

PESQUISA OPERACIONAL I

Prof. Dr. José Vicente Caixeta Filho

Profa. Dra. Catarina Barbosa Careta

Depart. de Economia, Administração e Sociologia

ESALQ - Universidade de São Paulo

“Planejamento da propriedade agrícola”

FORMULAÇÃO GERAL

- Obter a maximização do lucro ou da receita;
- A partir da ocupação da área da propriedade por negócios agro-pastoris;
- Respeitando-se as disponibilidades de fatores de produção (a própria área, capital, trabalho, tecnologia, nível organizacional etc.).

DETALHANDO E EXEMPLIFICANDO:

Uma das aplicações mais clássicas de programação linear diz respeito ao planejamento agrícola, ou mais genericamente, planejamento agroindustrial. Basicamente, o tomador de decisão tem à sua disposição uma determinada área, uma certa disponibilidade de mão-de-obra e de capital, além de observar uma série de características tecnológicas e de capacidade organizacional. O seu objetivo principal diz respeito à maximização de lucro, a partir das opções de negócios (culturas agrícolas, plantéis de animais, papéis de investimento etc.) disponíveis.

Exercício 1:

O Governo Federal colocou 20 ha de terra desmatadas à disposição de produtores locais. Estimula-se que tal área seja utilizada para o plantio de soja e algodão. Calcula-se que há 1.200 homens-horas disponíveis durante o período de semeadura; e que são necessários 20 homens-horas por hectare de soja e 120 homens-horas por hectare de algodão. Oferece-se ainda uma linha máxima de crédito de \$ 6.000, dividida da seguinte forma: \$ 600 por hectare de soja e \$ 200 por hectare de algodão. Como organizar esta área de plantio se é sabido que as margens de lucro esperadas são \$ 50 por hectare de soja e \$ 25 por hectare de algodão?

- Objetivo:** Maximizar o lucro, em \$ (Z)
- Alternativas:** - produção de soja, em ha (x_1)
- produção de algodão, em ha (x_2)
- Restrições:** - área
- disponibilidade de mão-de-obra
- crédito

Estrutura matemática:

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= 50x_1 + 25x_2 \\ \text{sujeito a} \\ x_1 + x_2 &\leq 20 \\ 20x_1 + 120x_2 &\leq 1.200 \\ 600x_1 + 200x_2 &\leq 6.000 \end{aligned}$$

Solução ótima: $x_1 = 7,06$ ha, $x_2 = 8,82$ ha e $Z = \$ 573,53$

Exercício 2:

Um produtor comprou uma propriedade com 500 ha de pasto. Ele tem um capital de \$ 10.400 para gastar na compra de gado ovino ou bovino. Os preços de mercado, os lucros anuais estimados por animal e o número de hectares requeridos por animal são dados na tabela apresentada a seguir. Determine a melhor combinação de investimentos a ser perseguida.

Espécie de ovino	Preço de mercado	Hectares por animal	Lucro anual estimado
Carneiro Merino	\$ 7,00	1,0	\$ 12,00
Gado Hereford	\$ 100,00	3,0	\$ 40,00
Carneiro Romey	\$ 10,00	0,5	\$ 7,00

Objetivo: Maximização do lucro, em \$ (Z)

Alternativas: - área, em ha, com ovino Merino (x_1)
- área, em ha, com gado Hereford (x_2)
- área, em ha, com ovino Romey (x_3)

Restrições: - capital
- área

Estrutura matemática:

$$\text{Max } Z = 12x_1 + 40x_2 + 7x_3$$

sujeito a

$$7x_1 + 100x_2 + 10x_3 \leq 10.400$$

$$x_1 + 3x_2 + 0,5x_3 \leq 500$$

Solução ótima: $x_1 = 0$, $x_2 = 0$ e $x_3 = 1.000$ ha e $Z = \$ 7.000,00$

Exercício 3:

Uma família de fazendeiros possui 40 hectares de terra e tem US\$ 30.000,00 em fundos disponíveis para investimento. Seus membros podem produzir um total de 3.500 homens-horas de trabalho durante os meses de inverno (meados de setembro a meados de maio) e 4.000 homens-horas durante o verão. Se não forem necessários todos esses homens/hora, os membros mais jovens da família irão trabalhar numa fazenda vizinha, onde receberão US\$ 4,00/hora durante os meses de inverno e US\$ 4,50/hora durante o verão. A receita da fazenda pode ser obtida de três plantações e dois tipos de criação: vacas leiteiras e galinhas poedeiras. Para as plantações não são necessários quaisquer níveis de investimento.

Entretanto, para cada vaca será necessário um investimento de US\$ 900,00, e para cada galinha serão necessários US\$ 7,00. Para cada vaca será necessário 0,6 hectare de terra, 100 homens-horas de trabalho durante os meses de inverno e 50 homens-horas durante o verão. Cada vaca produzirá uma receita líquida anual de US\$ 800,00 para a família. Os dados correspondentes por galinha são: nenhum hectare, 0,6 homem-hora durante o inverno, 0,3 homem-hora durante o verão e uma receita líquida anual de US\$ 5,00. O galinheiro pode acomodar um máximo de 3.000 galinhas e o tamanho da fazenda limita o rebanho a um máximo de 32 vacas. Outras informações:

Cultura/Valores	Soja	Milho	Aveia
Homens-horas no inverno	50	87,5	25
Homens-horas no verão	125	187,5	100
Receita líquida anual (US\$)	937,5	1.375	625

A família deseja determinar quantos hectares deveriam ser plantados para cada uma das plantações e quantas vacas e quantas galinhas deveriam ser mantidas para maximizar sua receita líquida.

- Objetivo:** Maximizar o lucro, em US\$ (Z)
- Alternativas:**
- plantação de soja, em ha (x_1)
 - plantação de milho, em ha (x_2)
 - plantação de aveia, em ha (x_3)
 - número de vacas (x_4)
 - número de galinhas (x_5)
 - homens-hora alocados nos meses de inverno na fazenda vizinha (x_6)
 - homens-hora alocados nos meses de verão na fazenda vizinha (x_7)

- Restrições:**
- mão-de-obra no inverno
 - mão-de-obra no verão
 - área total de terra
 - investimentos iniciais para a criação de vacas e galinhas
 - número máximo de vacas e galinhas

Estrutura matemática:

$$\text{Max } Z = 937,5x_1 + 1375x_2 + 625x_3 + 800x_4 + 5x_5 + 4x_6 + 4,5x_7$$

sujeito a

$$\begin{array}{rcccccccc}
x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & 0,6x_4 & & & \leq & 40 \\
& & & & & & & 900x_4 & + & 7x_5 & \leq & 30.000 \\
50x_1 & + & 87,5x_2 & + & 25x_3 & + & 100x_4 & + & 0,6x_5 & & + & x_6 & = & 3.500 \\
125x_1 & + & 187,5x_2 & + & 100x_3 & + & 50x_4 & + & 0,3x_5 & & & + & x_7 & = & 4.000 \\
& & & & & & x_4 & & & & & & & \leq & 32 \\
& & & & & & & x_5 & & & & & & \leq & 3.000
\end{array}$$

Solução ótima: $x_1 = 22,5$ ha, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$, $x_4 = 5,75$, $x_5 = 3.000$, $x_6 = 0$, $x_7 = 0$ e $Z = \text{US\$ } 40.693,75$

Exercício 4:

Um determinado produtor deseja saber qual seria a melhor alocação de suas terras, de tal forma que seu lucro seja máximo. Sabe-se que suas terras estão divididas em três lotes, sendo 500, 800 e 700 hectares as suas respectivas áreas. Sabe-se também que as possíveis culturas a serem implantadas seriam tomate, feijão e arroz, que oferecem lucros unitários (\$/ha) de 600, 450 e 300; e que as terras não comportam mais que 900 ha de tomate, 700 ha de feijão e 1000 ha de arroz. Deve também ser considerado que quaisquer das três culturas podem ser implantadas em quaisquer lotes; que pelo menos 60% de cada lote seja utilizado; e que as proporções plantadas de uma mesma cultura em cada um dos lotes sejam as mesmas.

Contratado um profissional de Pesquisa Operacional, este forneceu uma solução ótima para o problema que previu a seguinte distribuição de áreas para as culturas:

- tomate: 225 ha no lote 1; 360 ha no lote 2; 315 ha no lote 3.
- feijão: 175 ha no lote 1; 280 ha no lote 2; 245 ha no lote 3.
- arroz: 100 ha no lote 1; 160 ha no lote 2; 140 ha no lote 3.

Pede-se verificar a viabilidade dessa solução em modelo de programação linear que você formularia para resolver o problema.

Objetivo: Maximização do lucro, em \$ (Z)

Alternativas: - x_{ij} , ou seja, plantar quantos ha no lote i (1, 2 e 3) da cultura j (tomate, feijão e arroz)

Restrições:

- área máxima dos lotes
- capacidade máxima da terra para cada cultura
- área mínima utilizada de cada lote
- proporção plantada de uma mesma cultura em cada um dos lotes

Estrutura matemática:

$$\text{Max } Z = 600x_{1t} + 450x_{1f} + 300x_{1a} + 600x_{2t} + 450x_{2f} + 300x_{2a} + 600x_{3t} + 450x_{3f} + 300x_{3a} \quad (0)$$

sujeito a

$$x_{1t} + x_{2t} + x_{3t} \leq 900 \quad (1)$$

$$x_{1f} + x_{2f} + x_{3f} \leq 700 \quad (2)$$

$$x_{1a} + x_{2a} + x_{3a} \leq 1000 \quad (3)$$

$$x_{1t} + x_{1f} + x_{1a} \geq 300 \quad (4)$$

$$x_{2t} + x_{2f} + x_{2a} \geq 480 \quad (5)$$

$$x_{3t} + x_{3f} + x_{3a} \geq 420 \quad (6)$$

$$x_{1t} + x_{1f} + x_{1a} \leq 500 \quad (7)$$

$$x_{2t} + x_{2f} + x_{2a} \leq 800 \quad (8)$$

$$x_{3t} + x_{3f} + x_{3a} \leq 700 \quad (9)$$

Objetivo: Maximização do lucro, em \$ (Z)

Alternativas: - x_{ij} , ou seja, plantar no lote i (1, 2 e 3) a cultura j (tomate, feijão e arroz)

Restrições: - área máxima dos lotes

- capacidade máxima da terra para cada cultura

- área mínima utilizada de cada lote

- proporção plantada de uma mesma cultura em cada um dos lotes

Estrutura matemática (cont.): **restrições de proporcionalidade**

Tomate: $x_{1t}/500 = x_{2t}/800 = x_{3t}/700$

Feijão: $x_{1f}/500 = x_{2f}/800 = x_{3f}/700$

Arroz: $x_{1a}/500 = x_{2a}/800 = x_{3a}/700$

(bastam duas de três identidades, para cada produto)

Portanto, tem-se:

$$800x_{1t} - 500x_{2t} = 0 \quad (10)$$

$$700x_{1t} - 500x_{3t} = 0 \quad (11)$$

$$800x_{1f} - 500x_{2f} = 0 \quad (12)$$

$$700x_{1f} - 500x_{3f} = 0 \quad (13)$$

$$800x_{1a} - 500x_{2a} = 0 \quad (14)$$

$$700x_{1a} - 500x_{3a} = 0 \quad (15)$$

A distribuição de áreas sugeridas para as culturas (tomate: 225 ha no lote 1; 360 ha no lote 2; 315 ha no lote 3; feijão: 175 ha no lote 1; 280 ha no lote 2; 245 ha no lote 3; arroz: 100 ha no lote 1; 160 ha no lote 2; 140 ha no lote 3) é viável (por sinal, é a ótima) porque respeita todas as restrições do problema (basta substituir essas recomendações na estrutura matemática do modelo para comprovar; ou mesmo rodar o modelo matemático para comparar com a solução ótima obtida). O lucro associado a essa distribuição de áreas é igual a \$ 975.000.

VANTAGENS TEÓRICAS DO MODELO MATEMÁTICO DE OTIMIZAÇÃO

- Garantia da solução ótima
- Pode ser resolvido a partir de análise de cenários e de análise de sensibilidade dos dados
- Demanda menor esforço de coleta de dados para representar os processos modelados
- Maior facilidade na representação de processos ainda não existentes

VANTAGEM PRÁTICA DO MODELO MATEMÁTICO DE OTIMIZAÇÃO

Possibilidade de integração com modelos associados a áreas distintas, tais como:

- Planejamento de escolha de áreas de plantio
- Planejamento colheita e da movimentação da frentes de corte
- Planejamento do plano diretor viário
- Planejamento dos fluxos de entrega de matéria-prima às indústrias
- Dimensionamento das demandas por maquinaria de corte, carregamento e transporte

MÁXIMAS (OU MÍNIMAS...) DA MODELAGEM:

- modelos serão sempre *FERRAMENTAS* para *AUXILIAR* tomadas de decisões...
- há uma série de problemas – *SIMPLES* – à espera de soluções e, eventualmente, com o auxílio de modelos *SIMPLES*...
- desconfie de *caixas pretas*...
- não há *receita de bolo*...
- *garbage in, garbage out*...

ARTIGOS DESENVOLVIDOS NA ESALQ/USP, ATRAVÉS DO GRUPO



<http://esalqlog.esalq.usp.br/categoria/artigos>

Referência

CAIXETA-FILHO, J. V. Pesquisa operacional: técnicas de otimização aplicadas a sistemas agroindustriais. São Paulo: Atlas, 2015.