Lista 4. Processo de Poisson. Definição. (sexta 09/10/2020)

Exercício 1. Sejam X_1 e X_2 duas variáveis aleatórias independentes assumindo valores inteiros não-negativos. Suponha que X_1 e $X_1 + X_2$ tem distribuição de Poisson com parâmetros λ_1 e λ_2, respectivamente. Mostre que a distribuição de X_2 é a distribuição de Poisson com parâmetro $\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$. (Hint: *mais simples, provavelmente, é através de função geradora do momentos. Mas pode ser provado direto: usando* $\mathbb{P}(X_1 + X_2 = 0)$ *ache* $\mathbb{P}(X_2 = 0)$*, e depois usando indução matemática prove a fórmula para* $\mathbb{P}(X_2 = n)$)

Exercício 2. Seja $N(t)$ um processo de Poisson com média de 3 ocorrências por minuto. Considere 5 ocorrências sucessivas desse processo e determine a probabilidade de que nenhum intervalo entre elas seja superior a 30 segundos.

Exercício 3. $N_1(t)$ e $N_2(t)$ são dois processos de Poisson independentes com taxas λ_1 e λ_2, respectivamente. Qual é a probabilidade de que a 1^a ocorrência do processo $N_1(t)$ ocorra antes da 1^a ocorrência de $N_2(t)$?

Exercício 4. Passageiros chegam a um ponto final de ônibus de acordo com um processo de Poisson $N(\cdot)$ com média de 3 (passageiros) por minuto. Suponha que um ônibus partiu no instante inicial e não deixou nenhum passageiro na fila. Seja T o tempo que decorre para chegar o próximo ônibus e suponha que T é independente do processo e tem distribuição uniforme no intervalo $(9, 11)$ (minutos). Calcule a média e a variância de $N(T)$.

Exercício 5. Seja $\{N(t)\}_{t\geq 0}$ um processo de Poisson com taxa λ=15. Calcule:

1. $\mathbb{P}(N(6) = 9)$
2. $\mathbb{P}(N(6) = 9, N(20) = 13, N(56) = 27)$

Exercício 6. O fluxo de consumidores numa loja é descrito por um processo de Poisson com taxa de 25 consumidores por hora. Sabe-se que a proporção de consumidores do sexo feminino é de 80%. Qual é a probabilidade que nenhum consumidor homem entre nessa loja durante um intervalo de próximos 15 minutos?

Referências

[1] S.M.Ross *Introduction to probability models.* Ninth Edition, Elsevier, 2007.