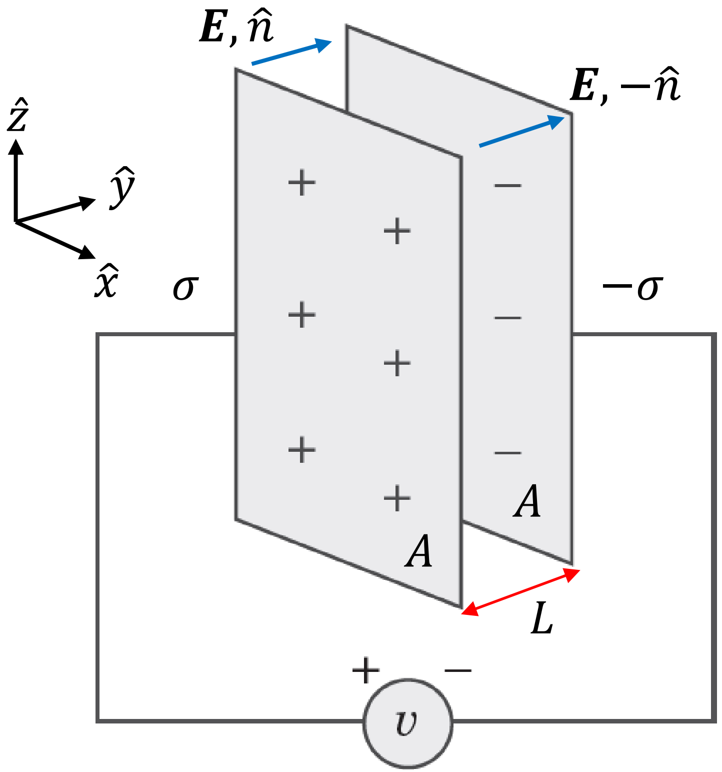
# LOM3202 – CIRCUITOS ELÉTRICOS
# AULA 6

Prof. Dr. Emerson G. Melo

# Sumário

- Capacitores;
- Indutores;
- Circuitos de Primeira Ordem;
- Resposta Natural;
- Resposta à Função Degrau Unitário

- Elemento formado por duas placas condutoras separadas por um material dielétrico.




**Lei de Gauss**

$$\int_S \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_S \sigma dA$$

**Campo elétrico produzido por uma placa infinita**

$$\boldsymbol{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{n}$$

**Campo elétrico produzido por placas paralelas**

$$\boldsymbol{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{n} + \frac{-\sigma}{2\varepsilon_0}(-\hat{n}) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{n}$$

**Diferença de potencial entre placas paralelas**

$$dv = -\boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{L}$$

$$\int_{\sigma}^{-\sigma} dv = -\int_{\sigma}^{-\sigma} \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{L}$$

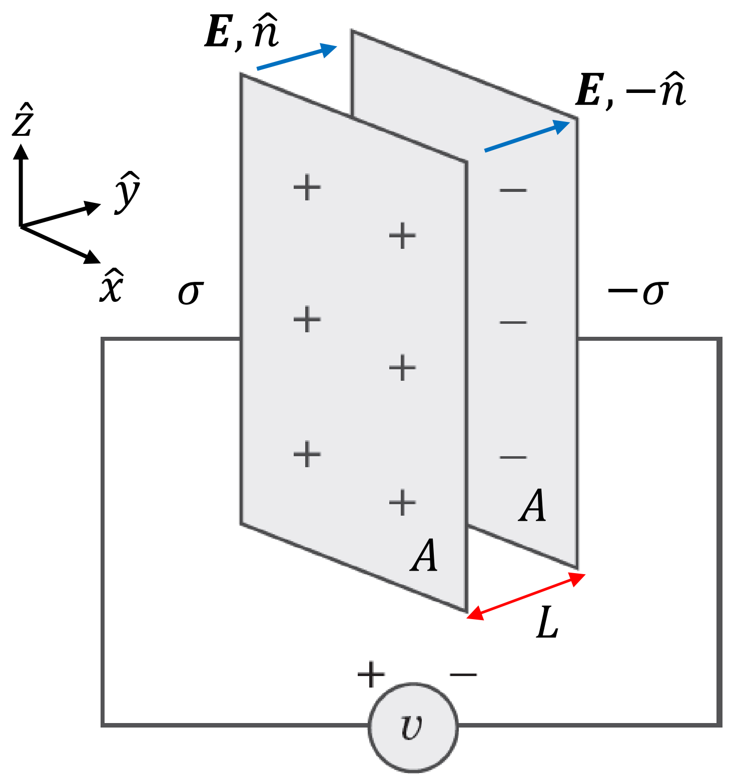
$$\int_{-\sigma}^{\sigma} dv = \int_{-\sigma}^{\sigma} \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{L}$$

$$\int_{-\sigma}^{\sigma} dv = \int_{-\sigma}^{\sigma} \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{y}\cdot[dx\hat{x} + dy\hat{y} + dz\hat{z}]$$

$$\int_0^L dv = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\int_0^L dy$$

$$v = \frac{\sigma L}{\varepsilon_0}$$

- O capacitor armazena energia através do seu campo elétrico.




Diferença de potencial entre placas paralelas

$$dv = -\boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{L}$$

$$\int_{\sigma}^{-\sigma} dv = -\int_{\sigma}^{-\sigma} \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{L} \qquad \int_{-\sigma}^{\sigma} dv = \int_{-\sigma}^{\sigma} \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{L}$$

$$\int_{-\sigma}^{\sigma} dv = \int_{-\sigma}^{\sigma} \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \hat{y} \cdot [dx\hat{x} + dy\hat{y} + dz\hat{z}] \qquad \int_0^L dv = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \int_0^L dy \qquad v = \frac{\sigma L}{\varepsilon_0}$$

Capacitância (C)

$$\sigma = \frac{Q}{A} \qquad v = \frac{QL}{\varepsilon_0 A} \qquad Q = v\frac{\varepsilon_0 A}{L} \qquad C = \frac{\varepsilon_0 A}{L} \qquad Q = vC \qquad C = \frac{Q}{v}$$

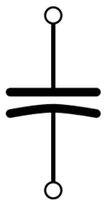
Unidade de Medida: Farad [F]

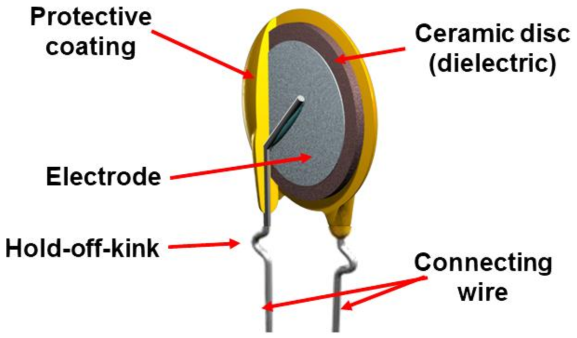
$$1F = \frac{1C}{1V}$$

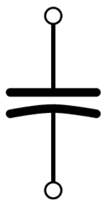
# Capacitor

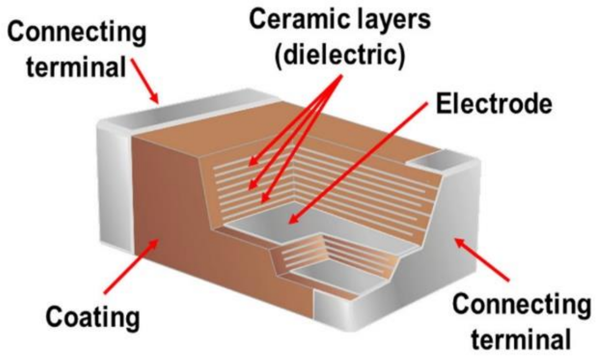
- Existem diversos tipos de construção.

### Capacitores Cerâmicos

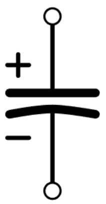


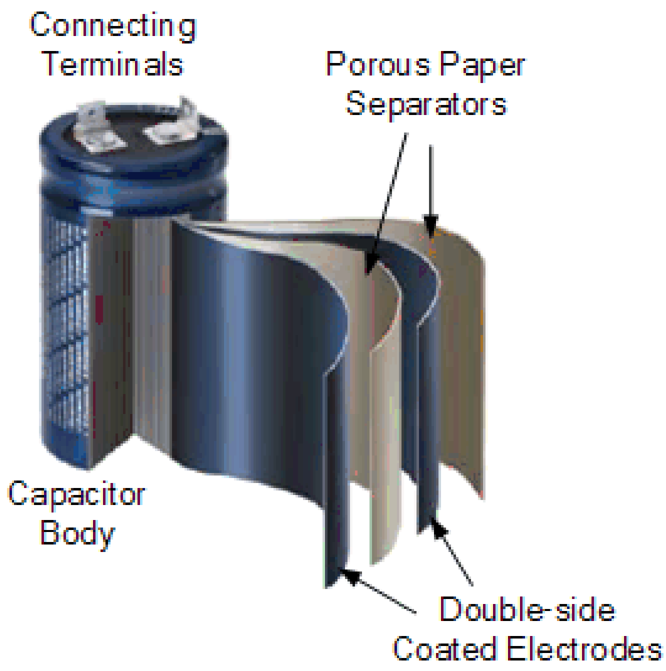


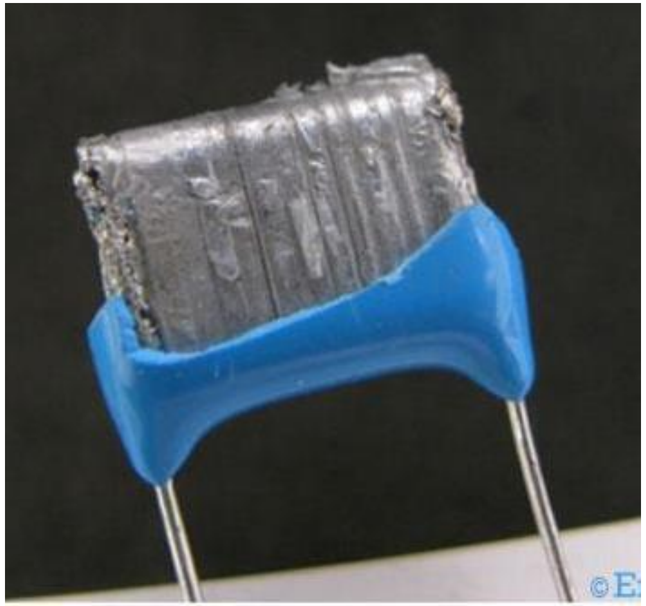


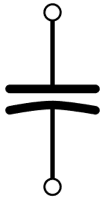

### Capacitor Eletrolítico



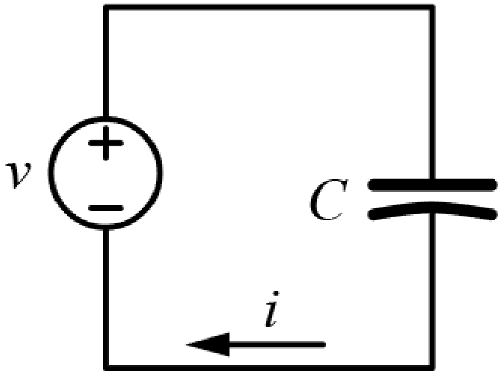

### Capacitor Poliéster





# Capacitor: Corrente e Tensão

## O capacitor apresenta oposição às variações de tensão.




**Corrente através do capacitor**

$$i = \frac{dQ}{dt} \qquad Q = vC \qquad \boxed{i = C\frac{dv}{dt}}$$

i) Apenas circula corrente através do capacitor quando ocorrem variações de tensão, ou seja, ele se comporta como um circuito aberto para fontes de tensão contínuas.
ii) A corrente pode variar de forma instantânea através do capacitor.

**Tensão sobre o capacitor**

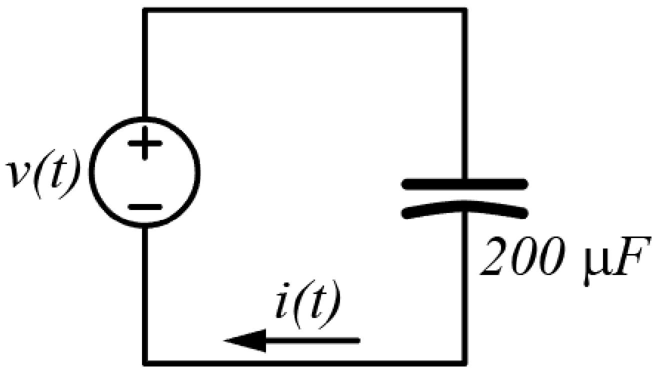
$$dv = \frac{1}{C} i\, dt \qquad \int dv = \frac{1}{C}\int i\, dt$$

$$\boxed{v(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i(t)dt + v(0)}$$

i) A tensão no capacitor é acumulada a partir de um instante inicial;
ii) Não ocorrem variações bruscas de tensão sobre o capacitor.

# Capacitor: Corrente e Tensão

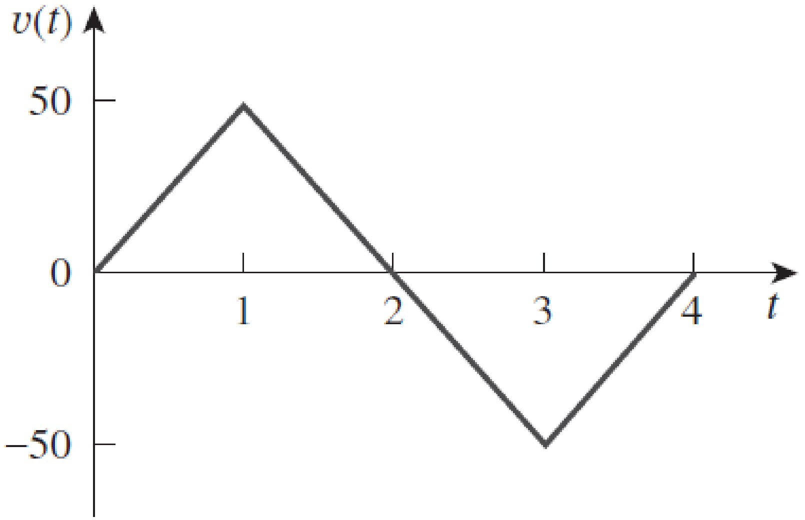
- Exemplo: Calcular a corrente através do capacitor para o intervalo dado.



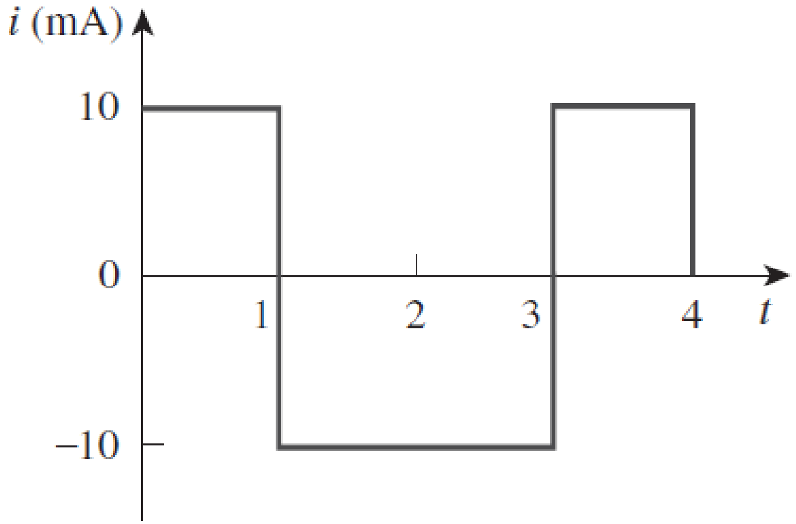

$$v(t) = \begin{cases} 50t\ V & 0 < t \le 1 \\ 100 - 50t\ V & 1 < t \le 3 \\ -200 + 50t\ V & 3 < t \le 4 \end{cases}$$

$$\boxed{i = C\frac{dv}{dt}}$$

$$i(t) = 200 \times 10^{-6} \times \begin{cases} 50 & 0 < t \le 1 \\ -50 & 1 < t \le 3 \\ 50 & 3 < t \le 4 \end{cases}$$




$$i(t) = \begin{cases} 10\ mA & 0 < t \le 1 \\ -10\ mA & 1 < t \le 3 \\ 10\ mA & 3 < t \le 4 \end{cases}$$



# Capacitor: Potência

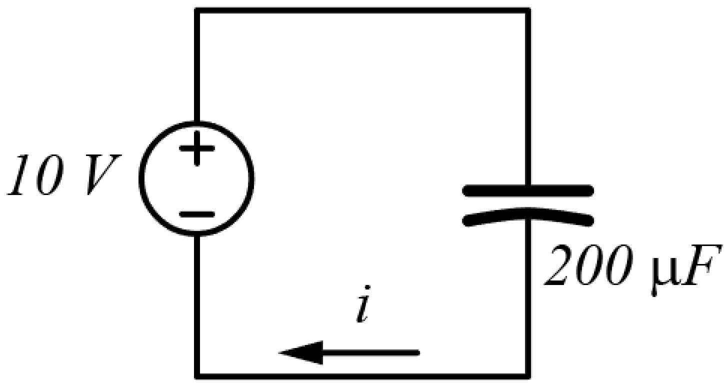
- Um capacitor ideal não dissipa potência em forma de calor, apenas armazena energia.

$$\boxed{p = vi} \qquad p = vC\frac{dv}{dt}$$

$$w = \int p\,dt = C\int v\frac{dv}{dt}dt = C\int v\,dv$$

$$\boxed{w = \frac{1}{2}Cv^2}$$

$$v = \frac{Q}{C} \qquad \boxed{w = \frac{Q^2}{2C}}$$




$i = 0\ A$

$v = 10\ V$

$C = 200\ \mu F$

Na condição de equilíbrio não há cargas em movimento; sem efeito Joule

$$w = \frac{1}{2}200 \times 10^{-6} \times 10^2$$

$$w = 100 \times 10^{-4}$$

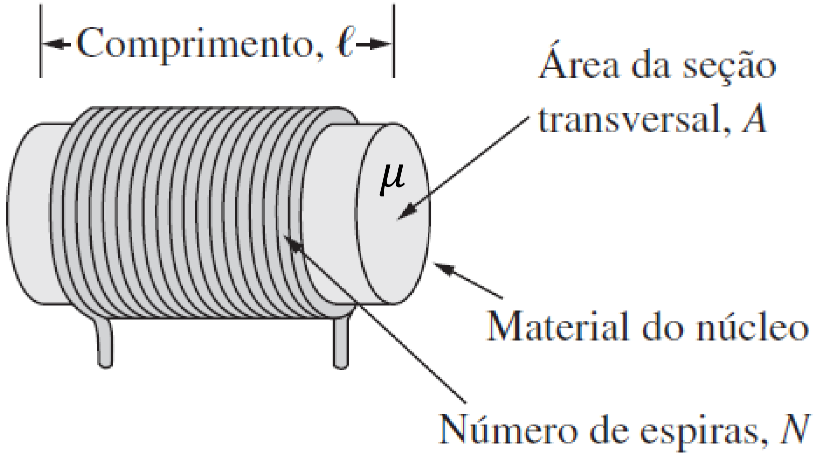
$$w = 10^{-2}\text{J}$$

$$w = 10\ m\text{J}$$

Energia armazenada

# Indutor

- Elemento formado por bobina cilíndrica composta de várias espiras de fio condutor.
- O indutor armazena energia através de seu campo magnético.




**Lei da Indução de Faraday**

$$v = NA\frac{dB}{dt}$$

**Campo magnético no interior de uma bobina**

$$\boldsymbol{B} = i\frac{\mu N}{l}$$

**Diferença de potencial em uma bobina**

$$v = NA\frac{d\boldsymbol{B}}{dt} = NA\frac{di}{dt}\frac{\mu N}{l} = \frac{\mu A N^2}{l}\frac{di}{dt}$$

$$v = L\frac{di}{dt}$$

**Indutância (L)**

$$L = \frac{\mu A N^2}{l}$$

**Unidade de Medida: Henry [H]**

$$1H = \frac{1V \times 1s}{1A}$$

# Indutor



## ❑ Exemplos de indutores.

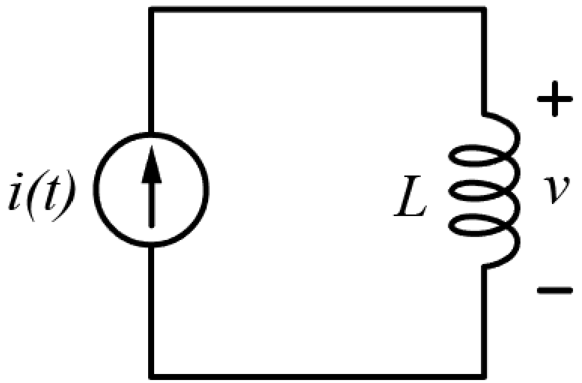
Núcleo de Ar

Núcleo de Ferrite


Emerson G. Melo – Departamento de Engenharia de Materiais - Polo Urbo-Industrial, Gleba AI-6, Lorena, SP 12612-550, Brasil

# Indutor: Corrente e Tensão

- O indutor apresenta oposição às variações de corrente.




**Tensão sobre o indutor**

$$v = L\frac{di}{dt}$$

i) A diferença de potencial é nula sobre o indutor quando não existem variações de corrente, ou seja, ele se comporta como um curto-circuito para fontes de corrente contínua.
ii) A tensão pode variar de forma instantânea através do indutor.

**Corrente através do indutor**

$$di = \frac{1}{L}v\,dt \qquad \int di = \frac{1}{L}\int v\,dt$$

$$i(t) = \frac{1}{L}\int_0^t v(t)dt + i(0)$$

i) A corrente no indutor é acumulada a partir de um instante inicial;
ii) Não ocorrem variações bruscas de corrente no indutor.

# Indutor: Potência

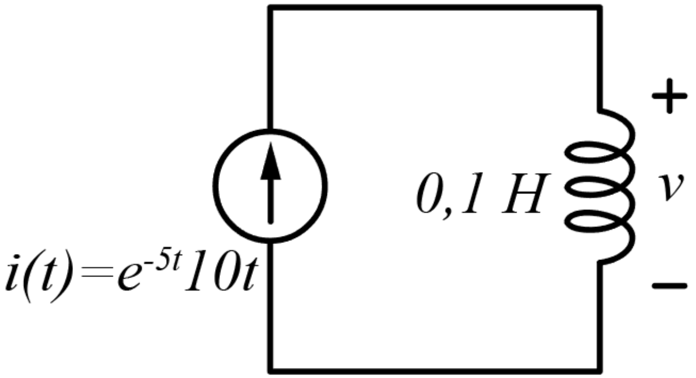
- Um indutor ideal não dissipa potência em forma de calor, apenas armazena energia.

$$p = vi$$

$$p = L\frac{di}{dt}i$$

$$w = \int p\,dt = L\int \frac{di}{dt} i\,dt = L\int i\,di$$

$$w = \frac{1}{2}Li^2$$




$$v = L\frac{di}{dt}$$

$$v(t) = L\frac{d}{dt}(e^{-5t}10t)$$

$$v(t) = L(-5e^{-5t}10t + e^{-5t}10)$$

$$v(t) = L10e^{-5t}(1-5t)$$

$$L = 0{,}1\ H$$

$$v(t) = 0{,}1 \times 10e^{-5t}(1-5t)$$

$$v(t) = e^{-5t}(1-5t)\ [V]$$

A tensão tende à zero quando t tende ao infinito

$$w = \frac{1}{2}0{,}1 \times (e^{-5t}10t)^2$$

$$w = \frac{1}{2}0{,}1 \times e^{-10t}100t^2$$

$$w = 5t^2e^{-10t}\ [J]$$ Energia armazenada

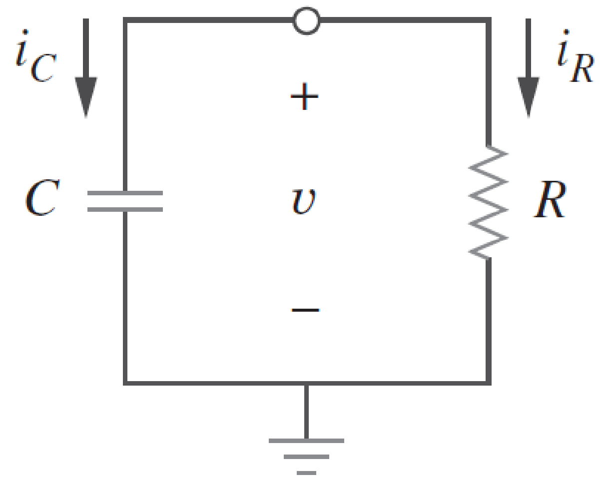
Emerson G. Melo – Departamento de Engenharia de Materiais - Polo Urbo-Industrial, Gleba AI-6, Lorena, SP 12612-550, Brasil

# Circuitos de Primeira Ordem

- São circuitos formados pela associação entre um elemento resistivo e um elemento reativo (capacitor ou indutor).

# Circuito RC: Resposta Natural

- Resposta de um circuito RC sem fonte, considerando o capacitor inicialmente carregado e com tensão inicial $V_0$.




LKC $\quad i_C + i_R = 0 \qquad i_C = C\frac{dv}{dt} \qquad i_R = \frac{v}{R} \qquad C\frac{dv}{dt} + \frac{v}{R} = 0$

Equação diferencial ordinária de primeira ordem $\quad \frac{dv}{dt} + \frac{1}{RC}v = 0$

Função de teste $\quad v(t) = ke^{st}$

$$\frac{d}{dt}(ke^{st}) + \frac{1}{RC}(ke^{st}) = 0 \qquad ske^{st} + \frac{ke^{st}}{RC} = 0 \qquad \left(s + \frac{1}{RC}\right)ke^{st} = 0$$

$$s + \frac{1}{RC} = 0 \qquad s = -\frac{1}{RC}$$

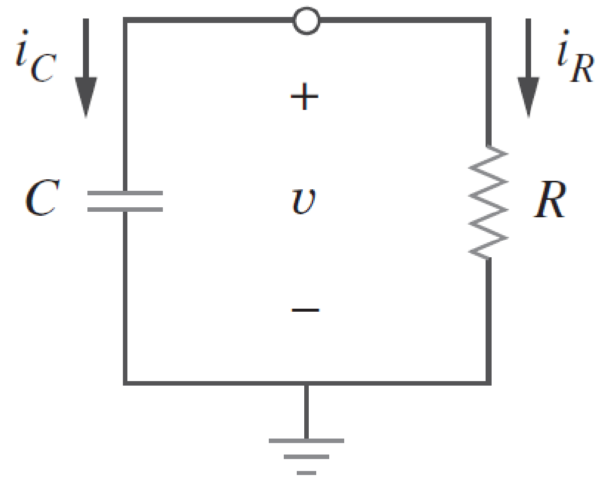
$$v(t) = ke^{\frac{-t}{RC}} \qquad v(0) = ke^{\frac{-0}{RC}} \qquad v(0) = k$$

$$\boxed{v(t) = V_0 e^{\frac{-t}{RC}}}$$

Emerson G. Melo – Departamento de Engenharia de Materiais - Polo Urbo-Industrial, Gleba AI-6, Lorena, SP 12612-550, Brasil

# Circuito RC: Resposta Natural

- Resposta de um circuito RC sem fonte, considerando o capacitor inicialmente carregado e com tensão inicial $V_0$.




LKC $\quad i_C + i_R = 0 \qquad i_C = C\dfrac{dv}{dt} \qquad i_R = \dfrac{v}{R} \qquad C\dfrac{dv}{dt} + \dfrac{v}{R} = 0$

Equação diferencial ordinária de primeira ordem

$$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{RC}v = 0$$

Resolução por separação de variáveis

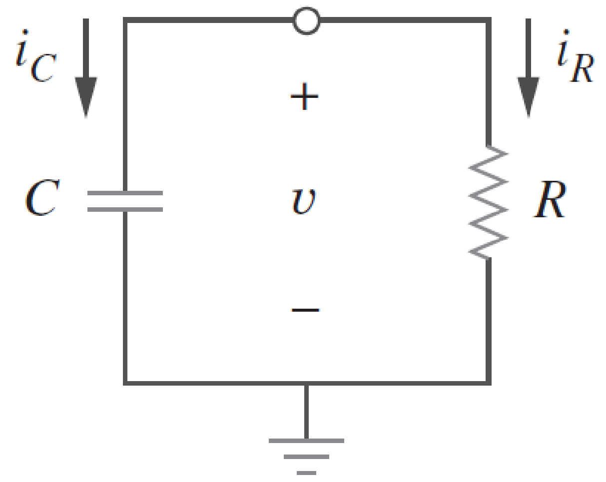
$$\frac{1}{v}dv = -\frac{1}{RC}dt \qquad \int_0^t \frac{1}{v}dv = -\int_0^t \frac{1}{RC}dt$$

$$\ln v(t) - \ln v(0) = -\frac{t}{RC} \qquad \ln[v(t)/v(0)] = -\frac{t}{RC} \qquad \frac{v(t)}{v(0)} = e^{-t/RC}$$

$$v(t) = v(0)e^{-t/RC} \qquad v(t) = V_0 e^{\frac{-t}{RC}}$$

# Circuito RC: Resposta Natural

- A constante de tempo ($\tau$) de um circuito é o tempo necessário para a resposta decair à um fator de $1/e$ ou 36,8% de seu valor inicial.




$$v(t) = V_0 e^{\frac{-t}{RC}}$$

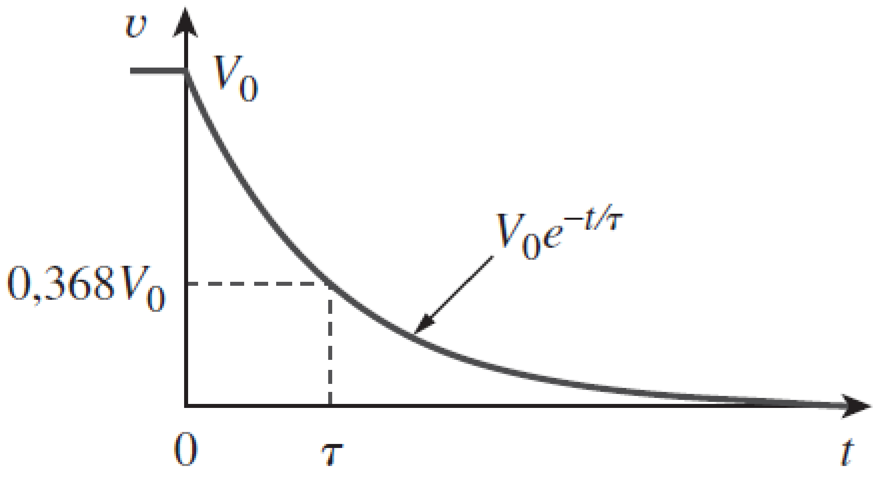
Constante de tempo

$$\tau = RC$$

$$v(t) = V_0 e^{\frac{-t}{\tau}}$$

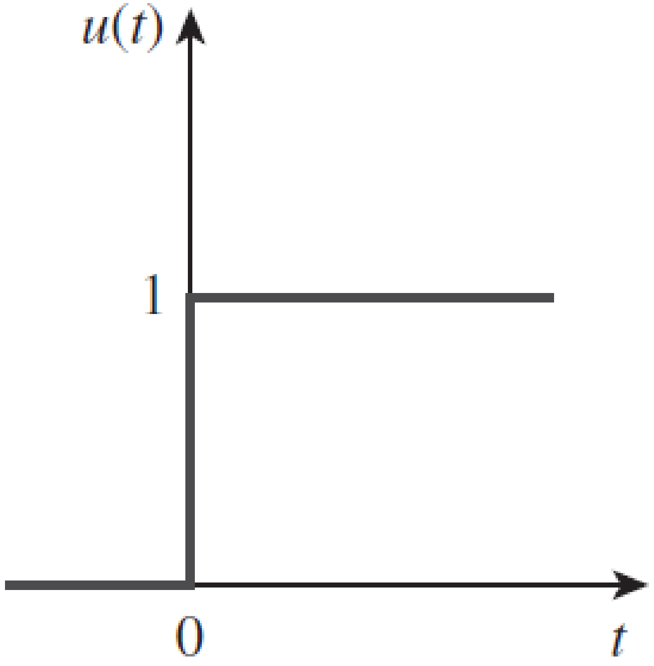
$$v(\tau) = V_0 e^{\frac{-\tau}{RC}} = V_0 e^{-1} = 0{,}368 V_0$$

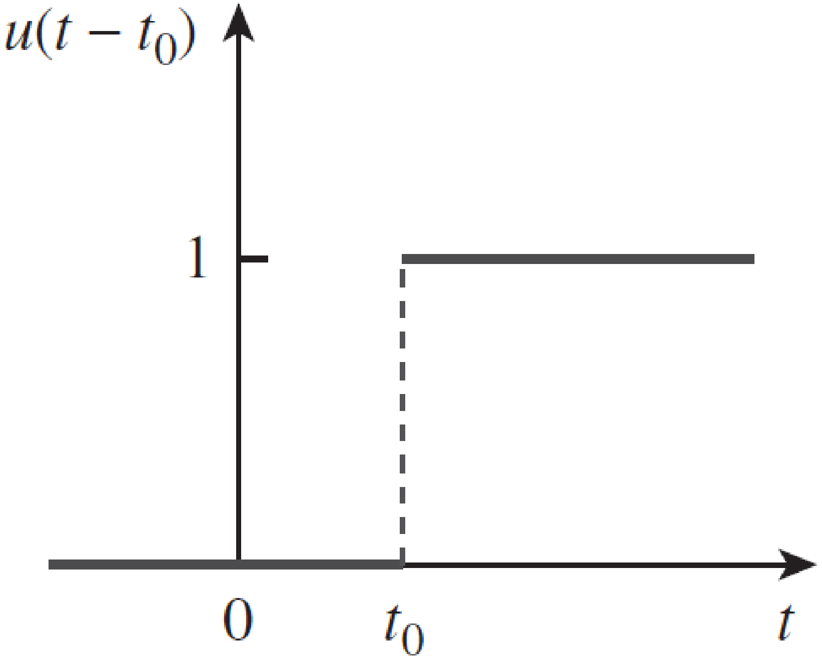
Após $t = 5\tau$ a tensão no capacitor cai à menos de 1%. Ou seja o circuito leva $5\tau$ para entrar em regime estacionário: capacitor totalmente carregado ou descarregado.



# Circuito RC: Resposta à Função Degrau Unitário

## Função Degrau Unitário.



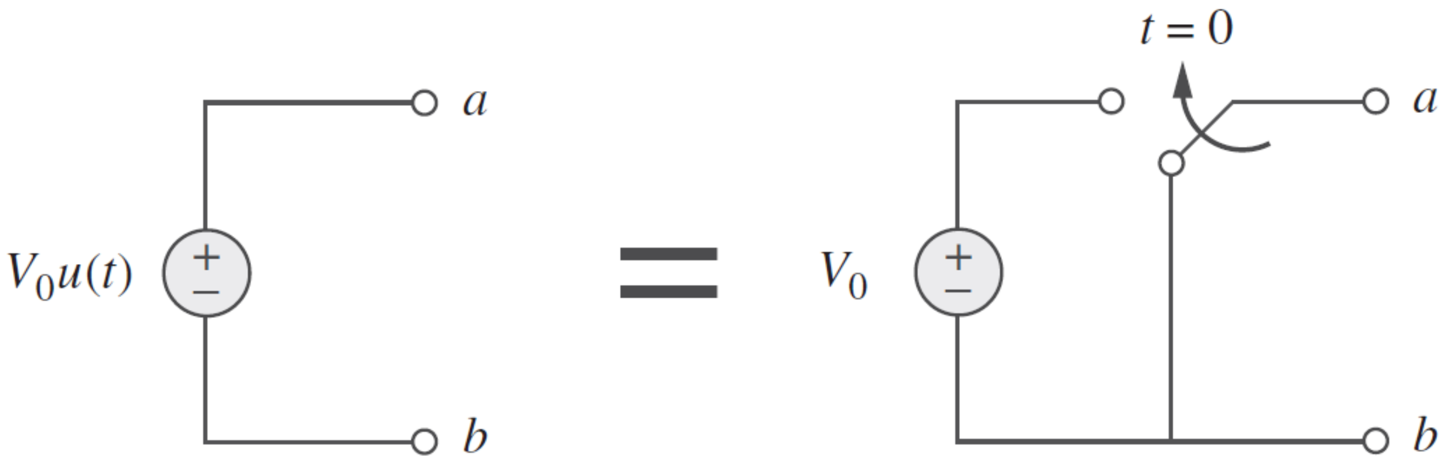

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$$

$$u(t - t_0) = \begin{cases} 0, & t < t_0 \\ 1, & t > t_0 \end{cases}$$

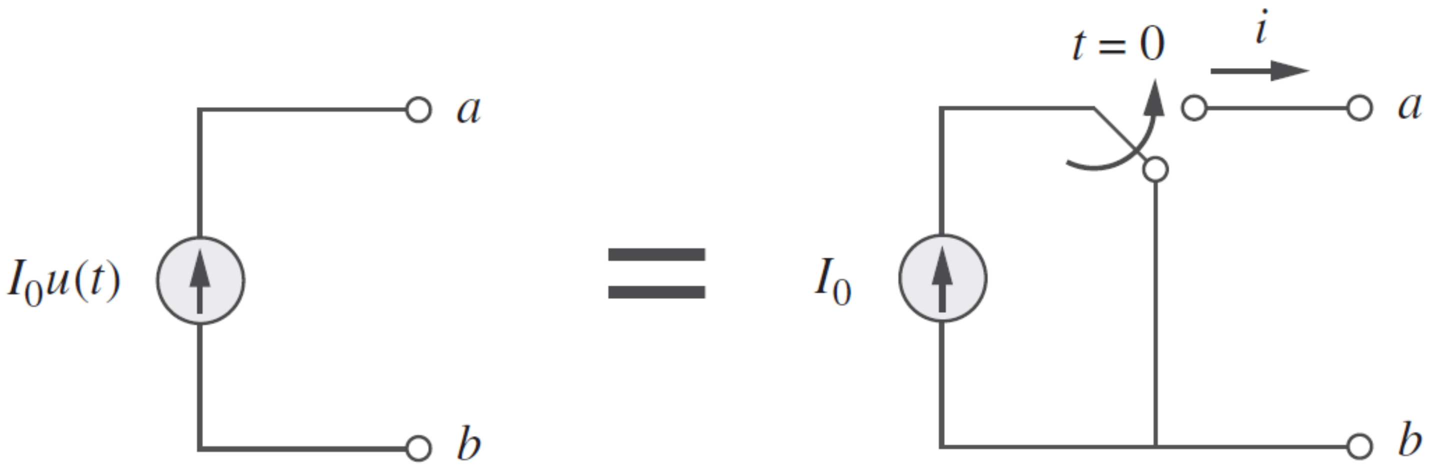
Emerson G. Melo – Departamento de Engenharia de Materiais - Polo Urbo-Industrial, Gleba AI-6, Lorena, SP 12612-550, Brasil

- Resposta a um degrau é a resposta do circuito decorrente da aplicação súbita de uma fonte de tensão ou de corrente CC.

$$V_0 u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ V_0, & t > 0 \end{cases}$$



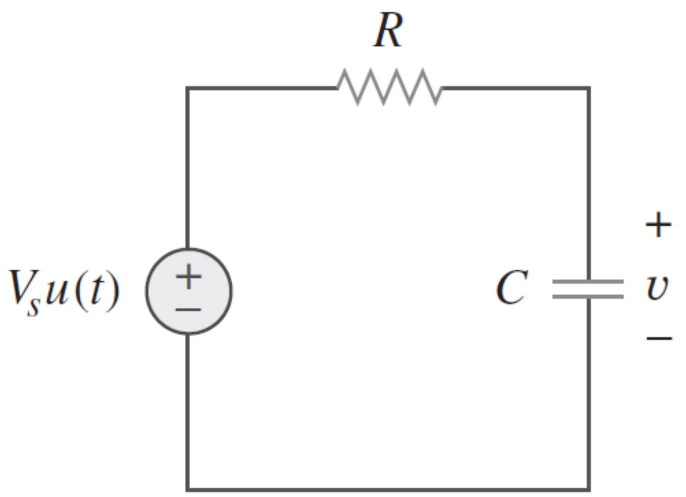

$$I_0 u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ I_0, & t > 0 \end{cases}$$



## Considerando uma fonte de tensão CC.

LKC

$$i_C + i_R = 0 \qquad i_C = C\frac{dv}{dt} \qquad i_R = \frac{v - V_S u(t)}{R} \qquad C\frac{dv}{dt} + \frac{v - V_S u(t)}{R} = 0$$




$$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{RC}v = \frac{V_S}{RC}u(t)$$

$t < 0$

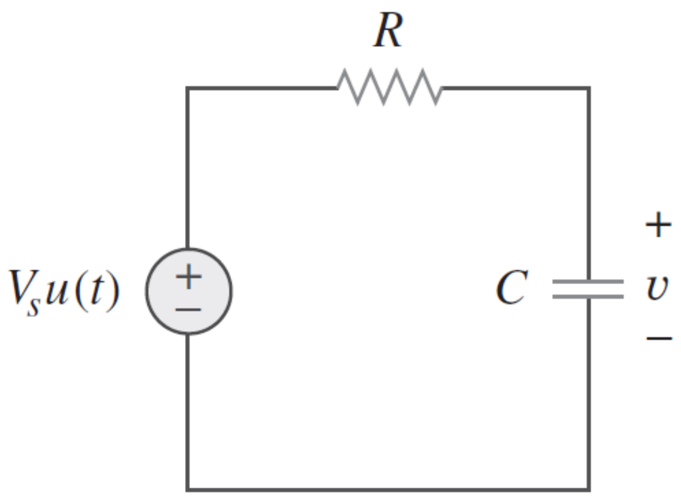
$$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{RC}v = 0$$

$t > 0$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{RC}v = \frac{V_S}{RC}$$

# Circuito RC: Resposta à Função Degrau Unitário

## Considerando uma fonte de tensão CC.




Condição inicial e final

$$v(0) = 0\ V \qquad v(\infty) = V_S\ V$$

Entre a condição inicial e final existe o **PERÍODO TRANSIENTE**, no qual a corrente e a tensão no circuito variam

$t > 0$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{RC}v = \frac{V_S}{RC}$$

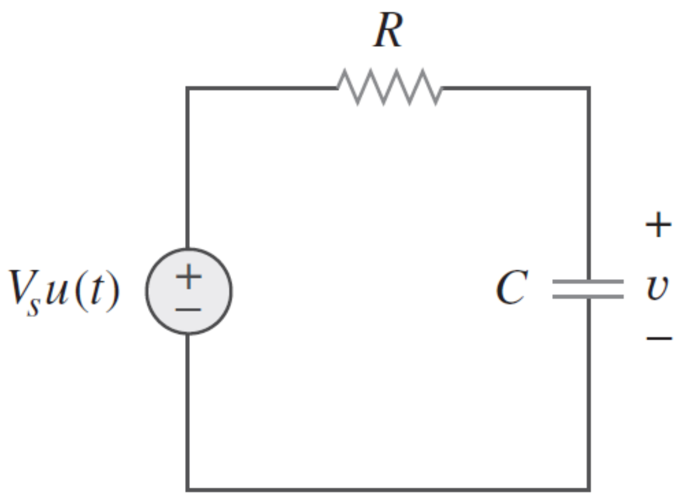
Necessário resolver a Equação Diferencial Não-Homogênea

# Circuito RC: Resposta à Função Degrau Unitário

## Princípio da Superposição.

$t > 0$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{RC}v = \frac{V_S}{RC}$$




A solução $v(t)$ para a equação diferencial pode ser obtida através da somatória da **RESPOSTA FORÇADA** $v_f(t)$ e da **RESPOSTA NATURAL** $v_n(t)$

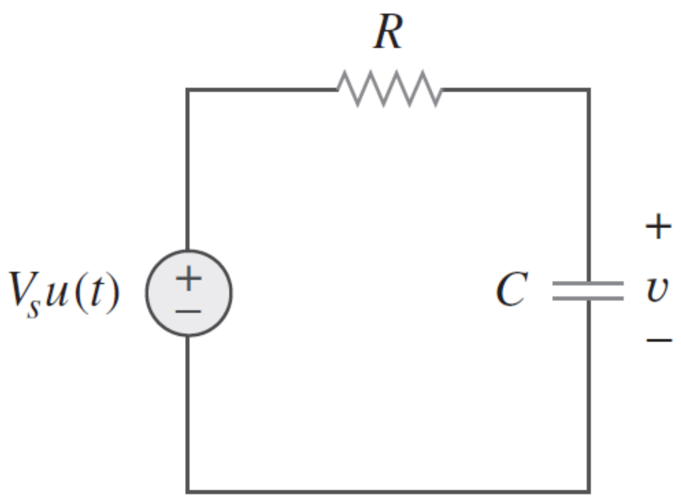
$$v(t) = v_f(t) + v_n(t)$$

$v_f(t)$ – A resposta forçada ignora o armazenamento da energia e define o comportamento do circuito na condição inicial e na condição de estabilidade

$v_n(t)$ – A resposta natural considera os elementos de armazenamento de energia e define o comportamento do circuito durante o período transiente.

$v(t)$ – O princípio da superposição garante a solução total.

## Resposta Forçada ($v_f$).




$t > 0$

$$\frac{dv_f}{dt} + \frac{1}{RC}v_f = \frac{V_S}{RC}$$

$v_f(t)$ é obtida desconsiderando-se a característica de armazenamento de energia do capacitor.

Função Teste Constante

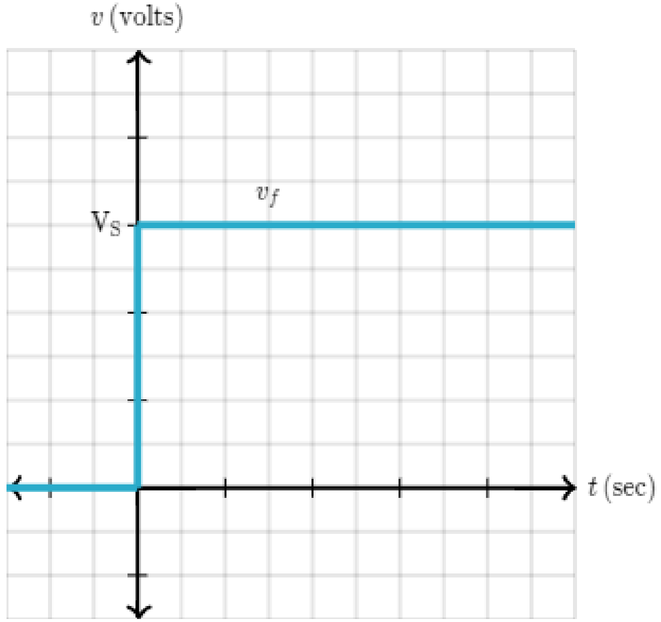
$$v_f(t) = K_f$$

$$\frac{dK_f}{dt} + \frac{1}{RC}K_f = \frac{V_S}{RC}$$

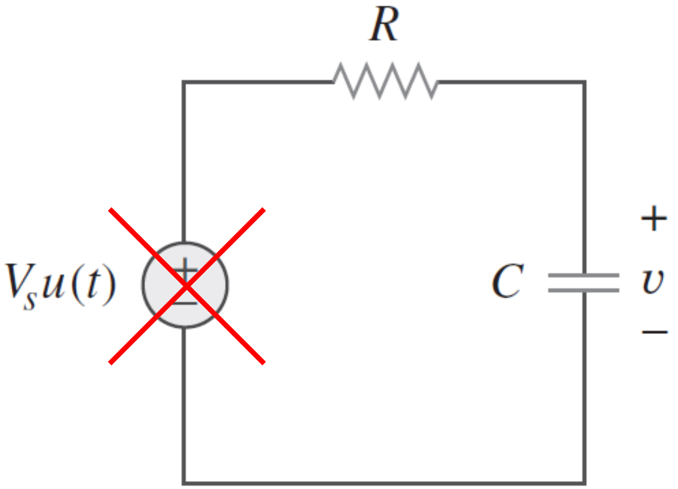
$$\frac{dK_f}{dt} = 0$$

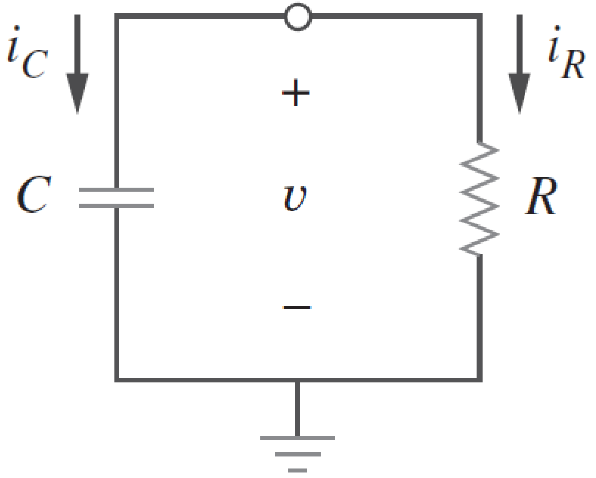
$$\frac{K_f}{RC} = \frac{V_S}{RC}$$

$$v_f(t) = K_f = V_S$$



## Resposta Natural ($v_n$).

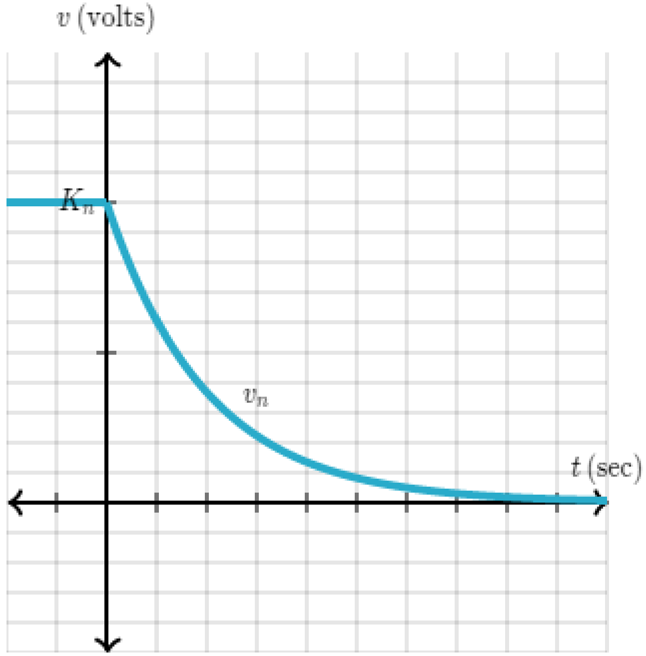



$t > 0$ $\quad \dfrac{dv_n}{dt} + \dfrac{1}{RC} v_n = 0$

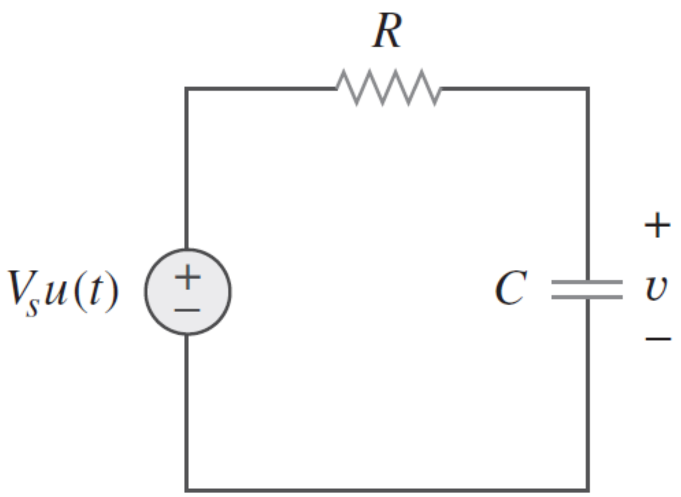
$v_n(t)$ é obtida considerando nula a excitação do circuito

$$v_n(t) = K_n e^{\frac{-t}{RC}}$$



## Resposta total ($v$).

$$\boxed{v(t) = v_f(t) + v_n(t)}$$




$$v_f(t) = K_f = V_S \qquad v_n(t) = K_n e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$v(t) = V_S + K_n e^{\frac{-t}{RC}}$$

A tensão inicial no capacitor é $V_0$

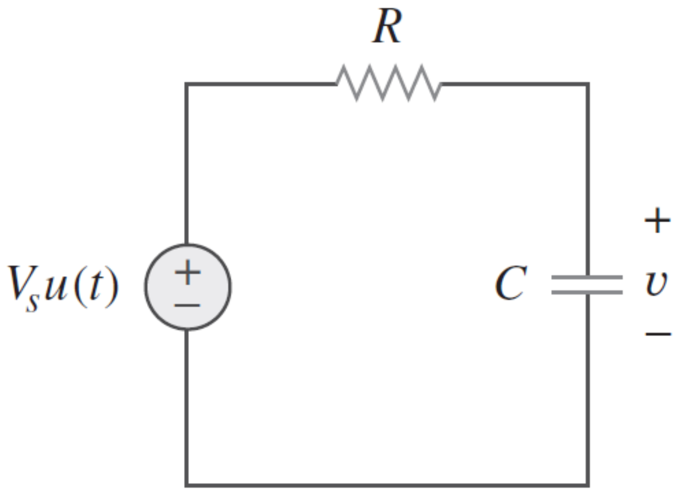
$$v(0) = V_0$$

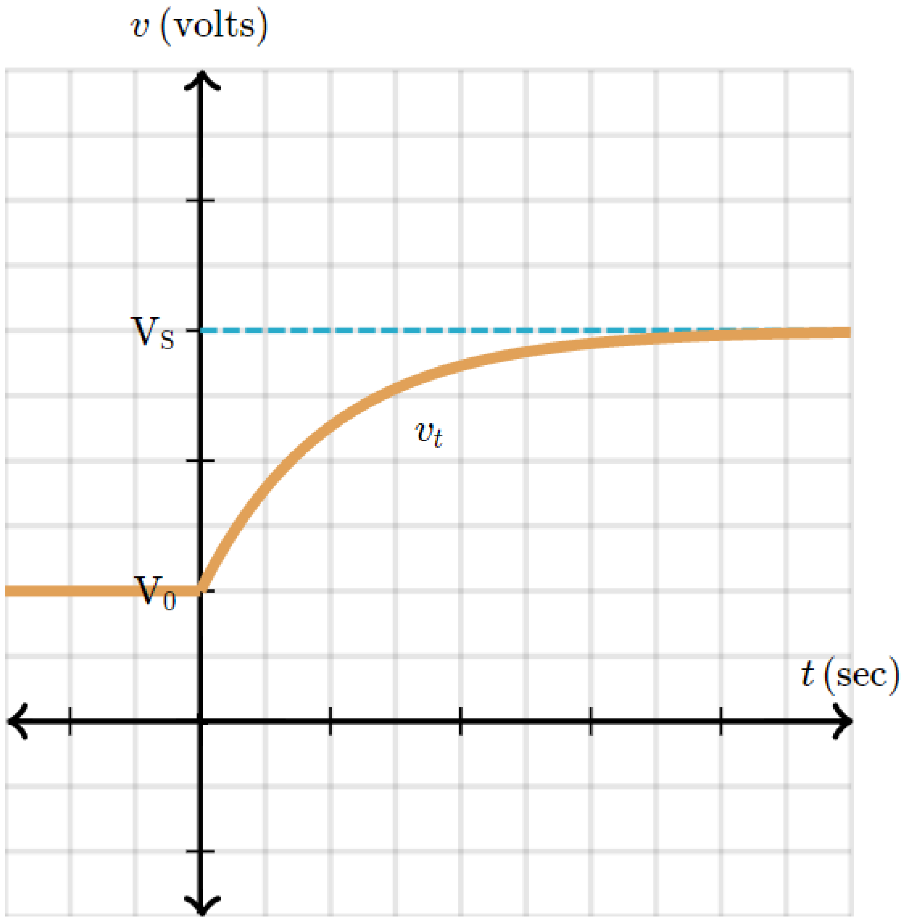
$$V_S + K_n e^{\frac{-0}{RC}} = V_0 \qquad V_S + K_n = V_0 \qquad K_n = V_0 - V_S$$

$$\boxed{v(t) = V_S + (V_0 - V_S)e^{\frac{-t}{RC}}}$$

- Resposta total ($v$).

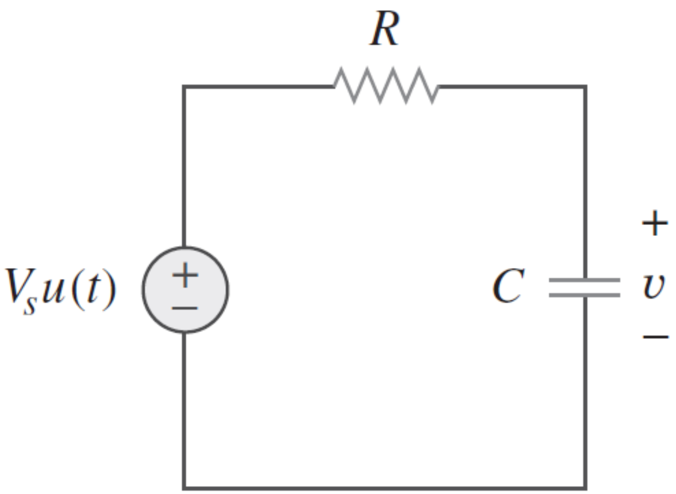
$$v(t) = V_S + (V_0 - V_S)e^{-t/RC}$$



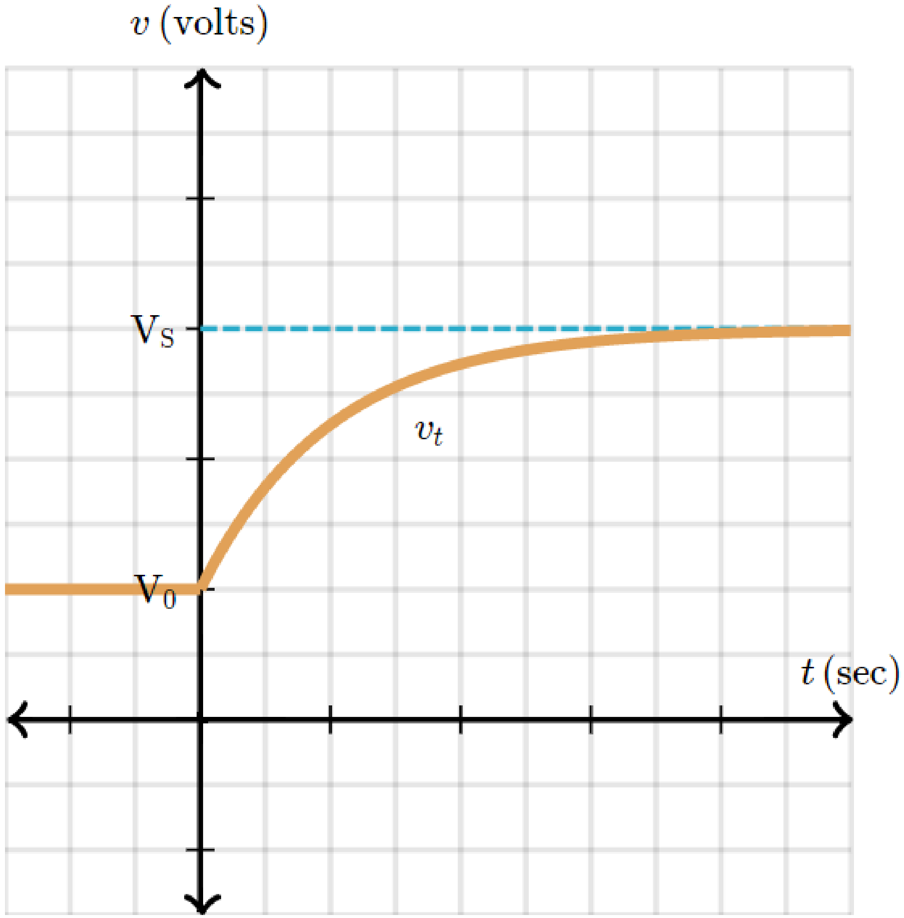



# Circuito RC: Resposta à Função Degrau Unitário

## ❑ Resposta total ($v$).

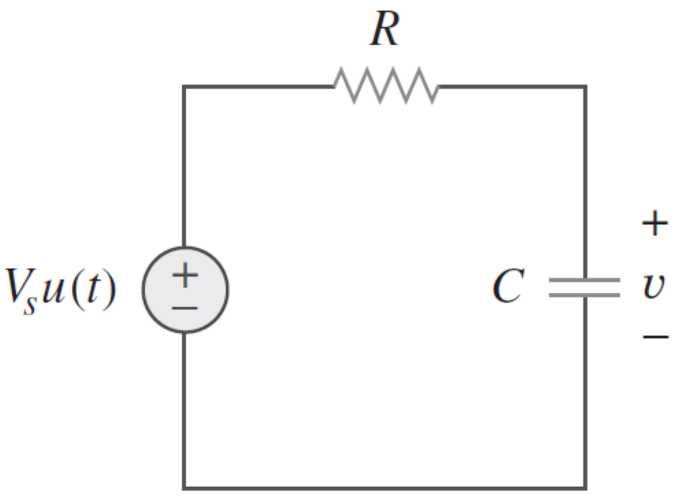



$$v(t) = \begin{cases} V_0, & t < 0 \\ V_S + (V_0 - V_S)e^{-t/RC}, & t > 0 \end{cases}$$



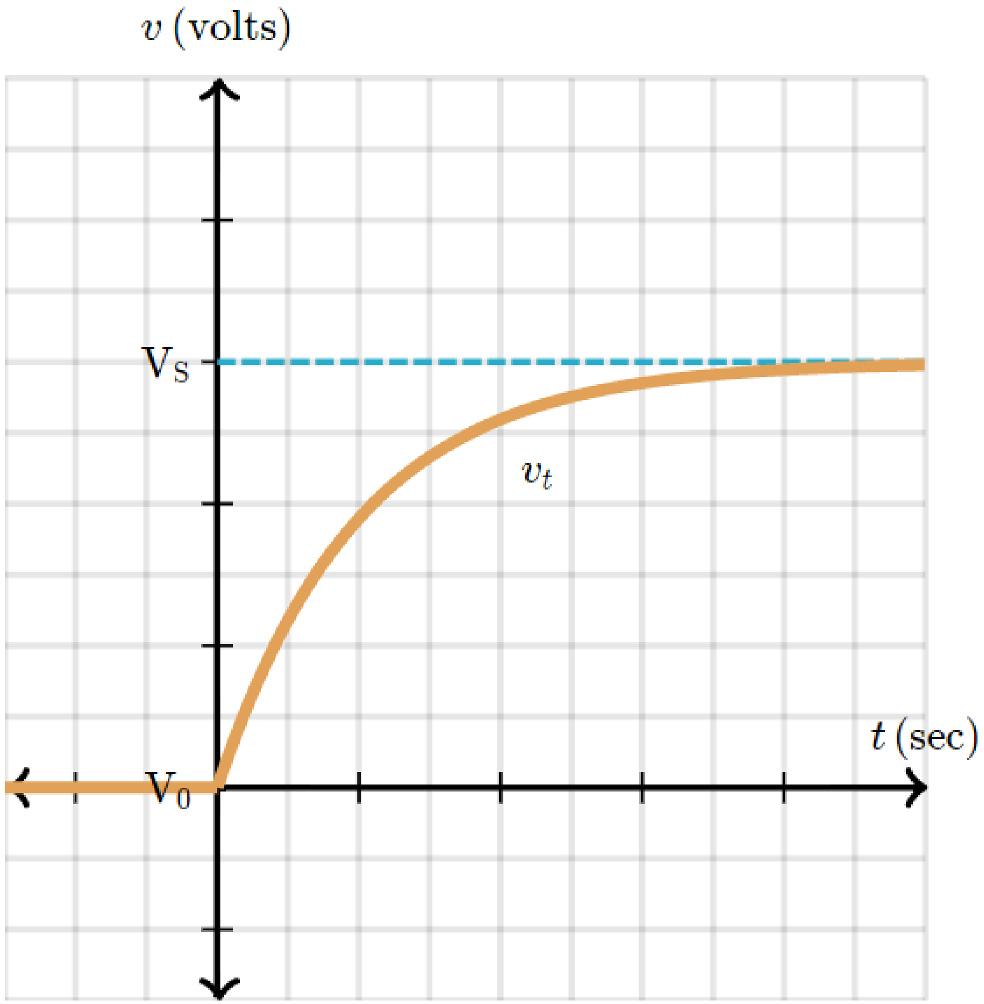
# Circuito RC: Resposta à Função Degrau Unitário

## ❑ Resposta total ($v$).



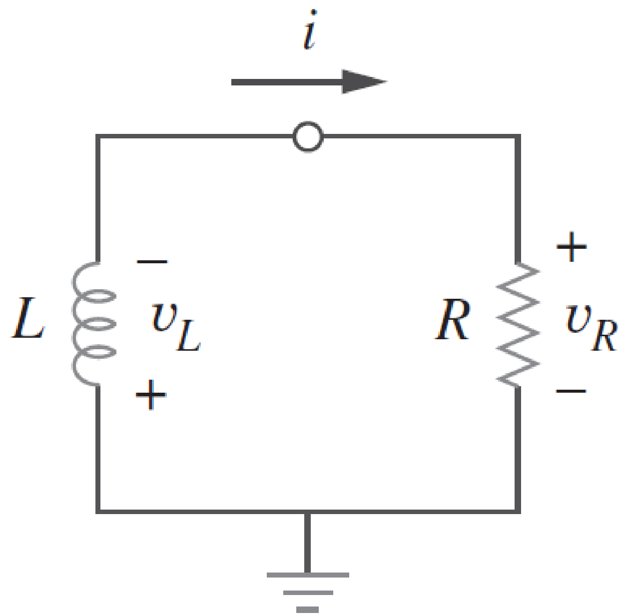

$$V_0 = 0\ V$$

$$v(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ V_S\left(1 - e^{-t/RC}\right), & t > 0 \end{cases}$$



# Circuito RL: Resposta Natural

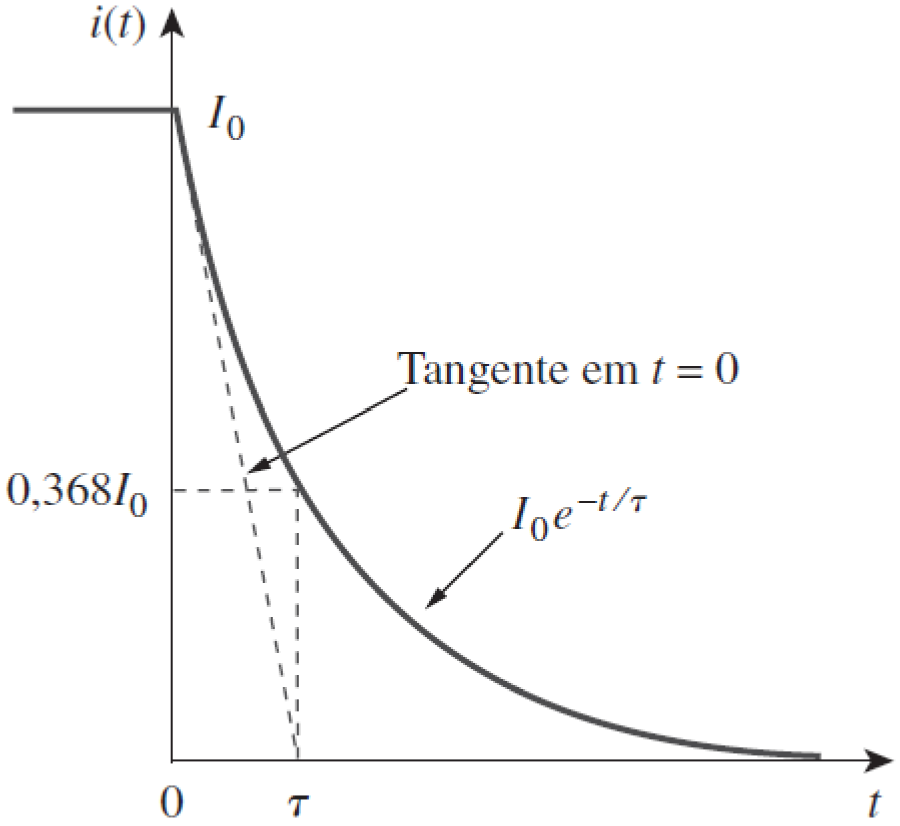
- Resposta de um circuito RL sem fonte, considerando o indutor inicialmente energizado e com corrente inicial $I_0$.



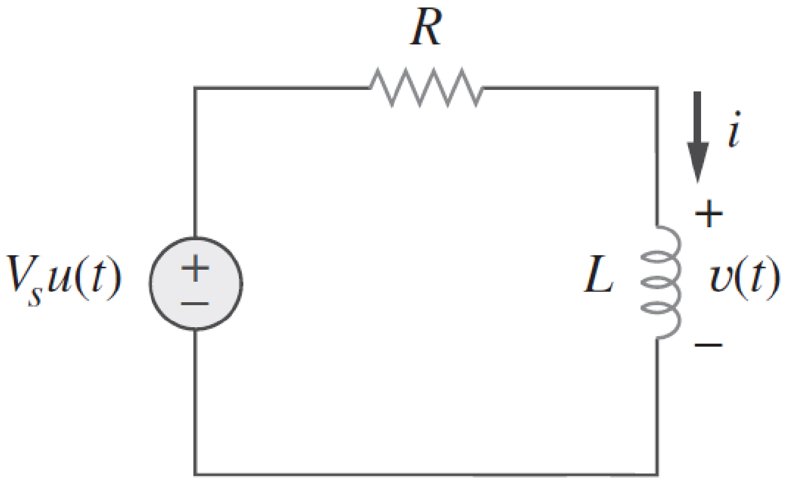

$$i(t) = I_0 e^{-tR/L}$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$

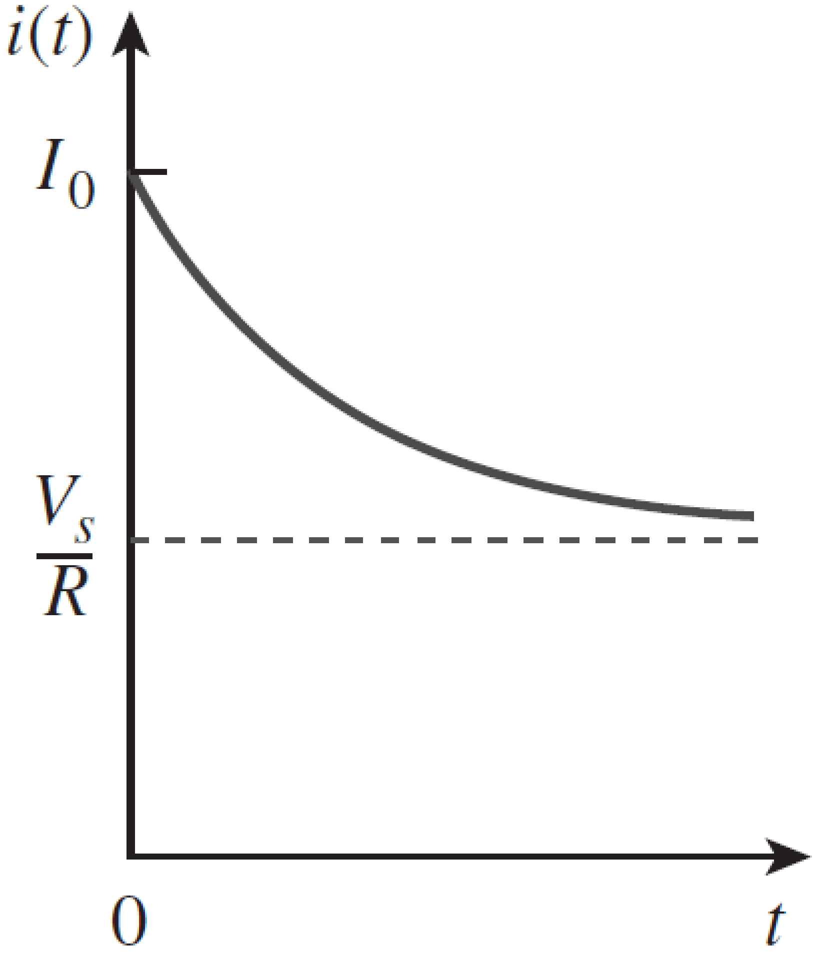
$$i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$$



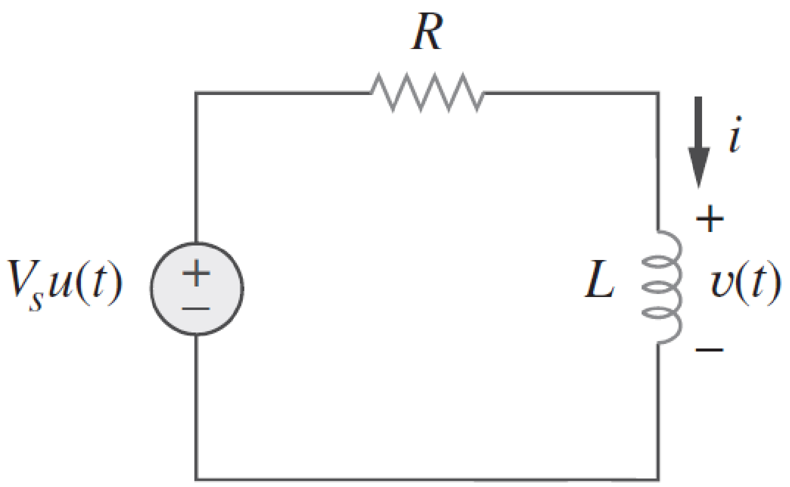
- Resposta total $i(t)$.




$$i(t) = \begin{cases} I_0, & t < 0 \\ \dfrac{V_S}{R} + \left(I_0 - \dfrac{V_S}{R}\right) e^{-tR/L}, & t > 0 \end{cases}$$

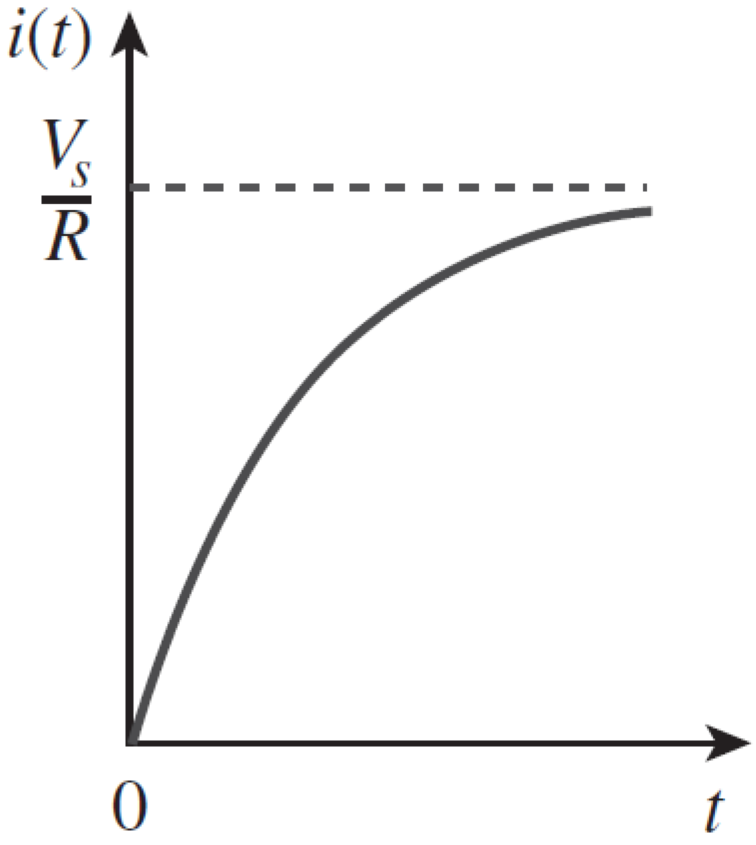


- Resposta total $i(t)$.



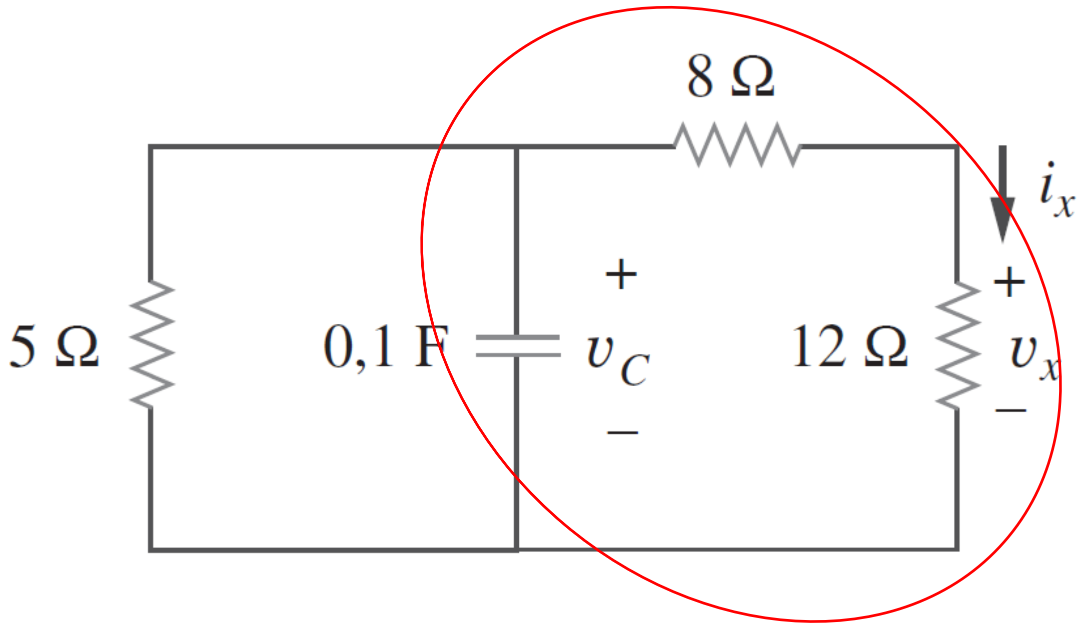

$$I_0 = 0\ A$$

$$i(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \dfrac{V_S}{R}\left(1 - e^{-tR/L}\right), & t > 0 \end{cases}$$



# Exercícios Propostos

- 1 – Considerando $v(0) = 15V$ encontre $v_c$, $v_x$ e $i_x$.




$$v(t) = V_0 e^{\frac{-t}{RC}}$$ $$v(t) = V_0 e^{\frac{-t}{\tau}}$$

$V_0 = 15\ V$ $\quad \tau = RC = 4 \times 0{,}1 = 0{,}4\ \mathrm{s}$

$$R = \frac{5 \times 20}{5 + 20} = 4\Omega$$

$$v(t) = 15 e^{\frac{-1t}{0{,}4}} = 15 e^{-2{,}5t}\ V$$

$$v_x(t) = \frac{12}{12 + 8} v(t) = \frac{12}{12 + 8} (15 e^{-2{,}5t})\ V$$

$$v_x(t) = \ 9 e^{-2{,}5t}\ V$$

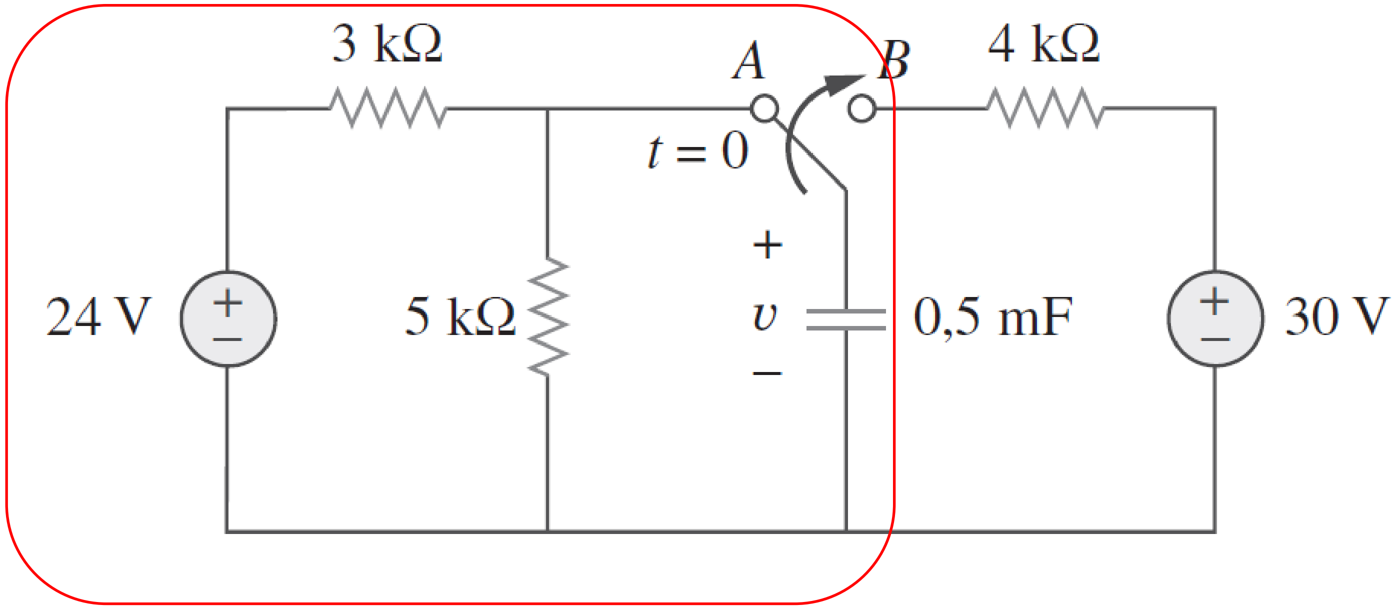
$v_c = 15 e^{-2{,}5t}\ V$ $\quad v_x = 9 e^{-2{,}5t}\ V$ $\quad i_x = 0{,}75 e^{-2{,}5t}\ A$

# Exercícios Propostos

- 2 – A chave se encontra na posição *A* por um longo tempo. Em $t = 0$, a chave é mudada para a posição *B*. Determine $v(t)$ para $t > 0$ e calcule seu valor em $t = 1\ s$ e $t = 4\ s$.

$$v(t) = V_S + (V_0 - V_S)e^{-t/RC}$$

$t < 0$




$$V_0 = \frac{5k}{5k + 3k} 24 = 15\ V$$

$$v(t) = 30 - 15e^{-0,5t}\ V$$

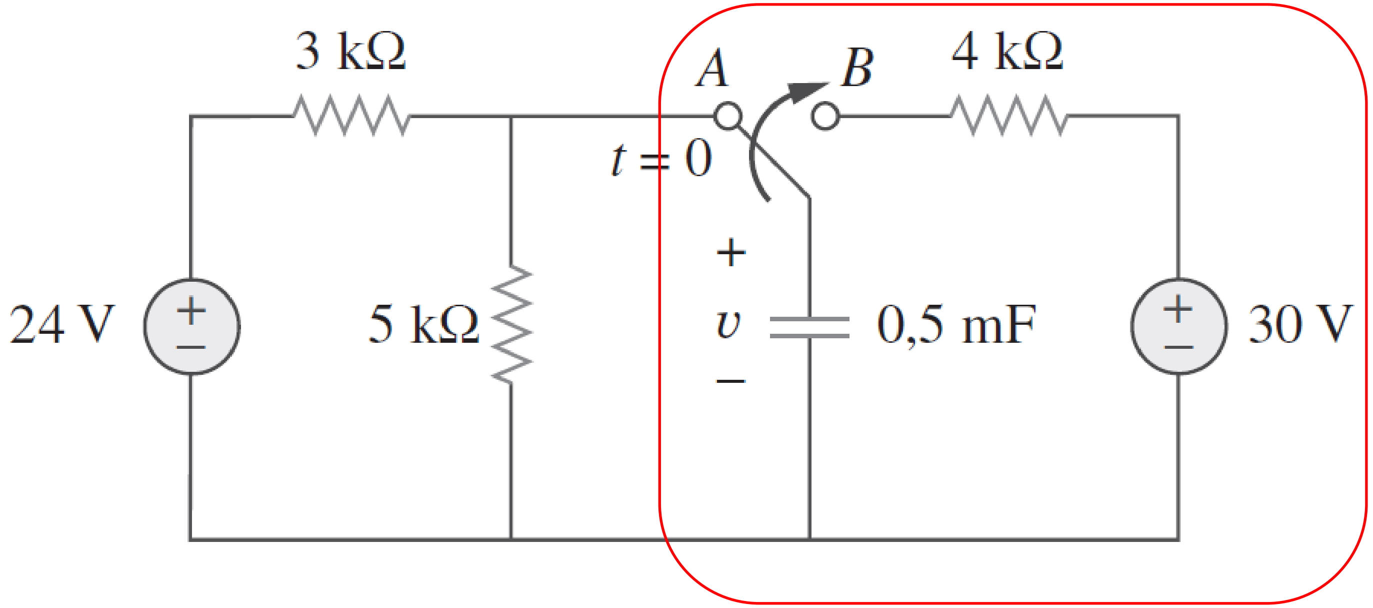
$$v(1) = 20,9\ V$$

$$v(4) = 27,97\ V$$

- 2 – A chave se encontra na posição *A* por um longo tempo. Em $t = 0$, a chave é mudada para a posição *B*. Determine $v(t)$ para $t > 0$ e calcule seu valor em $t = 1\ s$ e $t = 4\ s$.

$$v(t) = V_S + (V_0 - V_S)e^{-t/RC}$$

$t > 0$




$V_0 = 15\ V$

$V_S = 30\ V$

$RC = 4000 \times 0{,}0005 = 2\ s$

$$v(t) = 30 + (15 - 30)e^{-t/2}$$

$$v(t) = 30 - 15e^{-0{,}5t}$$

$v(t) = 30 - 15e^{-0{,}5t}\ V$

$v(1) = 20{,}9\ V$

$v(4) = 27{,}97\ V$

# Exercícios Propostos

## 3 – Derive a resposta natural $i(t)$ para o circuito RL.

$$v_R + v_L = 0$$

$$v_R = iR$$

$$v_L = L\frac{di}{dt}$$

$$L\frac{di}{dt} + iR = 0$$

$$\frac{di}{dt} + i\frac{R}{L} = 0$$

$$\frac{1}{i}di = -\frac{R}{L}dt$$

$$\int_0^t \frac{1}{i}di = -\int_0^t \frac{R}{L}dt$$

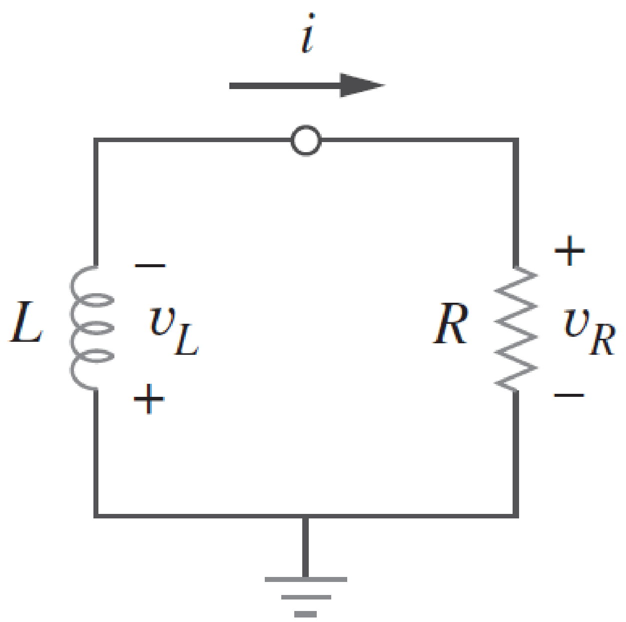
$$\ln i(t) - \ln i(0) = -\frac{R}{L}$$

$$\ln[i(t)/v(0)] = -\frac{R}{L}$$

$$\frac{i(t)}{i(0)} = e^{-tR/L}$$

$$i(t) = i(0)e^{-tR/L}$$

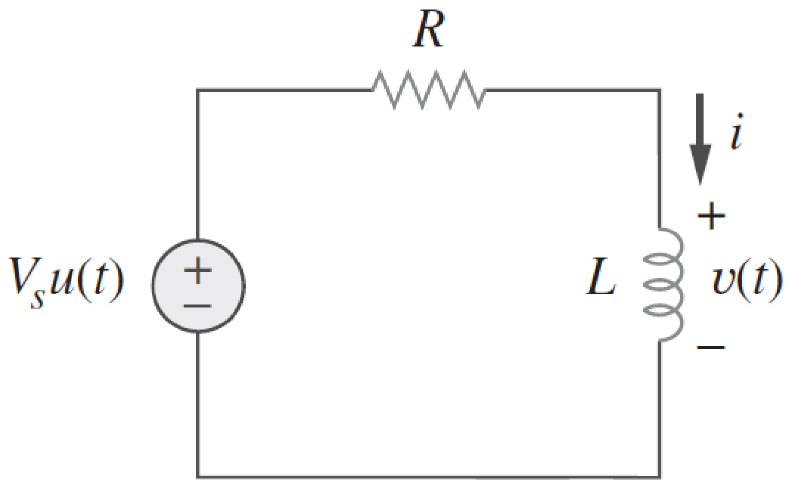
$$\tau = \frac{R}{L}$$




$$\boxed{i(t) = I_0 e^{-t/\tau}}$$

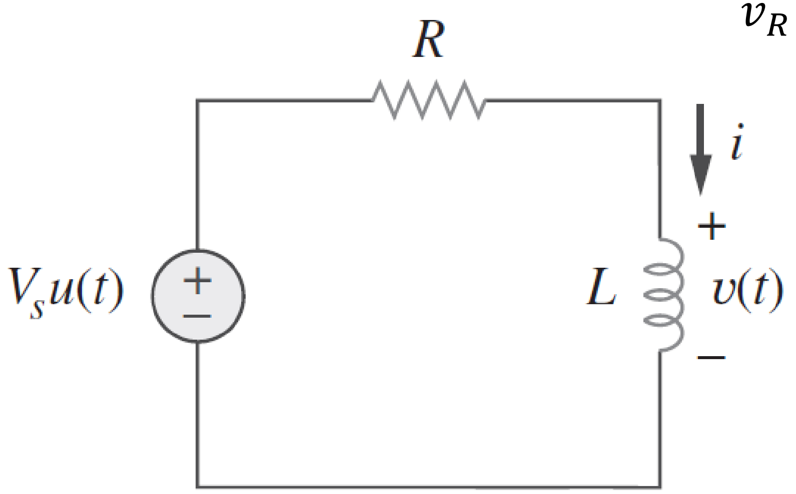
# Exercícios Propostos

- 4 – Derive a resposta ao degrau unitário $i(t)$ para o circuito RL.




$$i(t) = \begin{cases} I_0, & t < 0 \\ \dfrac{V_S}{R} + \left(I_0 - \dfrac{V_S}{R}\right) e^{-tR/L}, & t > 0 \end{cases}$$

❑ 4 – Derive a resposta ao degrau unitário $i(t)$ para o circuito RL.




$$v_R + v_L - V_S u(t) = 0$$

$$v_R = iR$$

$$v_L = L\frac{di}{dt}$$

$$L\frac{di}{dt} + iR = V_S u(t)$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{V_S}{L}u(t)$$

$t < 0$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = 0$$

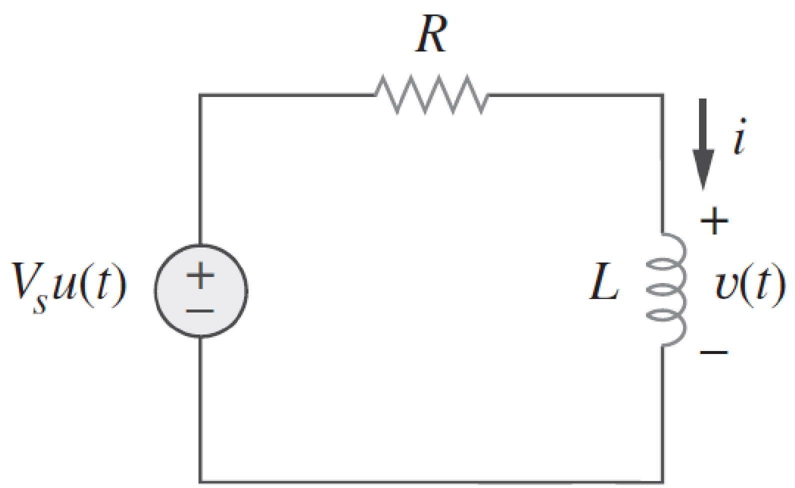
$t > 0$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{V_S}{L}$$

$$i(t) = \begin{cases} I_0, & t < 0 \\ \dfrac{V_S}{R} + \left(I_0 - \dfrac{V_S}{R}\right)e^{-tR/L}, & t > 0 \end{cases}$$

# Exercícios Propostos

## ❑ 4 – Derive a resposta ao degrau unitário $i(t)$ para o circuito RL.




$$v_R + v_L - V_S u(t) = 0$$

$$v_R = iR$$

$$v_L = L\frac{di}{dt}$$

$$L\frac{di}{dt} + iR = V_S u(t)$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{V_S}{L}u(t)$$

$t < 0$ $$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = 0$$

$t > 0$ $$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{V_S}{L}$$

$$i(t) = i_f(t) + i_n(t)$$

Função teste $= K_f$

$$\frac{dK_f}{dt} + \frac{R}{L}K_f = \frac{V_S}{L}$$

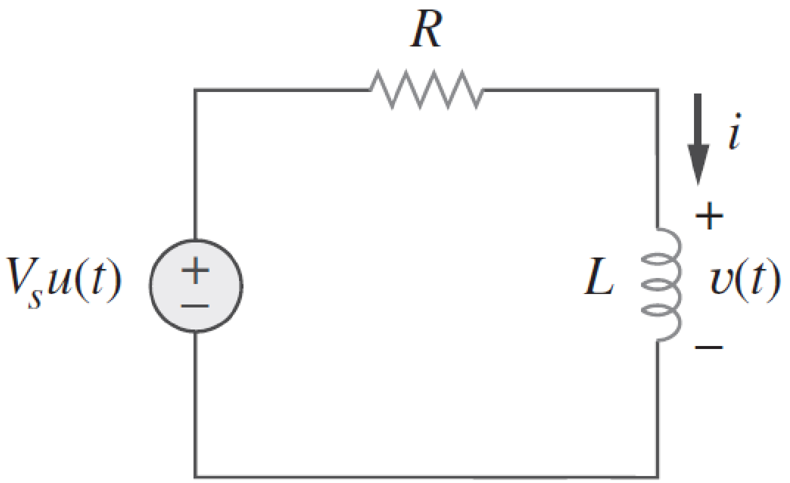
$$\frac{R}{L}K_f = \frac{V_S}{L}$$

$$K_f = \frac{V_S}{R}$$

$$i_f(t) = K_f = \frac{V_S}{R}$$

# Exercícios Propostos

## 4 – Derive a resposta ao degrau unitário $i(t)$ para o circuito RL.




$$v_R + v_L - V_S u(t) = 0$$

$$v_R = iR$$

$$v_L = L\frac{di}{dt}$$

$$L\frac{di}{dt} + iR = V_S u(t)$$

$$\boxed{i(t) = i_f(t) + i_n(t)}$$

$$i_f(t) = K_f = \frac{V_S}{R}$$

$$i_n(t) = K_n e^{\frac{-tR}{L}}$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{V_S}{L}u(t)$$

$t < 0$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = 0$$

$t > 0$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{V_S}{L}$$

$$i(t) = \frac{V_S}{R} + K_n e^{\frac{-tR}{L}}$$

$$i(0) = I_0$$

$$i(0) = \frac{V_S}{R} + K_n e^0$$

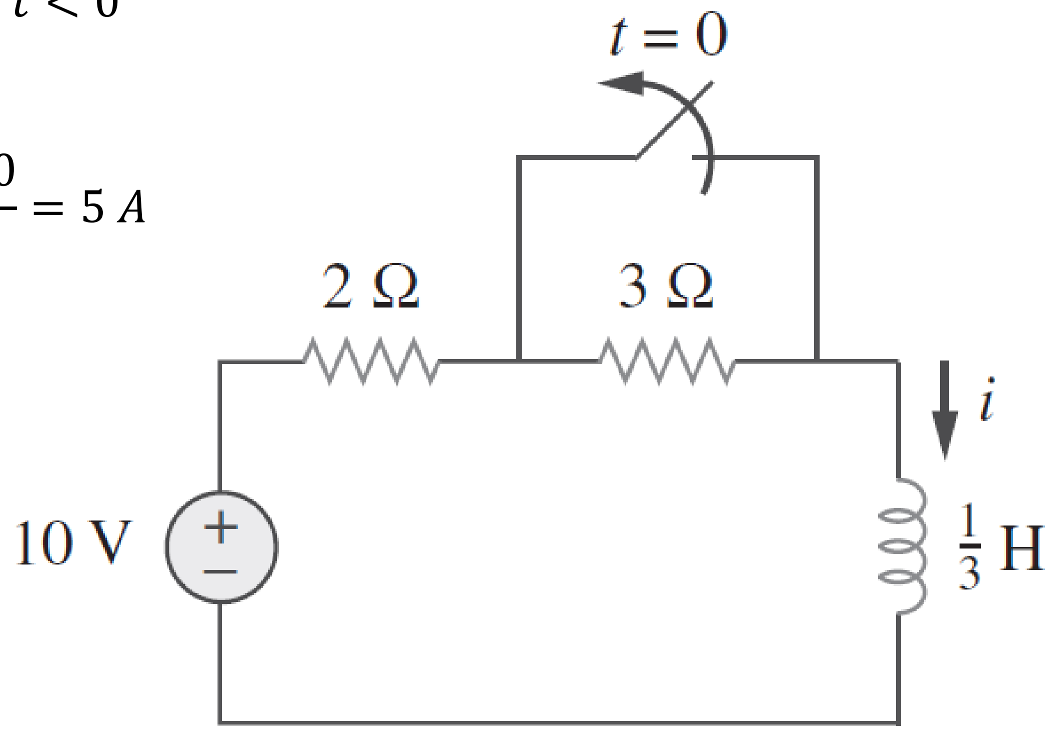
$$K_n = I_0 - \frac{V_S}{R}$$

$$\boxed{i(t) = \frac{V_S}{R} + \left(I_0 - \frac{V_S}{R}\right)e^{\frac{-tR}{L}}}$$

5 – Determine $i(t)$ no circuito abaixo para $t > 0$ supondo que a chave tenha permanecido fechada por um longo tempo quando $t < 0$.

$t < 0$

$$I_0 = \frac{10}{2} = 5\ A$$




$$i(t) = \frac{V_S}{R} + \left(I_0 - \frac{V_S}{R}\right) e^{-tR/L}$$

$t > 0$

$$\frac{V_S}{R} = \frac{10\ V}{2+3} = 2\ A$$

$$\frac{R}{L} = \frac{2+3}{1/3} = 15\ s$$

$$i(t) = 2 + (5-2)e^{-15t}$$

$$i(t) = 2 + 3e^{-15t}\ A$$

# Referências Bibliográficas


- J. W. Nilsson, e S. A. Riedel, “Electric Circuits”, 9 ed., New York, Prentice Hall (2011).
- W. H. Hyat, J. E. Kemmerly, e S. M Durbin, “Análise de Circuitos em Engenharia”, 7 ed., São Paulo, McGraw-Hill (2008).
- C. K. Alexander, e M. N. O. Sadiku, “Fundamentos de Circuitos Elétricos”, 5 ed., Porto Alegre, AMGH (2013).
- M. N. O. Sadiku, “Elementos de Eletromagnetismo”, 3 ed., Porto Alegre, Bookman (2004).