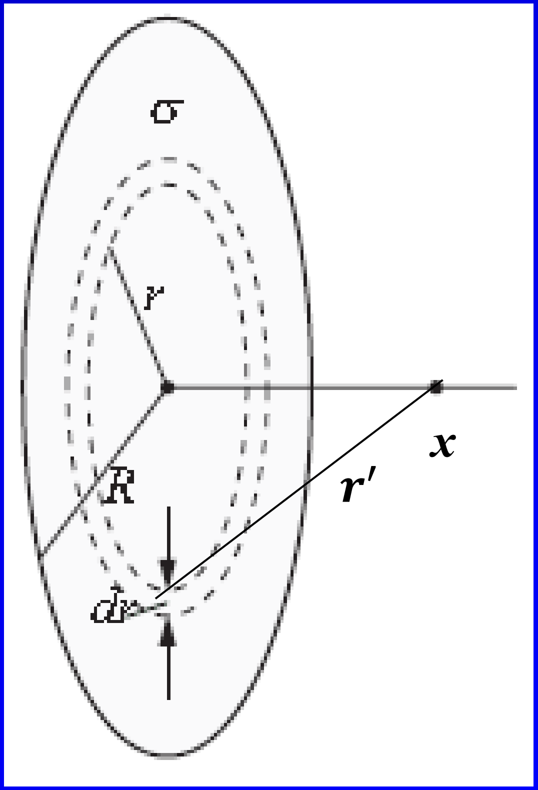
$$dq = 2\pi\sigma_0 R dr$$

$$dV = \frac{kdq}{r'} = \frac{2\pi k\sigma_0 R dr}{\sqrt{x^2 + r^2}}$$

$$V = 2\pi k\sigma_0 R \int_0^R \frac{dr}{\sqrt{x^2 + r^2}}$$

$$= \boxed{2\pi k\sigma_0 R \ln\left(\frac{R + \sqrt{x^2 + R^2}}{x}\right)}$$

Mesma forma da integral do ex. 52



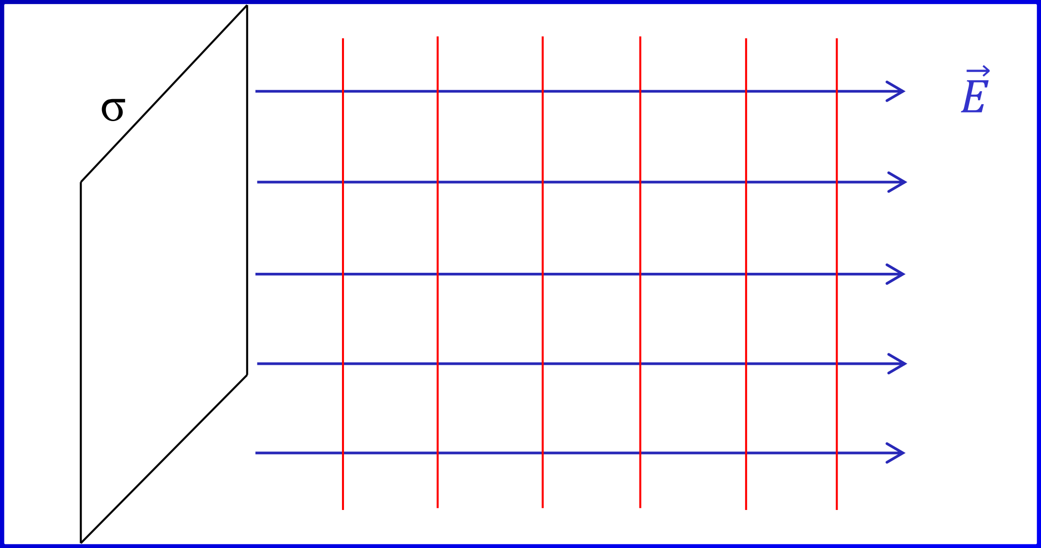
Exercícios do Capítulo 23 do Tipler

(60) Uma lâmina plana infinita e carregada tem densidade superficial uniforme igual a 3,50 $\mu C/m^2$. Qual a distância entre as superfícies equipotenciais cujos potenciais diferem em 100 V?.

Solução

(60) Uma lâmina plana infinita e carregada tem densidade superficial uniforme igual a 3,50 $\mu C/m^2$. Qual a distância entre as superfícies equipotenciais cujos potenciais diferem em 100 V?.

A partir da expressão do campo elétrico devido a um plano infinito carregado, podemos resolver a equação para a separação das superfícies equipotenciais.



Solução

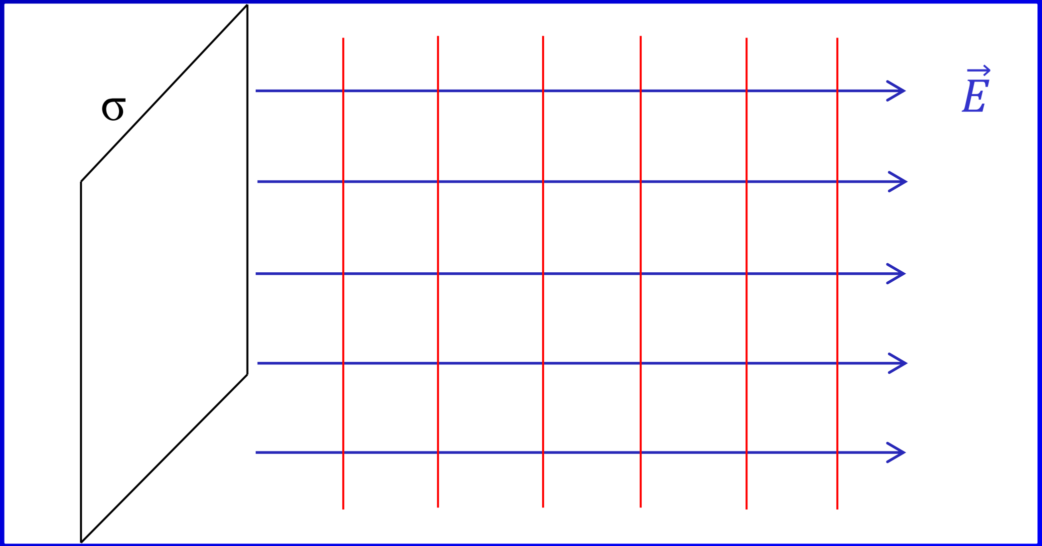
(60) Uma lâmina plana infinita e carregada tem densidade superficial uniforme igual a 3,50 μC/m². Qual a distância entre as superfícies equipotenciais cujos potenciais diferem em 100 V?.

$$E = \frac{\sigma}{2\,\epsilon_0}$$

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta x}$$

$$\Delta x = \frac{2\,\epsilon_0\,\Delta V}{\sigma}$$

$$|\Delta x| = \frac{2\left(8.854\times10^{-12}\,\dfrac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N\cdot m}^2}\right)(100\,\mathrm{V})}{3.50\,\mu\mathrm{C/m}^2} = \boxed{0.506\,\mathrm{mm}}$$



Exercícios do Capítulo 23 do Tipler

(64) Uma partícula puntiforme que tem uma carga de +11,1 nC está na origem. (a) Qual(is) é(são) a(s) forma(s) das superfícies equipotenciais na região em volta desta carga? (b) Considerando o potencial como sendo zero em $r = \infty$, calcule os raios de cinco superfícies que têm potenciais iguais a 20,0 V, 40,0 V, 60,0 V, 80,0 V e 100,0 V e represente-as em escala, centradas na carga . (c) Estas superfícies estão igualmente espaçadas? Explique sua resposta. (d) Estime o valor da magnitude do campo elétrico entre as superfícies equipotenciais de 40,0 V e 60,0 V, dividindo a diferença entre esses dois potenciais pela diferença entre os dois raios. Compare esta estimativa com o valor exato na posição intermediária entre estas duas superfícies.

Solução

(64) Uma partícula puntiforme que tem uma carga de +11,1 nC está na origem. (a) Qual(is) é(são) a(s) forma(s) das superfícies equipotenciais na região em volta desta carga? (b) Considerando o potencial como sendo zero em $r = \infty$, calcule os raios de cinco superfícies que têm potenciais iguais a 20,0 V, 40,0 V, 60,0 V, 80,0 V e 100,0 V e represente-as em escala, centradas na carga . (c) Estas superfícies estão igualmente espaçadas? Explique sua resposta. (d) Estime o valor da magnitude do campo elétrico entre as superfícies equipotenciais de 40,0 V e 60,0 V, dividindo a diferença entre esses dois potenciais pela diferença entre os dois raios. Compare esta estimativa com o valor exato na posição intermediária entre estas duas superfícies.

(a) R= As superfícies equipotenciais são esferas centradas na carga.

Solução

(64) carga de +11,1 nC (b) Considerando o potencial como sendo zero em *r* = ∞, calcule os raios de cinco superfícies que têm potenciais iguais a 20,0 V, 40,0 V, 60,0 V, 80,0 V e 100,0 V e represente-as em escala, centradas na carga

A relação entre potencial elétrico e campo elétrico de uma carga puntiforme é:

$$\int_a^b dV = -\int_{r_a}^{r_b} \vec{E}\cdot d\vec{r} = -kQ\int_{r_a}^{r_b} r^{-2}dr$$

$$V_b - V_a = kQ\left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}\right)$$

Tomando *V=0* no ponto de referência r_a, isso equivale fazer $r_a = \infty$

$$V_b - 0 = kQ\left(\frac{1}{r_b}\right) \Rightarrow V = \frac{kQ}{r} \Rightarrow r = \frac{kQ}{V}$$

Solução

(64) carga de +11,1 nC (b) Considerando o potencial como sendo zero em $r = \infty$, calcule os raios de cinco superfícies que têm potenciais iguais a 20,0 V, 40,0 V, 60,0 V, 80,0 V e 100,0 V e represente-as em escala, centradas na carga

$$V_b - 0 = kQ\left(\frac{1}{r_b}\right) \Rightarrow V = \frac{kQ}{r} \Rightarrow r = \frac{kQ}{V}$$

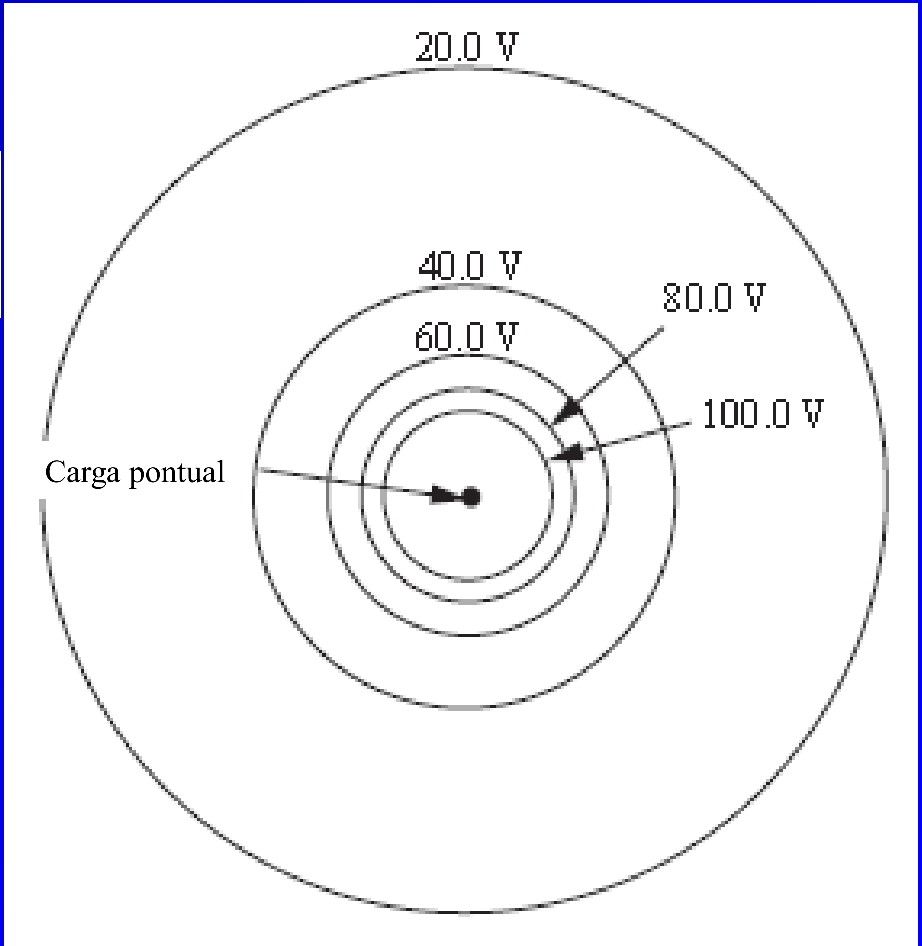
$$r = \frac{\left(8.988\times10^9\,\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}\right)\left(1.11\times10^{-8}\,\mathrm{C}\right)}{V} = \frac{99.77\,\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{C}}}{V}$$

V (V)	20.0	40.0	60.0	80.0	100.0
r (m)	4.99	2.49	1.66	1.25	1.00

Solução

(64) carga de +11,1 nC (b) Considerando o potencial como sendo zero em $r = \infty$, calcule os raios de cinco superfícies que têm potenciais iguais a 20,0 V, 40,0 V, 60,0 V, 80,0 V e 100,0 V e represente-as em escala, centradas na carga

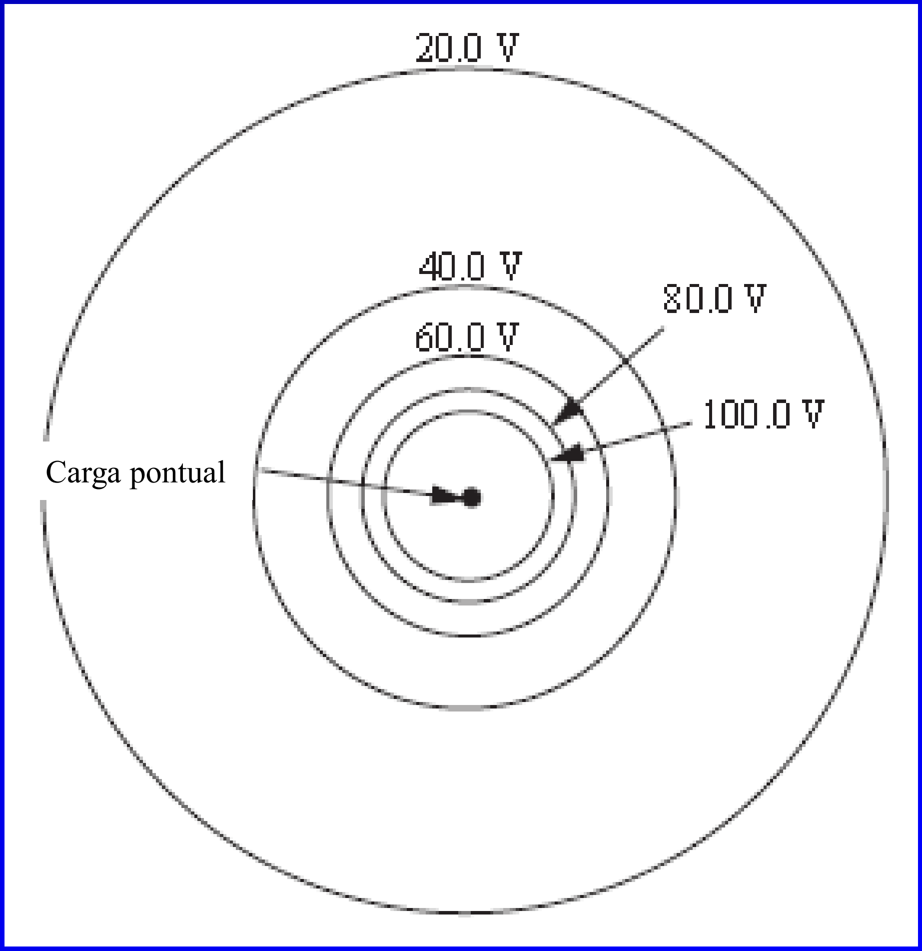
V (V)	20.0	40.0	60.0	80.0	100.0
r (m)	4.99	2.49	1.66	1.25	1.00



Solução

(64) (c) Estas superfícies estão igualmente espaçadas? Explique sua resposta.

V (V)	20.0	40.0	60.0	80.0	100.0
r (m)	4.99	2.49	1.66	1.25	1.00



R= Não. As superfícies equipotenciais estão mais próximas, onde a intensidade do campo elétrico é maior

Solução

(64) (d) Estime o valor da magnitude do campo elétrico entre as superfícies equipotenciais de 40,0 V e 60,0 V, dividindo a diferença entre esses dois potenciais pela diferença entre os dois raios. Compare esta estimativa com o valor exato na posição intermediária entre estas duas superfícies.

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta r} = -\frac{40\ \mathrm{V} - 60\ \mathrm{V}}{\Delta r}$$

V (V)	20.0	40.0	60.0	80.0	100.0
r (m)	4.99	2.49	1.66	1.25	1.00

Fazendo a estimativa:

$$E_{est} \approx -\frac{40 - 60}{2,5 - 1,7} = 25$$

O valor exato do campo elétrico na localização intermediária entre essas duas superfícies é dado por:

$$E_{\text{exact}} = \frac{\left(8.988\times10^{9}\ \frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}\right)\left(1.11\times10^{-8}\ \mathrm{C}\right)}{\left(\frac{1.66\ \mathrm{m} + 2.49\ \mathrm{m}}{2}\right)^2} = 23\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

Solução

(64) (d) Estime o valor da magnitude do campo elétrico entre as superfícies equipotenciais de 40,0 V e 60,0 V, dividindo a diferença entre esses dois potenciais pela diferença entre os dois raios. Compare esta estimativa com o valor exato na posição intermediária entre estas duas superfícies.

$$E_{est} \approx -\frac{40-60}{2,5-1,7} = 25$$

$$E_{\text{exact}} = \frac{\left(8.988\times10^{9}\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}\right)\left(1.11\times10^{-8}\ \text{C}\right)}{\left(\frac{1.66\ \text{m}+2.49\ \text{m}}{2}\right)^2} = 23\,\frac{\text{V}}{\text{m}}$$

O valor estimado difere cerca de 8% do valor exato.