MAE 224 - PROBABILIDADE II
LISTA 9 - EXTRA CLASSE
Prof. Vanderlei da Costa Bueno

1) Seja $(X_n)_{n\geq 1}$ uma sequência de variáveis aleatórias i.i.d com distribuição uniforme no intervalo $(0,1)$. Defina $Y_n = \min\{X_1, ..., X_n\}$ e $U_n = nY_n$ e $V_n = n(1 - Z_n)$. Prove que:

a) $Y_n \to^P 0$.

b) $U_n \to^D W$ onde W tem distribuição exponencial padrão.

2) Sejam $(X_n)_{n\geq 1}$ uma sequência de variáveis aleatórias i.i.d. com $E[X_1] = 0$ e $Var(X_1) = \sigma^2$ e $(Y_n)_{n\geq 1}$ uma sequência de variáveis aleatórias i.i.d. com $E[Y_1] = \mu$.

Use o Teorema de Slutsky para provar que

$$\overline{Y}_n + \sqrt{n}\overline{X}_n \to^D N(\mu, \sigma^2).$$

3) Seja $(X_n)_{n\geq 1}$ uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuidas com distribuição uniforme no intervalo $(0,\theta)$ com $\theta > 0$. prove que

$$\sqrt{n}(\ln 2\overline{X}_n - \ln \theta) \to^D N(0, \frac{1}{3}).$$