Modelagem Numérica de Terreno (MNT)

Coordenador:

Prof. Dr. Peterson Ricardo Fiorio

Dep. Eng. de Biossistemas – ESALQ/USP

Colaboradores: Caio Henrique Cagale Assalin

1. Definição de MNT

A modelagem numérica do terreno é a representação matemática do terreno da distribuição espacial de um fenômeno dentro de uma região da superfície terrestre.

A superfície é em geral contínua e o fenômeno que representa pode ser variado.

Dentre os exemplos de alguns usos temos:

- Armazenamento de dados de altimetria para mapas topográficos.
- Análises de corte e aterro para projetos de estradas e barragens.
- Apresentação tridimensional de variáveis (física / química) de solos, mapas de produtividade, etc ...

Uma das informações mais utilizadas quando se trabalha com recursos naturais, e mesmos outros campos de pesquisa, é a topografia, a qual se refere às características de parte da superfície terrestre, principalmente o relevo de uma área.

Assim, mapas topográficos fazem parte do cenário básico de muitos modelos de análise espacial. Quando essa informação analógica (mapas em papel) é disponibilizada na forma digital, passa-se chamar de “Modelo Digital” ou “Modelo Numérico”.

A nomenclatura MDT ou MNT são aceitas, porém como a fonte dos dados são numéricos vamos nos referir a “MNT”

Outros termos também utilizados:

- DEM (Digital elevation model)
- DHM (Digital leight model)
- DGM (Digital Ground Model)
- NTM (Numerical terrain Model)

Apesar de citar a topografia o MNT além de ser utilizado para dados de relevo, também representam outros fenômenos como: informações geológicas; levantamentos de profundidade do mar, rios, lagos; informações meteorológicas; dados geofísicos e geoquímicos.

Os exemplos acima citados geram dados em sua maioria pontuais (x,y), distribuidos de maneira esparsa ao longo da superfície. A estes pontos pode-se associar um valor “Z” do fenômeno a ser estudado (valor a ser modelado), o qual é função de x,y ou seja, $z = f(x, y)$.

Esses dados podem ser interpolados para gerar uma superfície contínua do fenômeno estudado, essa representação recebe nome de MNT.

2. Procedimentos para Geração de MNT

O processo de geração de um modelo numérico de terreno (MNT) pode ser dividido em duas etapas.

2.1. Aquisição das amostras ou amostragem.
2.2. Geração de Modelo propriamente dito ou interpolação

2.1 Amostragem

A amostragem compreende a aquisição de um conjunto de amostras, com coordenada, (x,y), representativas do fenômeno de interesse (valor z) naquele ponto. Além da representação pontual tridimensional (x,y,z) pode-se obter amostras de isolinhas (curvas de isovalores).

É a tarefa mais importante da MNT, pois a coleta dos dados tem que representar a variação espacial de fenômeno de interesse. Assim uma amostragem não pode ser insuficiente (subamostragem), nem tão pouco redundante (superamostragem).

> Subamostragem: a falta de amostras gera falta de informações, gerando assim, modelos pobres.
>
> Superamostragem: gera excesso de informações as quais são redundantes, sobrecarregando o sistema com uso excessivo de memória, prejudicando também a modelagem.

Nenhuma modelagem por mais completa ou sofisticada que seja, pode compensar os efeitos de uma amostragem mal feita.

Assim, a amostragem tem que ser representativa do comportamento do fenômeno que será estudado. Dessa forma, um prévio conhecimento do mesmo passa a ser importantíssimo para uma amostragem mais assertiva.

> Amostragem representativa: Uma amostragem representativa deve considerar a quantidade, o posicionamento da amostragem em relação ao fenômeno a ser estudado.

Um bom exemplo é a amostragem para levantamentos altimétricos. Para uma área plana, uma superamostragem representa uma redundância de informações, enquanto que uma subamostragem em áreas mais acidentadas geram uma escassez de informações.

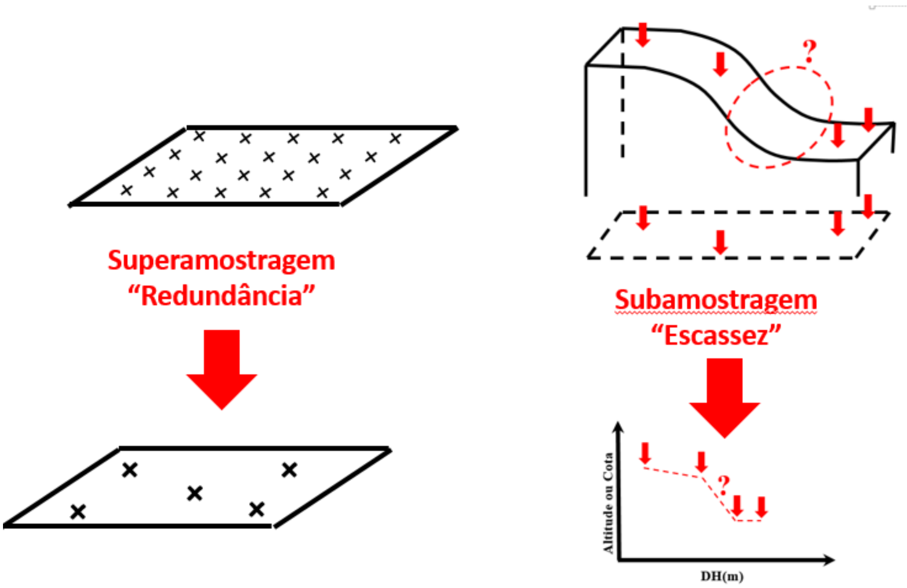


Figura 1 Comparação de amostras em grade x Pontos Notáveis *caso Topografia

2.1.1 Principais Fontes de Amostras

- Bases topográficas com isolinhas e pontos notáveis de máximos e mínimos.
- Levantamento em campo (solo/ $H2O$/ vegetação).
- Levantamento aerofotogramétricos e fotografias aéreas.
- Levantamento com imagem de satélite.
- Levantamento com sensores embarcados (NDVI produtividade).

2.1.2 Tipos de Amostragem

Os dados para geração de MNT são representados pelas coordenadas (x,y,z) onde z é o parÂmetro a ser modelado.

$z = f(x,y)$

As amostragens então são classificadas em relação a posição relativa das amostras:

a) Amostragem regular
b) Amostragem semi-regular
c) Amostragem irregular
d) Amostragem por isolinhas

a) **Amostragem regular:** as amostras mantém uma regularidade entre as posições espaciais entre x e y, nas suas respectivas direções.
Ex:

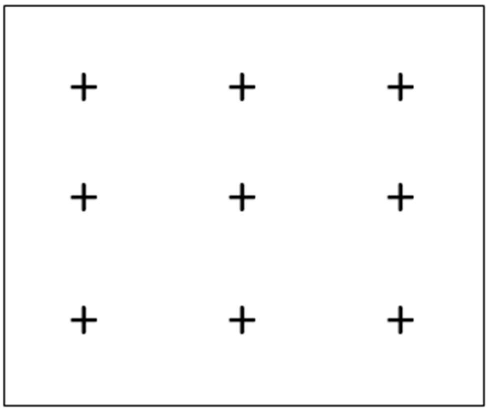


Figura 2 Representação da amostragem regular

Para levantamento de corte e aterro na topografia escolhe-se o espaçamento entre x e y de acordo com a declividade do terreno. Para maiores declividades, menores espaçamentos: 5x5m; 10x10m. Para menores declividades, espaçamentos maiores: 20x20m; 30x30m; 50x50m.

b) **Amostragem semi-regular:** as amostras mantém uma regularidade em apenas uma direção x ou y, porém nunca em ambas ao mesmo tempo.

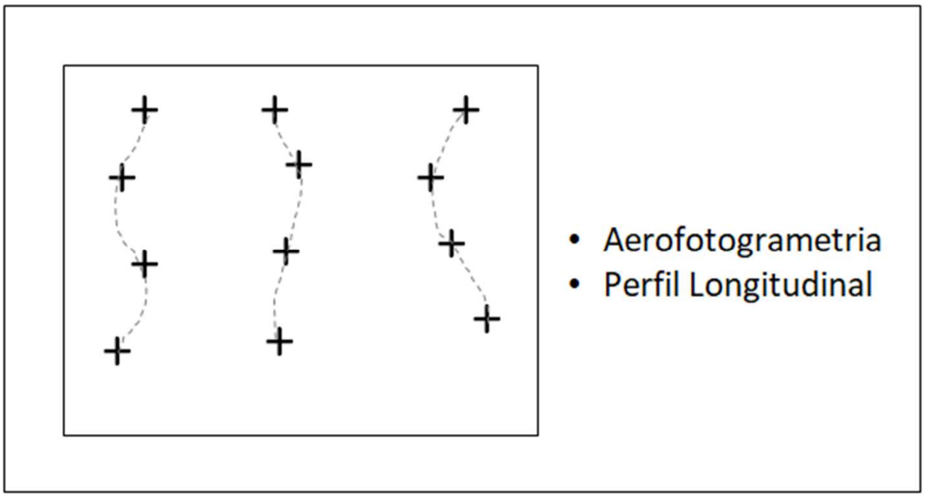


Figura 3 Representação de amostra semi-regular (aerofotogrametria)

Esse tipo de amostragem ocorre em levantamentos aéreos onde na linha de voo a aeronave sofre ação de ventos laterais, de frente ou por trás, fazendo alterações no plano de voo inicial (linha de voo). Ao se montar os pares estereoscópicos pode-se notar esse efeito nos pontos centrais (ponto principal) de fotos sucessivas.

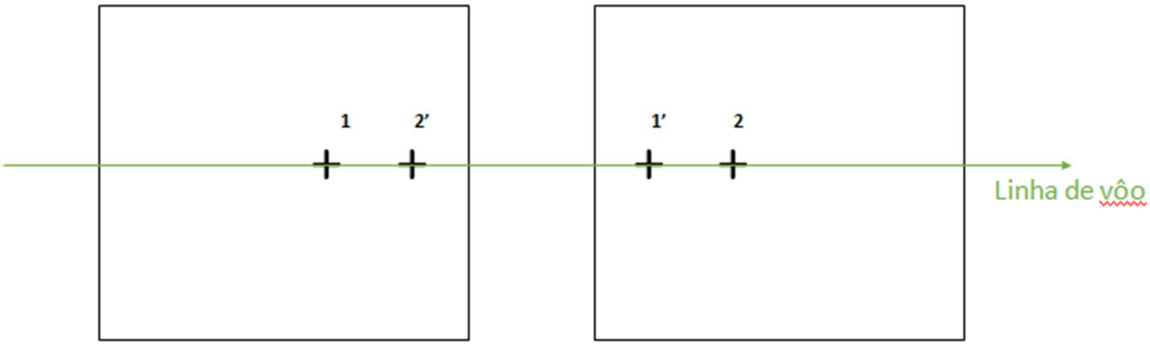


Figura 4 Par estereoscópico representando deslocamento na linha de voo.

Esse mesmo efeito de amostragem também ocorre nos RPA´s, principalmente nos modelos de asa fixa (VANT´s) e com menor intensidade nos “multirotores”.

c) **Amostragem irregulares:** nesse tipo de amostragem não existe uma relação entre as direções x e y.

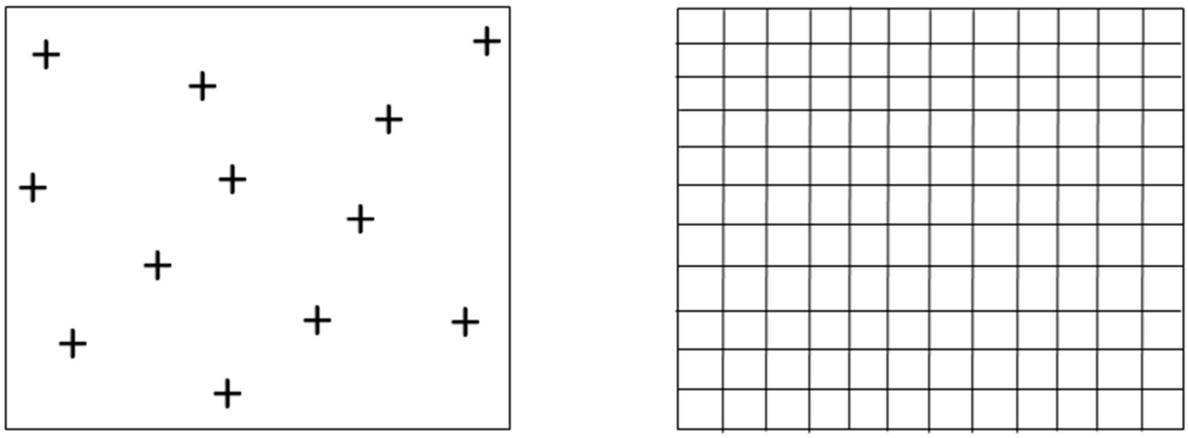


Figura 5 Representação da amostragem “pontos notáveis”, levantamentos planialtimétricos

Um bom exemplo de aplicação desse tipo de amostragem é o levantamento planialtimétrico, onde o ponto de amostragem é determinado de acordo com as mudanças do relevo. Áreas mais planas, menor número de pontos e estes mais espaçados. Áreas mais declivosas, maior número de pontos e mais adensados. Assim, deve-se escolher a localização das amostras (pontos) de acordo com as mudanças do fenômeno a ser modelado, no caso o relevo. Também chamamos esses pontos de: Pontos notáveis.

d) **Amostragem por isolinhas:** um mapa de isolinhas nada mais é do que a representação de uma superfície por linhas de isovalor.

O exemplo mais comum são os mapas topográficos (mapas planialtimétricos) os quais em sua quase totalidade foram gerados por levantamentos aerofotogramétricos com pontos de controle em campo, (pontos notáveis) de máximo e mínimo amostrados irregularmente. Após os ajustes geométricos, as fotografias com estereoscopia, geram imagens tridimensionais as quais são “fatiadas” por planos paralelos horizontais equidistantes com auxílio do equipamento, ex: “STEREOPLOTTERS”, gerando assim as isolinhas.

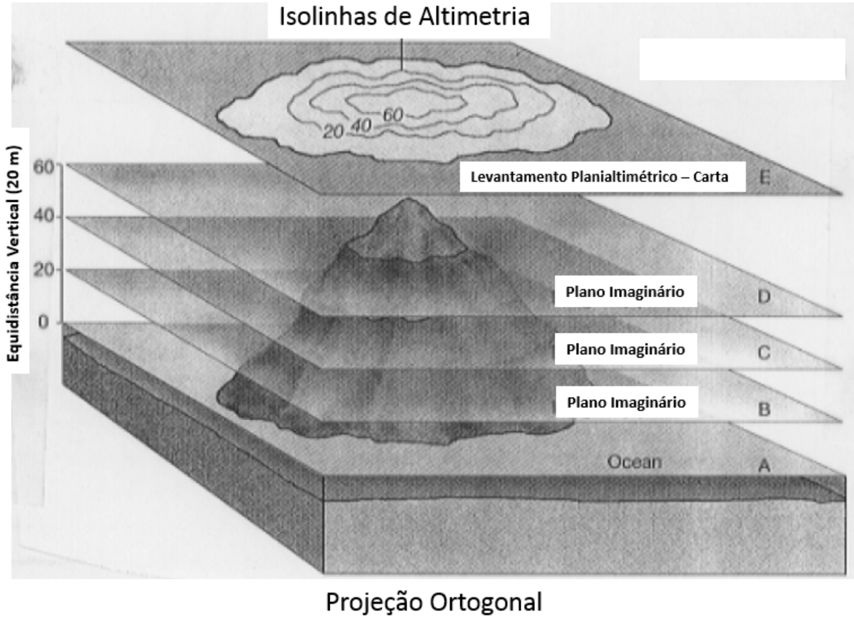


Figura 6 Representação da criação de isolinhas de altimetria (mapas planialtimétricos)

Para finalizar o tópico amostragem é importante notar e ressaltar a importância de uma boa amostragem.

Assim o cuidado com a escala dos pontos (x,y) e a quantidade de dados amostrados estão diretamente relacionados com a qualidade do produto final. Para aplicações onde necessita-se de um grau de realismo maior, a quantidade bem como a distribuição dos pontos, passam a ser decisivos na geração de um bom modelo do fenômeno estudado.

“Na quase totalidade dos casos as amostras mais representativas do fenômeno não estão regularmente distribuídas. ”

2.2 Geração do modelo ou interpolação

A interpolação envolve a criação de uma estrutura de dados e a definição de superfícies de ajuste com objetivo de se obter uma representação contínua de fenômeno a partir das amostras.

Esta estrutura de dados é definida de uma forma a possibilitar uma manipulação conveniente e eficiente dos modelos pelos algoritmos de análise.

Assim, as estruturas de dados mais utilizadas são a grade regular e a malha triangular.

a) **<u>A grade regular:</u>** é um modelo digital que aproxima a superfície através da um poliedro de faces regulares. Os vértices desse polígono podem ser os próprios pontos amostrados (caso tenham as mesmas localizações x,y da grade desejada). O refinamento da grade regular ocorre quando se gera uma nova grade regular a partir de outra grade regular (geralmente obtida em campo). O objetivo é melhorar o refinamento da grade.

"É importante ressaltar que o espaçamento x,y da grade pode gerar superamostragem ou subamostragem". Devendo-se ter uma boa ideia do fenômeno a ser descrito

Ex: Altimetria

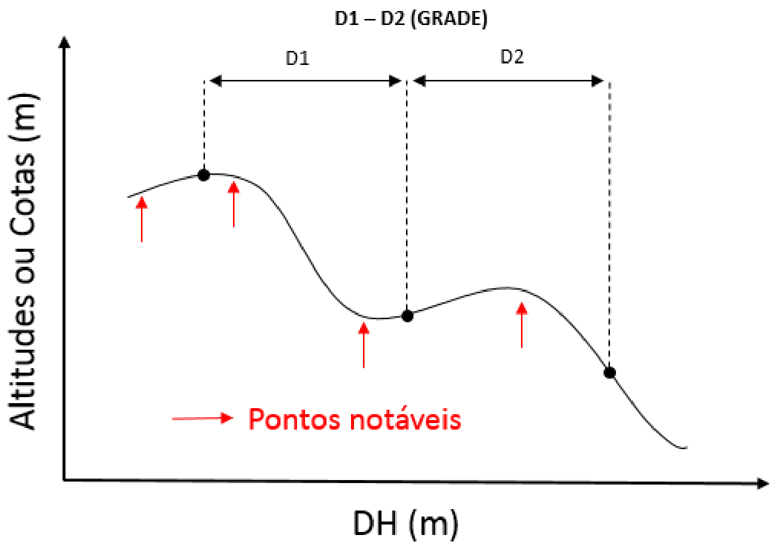


Figura 7 Representação de levantamento de pontos em grade e pontos notáveis para representação da variação do relevo.

b) **<u>A malha triangular:</u>** é um conjunto de poliedros cuja as faces são triangulo. Os vértices do triângulo são geralmente os pontos amostrados da superfície. Também conhecido como grade irregular triangular (TIN > "Triangular irregular Network")

A modelagem triangular é a mais usada em topografia, pois permite que as informações morfológicas importantes, como descontinuidades representadas por feições lineares do relevo (vistas) e vales (drenagem), sejam consideradas durante a geração o modelo.

2.2.1 Geração de Grades Regulares

O processo de se gerar grade regular consiste em estimar os valores (z) para cada ponto da grade, partindo-se do conjunto de amostras do fenômeno estudado.

Para tanto podemos usar:

a) **Interpolação global:** é quando se usa todas as amostras para se interpolar cada ponto da grade.

Em geral o conjunto de amostras pode ser grande e não homogêneo, fazendo com que os resultados não tenham uma boa precisão. Ou seja, fica muito mais difícil definir uma função polinomial capaz de representar satisfatoriamente todas as variações espaciais do fenômeno estudado.

A suposição implícita para a interpolação global é que, para se caracterizar o fenômeno em estudo, predomina a variação em larga escala e que a variabilidade local não é relevante.

Modelos determinísticos globais: que tem como exemplo interpoladores de superfícies de tendências.

- Superfície de tendências: buscam modelar a variação espacial ou um fenômeno em larga escala através de uma regressão múltipla entre os valores de atributos e a localização geográfica.

Exemplo: uso de longitude, latitude e altitude para estimar a distribuição de temperatura.

b) **Interpoladores locais:** nesse tipo de interpolação cada ponto da grade é estimado apenas a partir da interpolação das amostras mais próximas.

A suposição implícita é que predominam efeitos puramente locais.

Modelos determinísticos locais:

- Interpoladores por Média Móvel (média das cotas vizinhas)

É um dos tipos de interpolação mais simples para estimar os valores (z) da grade. A formulação geral é:

$$Zi = \sum_{j=1}^{n} Wij.Zj \div \sum_{j=1}^{n} Wij$$

Sendo:

Zi: valor (z) a ser estimado no ponto i qualquer da grade.
Zj : valor (z) amostrado vizinho ao ponto i na grade
Wij : fator de ponderação

Variações deste esquema básico são: Interpolador por vizinho mais próximo; Interpolador por média simples; Interpolador por média ponderada; Interpolador por média ponderada e quadrante; Interpolador por média ponderada por quadrante e por cota

É interessante se ressaltar que todas as amostras têm uma localização espacial na qual se torna possível se determinar as distâncias euclidianas de todas as amostras em relação ao ponto da grade a ser interpolado.

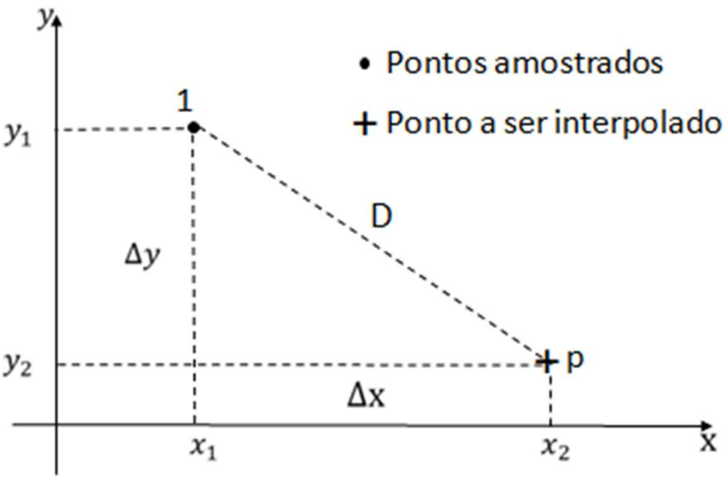


Figura 8 Representação de interpoladores locais

$$DH_{1-p} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

b.1) <u>Interpolador por vizinho mais próximo (J =’1)</u>

zi = z1 (mais próximo)

É definida pela escolha de apenas uma amostra vizinha mais próxima para cada uma dos pontos da grade.

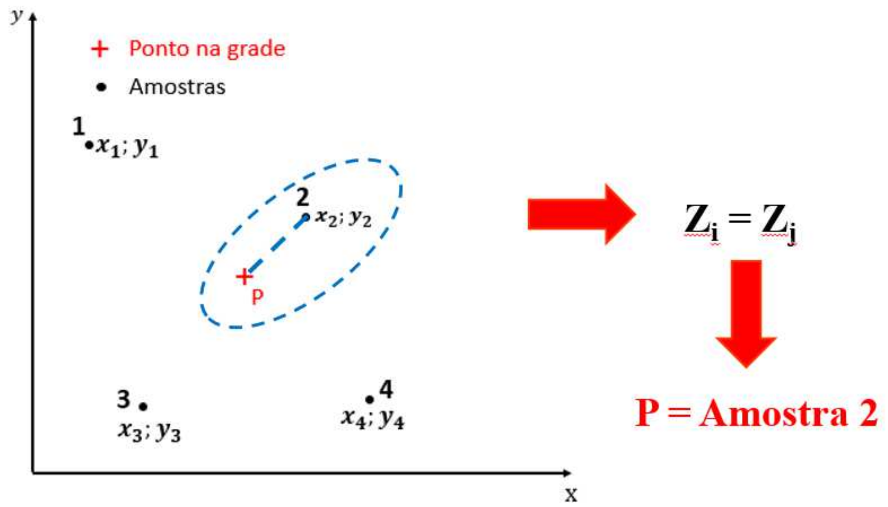


Figura 9 Representação da interpolação por vizinho mais próximo

Nesse esquema pode-se notar que a amostra 2 está mais próxima do ponto da grade, sendo que o ponto P assume o mesmo valor (z) do ponto z da amostragem.

Esse interpolador usado quando se deseja manter os valores (z) da amostra na grade sem gerar valores intermediários.

Exemplo: Correção geométricas > reamostagem do pixel ‘ > vizinho + próximo > mantendo o mesmo valor do nível de cinza.

b.2) <u>Interpolador por média simples</u>

zi = (média simples de n valores zj

Nesse caso o valor (zi) é calculado pela média aritmética de “n” valores (zj) das amostras vizinhas.

A ponderação neste caso Wij pode ser igual a 1 para qualquer amostra vizinha. Porém pode-se estabelecer os 2,4,6,8… vizinhos mais próximos para calcular a média.

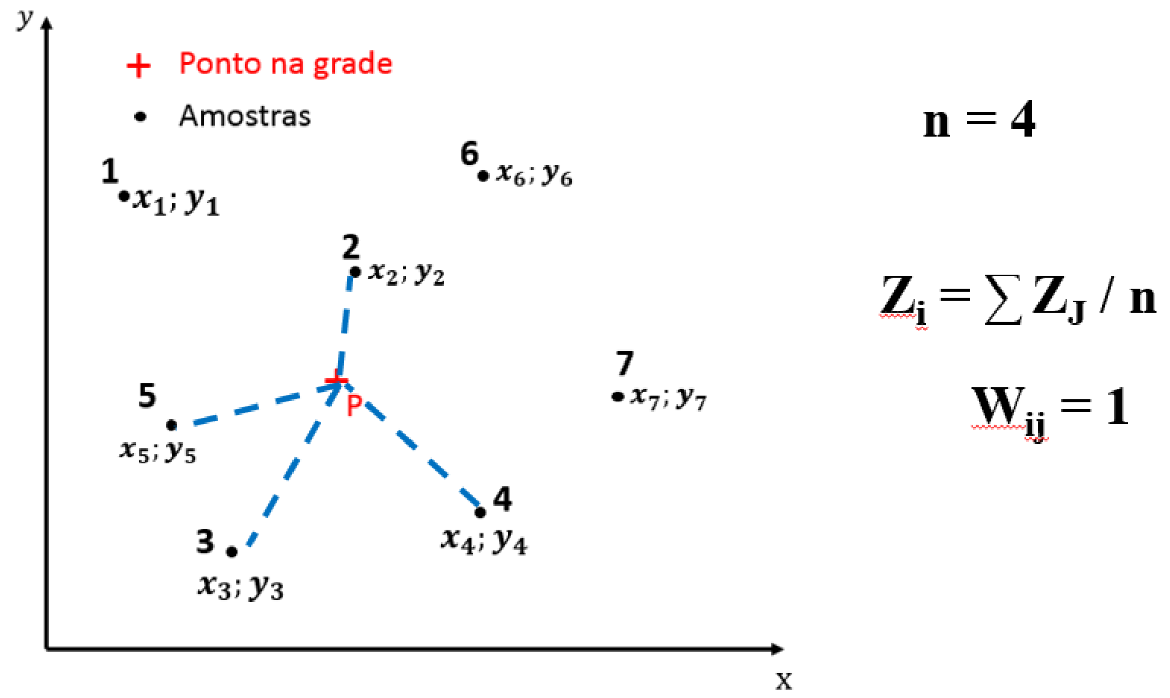


Figura 10 Representação por interpolação por média simples dos quatro vizinhos mais próximos.

b.3) <u>Interpolador por média ponderada</u>

Nesse tipo de interpolação o ponto na grade (valor zi) é calculado pela média ponderada das amostras vizinhas. A ponderação (Wij) mais usada é o inverso da distância euclidiana do ponto da grade da amostra considerada.

Assim, quanto menor a distância entre o ponto da grade e a amostra, maior será o peso atribuído no cálculo do valor (zi).

Assim, podemos considerar:

$$Wij = 1 \div d\, i^k j$$

sendo que:

- k é o valor do expoente, geralmente igual a 1, ou z.
- dij é a distância da amostra amostra j ao ponto i da grade.

$$dij = \sqrt{(xi - xj)^{\ 2} + (yi - y2)^{\ 2}}$$

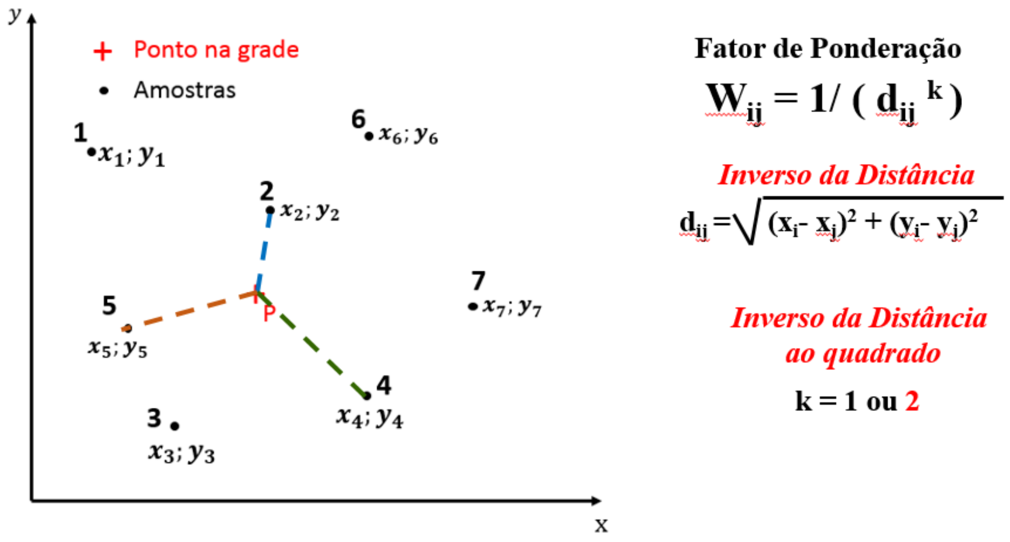


Figura 11 Representação por interpolação por média ponderada

b.4) <u>Interpolador por média ponderada e quadrante</u>

Nesse tipo de interpolação, além de se atribuir um valor de ponderação pelas distâncias das amostras ao ponto da grade (como descrito anteriormente), também se condiciona a obtenção das amostras por quadrante (NE, SE, SW, NW).

Assim, a ideia é dividir espaço de projeção (x,y) tendo como origem o ponto da grade a ser calculado, em 4 quadrantes. Também se considera um número fixo de amostras mais próximas em um total de 4 (1 amostra por quadrante) ou 8 (2 amostras por quadrante)

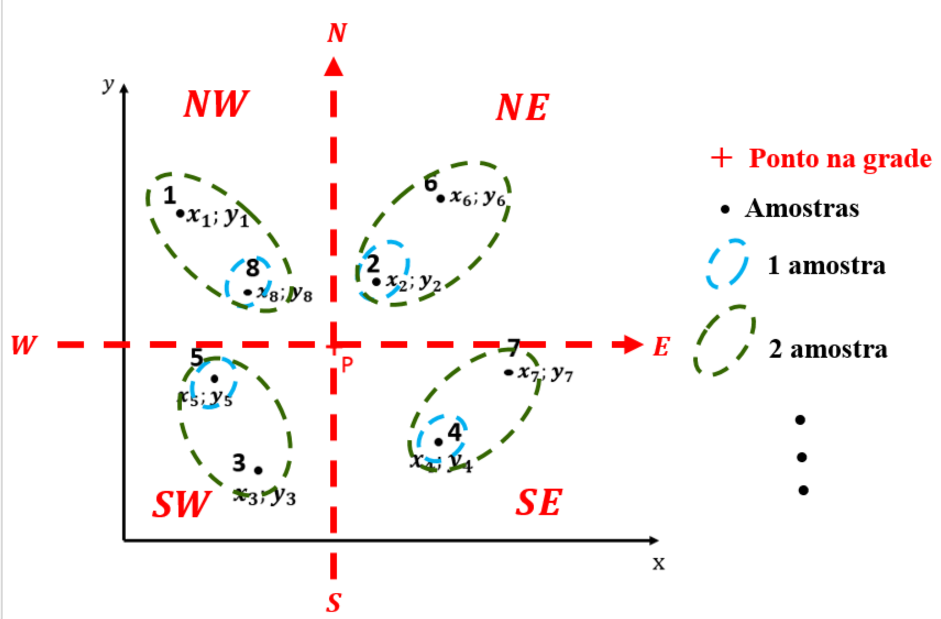


Figura 12 Representação por interpolação por média ponderada por quadrante

b.5) <u>Interpolador por média ponderada por quadrante e por cota</u>

Neste tipo de interpolação além de se atribuir a ponderação por distância e quadrante como descrito anteriormente, deve-se levar em consideração o valor (zj) na grade.

Esse interpolador é muito usado em dados amostrais de isolinhas (curvas de nível), onde se tem uma quantidade exagerada de amostras (pontos) com o mesmo valor (zj). Assim, é útil aplicar uma "filtragem por cota", uma amostra por cota, por exemplo.

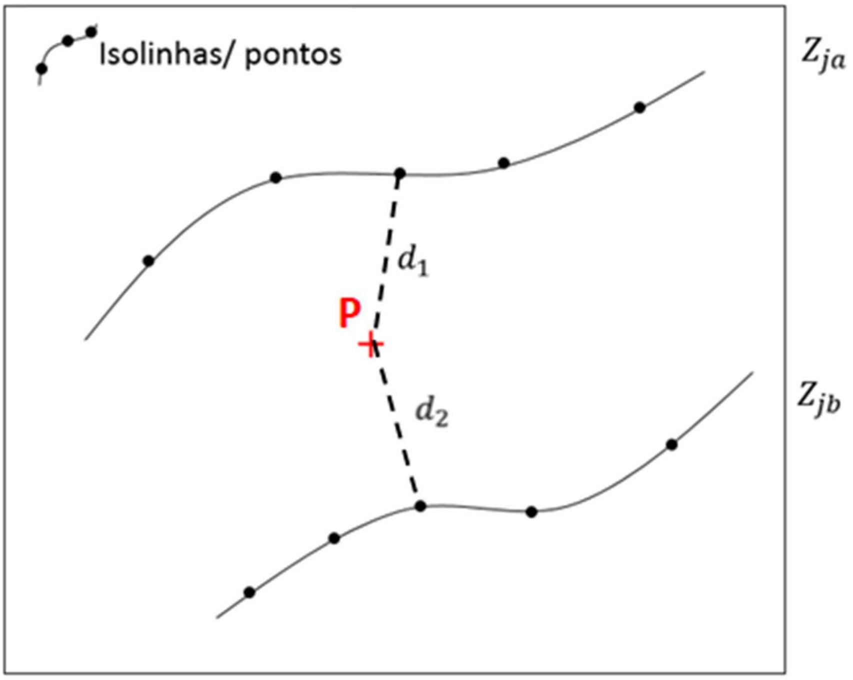


Figura 13 Representação da interpolação por média ponderada por quadrante e por cota em isolinhas de altimetria

2.2.2 Geração de Malha Triangular

Uma grade (malha) irregular triangular é um poliedro de faces triangulares onde as amostras são conectadas por linhas para formar os triângulos.

Dessa forma diferente da geração da grade regular, os valores dos vértices dos elementos triangulares da malha triangular não precisam ser estimados por interpoladores, pois os mesmos são usados para gerar a triangulação.

Adotando-se critérios específicos na construção da rede triangular pode-se chegar a malhas triangulares únicas sobre o mesmo conjunto de amostras. Um dos critérios mais utilizados e conhecidos é a triangulação de DELAUNAY.

a) **Triangulação de Delaunay**

O critério mais utilizado na triangulação de Delaunay é a maximização dos ângulos mínimos de cada triângulo formado.

Isso equivale a dizer que se deve obter na triangulação os triângulos o mais próximo de equiláteros possíveis, evitando a criação de triângulos afinados. Um exemplo pode ser observado utilizando 4 amostras.

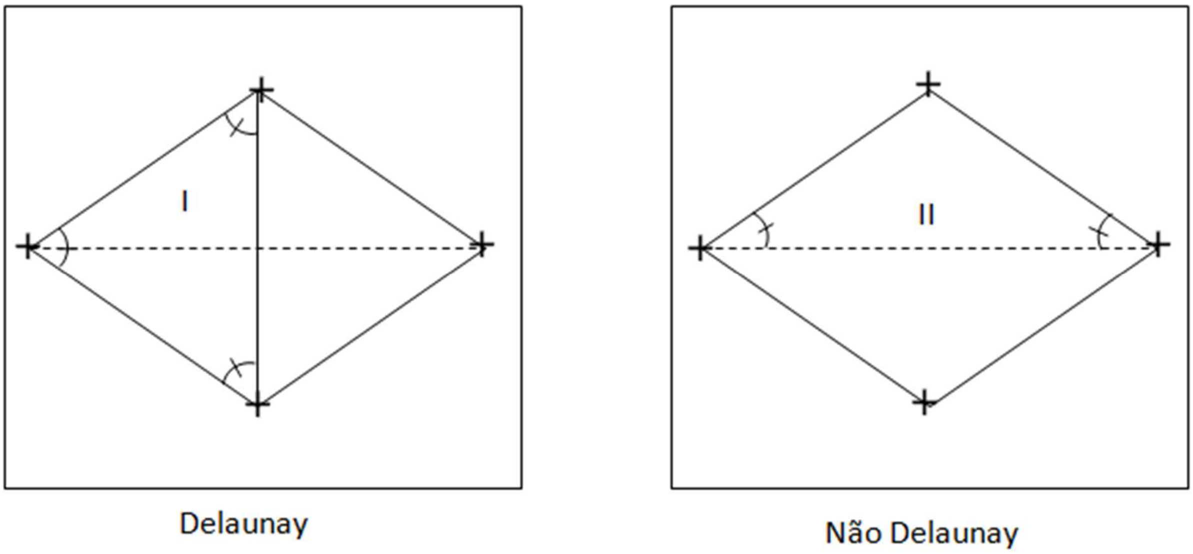


Figura 14 Representação da triangulação de Delaunay (triângulos equiláteros)

O triângulo 1 tem os ângulos internos visivelmente maiores (mais próximos do equilátero) que o triângulo 2.

Implementação da triangulação de Delaunay:

- Algoritmo de passo único: os triângulos de Delaunay são criados em uma única etapa;
- Algoritmo de dois passos: gera uma triangulação inicial qualquer e na segunda etapa gera triângulos mais equiláteros (Delaunay).

b) **Inclusão de restrição no modelo**

Na construção de uma modelo é muito importante que características topográficas da superfície sejam preservadas.

É interessante que no conjunto de amostras de entrada contenha linhas que caracterizam a superfície tais como:

- Linhas divisórias de água (linha de valores máximos);
- Linhas de drenagem (linhas de mínimos).

A estrutura do modelo de grade triangular permite a inclusão de linhas características no modelo pela inclusão de restrições.

A triangulação de Delaunay com restrições é uma triangulação que, em primeiro lugar, deve considerar as características topográficas, e depois, os critérios de triângulos o mais equilátero possível.

Assim, o método de Delaunay com restrições gera em um primeiro momento a triangulação pura (Delaunay), depois transforma esses triângulos considerando as linhas características dos modelos.

Observe a figura abaixo:

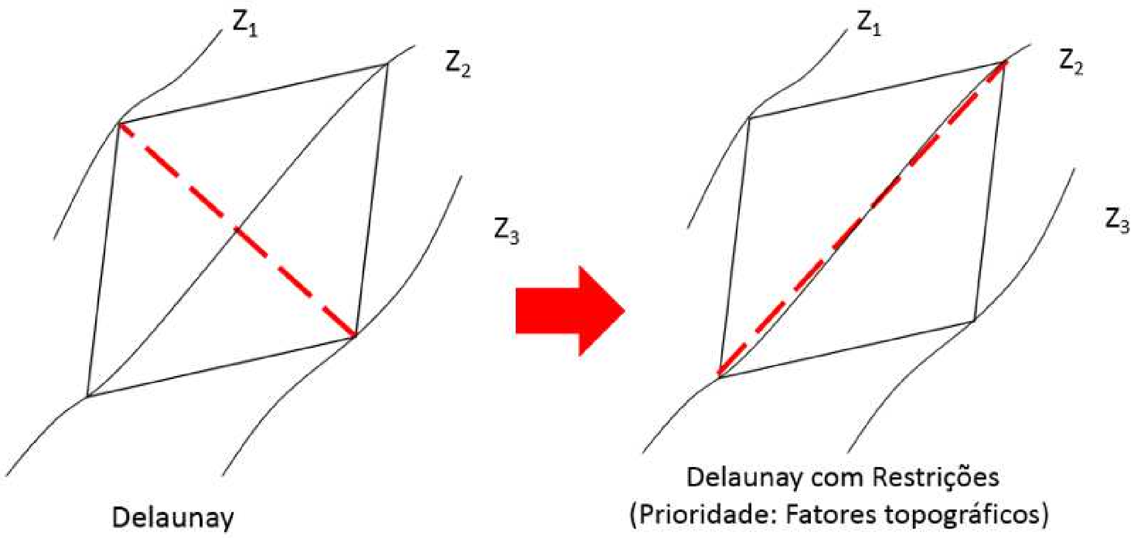


Figura 15 Representação da triangulação de Delaunay com restrições

Para esse caso a mudança (restrição) se faz necessária para evitar patamares (ou seja, triângulos cujo vértices são todos da mesma isolinha).

Também se adiciona a restrição (mudanças na triangulação) quando se deseja manter as características topográficas da superfície.

c) <u>Superfície de ajuste para grades irregulares (gerando grade regular)</u>

c.1) Ajuste linear > considerando o comportamento linear dentro de cada triângulo formado na malha triangular, pode se estimar qualquer valor nessa superfície (de cada triângulo) formada pelos três pontos amostrados.

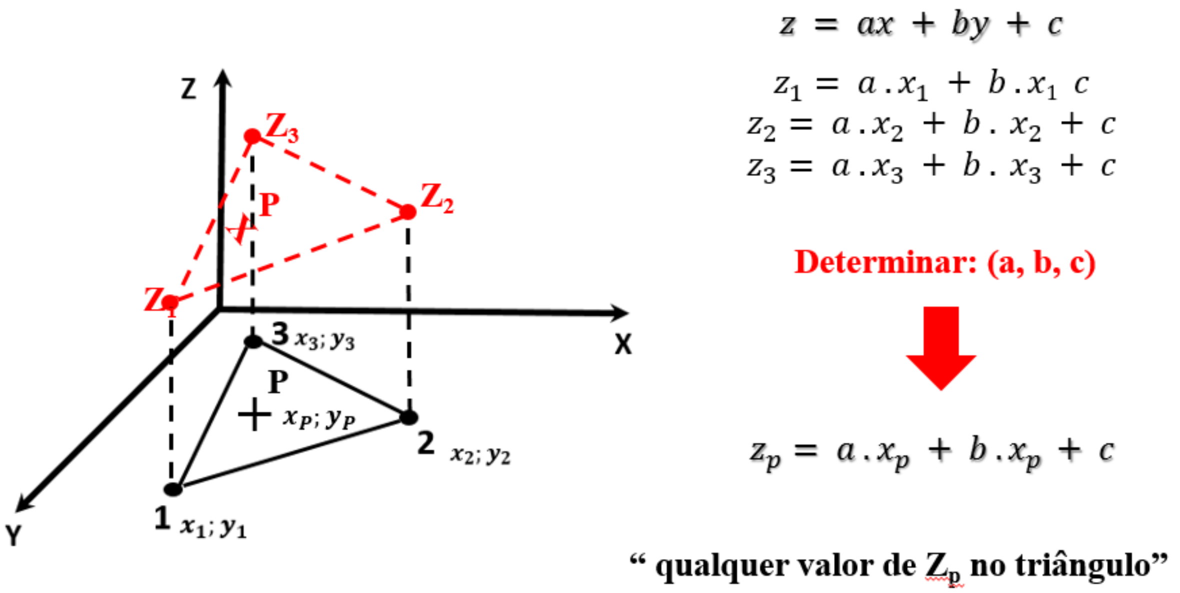


Figura 16 Representação da estimativa do ponto P na superfície triangular

Usando um sistema de coordenadas cartesianas com x na direção (E) e y na direção (N) e z o valor do atributo do ponto, temos a equação para uma faceta triangular, ou do plano:

$$z = ax + by + c$$

Assim, para os três pontos temos:

$$a \, . x_1 + b \, . x1 \; c = z_1$$

$$a \, . x_2 + b \, . \, x_2 + c = z_2$$

$$a \, . x_3 + b \, . \, x_3 + c = z_3$$

Após determinar os valores de a, b e c, para esse sistema de equações simultâneas pode-se estimar qualquer valor de z dentro desse triângulo.

$$a \, . x_p + b \, . x_p + c = z_p$$

Podemos ainda citar:

- Ajuste Quíntico
- Ajuste Estocástico

3. Grade Retangular (regular) x Malha triangular (irregular)

Triangulares ⟷ Retangulares

a) **<u>Gerar uma grade regular partindo-se de grade triangular</u>**

Partindo-se de uma grade triangular é possível criar uma modelo de grade retangular.

Para tanto é necessário:

1 - Definição o espaçamento da grade retangular (x,y).

2 - Com a grade retangular (x,y) determinado, estimar o valor Z de cada uma dos pontos da nova grade retangular utilizando os valores da grade triangular.

3 - A estimativa pode ser obtida encontrando-se o triângulo que contém o ponto da grade retangular a ser estimado. Para tanto utiliza-se os 3 vértices do triângulo para se estimar o novo valor na grade retangular.

- Interpolação simples
- Interpolação polinomial de grau maior que 1

A transformação do modelo triangular para retangular se faz necessário quando se quer visualizar o modelo em projeção planar a partir de grade regular. Essa utilização promove uma visualização mais realistas. (Pixel)

b) **<u>Geração de grade triangular a partir de uma grade retangular</u>**

A transformação do modelo de grade retangular para grade triangular geralmente é realizada quando se realizada quando se utilizar algoritmos de análise em SIG´s que só trabalham com grade triangular. Exemplo típico ocorre na extração de contornos de grades triangulares (linhas de máximo e mínimo).

4. Usos de MNT

A modelagem numérica de terreno como já descrito é uma representação "matemática/computacional" da distribuição de uma fenômeno em um dado local.

Assim a MNT possibilita uma série de análises para aplicações em geoprocessamento. Essas análises podem ser quantitativas ou qualitativas e são importantes para fins de simulação e tomadas de decisões em Sistemas de Informações Geográficas. (SIG)

Algumas análises permitem:

- Gerar imagens de nível cinza (altimetria, textura, etc
- Gerar imagens sombreadas (textura)
- Gerar imagens temáticas (declividade/fatiamento
- Análises de perfis
- Mapas de declividade/exposição/ aspectos
- Visualizar modelos em projeção geometrica planar (perspectiva; "3D")

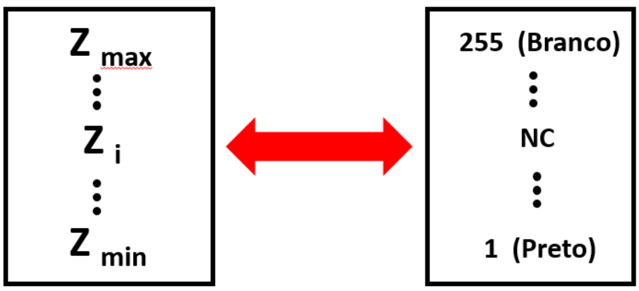
Alguns Exemplos:

a) <u>Imagens de MNT em níveis de cinza</u>

- Resolução espacial (Pixel/Raster)

Esse processamento é útil para se obter uma imagem geral da variabilidade do fenômeno estudado onde tons mais escuros representam valores menores, e tons mais claros, valores maiores.

O procedimento em questão é um escalonamento dos valores (z) obtidos na MNT e escalonados para níveis de cinza, exemplo 8 bits (0 a 255).



$$NC_i = \left[\frac{(z_1 - z_{min}).254}{(z_{mox} - z_{min})}\right] + 1$$

(Obs: o valor 0 de nível de cinza (preto) é usado para pixel sem valor de Z)

Figura 17 Representação da quantificação dos valores de z para níveis de cinza

b) Geração de linhas de contorno (isovalores)

Linhas de contorno são áreas que contornam pontos da superfície com o mesmo valor de (z). São obtidos por interseções da superfície por planos horizontais.

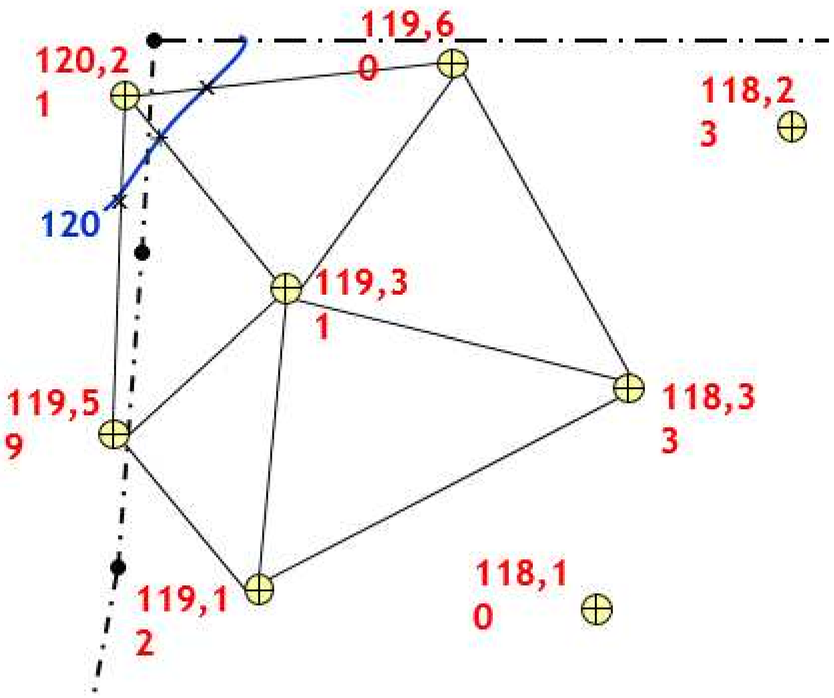
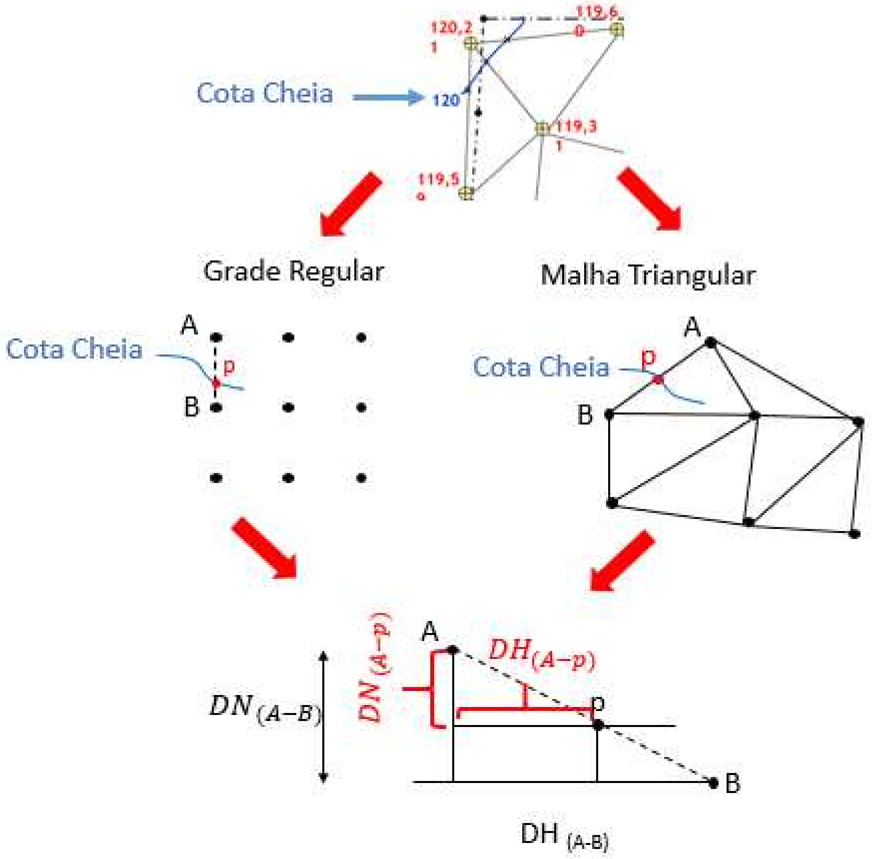


Figura 18 Representação da geração de isolinhas de altimetria, levantamento planialtimétrico (interpolação simples)

Assim utilizando as MNT pode-se gerar estas linhas de contorno por interseções com as arestas dos elementos básicos do MNT (retângulo ou triângulo).



$$DH_{(A-B)} \text{ — } DN_{(A-B)}$$

$$DH_{(A-p)} \text{ — } DN_{(A-p)}$$

$$DH_{(A-p)} = \frac{DH_{(A-B)} \times DN_{(A-p)}}{DN_{(A-B)}}$$

Figura 19 Representação interpolação simples na geração de isolinhas de altimetria em grades regulares ou triangulação de Delaunay

c) <u>Geração de mapas de declividade</u>

Declividade: é uma relação entre a distância horizontal (DH) e a diferença de nível (DN).

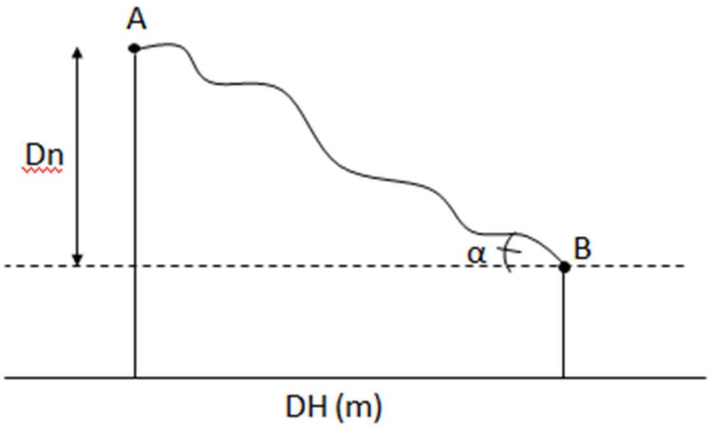


Figura 20 Representação do cálculo da declividade em graus (α)

Pode-se calcular em porcentagem ou em graus expressando a inclinação do terreno.

-Porcentagem:

$$d = \left(\frac{dn}{DH}\right).100\%$$

- Graus

$$d \Rightarrow tg \quad _{\alpha} = \frac{dn}{DH}$$

$$arc.tg \quad _{\alpha} = \frac{dn}{DH}$$

Para um ambiente computacional a declividade é a máxima variação da cota Z de vários pixeis vizinhos com uma forma geral.

$$D \Rightarrow arc.tg = \sqrt{\left(\frac{\delta z}{\delta x}\right)^2 + \left(\frac{\delta z}{\delta y}\right)^2}$$

Sendo: (δz / δx) e (δz /δy) derivadas parciais para direções x e y de pelo menos 8 vizinhos mais próximos ao pixel central

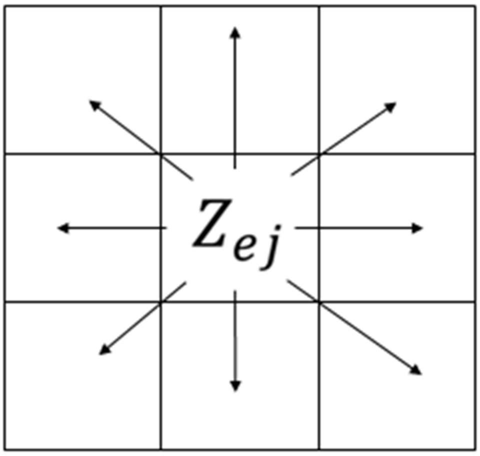


Figura 21 Representação da obtenção do valor Zij, para 8 vizinhos mais próximos

d) <u>Fatiamento do modelo</u>

O fatiamento de um modelo consiste em se definir intervalos “fatias” de valores (z) com a finalidade de se gerar uma imagem temática do modelo.

Valores z		Classes temáticas
$z_{máx}$	$\Rightarrow$	alto
z_i	$\Rightarrow$	médio
z_{min}	$\Rightarrow$	baixo