

# Lógica

## Aula 6

Renata Wassermann

`renata@ime.usp.br`

2020

## Resumo - regras

$$\frac{\phi \quad \psi}{\phi \wedge \psi} \wedge_i \quad \frac{\phi \wedge \psi}{\phi} \wedge_{e1} \quad \frac{\phi \wedge \psi}{\psi} \wedge_{e2} \quad \frac{\phi}{\phi \vee \psi} \vee_{i1} \quad \frac{\psi}{\phi \vee \psi} \vee_{i2}$$

$$\frac{\phi \vee \psi \quad \begin{array}{|c|} \hline \phi \\ \vdots \\ \xi \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline \psi \\ \vdots \\ \xi \\ \hline \end{array}}{\xi} \vee_e \quad \frac{\phi \quad \phi \rightarrow \psi}{\psi} \rightarrow_e \quad \frac{\begin{array}{|c|} \hline \phi \\ \vdots \\ \psi \\ \hline \end{array}}{\phi \rightarrow \psi} \rightarrow_i$$

$$\frac{\neg\neg\phi}{\phi} \neg\neg_e$$

$$\frac{\phi \quad \neg\phi}{\perp} \neg_e$$

$$\frac{\begin{array}{|c|} \hline \phi \\ \vdots \\ \perp \\ \hline \end{array}}{\neg\phi} \neg_i$$

$$\frac{\perp}{\phi} \perp_e$$

## Prova por contradição / Redução ao absurdo

$$\frac{\boxed{\begin{array}{c} \neg\phi \\ \vdots \\ \perp \end{array}}}{\phi} \text{RAA}$$

# Exemplos

- $p \rightarrow q, p \rightarrow \neg q \vdash \neg p$

## Exemplos

- $p \rightarrow q, p \rightarrow \neg q \vdash \neg p$
- $(p \wedge \neg q) \rightarrow r, \neg r, p \vdash q$  (“Se teve greve de ônibus e não havia táxi na estação, então João atrasou para a aula.”)

## Exercício 1

Use  $\neg$ ,  $\rightarrow$ ,  $\vee$  e  $\wedge$  para expressar as seguintes sentenças declarativas em lógica proposicional, em cada caso diga quais são os átomos proposicionais  $p$ ,  $q$ , etc. [Ex 1.1]

(a) Hoje vai chover ou fazer sol, mas não os dois.

## Exercício 1

Use  $\neg$ ,  $\rightarrow$ ,  $\vee$  e  $\wedge$  para expressar as seguintes sentenças declarativas em lógica proposicional, em cada caso diga quais são os átomos proposicionais  $p$ ,  $q$ , etc. [Ex 1.1]

- (a) Hoje vai chover ou fazer sol, mas não os dois.
- (b) Se ocorre uma requisição, então ela será eventualmente reconhecida, ou o processo não será mais capaz de continuar.

## Exercício 1

Use  $\neg$ ,  $\rightarrow$ ,  $\vee$  e  $\wedge$  para expressar as seguintes sentenças declarativas em lógica proposicional, em cada caso diga quais são os átomos proposicionais  $p$ ,  $q$ , etc. [Ex 1.1]

- (a) Hoje vai chover ou fazer sol, mas não os dois.
- (b) Se ocorre uma requisição, então ela será eventualmente reconhecida, ou o processo não será mais capaz de continuar.
- (c) Se Dick conheceu Jane ontem, então eles tomaram um café juntos ou eles deram um passeio no parque.



## Exercício 2

Nos seguintes exercícios desenhar a árvore associada e listar todas as sub-fórmulas da fórmula: [Ex1.3]

(a)  $\neg((\neg q \wedge (p \rightarrow r)) \wedge (r \rightarrow q))$  [1.(f)]

## Exercício 2

Nos seguintes exercícios desenhar a árvore associada e listar todas as sub-fórmulas da fórmula: [Ex1.3]

(a)  $\neg((\neg q \wedge (p \rightarrow r)) \wedge (r \rightarrow q))$  [1.(f)]

(b)  $p \rightarrow (\neg p \vee (\neg\neg q \rightarrow (p \wedge q)))$  [2.(a)]

## Exercício 3

Nos seguintes problemas, faça as deduções lógicas: [Ex 1.2]

(a)  $p \rightarrow q, r \rightarrow s \vdash p \vee r \rightarrow q \vee s$  [1.(I)]

## Exercício 3

Nos seguintes problemas, faça as deduções lógicas: [Ex 1.2]

(a)  $p \rightarrow q, r \rightarrow s \vdash p \vee r \rightarrow q \vee s$  [1.(l)]

(b)  $(p \vee (q \rightarrow p)) \wedge q \vdash p$  [1.(n)]

## Exercício 3

Nos seguintes problemas, faça as deduções lógicas: [Ex 1.2]

(a)  $p \rightarrow q, r \rightarrow s \vdash p \vee r \rightarrow q \vee s$  [1.(I)]

(b)  $(p \vee (q \rightarrow p)) \wedge q \vdash p$  [1.(n)]

(c)  $p \rightarrow (q \vee r), q \rightarrow s, r \rightarrow s \vdash p \rightarrow s$  [1.(x)]

## Exercício 3

Nos seguintes problemas, faça as deduções lógicas: [Ex 1.2]

(a)  $p \rightarrow q, r \rightarrow s \vdash p \vee r \rightarrow q \vee s$  [1.(l)]

(b)  $(p \vee (q \rightarrow p)) \wedge q \vdash p$  [1.(n)]

(c)  $p \rightarrow (q \vee r), q \rightarrow s, r \rightarrow s \vdash p \rightarrow s$  [1.(x)]

(d)  $\neg p \vee \neg q \vdash \neg(p \wedge q)$  [2.(b)]

## Exercício 3

Nos seguintes problemas, faça as deduções lógicas: [Ex 1.2]

(a)  $p \rightarrow q, r \rightarrow s \vdash p \vee r \rightarrow q \vee s$  [1.(l)]

(b)  $(p \vee (q \rightarrow p)) \wedge q \vdash p$  [1.(n)]

(c)  $p \rightarrow (q \vee r), q \rightarrow s, r \rightarrow s \vdash p \rightarrow s$  [1.(x)]

(d)  $\neg p \vee \neg q \vdash \neg(p \wedge q)$  [2.(b)]

(e)  $\vdash (p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow r)$  [3.(q)]