

1. LISTA 6 - EXTRA CLASSE.

1) Verificar que os resultados dos exercícios da LISTA 5 - CLASSE continuam verdadeiros quando trocamos a convergência em probabilidade para convergência quase certa e Lei fraca dos grandes números pela Lei forte dos grandes números.

2) Refazer os exercícios da LISTA 5 - EXTRA CLASSE trocando a convergência em probabilidade pela convergência quase certa e Lei fraca dos grandes números pela Lei forte dos grandes números.

3) Seja $(X_n)_{n \geq 1}$ uma sequência de variáveis aleatórias independentes tais que X_{2n-1} tem distribuição uniforme no intervalo $(0, 1)$ e X_{2n} tem distribuição uniforme no intervalo $(0, 2)$. Considere a sequência $(S_n)_{n \geq 1}$ definida por $S_n = \sum_{i=1}^n X_i$. Prove que $\frac{S_n}{n}$ converge em probabilidade. Qual o limite?

4) Seja $(X_n)_{n \geq 1}$ uma sequência de variáveis aleatórias independentes com

$$P(X_n = 1) = P(X_n = 3) = \frac{1}{n^2} \quad e \quad P(X_n = 2) = 1 - \frac{2}{n^2}.$$

A) Prove que X_n converge em probabilidade. Qual o limite?

B) Prove que X_n converge quase certamente.

C) Considere $\bar{X}_n = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$. \bar{X}_n converge em probabilidade? Se convergir, qual o limite?

Email address: bueno@ime.usp.br

DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA, INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA, UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, CAIXA POSTAL 66281, CEP 05311-970, SÃO PAULO, BRAZIL