

## Exemplo 23-15 Dois condutores esféricos carregados

Dois condutores esféricos descarregados de raios  $R_1 = 6,0$  cm e  $R_2 = 2,0$  cm, separados por uma distância muito maior que 6,0 cm, estão conectados por um longo fio condutor muito fino.

Uma carga total  $Q = +80$  nC é colocada em uma das esferas e é permitido que o sistema atinja o equilíbrio eletrostático.

- (a) Qual é a carga em cada esfera?
- (b) Qual é o módulo do campo elétrico na superfície de cada esfera?
- (c) Qual é o potencial elétrico em cada esfera?
- (Considere que a carga no fio conector é desprezível.)



A carga total será distribuída com  $Q_1$  na esfera 1 e  $Q_2$  na esfera 2, de forma que as esferas estejam no mesmo potencial. Podemos usar  $V = kQ/R$  para o potencial de cada esfera.

(a) A conservação de carga nos dá  $Q_1 + Q_2 = Q = +80 \text{ nC}$

As esferas, estando no mesmo potencial, nos dá

$$\frac{kQ_1}{R_1} = \frac{kQ_2}{R_2} \Rightarrow Q_2 = \frac{R_2}{R_1} Q_1$$

Substituindo a segunda equação na primeira, temos

$$Q_1 + \frac{R_2}{R_1} Q_1 = Q \quad \text{ou} \quad Q_1 = \frac{R_1}{R_2 + R_1} Q = \frac{6 \text{ cm}}{8 \text{ cm}} 80 \text{ nC} = 60 \text{ nC}$$

$$Q_2 = Q - Q_1 = \boxed{20 \text{ nC}}$$

**(b) O campo elétrico na superfície de cada esfera será**

$$E_1 = \frac{kQ_1}{R_1^2} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(60 \times 10^{-9} \text{ C})}{(0,060 \text{ m})^2} = 150 \text{ kN/C}$$

$$E_2 = \frac{kQ_2}{R_2^2} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(20 \times 10^{-9} \text{ C})}{(0,020 \text{ m})^2} = 450 \text{ kN/C}$$

**(c) E o potencial para as duas esferas serão iguais com o valor de**

$$V_1 = \frac{kQ_1}{R_1} = \frac{(8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)(60 \times 10^{-9} \text{ C})}{0,060 \text{ m}} = 9 \text{ kV}$$

**Note que, a densidade superficial de carga das esferas é  $\sigma_i = \frac{Q_i}{4\pi R_i^2}$   
portanto  $\sigma_1 = 1,3 \mu\text{C}/\text{m}^2$  e  $\sigma_2 = 4,0 \mu\text{C}/\text{m}^2$ .**

**Assim, no sistema onde 2 esferas de diferentes raios estão conectadas,  
a de raio menor terá  
um campo maior e uma densidade superficial de carga maior.**

**Quando uma carga é colocada em um condutor de formato não esférico, como na figura, a superfície do condutor será uma superfície equipotencial, mas a densidade superficial de carga e o campo elétrico nas proximidades do condutor serão diferentes de ponto para ponto.**



**Próximo a um ponto onde o raio de curvatura é pequeno (ponto A), a densidade superficial de carga e o campo elétrico serão grandes, e nas proximidades de um ponto onde o raio de curvatura é grande (ponto B), o campo e a densidade superficial de carga serão pequenos.**

**Podemos entender isto qualitativamente considerando as extremidades do condutor como esferas de diferentes raios.**

Seja  $\sigma$  a densidade superficial de carga.  
O potencial de uma esfera de raio  $R$  e carga  $Q$  é

$$V = \frac{kq}{R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}$$

Como a área de uma esfera é  $4\pi R^2$ ,  
a carga em uma esfera pode ser escrita como  
 $Q = 4\pi R^2 \sigma$ .

Substituindo esta última equação na primeira, temos

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4\pi R^2 \sigma}{R} = \frac{R\sigma}{\epsilon_0}$$

Assim  $V = \frac{R\sigma}{\epsilon_0}$  ou  $\sigma = \frac{\epsilon_0 V}{R}$

Como as esferas estão no mesmo potencial, a esfera que tiver menor raio  $R$  terá uma maior densidade superficial de carga  $\sigma$ .

E, como  $E = \sigma \epsilon_0$  na superfície de um condutor,  
o módulo do campo elétrico é máximo em pontos do condutor onde o raio de curvatura é mínimo.