4300375 - Física moderna I

Aula 5 – Postulado de *de Broglie* e o átomo de Bohr

Ondas de matéria

Nesta aula...

- O postulado de *de Broglie*
  - Ondas de matéria
  - Dualidade onda-partícula
- O modelo de Bohr para o átomo de hidrogênio
  - Os postulados de Bohr
  - Estados de energia do átomo
  - O princípio da correspondência

Radiação eletromagnética

Afinal, radiação: onda ou partícula?

- Experimento de **dupla fenda de Young** revela que a luz (radiação eletromagnética) é **ONDA**
- O **efeito fotoelétrico**, junto com o **espalhamento Compton**, mostram que a luz (radiação eletromagnética) é **PARTÍCULA**

Radiação eletromagnética

Afinal, radiação: onda ou partícula?

- Experimento de **dupla fenda de Young** revela que a luz (radiação eletromagnética) é **ONDA**
- O **efeito fotoelétrico**, junto com o **espalhamento Compton**, mostram que a luz (radiação eletromagnética) é **PARTÍCULA**
- Para os físicos do final do século XIX, os conceitos de onda e partícula eram bem estabelecidos e separados!

Estabilidade do átomo

Por que o átomo é estável?

- Com o **modelo atômico de Rutherford** surgem **dúvidas** sobre a disposição dos **elétrons** no átomo
  - Por que os elétrons não colapsam com o núcleo?
  - Por que os elétrons só absorvem energias específicas?
  - Por que os elétrons só emitem energias específicas?

Estabilidade do átomo

Por que o átomo é estável?

- Com o **modelo atômico de Rutherford** surgem **dúvidas** sobre a disposição dos **elétrons** no átomo
  - Por que os elétrons não colapsam com o núcleo?
  - Por que os elétrons só absorvem energias específicas?
  - Por que os elétrons só emitem energias específicas?

- Para os físicos no fim do século XIX e início do século XX, **nenhuma destas questões podia ser explicada pelos conceitos da física clássica**

Postulado de *de Broglie*

Afinal, onda ou partícula?

- Em 1924, Louis de Broglie, **formulou uma hipótese**:

> *"Toda a matéria apresenta características tanto ondulatórias como corpusculares comportando-se de um ou outro modo dependendo do experimento específico."*

- Sendo que grandezas corpusculares e grandezas ondulatórias se relacionam através da expressão:

$$\boxed{p = \frac{h}{\lambda}}$$

Postulado de *de Broglie*

Afinal, onda ou partícula?

- Em 1924, Louis de Broglie, **formulou uma hipótese**:

> *"Toda a matéria apresenta características tanto ondulatórias como corpusculares comportando-se de um ou outro modo dependendo do experimento específico."*

- De Broglie apostou na existência de uma **simetria universal** → se a luz (radiação eletromagnética) apresenta características **ondulatórias e corpusculares**, então **a matéria também deveria apresentar**

Postulado de *de Broglie*

Afinal, onda ou partícula?

- Em 1924, Louis de Broglie, **formulou uma hipótese**:

> *"Toda a matéria apresenta características tanto ondulatórias como corpusculares comportando-se de um ou outro modo dependendo do experimento específico."*

- Então, por que não observamos o comportamento ondulatório das coisas?

Postulado de *de Broglie*

Afinal, onda ou partícula?

- Calcular o comprimento de onda de uma bolinha de tênis de mesa que pesa 2 g e viaja a 64 m/s?

/pequim 2008

22/06/08 - 16h14 - Atualizado em 22/06/08 - 16h20

Manual olímpico: velocidade da bolinha chega a 230km/h no tênis de mesa

Esporte foi criado pelos ingleses, mas é dominado pelos asiáticos

GLOBOESPORTE.COM
Rio de Janeiro

Tamanho da letra
A- A+

Hugo Hoyama, mesa-tenista brasileiro.

Postulado de *de Broglie*

Afinal, onda ou partícula?

- Calcular o comprimento de onda de uma bolinha de tênis de mesa que pesa 2 g e viaja a 64 m/s?

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$ (postulado de *de Broglie*)

$$\lambda = \frac{6{,}63 \times 10^{-34}\, m^2.kg/s}{2 \times 10^{-3}\, kg \cdot 64\, m/s} = 5{,}2 \times 10^{-33}\, m$$

Condição para difração:

$$\lambda \approx D$$

D é o tamanho do obstáculo!

O postulado de de Broglie

Confirmação experimental

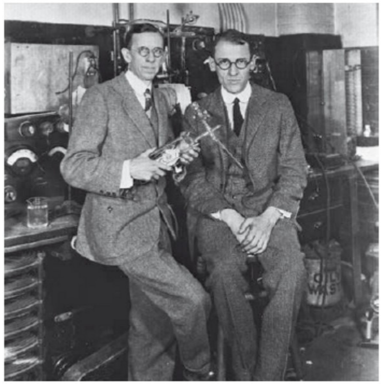
- Demonstração das propriedades ondulatórias da matéria → **Difração**
  - Como o valor da constante de Planck é muito pequeno, o comprimento de onda λ das ondas de matéria é menor que quase todas as aberturas fisicamente realizáveis, o que torna a difração dessas ondas muito difícil de ser observada.
- O próprio de Broglie sugeriu que **elétrons lentos** tem comprimento de onda da ordem de **distâncias interatômicas**

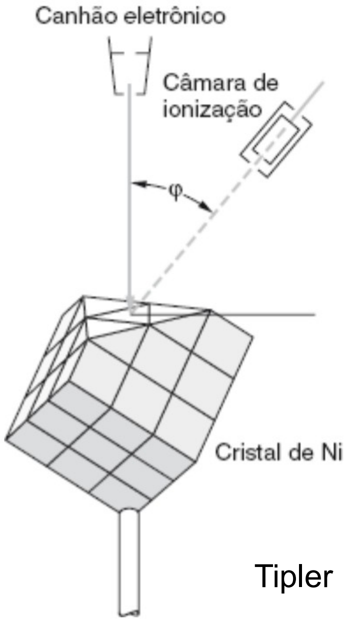
O postulado de de Broglie

Confirmação experimental

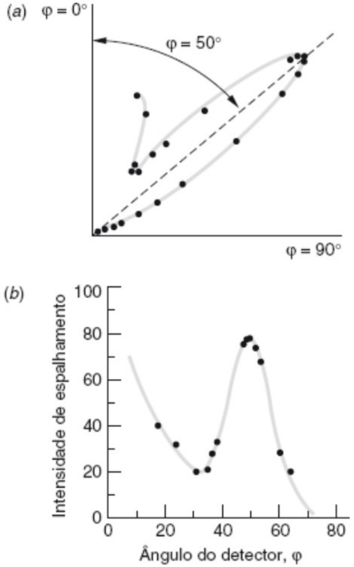
- Demonstração das propriedades ondulatórias da matéria → **Difração**
  - Como o valor da constante de Planck é muito pequeno, o comprimento de onda λ das ondas de matéria é menor que quase todas as aberturas fisicamente realizáveis, o que torna a difração dessas ondas muito difícil de ser observada.
- O próprio de Broglie sugeriu que **elétrons lentos** tem comprimento de onda da ordem de **distâncias interatômicas**

Primeira confirmação: O Experimento de Davisson-Germer





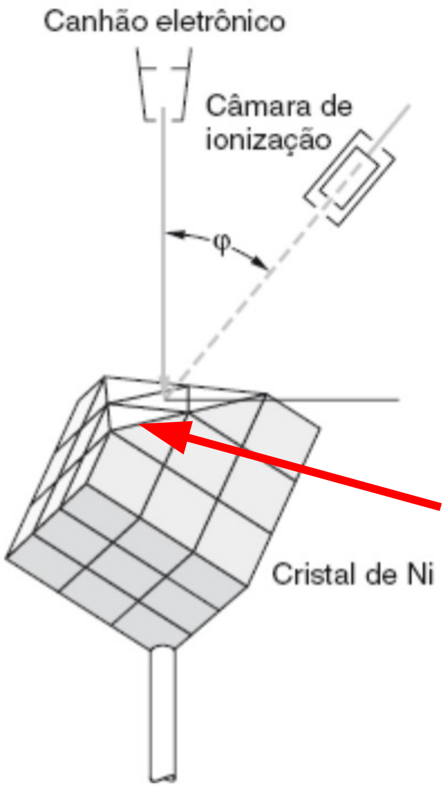
Tipler



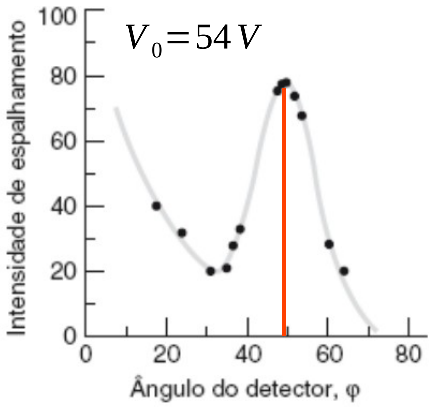
O postulado de de Broglie

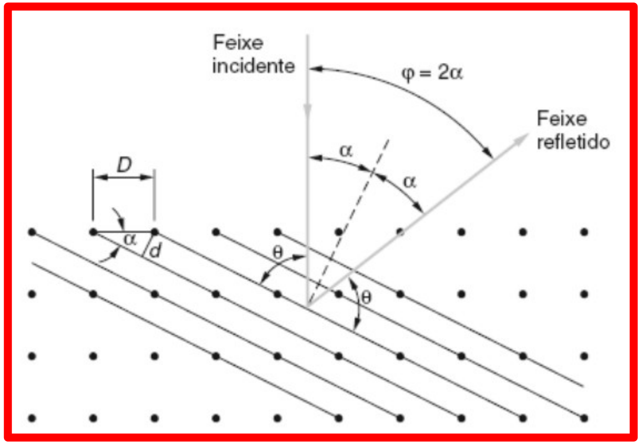
Confirmação experimental

O Experimento de Davisson-Germer



Tipler

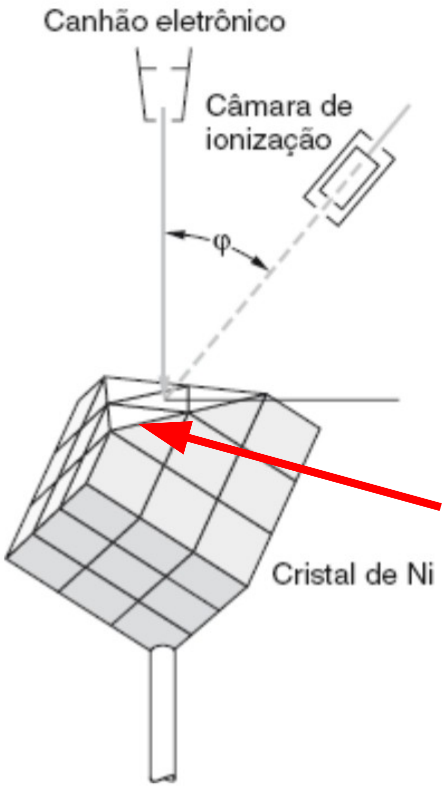




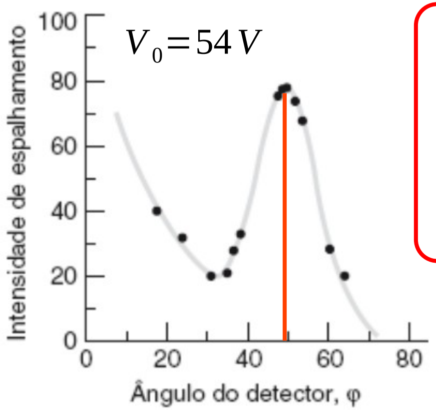
O postulado de de Broglie

Confirmação experimental

O Experimento de Davisson-Germer



Tipler



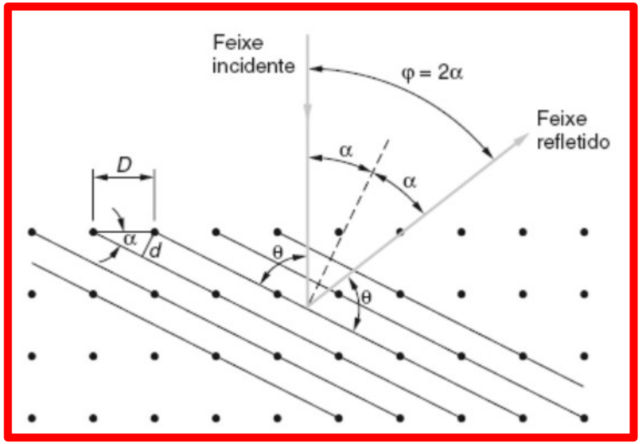
$$n\,.\,\lambda = D\,.\,\mathrm{sen}\,\varphi$$

regra de Bragg

$$D_{\mathrm{Ni}} = 0{,}215 \ \ \mathrm{nm}$$

Medido por difração de raios-x!

$$\lambda_{\mathrm{Bragg}} = 0{,}215\,.\,\mathrm{sen}\,50^o$$
$$= 0{,}165 \ \ \mathrm{nm}$$

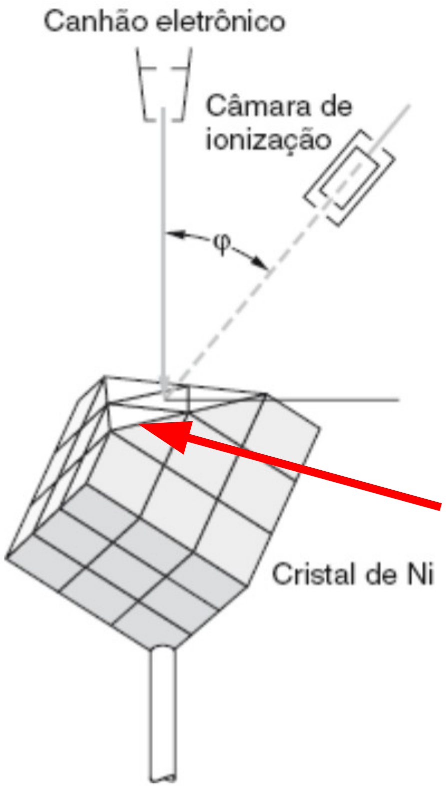


O postulado de de Broglie

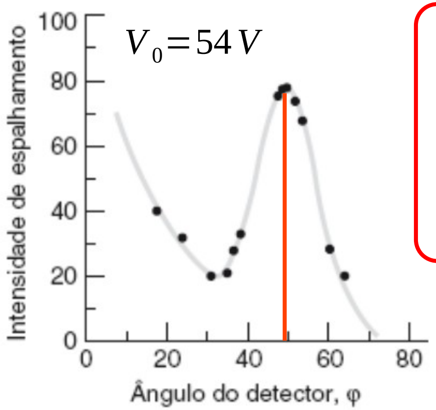
Confirmação experimental

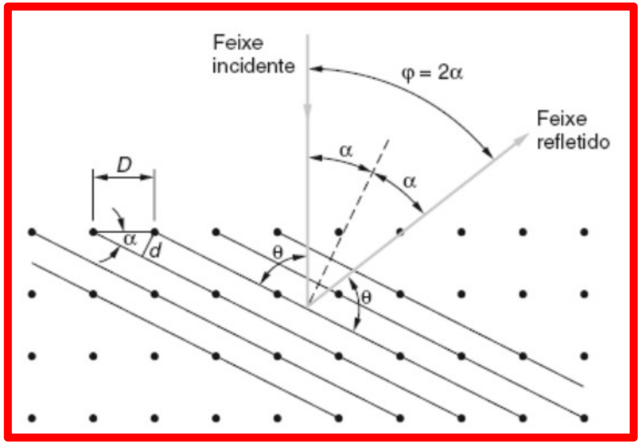
$hc = 1{,}24\times10^{3}\ \text{eV.nm}$
$mc^{2} = 0{,}511\times10^{6}\ \text{eV}$

O Experimento de Davisson-Germer



Tipler





$$\boxed{\begin{array}{c} n\,.\,\lambda = D\,.\,\text{sen}\,\varphi \\ \text{regra de Bragg} \\ D_{\text{Ni}} = 0{,}215\ \text{nm} \end{array}}$$

Medido por difração de raios-x!

$$\lambda_{\text{Bragg}} = 0{,}215\,.\,\text{sen}\,50^{o}$$
$$= 0{,}165\ \text{nm}$$

$$E = \frac{p^2}{2m} = eV_0 \Rightarrow p = \sqrt{2meV_0}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{\sqrt{2mc^2eV_0}}$$

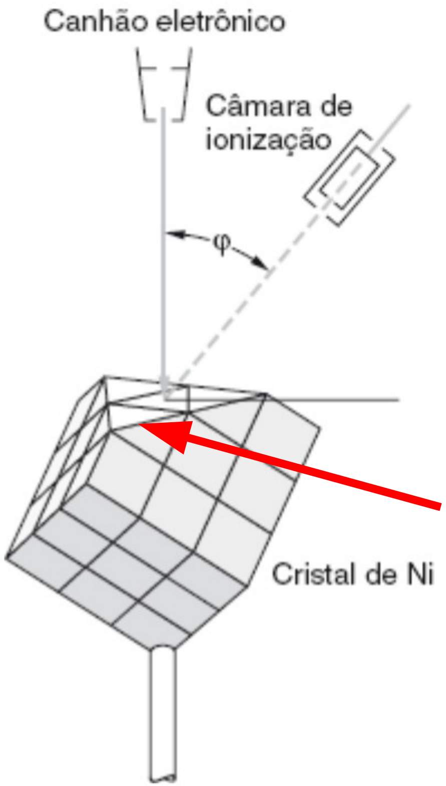
$$\boxed{\lambda = \frac{1{,}226}{V_0^{1/2}}\ \text{nm}}$$

O postulado de de Broglie

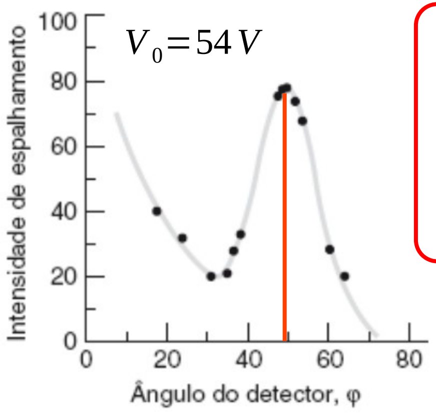
Confirmação experimental

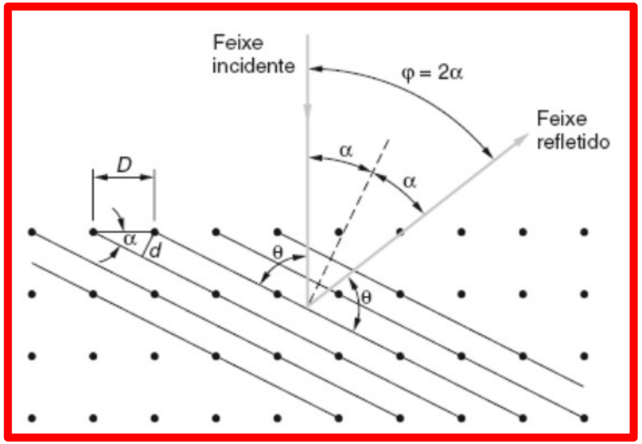
$hc = 1{,}24 \times 10^3 \ \text{eV.nm}$
$mc^2 = 0{,}511 \times 10^6 \ \text{eV}$

O Experimento de Davisson-Germer



Tipler





$$n.\lambda = D.\text{sen}\,\varphi$$

regra de Bragg

$$D_{\text{Ni}} = 0{,}215 \ \text{nm}$$

Medido por difração de raios-x!

$$\lambda_{\text{Bragg}} = 0{,}215.\text{sen}\,50^o = 0{,}165 \ \text{nm}$$

$$E = \frac{p^2}{2m} = eV_0 \Rightarrow p = \sqrt{2meV_0}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{\sqrt{2mc^2 eV_0}}$$

$$\boxed{\lambda = \frac{1{,}226}{V_0^{1/2}} \ \text{nm}}$$

$$\lambda_{\text{de Broglie}} = \frac{1{,}226}{(54)^{1/2}} = 0{,}167 \ \text{nm}$$

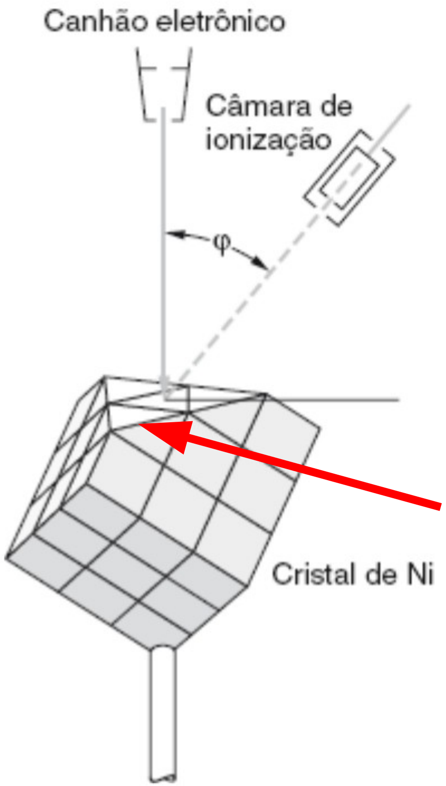
O postulado de de Broglie

Confirmação experimental

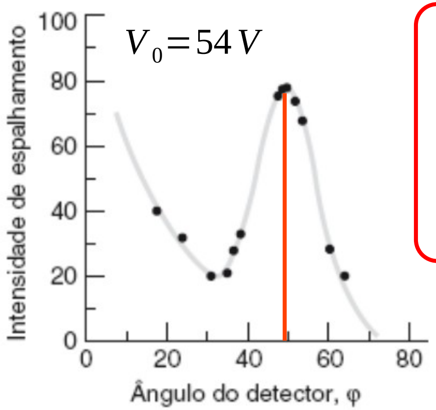
$hc = 1{,}24\times 10^{3}\ \text{eV.nm}$

$mc^{2} = 0{,}511\times 10^{6}\ \text{eV}$

O Experimento de Davisson-Germer



Tipler



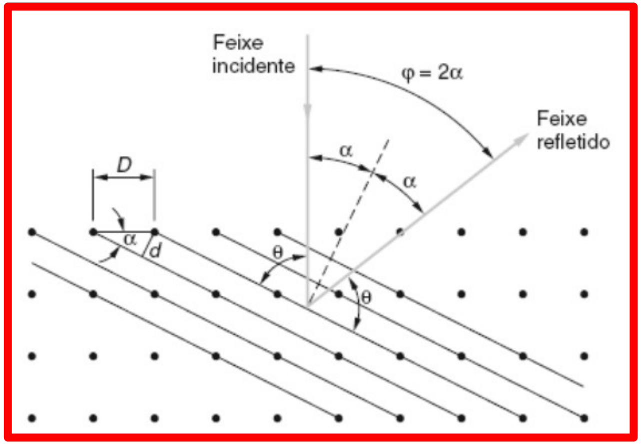
$$n.\lambda = D.\text{sen}\,\varphi$$

regra de Bragg

$$D_{\text{Ni}} = 0{,}215\ \text{nm}$$

Medido por difração de raios-x!

$$\lambda_{\text{Bragg}} = 0{,}215\,.\,\text{sen}\,50^{o}$$
$$= 0{,}165\ \text{nm}$$



$$E = \frac{p^{2}}{2m} = eV_0 \Rightarrow p = \sqrt{2meV_0}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{\sqrt{2mc^{2}eV_0}}$$

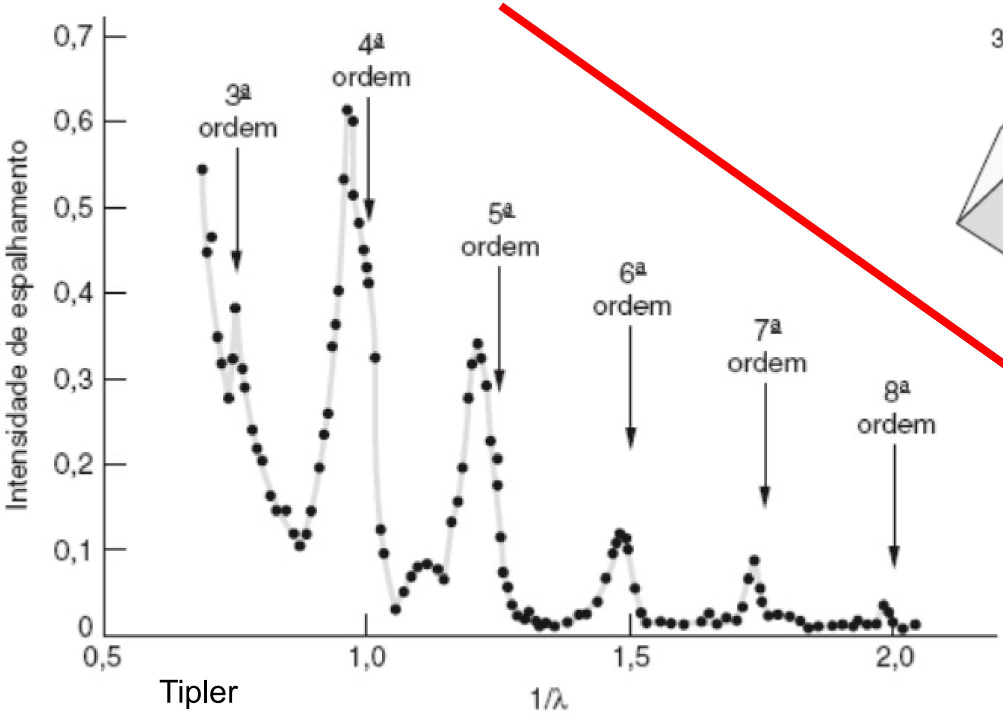
$$\boxed{\lambda = \frac{1{,}226}{V_0^{1/2}}\ \text{nm}}$$

$$\lambda_{\text{de Broglie}} = \frac{1{,}226}{(54)^{1/2}} = 0{,}167\ \text{nm}$$

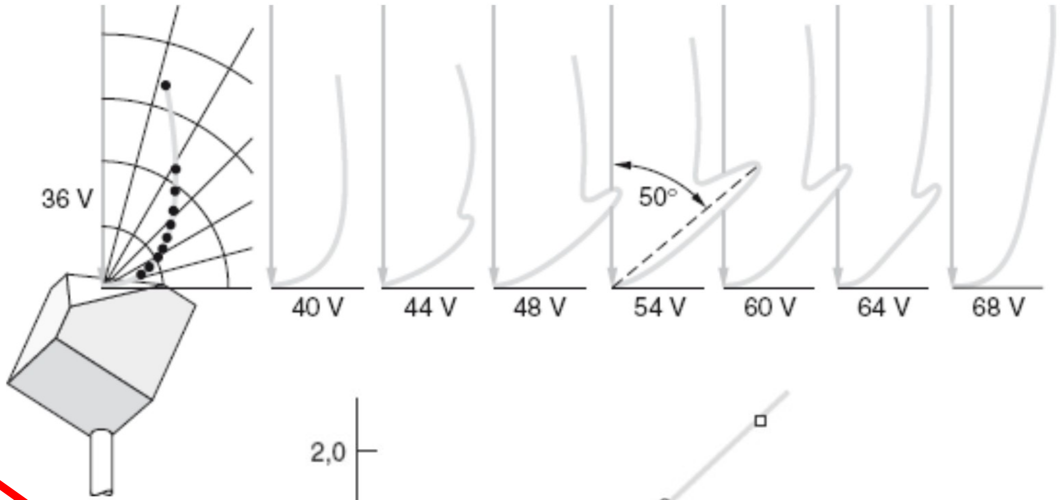
O postulado de de Broglie

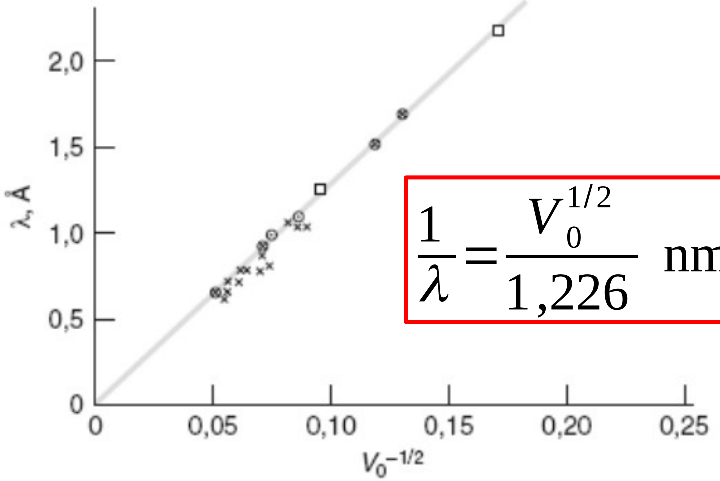
Confirmação experimental

$$\boxed{\frac{1}{\lambda_{\text{pico}}} = \frac{n}{D.\operatorname{sen}\varphi}}$$



Tipler



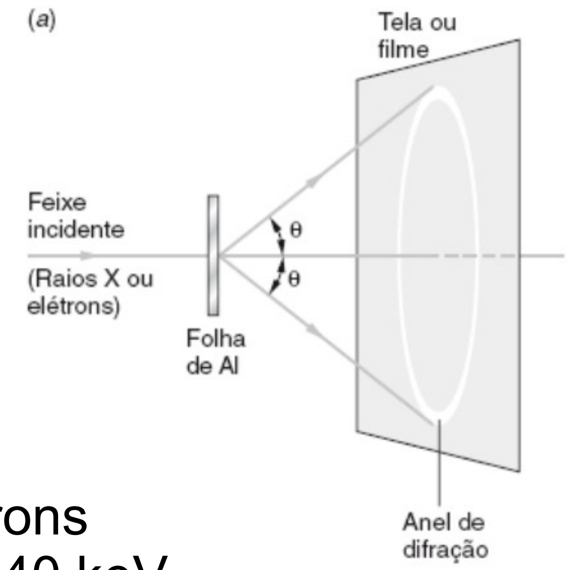


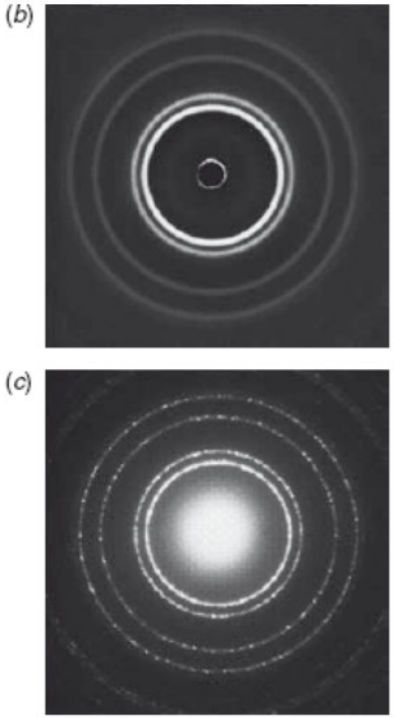
$$\boxed{\frac{1}{\lambda} = \frac{V_0^{1/2}}{1{,}226}\ \text{nm}^{-1}}$$

O postulado de de Broglie

Confirmação experimental

Segunda confirmação:
O Experimento de difração de elétrons de G.P. Thomson





Raios-x
λ = 0,071 nm
E =17,5 keV

Elétrons
λ = 0,05 nm
E = 600 eV

Ampliação de x1,6

- Uma demonstração das **propriedades ondulatórias** de **elétrons** foi feita por G. P. **Thomson**
- Observou a passagem de elétrons com energias na faixa de 10 a 40 keV por **folhas metálicas finas**.
- O **arranjo experimental era semelhante** ao usado para obter figuras de Laue **usando raios-x**

Tipler

Dualidade onda-partícula

Princípio da complementaridade

- **Os modelos corpuscular e ondulatório são complementares**; se uma medida prova o caráter ondulatório da radiação ou da matéria, então é impossível provar o caráter corpuscular na mesma medida, e vice-versa.
- **A escolha** de que modelo usar é **determinada** pela **natureza da medida**
- Nossa **compreensão** da radiação e da matéria é **incompleta** a menos que levemos em consideração tanto as medidas que revelam os **aspectos ondulatórios** quanto as que revelam os **aspectos corpusculares**

Dualidade onda-partícula

Princípio da complementaridade

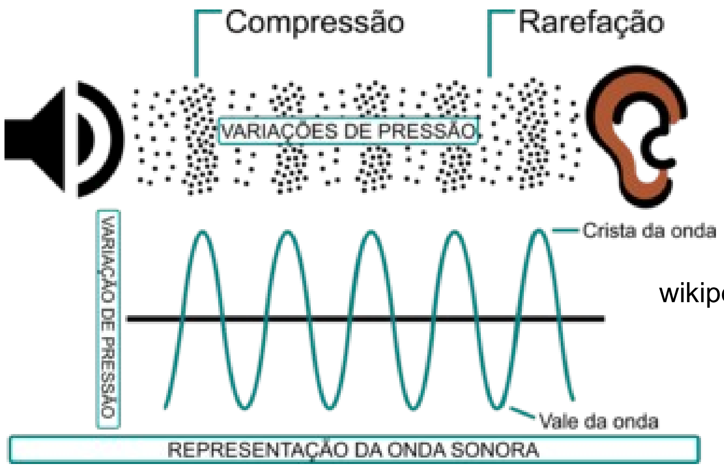
- **Os modelos corpuscular e ondulatório são complementares**; se uma medida prova o caráter ondulatório da radiação ou da matéria, então é impossível provar o caráter corpuscular na mesma medida, e vice-versa.
- **A escolha** de que modelo usar é **determinada** pela **natureza da medida**

  Depende do observador!?!
- Nossa **compreensão** da radiação e da matéria é **incompleta** a menos que levemos em consideração tanto as medidas que revelam os **aspectos ondulatórios** quanto as que revelam os **aspectos corpusculares**

Dualidade onda-partícula

Princípio da complementaridade

- **Macroscopicamente**, o som é uma **onda**
- **Microscopicamente**, o som é o movimento de **partículas**
  - Aqui, os conceitos de onda e de partícula se complementam de forma a explicarem o sistema em escalas diferentes



wikipedia.org

- **A dualidade de de Broglie é mais profunda!**
- **O caráter ondulatório e o corpuscular se complementam ao mesmo tempo e no mesmo nível!**

Estabilidade do átomo

Por que o átomo é estável?

- Com o **modelo atômico de Rutherford** surgem **dúvidas** sobre a disposição dos **elétrons** na eletrosfera
  - Por que os elétrons não colapsam com o núcleo?
  - Por que os elétrons só absorvem energias específicas?
  - Por que os elétrons só emitem energias específicas?

- Para os físicos no fim do século XIX e início do século XX, **nenhuma destas questões podia ser explicada pelos conceitos da física clássica**

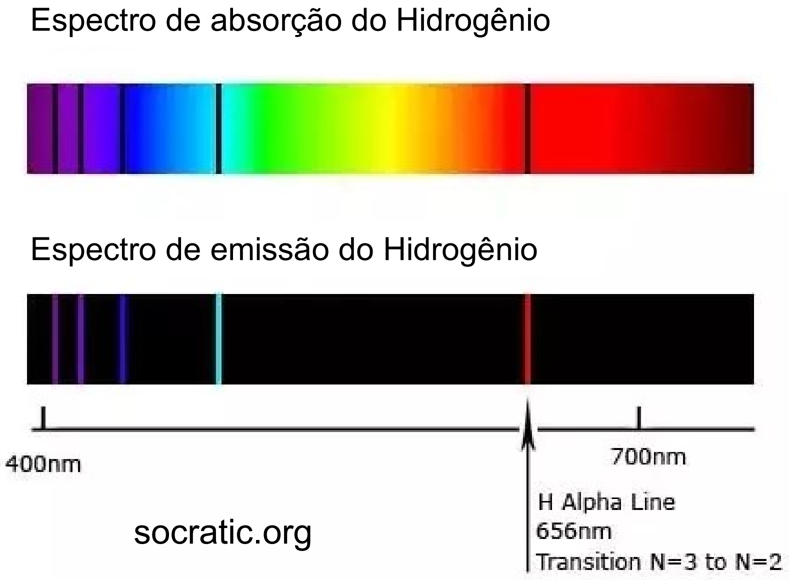
Espectros de emissão atômica

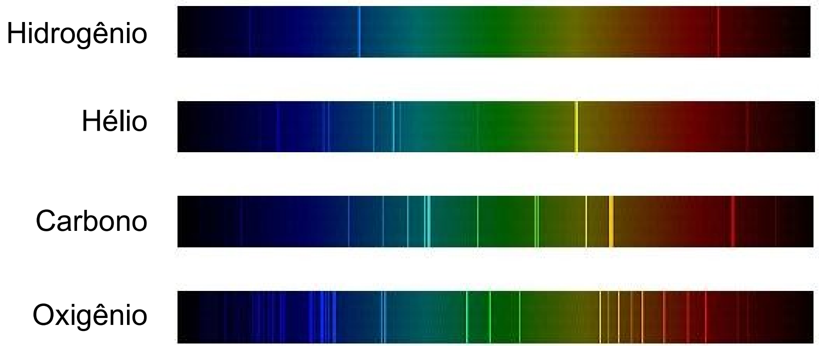
- Espectros de emissão e de absorção de radiação por materiais;
- Espectro de emissão discreto, e absorção em raias específicas não pode ser explicado com a física clássica;

Fórmula empírica de Rydberg:

$$\frac{1}{\lambda}=R_H\left(\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_2^2}\right) \qquad R_H=1{,}1\times10^7 m^{-1}$$

n1	n2	Nome
1	$2 \rightarrow \infty$	Série de Lyman
2	$3 \rightarrow \infty$	Série de Balmer
3	$4 \rightarrow \infty$	Série de Paschen



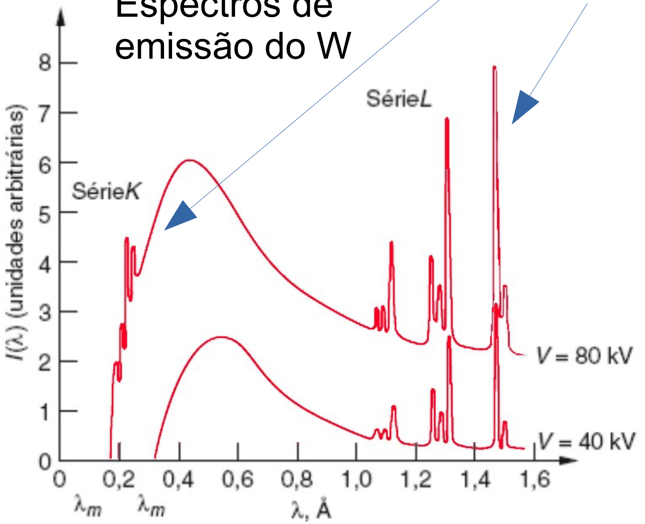


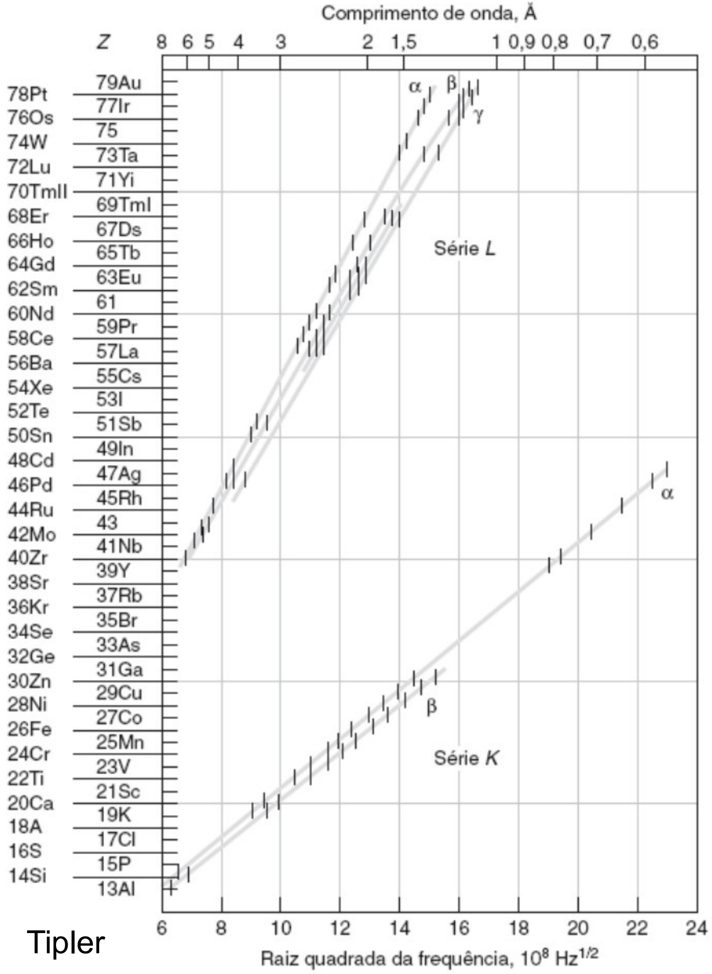
Espectros de emissão atômica

- A **Lei de Moseley** é uma lei **empírica** obtida pela relação entre a **energia dos raios-X característicos** dos átomos e o **número atômico**.

$$f(K_\alpha) = 2{,}47 \times 10^{15} (Z-1)^2 \ \ \text{Hz}$$
$$f(L_\alpha) = 0{,}46 \times 10^{15} (Z-7{,}4)^2 \ \ \text{Hz}$$

Espectros de emissão do W





Tipler

O átomo de Bohr

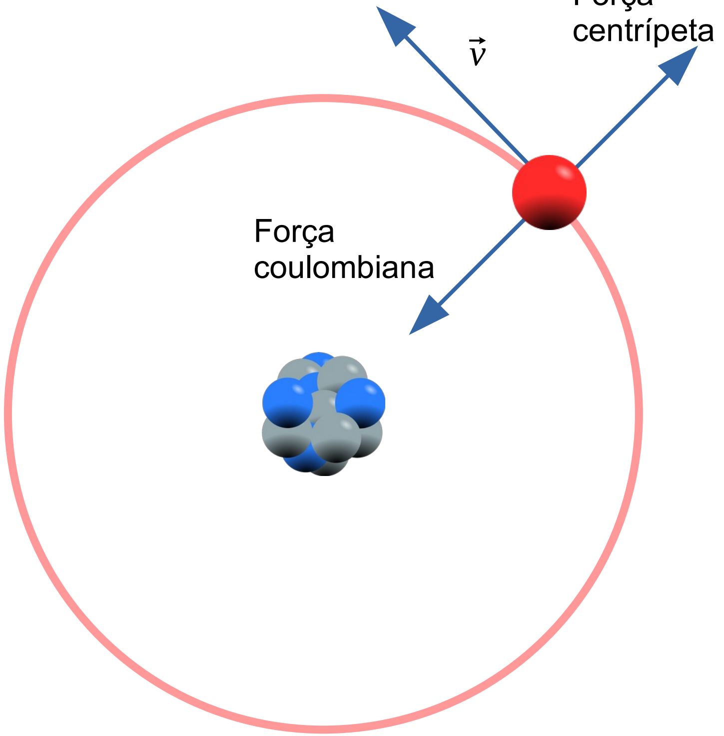
Os postulados de Bohr

- **Postulado 1** → Um **elétron em um átomo** se move em uma órbita circular em torno do núcleo sob **influência da atração coulombiana** entre o elétron e o núcleo, obedecendo às **leis da mecânica clássica**.
- **Postulado 2** → Em vez da infinidade de órbitas que seriam possíveis segundo a mecânica clássica, **um elétron só pode se mover em uma órbita na qual seu momento angular orbital L é um múltiplo inteiro de $\hbar$** (a constante de Planck dividida por 2π).
- **Postulado 3** → Apesar de estar constantemente acelerado, um elétron que se move em uma desdas órbitas possíveis **não emite radiação eletromagnética**. Portanto sua energia total E permanece constante.
- **Postulado 4** → É **emitida radiação eletromagnética** de um elétron, que se move inicialmente sobre uma órbita de energia total E_i, muda seu movimento **descontinuamente** de forma a se mover em uma órbita de energia total E_i. A frequência da radiação emitida ν é igual à quantidade (E_i - E_f) dividida pela constante de Planck h.

O átomo de Bohr

Os postulados de Bohr

- **Postulado 1** → Um elétron em um átomo se move em uma órbita circular em torno do núcleo sob influência da atração coulombiana entre o elétron e o núcleo, obedecendo às leis da mecânica clássica.



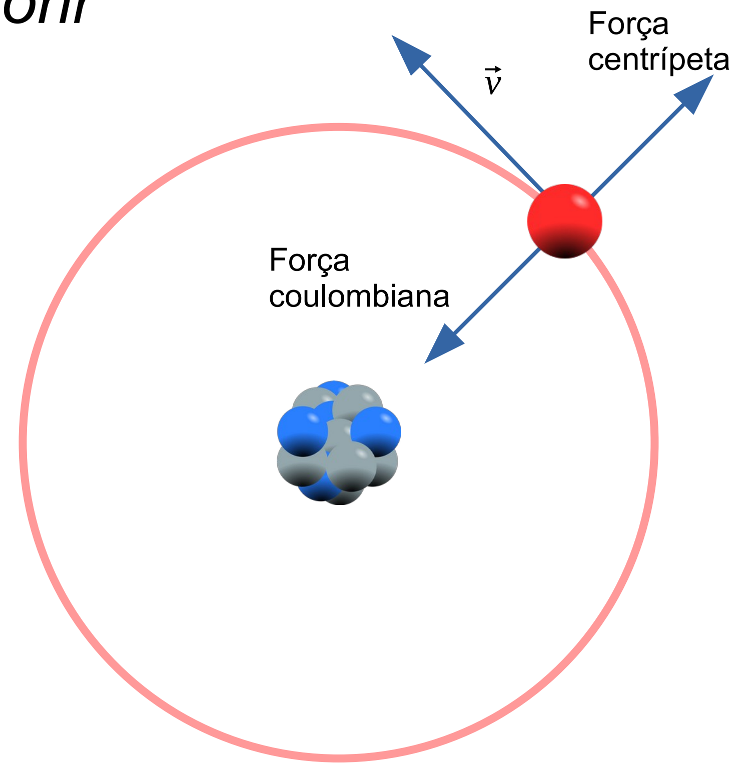
$$\left.\begin{aligned} F_{\text{coulombiana}} &= \frac{kZe^2}{r^2} \\ F_{\text{centrípeta}} &= \frac{mv^2}{r} \end{aligned}\right\} \quad F_{\text{coulombiana}} = F_{\text{centrípeta}}$$

$$\frac{kZe^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \qquad \boxed{v = \left(\frac{kZe^2}{mr}\right)^{1/2}}$$

O átomo de Bohr

Os postulados de Bohr

- **Postulado 1** → Um elétron em um átomo se move em uma órbita circular em torno do núcleo sob influência da atração coulombiana entre o elétron e o núcleo, obedecendo às leis da mecânica clássica.



$$E_{\text{Total}} = E_{\text{Cinética}} + E_{\text{Potencial}}$$

$$E_{\text{Total}} = \frac{1}{2} m v^2 + \left(-\frac{kZe^2}{r} \right)$$

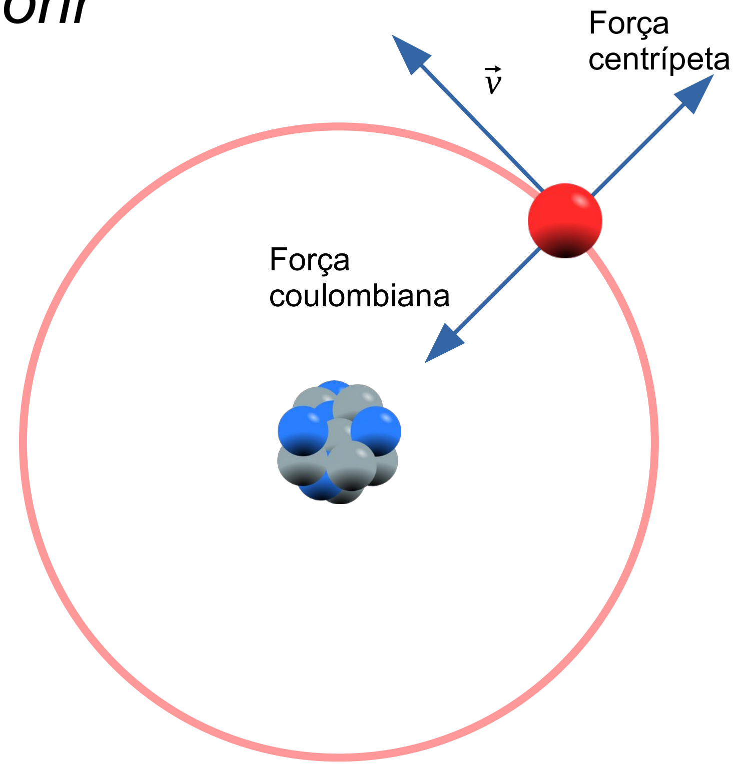
$$v = \left(\frac{kZe^2}{mr} \right)^{1/2} \Rightarrow \boxed{E(r) = -\left(\frac{kZe^2}{2r} \right)}$$

Note que, em princípio, qualquer valor de raio é admitido!

O átomo de Bohr

Os postulados de Bohr

- **Postulado 2** → Em vez da infinidade de órbitas que seriam possíveis segundo a mecânica clássica, um elétron só pode se mover em uma órbita na qual seu momento angular orbital L é um múltiplo inteiro de $\hbar$ (a constante de Planck dividida por 2π).



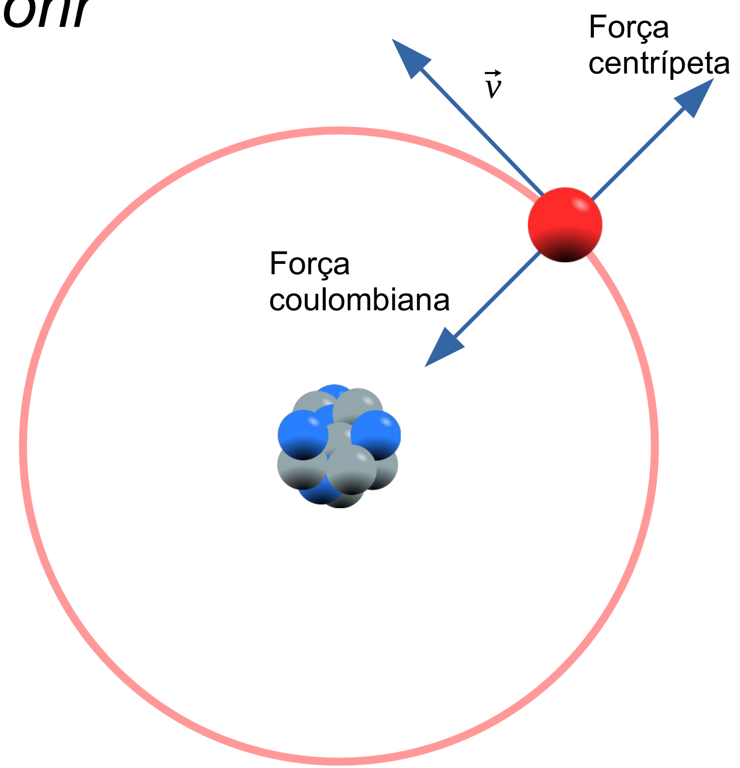
$$\left.\begin{array}{l} \vec{L}=\vec{p}\times\vec{r} \\ L=pr=mvr \\ \\ L=n\hbar \end{array}\right\} \quad r=\frac{n\hbar}{mv}=\frac{n\hbar}{m}\left(\frac{mr}{kZe^2}\right)^{1/2} \qquad v=\left(\frac{kZe^2}{mr}\right)^{1/2}$$

$$r^2=\frac{n^2\hbar^2}{m^2}\left(\frac{mr}{kZe^2}\right)=\frac{n^2\hbar^2}{m}\left(\frac{r}{kZe^2}\right) \qquad \boxed{r=\frac{n^2\hbar^2}{mkZe^2}}$$

O átomo de Bohr

Os postulados de Bohr

- **Postulado 2** → Em vez da infinidade de órbitas que seriam possíveis segundo a mecânica clássica, um elétron só pode se mover em uma órbita na qual seu momento angular orbital L é um múltiplo inteiro de $\hbar$
(a constante de Planck dividida por 2π).



$$\boxed{r=\frac{n^2\hbar^2}{mkZe^2}=\frac{n^2 a_0}{Z} \quad \text{com } n=1,2,3,4\ldots}$$

$$\boxed{a_0=\frac{\hbar^2}{mke^2}=0{,}529\,\mathring{A}=0{,}0529\,nm}$$

Raio de Bohr!

Com o segundo postulado, estamos impondo que apenas alguns raios específicos sejam permitidos!

O átomo de Bohr

Os postulados de Bohr

- **Postulado 2** → Em vez da infinidade de órbitas que seriam possíveis segundo a mecânica clássica, um elétron só pode se mover em uma órbita na qual seu momento angular orbital L é um múltiplo inteiro de $\hbar$
(a constante de Planck dividida por 2π).

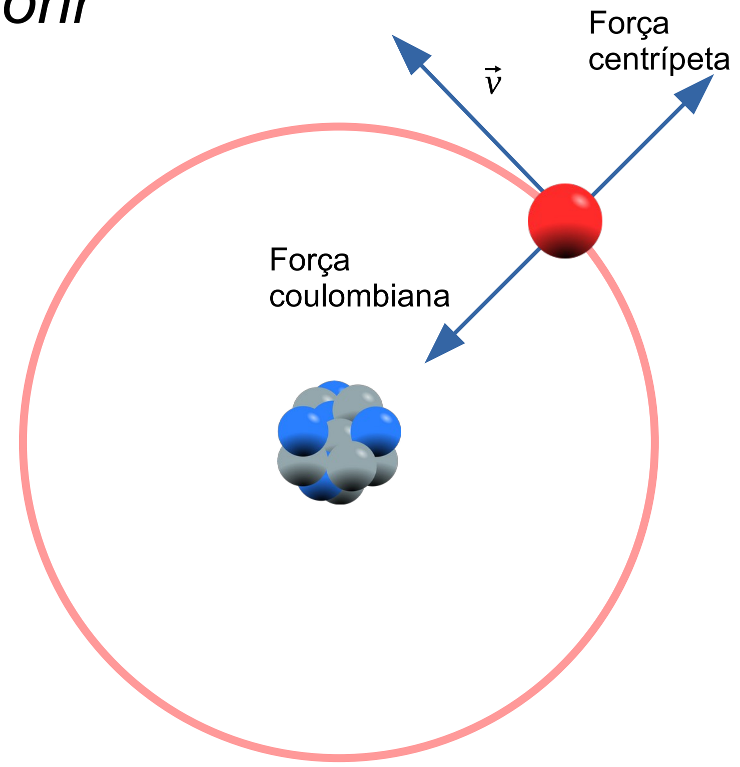
$$E(r) = -\left(\frac{kZe^2}{2r}\right) = -\frac{kZe^2}{2}\frac{mkZe^2}{n^2\hbar^2}$$

$$r = \frac{n^2\hbar^2}{mkZe^2}$$

Impondo raios específicos, impomos também energias específicas!

$$\boxed{E_n = -\frac{mk^2Z^2e^4}{2\hbar^2n^2} = -E_0\frac{Z^2}{n^2} \quad \text{com } n = 1,2,3,4\ldots}$$

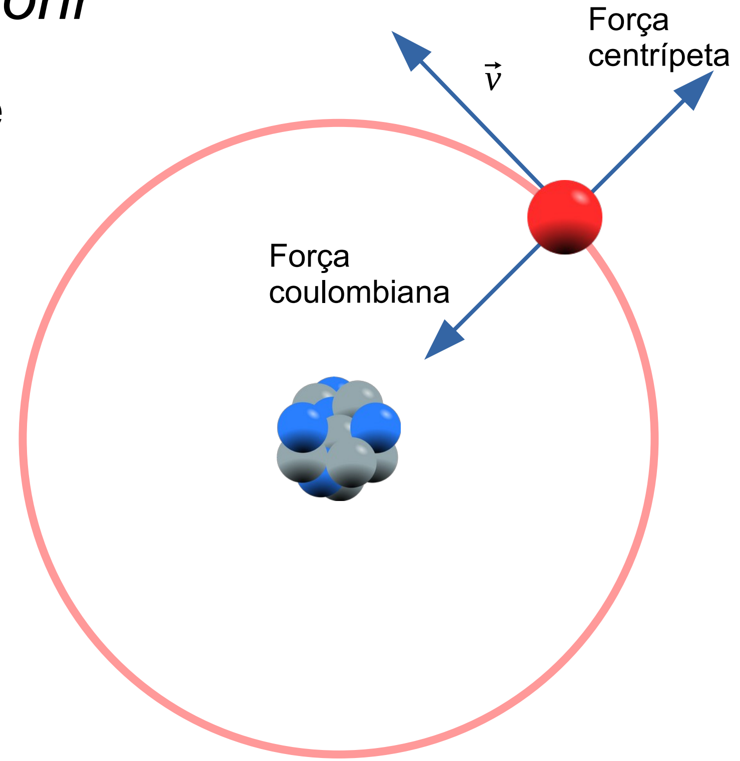
$$E_0 = 13{,}6 \text{ eV}$$



O átomo de Bohr

Os postulados de Bohr

- **Postulado 3** → Apesar de estar constantemente acelerado, um elétron que se move em uma desdas órbitas possíveis não emite radiação eletromagnética. Portanto sua energia total E permanece constante.



Classicamente, um elétron em movimento circular, emite radiação com frequência igual a sua frequência de revolução:

$$f = \frac{v}{2\pi r} = \left(\frac{kZe^2}{mr}\right)^{1/2} \frac{1}{2\pi r} = \left(\frac{kZe^2}{4\pi^2 m}\right)^{1/2} \frac{1}{r^{3/2}}$$

Sem o postulado 3, o átomo não é estável!

O átomo de Bohr

Os postulados de Bohr

- **Postulado 4** → É emitida radiação eletromagnética de um elétron, que se move inicialmente sobre uma órbita de energia total E_i, muda seu movimento descontinuamente de forma a se mover em uma órbita de energia total E_i. A frequência da radiação emitida ν é igual à quantidade $(E_i - E_f)$ dividida pela constante de Planck h.

$$E_{\text{fóton}} = E_{\Delta n} = E_i - E_f \quad \text{note que } E_i > E_f$$

$$E_{\Delta n} = -\frac{E_0 Z^2}{n_i^2} - \left(-\frac{E_0 Z^2}{n_f^2}\right)$$

$$E_{\Delta n} = E_0 Z^2 \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

$$\boxed{E_{\Delta n} = h\nu \;\Rightarrow\; \nu = \frac{E_0 Z^2}{h}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)}$$

O átomo de Bohr

Os postulados de Bohr

- **Postulado 4** → É emitida radiação eletromagnética de um elétron, que se move inicialmente sobre uma órbita de energia total E_i, muda seu movimento descontinuamente de forma a se mover em uma órbita de energia total E_i. A frequência da radiação emitida ν é igual à quantidade (E_i - E_f) dividida pela constante de Planck h.

$$E_{\Delta n} = h\nu \Rightarrow \nu = \frac{E_0 Z^2}{h}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \qquad \frac{1}{\lambda} = \frac{E_0 Z^2}{hc}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

$$\boxed{\frac{1}{\lambda} = R_H Z^2\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)} \qquad R_H = \frac{E_0}{hc} = \frac{m k^2 e^4}{4\pi c \hbar^3}$$

O átomo de Bohr

Espectros de emissão atômica

$$\boxed{\frac{1}{\lambda}=R_H Z^2\left(\frac{1}{n_f^2}-\frac{1}{n_i^2}\right)}$$

$$R_H=\frac{E_0}{hc}=\frac{m k^2 e^4}{4\pi c \hbar^3}$$

Comprimento de onda do fóton emitido

$$n_i > n_f$$

Um fóton é emitido quando um elétron faz uma transição de uma camada n_i (mais externa) para n_f (mais interna).

Fórmula empírica de Rydberg (Z=1):

$$\frac{1}{\lambda}=R_H\left(\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_2^2}\right)$$

$$R_H=1{,}1\times 10^7\, m^{-1}$$

O átomo de Bohr

Espectros de emissão atômica

$$\boxed{\frac{1}{\lambda}=R_H Z^2\left(\frac{1}{n_f^2}-\frac{1}{n_i^2}\right)}$$

$$R_H=\frac{E_0}{hc}=\frac{m k^2 e^4}{4\pi c \hbar^3}$$

Comprimento de onda do fóton emitido

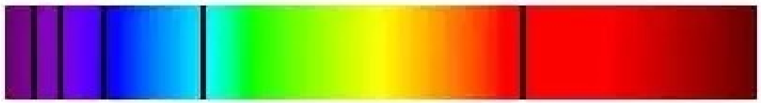
$$n_i > n_f$$

Um fóton é emitido quando um elétron faz uma transição de uma camada n_i (mais externa) para n_f (mais interna).

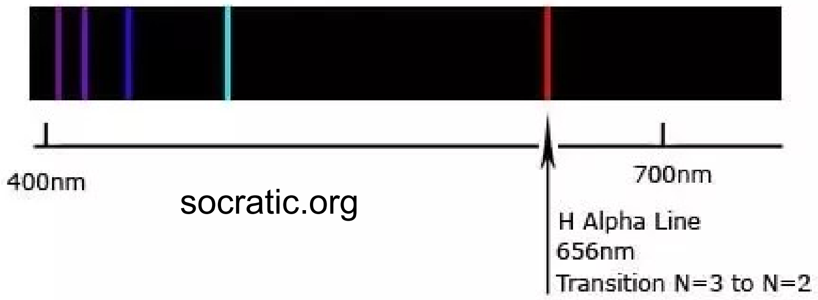
Fórmula empírica de Rydberg (Z=1):

$$\frac{1}{\lambda}=R_H\left(\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_2^2}\right) \qquad R_H=1{,}1\times10^{7}\,m^{-1}$$

Espectro de absorção do Hidrogênio



Espectro de emissão do Hidrogênio

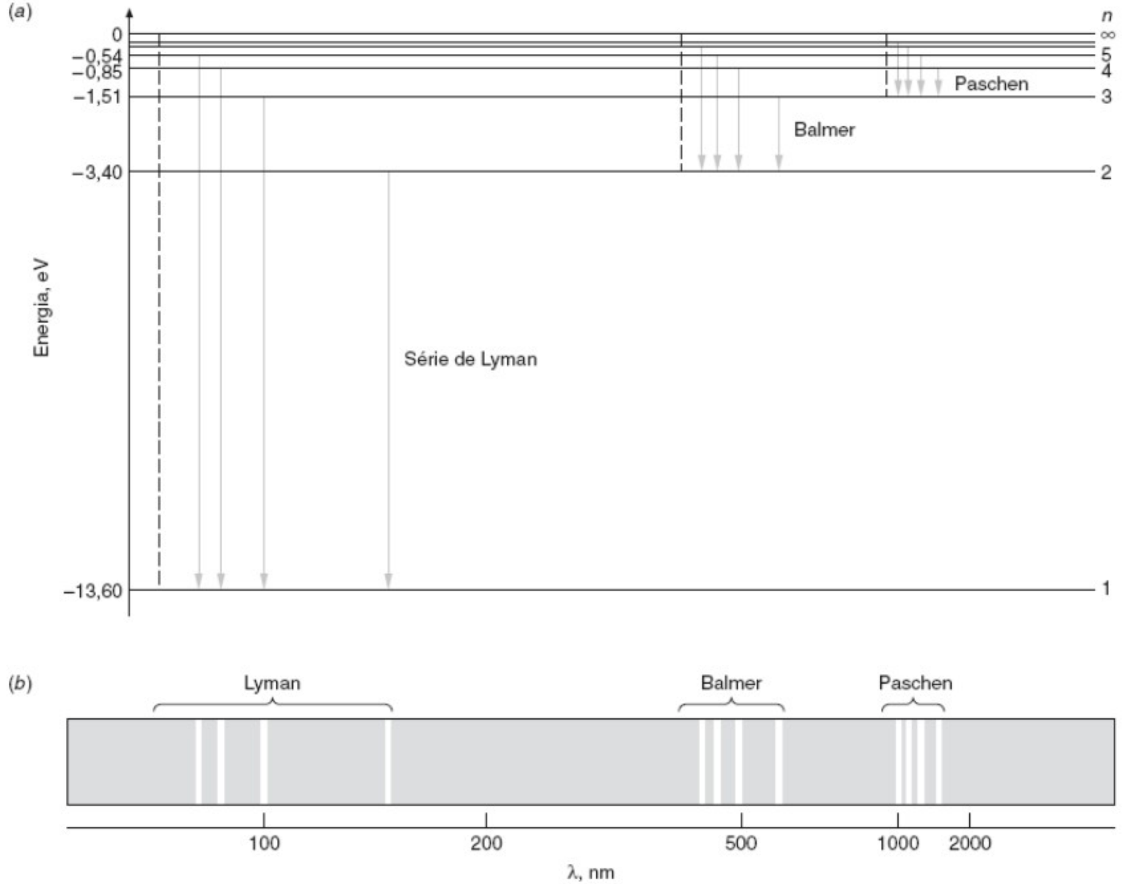


socratic.org

n1	n2	Nome
1	$2 \rightarrow \infty$	Série de Lyman
2	$3 \rightarrow \infty$	Série de Balmer
3	$4 \rightarrow \infty$	Série de Paschen

O átomo de Bohr

Espectros de emissão atômica



Tipler

O átomo de Bohr

Espectros de emissão atômica

- **A lei de Moseley:** $f\left(K_{\alpha}\right)=2{,}47\times10^{15}\left(Z-1\right)^{2}\ \ \mathrm{Hz}$
  $f\left(L_{\alpha}\right)=0{,}46\times10^{15}\left(Z-7{,}4\right)^{2}\ \ \mathrm{Hz}$

- **Átomo de Bohr:** $f=\dfrac{m\,k^{2}e^{4}}{4\pi\hbar^{3}}\left(\dfrac{1}{n_f^{2}}-\dfrac{1}{n_i^{2}}\right)Z^{2}$

K_{α}	$n_f=1$, $n_i=2$	L_{α}	$n_f=2$, $n_i=3$

- Os termos $(Z\text{-}1)$ e $(Z\text{-}7{,}4)$ se referem ao **efeito de blindagem** que os **outros elétrons** exercem no potencial do núcleo (lembre que calculamos apenas um elétron orbitando o núcleo!)

O átomo de Bohr

Números quânticos

- Note que o **movimento do elétron** em um **determinado átomo** pode ser descrito totalmente com o **número inteiro**:

$$\left.\begin{array}{c} \boxed{r=\dfrac{n^2\hbar^2}{mkZe^2}} \\ \boxed{E_n=-\dfrac{mk^2Z^2e^4}{2\hbar^2n^2}} \quad \boxed{v=\left(\dfrac{k^2Z^2e^4}{n^2\hbar^2}\right)^{1/2}} \end{array}\right\} \quad \text{com } n=1,2,3,4\ldots$$

- n é chamado **número quântico**, e existe em decorrência da **quantização** de alguma **variável física** (nesse caso, o **momento angular**).

O princípio da correspondência

A conexão entre o quântico e o clássico

- **Bohr** estabeleceu o **princípio da correspondência**, onde é dito:
  - *Para grandes números quânticos, os cálculos quânticos e os cálculos clássicos devem levar aos mesmos resultados.*
- Basicamente, o **princípio da correspondência** **garante** a **consistência** entre a **física quântica** e a **física clássica** em um **limite de grandes escalas**.

O princípio da correspondência

A conexão entre o quântico e o clássico

Vamos examinar a **frequência do fóton** emitido em uma **transição** do nível n para o nível n-1, quanto n é **muito grande**:

Frequência do fóton emitido: $\nu = \frac{m k^2 Z^2 e^4}{4\pi h^3}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$

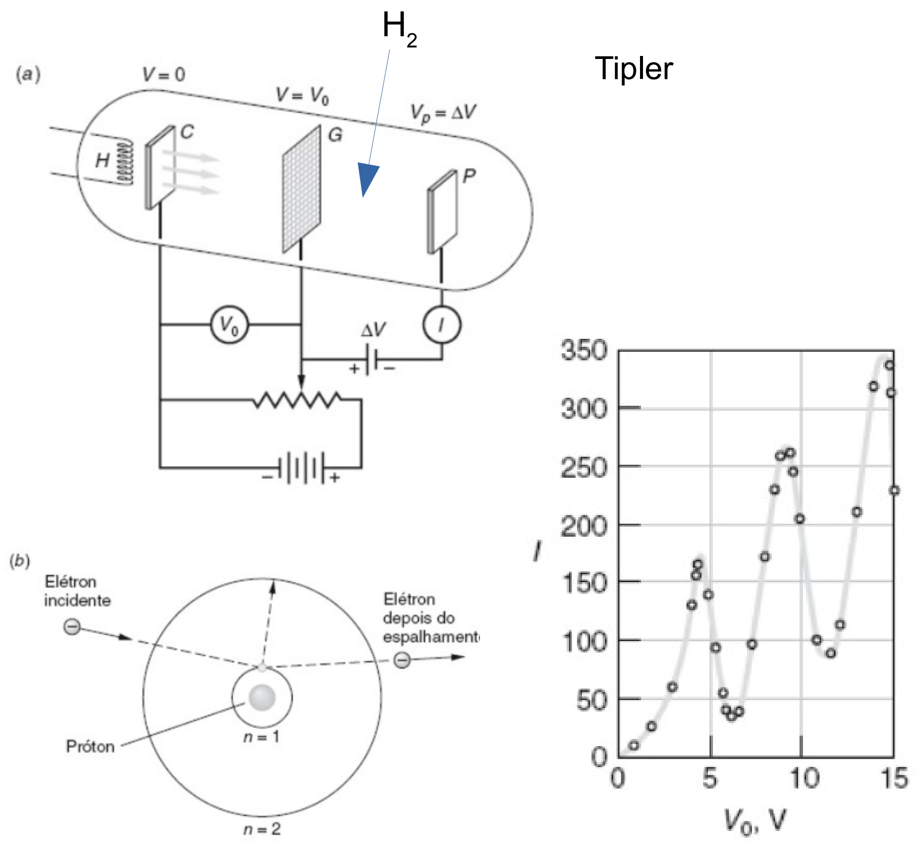
Com $n_f = n$-1 e $n_i = n$, temos: $\nu = \frac{m k^2 Z^2 e^4}{4\pi h^3}\left(\frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{m k^2 Z^2 e^4}{4\pi h^3}\frac{2n-1}{n^2(n-1)^2}$

Tomando o limite de n muito grande: $\lim_{n\to\infty} \nu = \frac{m k^2 Z^2 e^4}{4\pi h^3}\frac{2n}{n^4} = \frac{m k^2 Z^2 e^4}{2\pi h^3}\frac{1}{n^3} = 0$

O experimento de Franck-Hertz

Evidências da quantização da energia

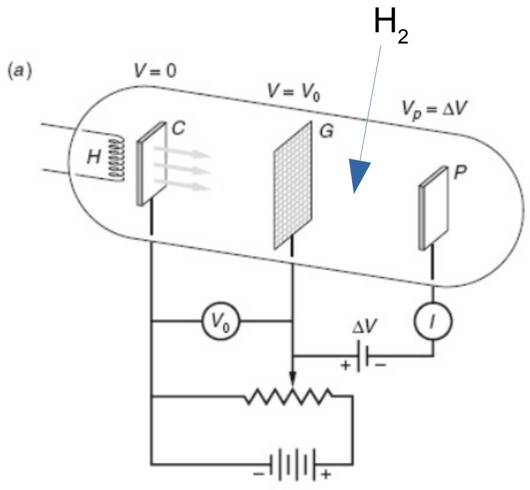
- Os **elétrons acelerados** pelo potencial V_0 que **colidem com elétrons dos átomos de um meio em vapor** e não podem transferir energia para esses elétrons, a menos que tenham adquirido uma energia cinética $eV_0 = E_2 - E_1$, já que o elétron do hidrogênio, de acordo com o modelo de Bohr, **não pode ocupar estados com energias intermediárias**.
- Assim, qualquer colisão entre um elétron incidente com uma **energia menor** que $E_2 - E_1$ e um elétron do hidrogênio deve ser **elástica**: a energia cinética do elétron incidente continua a mesma após a colisão e, portanto, o elétron **pode vencer o potencial** ΔV e contribuir para a corrente I.



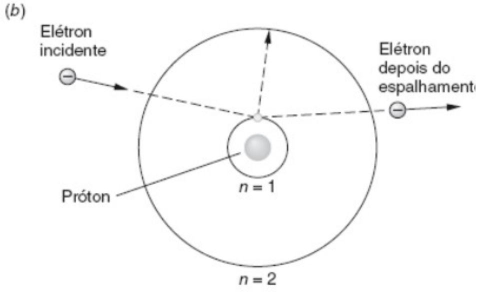
O experimento de Franck-Hertz

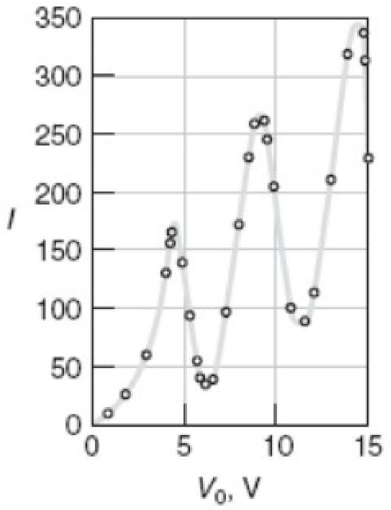
Evidências da quantização da energia

- Se, por outro lado, $eV_0 \geq E_2 - E_1$, o elétron incidente pode transferir $E_2 - E_1$ para o elétron do átomo, que se encontra no estado fundamental, colocando-o no primeiro estado excitado. Com isso, **a energia do elétron incidente sofre uma redução** o espalhamento é, portanto, do tipo **inelástico**. Com energia **insuficiente para vencer** o pequeno potencial negativo ΔV, os elétrons incidentes deixam de contribuir para a corrente de placa I, que sofre uma redução.



Tipler

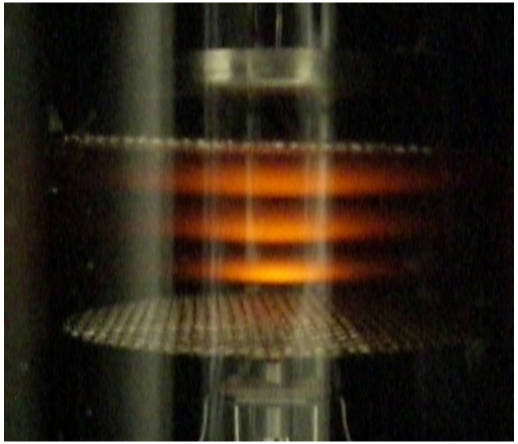




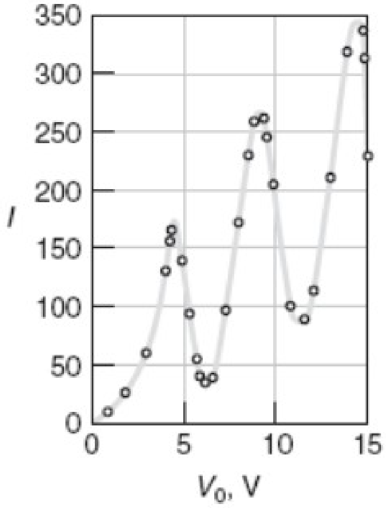
O experimento de Franck-Hertz

Evidências da quantização da energia

- Se, por outro lado, $eV_0 \geq E_2 - E_1$, o elétron incidente pode transferir $E_2 - E_1$ para o elétron do átomo, que se encontra no estado fundamental, colocando-o no primeiro estado excitado. Com isso, **a energia do elétron incidente sofre uma redução** o espalhamento é, portanto, do tipo **inelástico**. Com energia **insuficiente para vencer** o pequeno potencial negativo ΔV, os elétrons incidentes deixam de contribuir para a corrente de placa I, que sofre uma redução.



Os elétrons promovidos para o nível mais alto decaem emitindo um fóton.



Consequência do postulado de Bohr

A relação com a função de onda de de Broglie

- O segundo postulado de Bohr impõem a quantização do momento angular:

$$\left.\begin{aligned} &\vec{L}=\vec{p}\times\vec{r} \\ &L=pr=mvr \\ &L=n\hbar \end{aligned}\right\} \quad r=\frac{n\hbar}{mv}=\frac{n\hbar}{m}\left(\frac{mr}{kZe^2}\right)^{1/2}$$

- Essa quantização tem uma consequência importante:

$$L=n\hbar \;\Rightarrow\; pr=n\hbar$$

$$\left(\frac{h}{\lambda}\right)r=n\hbar \qquad \left(\frac{h}{\lambda}\right)r=n\frac{h}{2\pi}$$

Consequência do postulado de Bohr

A relação com a função de onda de de Broglie

- O segundo postulado de Bohr impõem a quantização do momento angular:

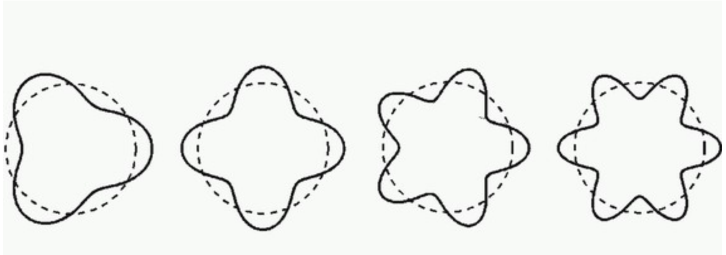
$$\left.\begin{array}{l} \vec{L}=\vec{p}\times\vec{r} \\ L=pr=mvr \\ \\ L=n\hbar \end{array}\right\} \quad r=\frac{n\hbar}{mv}=\frac{n\hbar}{m}\left(\frac{mr}{kZe^2}\right)^{1/2}$$

- Essa quantização tem uma consequência importante:

$$L=n\hbar \;\Rightarrow\; pr=n\hbar$$

As ondas dos elétrons formam condições estacionárias em cada órbita!

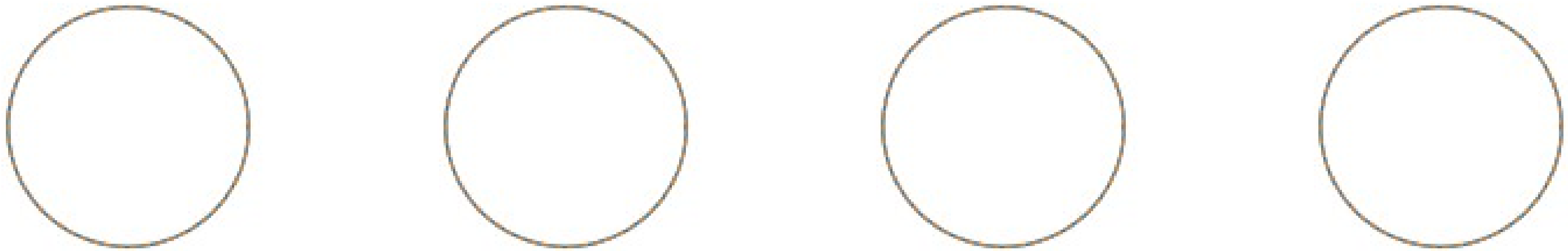
$$\left(\frac{h}{\lambda}\right)r=n\hbar \qquad \left(\frac{h}{\lambda}\right)r=n\frac{h}{2\pi} \quad \Rightarrow \quad \boxed{2\pi r=n\lambda}$$



n=3 n=4 n=5 n=6

Consequência do postulado de Bohr

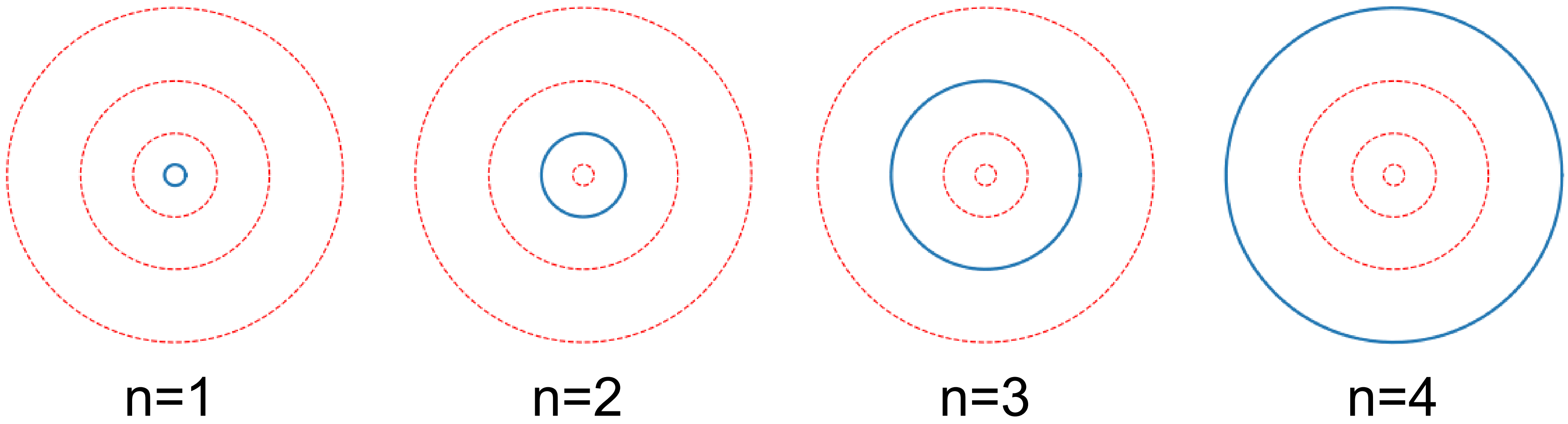
Ondas estacionárias



n=1 n=2 n=3 n=4

Consequência do postulado de Bohr

Ondas estacionárias



Regras de quantização

Evidências da quantização da energia

- Segundo **Wilson e Sommerfeld**, para qualquer sistema físico no qual as **coordenadas são funções periódicas do tempo**, existe uma **condição quântica para cada coordenada**. Estas condições quânticas são da forma:

$$\boxed{\oint p_q \, dq = n_q h}$$

- Onde q é uma das **coordenadas** e p_q é o **momento associado** a ela. n_q é o **número quântico** que toma apenas valores inteiros, e a **integral é tomada sobre um período** da coordenada q.

Regras de quantização

Exemplo: oscilador harmônico

$$E = K + V = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{kx^2}{2}$$

$$\frac{p_x^2}{2mE} + \frac{x^2}{2E/k} = 1 \quad (\text{ elipses })$$

$$\frac{u^2}{a^2} + \frac{v^2}{b^2} = 1 \quad (\text{ elipse com Área } \pi a b \text{ })$$
$$b = \sqrt{2mE} \quad \text{e} \quad a = \sqrt{2E/k}$$

$$\oint p_q dq = \pi a b = 2\pi E \sqrt{k/m}$$

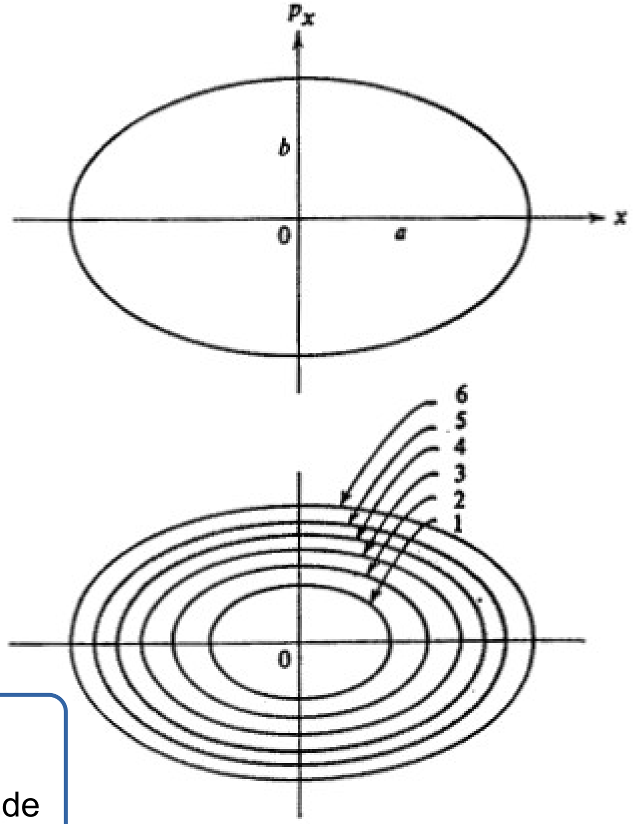
$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\text{ frequência natural de oscilação })$$

$$\oint p_q dq = E/\nu$$

$$\boxed{\oint p_q dq = n_q h}$$

Wilson-Sommerfeld

$E_n = n h \nu$	Energia de cada modo de oscilação
$E_{\Delta n} = \Delta n h \nu$	Energia do fóton emitido na transição de um modo de oscilação mais energético para um menos.



Eisberg

Resumo até aqui...

- A **física clássica** no início do século XX **falha** ao tentar explicar vários fenômenos
- Max Planck explica o espectro de emissão de **radiação de corpo negro** apenas após adotar a **quantização da energia**
- Einstein e Compton apresentam demonstrações do caráter **corpuscular da luz**
- de Broglie postula que as **partículas** também tem **caráter ondulatório**
- Rutherford demonstrou o **átomo nucleado**
- Niels Bohr apresenta um **modelo quantizado do átomo** de hidrogênio (sucesso na explicação da emissão atômica)

Críticas à antiga mecânica quântica...

- Algumas **críticas** à antiga teoria quântica:
  - A teoria só nos diz como tratar **sistemas que sejam periódicos** usando as **regras de quantização de Wilson-Sommerfeld**, mas há muitos sistemas físicos interessantes que não são periódicos
  - Embora a teoria nos diga como calcular a energia dos estados possíveis e a frequência do fóton emitido nas transições, **ela não dos diz como calcular a probabilidade de determinada transição ocorrer**
  - Quando aplicado à **átomos mais pesados** (mais elétrons) a **teoria não é bem sucedida**
- **Dadas essas críticas, veremos nas próximas aulas, a teoria mais geral desenvolvida por Erwin Schrödinger**