

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
Instituto de Geociências e Ciências Exatas  
*Campus de Rio Claro*

**MATEMÁTICA FINANCEIRA – UM ENFOQUE DA**  
**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA**  
**DE ENSINO E APRENDIZAGEM**

**Paulo Henrique Herminio**

**Orientadora: Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic**

Rio Claro (SP)  
2008

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
Instituto de Geociências e Ciências Exatas  
*Campus de Rio Claro*

**MATEMÁTICA FINANCEIRA – UM ENFOQUE DA**  
**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA**  
**DE ENSINO E APRENDIZAGEM**

**Paulo Henrique Herminio**

**Orientadora: Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic**

Dissertação de Mestrado elaborada junto ao Programa de Pós-Graduação em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - Área de ensino e aprendizagem da Matemática e seus fundamentos filosófico-científicos - para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Rio Claro (SP)  
2008

**COMISSÃO EXAMINADORA**

---

Prof. Dr. Geraldo Perez

---

Profa. Dra. Norma Suely Gomes Allevato

---

Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic

Rio Claro, Dezembro de 2008.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus. Parece costumeiro, mas faço um agradecimento sincero Àquele que nos deu o dom da vida e nos tem abençoado com toda sorte de bênçãos. A Ele seja a Honra, a Glória e o Domínio pelos séculos dos séculos.

Agradeço a minha esposa, Maria Helena. Aquela que me manteve animado nos momentos difíceis e compreendeu os meus horários. Aquela que me escolheu e me faz feliz. Aquela que me transforma em alguém melhor a cada dia. TE AMO.

Agradeço a meu pai, Marcos e a minha mãe, Abigail. Eles foram sempre os maiores incentivadores que tive durante toda minha vida e jamais terei como agradecer tudo que fizeram e ainda fazem por mim. Obrigado pelo cuidado e pelo exemplo que dão a cada dia.

Agradeço às minhas irmãs Silvia e Ana Beatriz. Silvia que, mesmo de longe, se alegra com as minhas conquistas e Ana que, de perto, tem acompanhado apoiado toda minha caminhada.

Agradeço a toda minha família. Família que aumentou quando me casei e que tem me cercado de muito amor. Não posso citar nomes, porque poderei ser injusto ao deixar alguém de fora.

Agradeço aos meus queridos alunos. Todos aqueles que participaram desse trabalho. Eles foram fantásticos.

Agradeço aos meus amigos. Tenho amigos confiáveis, graças a Deus, e eles estão sempre guardados em meu coração.

Agradeço a UNESP. Um lugar em que ganhei experiência e aprendi muitas coisas boas.

Agradeço aos meus professores. Aqueles que, com brilhantismo, me apontaram um caminho e me ajudaram a trilhá-lo.

Agradeço a minha querida orientadora, Dna. Lourdes. Não teria sido tão bom se não fosse por ela. Posso resumi-la em uma ação: Tomar pela mão. Muitas vezes foi isso que aconteceu. Não tenho como agradecer.

Agradeço à Banca Examinadora, que com muito cuidado e dedicação fez deste professor um pesquisador melhor.

## **RESUMO**

Esta pesquisa é fruto de algumas muitas indagações sobre a Matemática Financeira ensinada na escola e dentre as quais destacamos: (1) Será que os alunos gostariam de adquirir conhecimentos sobre Matemática Financeira? (2) Como os professores abordam esse tema de estudo? Qual é a relevância desse trabalho para os alunos de acordo com a visão docente? Na pesquisa que se apresenta, fizemos um estudo introdutório sobre o início das relações comerciais e financeiras em nossa humanidade e procuramos abordar alguns aspectos sobre a história dessas relações em nosso país. Analisamos a maneira como os livros didáticos de Matemática traziam e trazem o conteúdo de Matemática Financeira no contexto da Matemática escolar, assim como a opinião dos professores com relação a esse conteúdo. Criamos um Projeto de Ensino que foi trabalhado através da Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas, voltado para o trabalho com alunos em uma sala de aula de Ensino Médio, de forma investigativa e construtiva, sobre os conceitos de Matemática Financeira. Buscamos, através da aplicação desse projeto em sala de aula, tratar das reflexões sociais que envolvem os conceitos de Matemática Financeira. A Metodologia de pesquisa adotada foi a Metodologia de Romberg.

**Palavras-Chave:** Matemática Financeira. Resolução de Problemas. Educação Matemática.

### **ABSTRACT**

This research is fruit of some inquiries on the Financial Mathematics taught at school and among which we highlighted: (1) Would the students like to acquire knowledge on Financial Mathematics? (2) How do the teachers approach that study theme? Which is the relevance of that work for the students in agreement with the educational vision? In the research that comes, we made an introductory study on the beginning of the commercial and financial relationships in our humanity and we tried to approach some aspects on the history of those relationships in our country. We analyzed the way as the text books of Mathematics brought and bring the content of Financial Mathematics in the context of the school Mathematics, as well as the teachers' opinion regarding that content. We created a Project of Teaching that was worked through the Methodology of Teaching-Learning Mathematics through the Problem Solving, returned for the work with students in a High School classroom, in a investigative and constructive form, on the concepts of Financial Mathematics. We looked for, through the application of that project in classroom, to treat of the social reflections that involve the concepts of Financial Mathematics. The Methodology of adopted research was the Methodology of Romberg.

**Key Words:** Financial Mathematics. Problem Solving. Mathematics Education.

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
<b>CAPÍTULO 1 – Metodologia de Pesquisa.....</b>	<b>6</b>
1.1) Metodologia de Romberg.....	7
1.1.1) A Educação Matemática como um Campo de Estudo.....	8
1.1.2) As atividades dos pesquisadores.....	9
1.1.3) Métodos usados pelos pesquisadores.....	12
<b>CAPÍTULO 2 – De minha trajetória, estudiantil e docente, ao Problema da Pesquisa.....</b>	<b>15</b>
2.1) Minha Trajetória Pessoal.....	16
2.2) Fenômeno de Interesse.....	18
2.3) Modelo Preliminar.....	19
2.4) Relacionando com idéias de outros.....	21
2.4.1) Introdução histórica da Matemática Financeira.....	22
2.4.1.1) Origem das Relações Comerciais.....	24
2.4.1.1.1) Na Humanidade.....	24
2.4.1.1.2) No Brasil.....	26
2.4.1.2) Origem dos Bancos e Atividades bancárias.....	28
2.4.1.2.1) O primeiro banco do Brasil.....	29
2.4.1.3) Origem das Moedas.....	30
2.4.2) Abordagem dos Livros Didáticos.....	31
2.4.2.1) O que diz a LDB?.....	31
2.4.2.2) Proposta Curricular Oficial para o Ensino de Matemática do Estado de São Paulo.....	33
2.4.2.2.1) A PCESP e a Matemática Financeira.....	37
2.4.2.3) O que trazem os Livros Didáticos?.....	40
2.4.2.4) Conceitos Prévios ou Pré-Requisitos.....	45
2.4.3) Falando sobre Matemática Financeira e Cidadania.....	45
2.4.4) Educação Matemática Crítica.....	47
2.4.5) Formação do Cidadão enquanto Aluno.....	50
2.4.5.1) Refletindo sobre a Sociedade.....	51
2.4.6) Resolução de Problemas como Metodologia de Ensino-Aprendizagem.....	56
2.4.6.1) A Metodologia de ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas.....	58
2.5) Modelo Preliminar Modificado.....	62
2.6) Identificação da Pergunta Diretriz ou da Conjectura.....	63
<b>CAPÍTULO 3 – Estratégias e Procedimentos de Pesquisa.....</b>	<b>64</b>
3.1) Estratégia Geral: Criar uma Proposta de Ensino de Matemática Financeira para ser aplicada no Ensino Médio.....	65
3.1.1) Estratégias Auxiliares.....	65
3.2) Procedimento Geral: A criação da Proposta de Ensino de Matemática Financeira a ser aplicada no Ensino Médio.....	67
3.2.1) Procedimentos Auxiliares.....	67

<b>CAPÍTULO 4 – Procedimentos em Ação.....</b>	<b>71</b>
4.1) <i>Procedimentos Auxiliares em Ação.....</i>	72
4.1.1) <i>Procedimento Aux<sub>1</sub> em Ação.....</i>	72
4.1.2) <i>Procedimento Aux<sub>2</sub> em Ação.....</i>	74
4.1.3) <i>Procedimento Aux<sub>3</sub> em Ação.....</i>	114
4.1.3.1) <i>Roteiro de Atividades.....</i>	116
4.1.4) <i>Procedimento Aux<sub>4</sub> em Ação.....</i>	124
4.1.5) <i>Procedimento Aux<sub>5</sub> em Ação.....</i>	145
4.1.6) <i>Procedimento Aux<sub>6</sub> em Ação.....</i>	151
4.1.6.1) <i>Primeira Parte do Projeto.....</i>	153
4.1.6.2) <i>Segunda Parte do Projeto.....</i>	170
<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>210</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>220</b>
<b>BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR.....</b>	<b>226</b>
<b>ANEXOS.....</b>	<b>229</b>



## **INTRODUÇÃO**

Esta pesquisa é fruto de muitas reflexões sobre o tema Matemática Financeira e sobre a forma como esse tema está envolvido na vida das pessoas.

Pensando nisso e, com base em nossa experiência pessoal e profissional, começamos a refletir se, possivelmente, seria necessário trabalhar com um enfoque diferenciado sobre o conteúdo Matemática Financeira presente no decorrer do Ensino Médio.

Temos, por objetivo, neste trabalho, investigar e construir os conceitos pertinentes à Matemática Financeira, fazendo uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através de Resolução de Problemas, pois acreditamos que esse enfoque poderá proporcionar aos alunos uma visão mais crítica sobre esse tópico em suas relações com nossa sociedade e lhes oferecer uma capacidade de entender e de fazer valer seus direitos e deveres enquanto cidadãos pertencentes a um meio social capitalista.

Almeida (2004) fez uma pesquisa referindo-se à investigação acerca da abordagem de alguns conteúdos de Matemática Financeira, no primeiro ano do Ensino Médio, em uma escola pública estadual. O estudo faz reflexões acerca da sua prática de sala de aula como professora-pesquisadora. Além disso, as relações de poder, presentes ao longo do desenvolvimento do estudo de campo, possibilitaram reflexões sobre a dinâmica da sala de aula de Matemática.

Feijó (2007) fez um trabalho que tem por objetivo investigar a utilização da planilha Excel e de saber como ela pode promover condições necessárias para que os alunos consigam melhorar o entendimento de conceitos da disciplina Matemática Financeira, em relação ao ensino tradicional realizado com as calculadoras financeiras e as tabelas de coeficientes. Fatores como conhecimentos prévios dos alunos, aprendizagem, motivação, interesse, conteúdos e desempenho com a utilização dos dois recursos utilizados foram levantados e confrontados quantitativamente e qualitativamente. A investigação foi feita em três turmas de um curso noturno de Ciências Contábeis de uma Faculdade de Porto Alegre.

Milan (2004) observa, em sua pesquisa, que o avanço tecnológico faz com que a geração "Nintendo" inicie seu ingresso no mercado de trabalho. Sendo assim, é necessário que se pense em um sistema de educação que incorpore a tecnologia e a

informática em atividades escolares, para enfrentar e atender a rapidez e a agilidade que o trabalho requer. O propósito de sua pesquisa é o de analisar casos e situações práticas referentes ao reconhecimento de qual seria a melhor alternativa a ser utilizada, quando for preciso tomar decisões. Para isso, seria conveniente fazer uso de processos metodológicos que envolvem o uso de planilha eletrônica e o de recursos de software convencionais nos meios financeiros, visando a encontrar soluções rápidas.

Nossa pesquisa, em conjunto com essas citadas, vem colaborar com o tema Matemática Financeira. Porém, é diferente delas, já que os conceitos foram construídos com os alunos, em sala de aula, usando, como dinâmica, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas.

A metodologia de pesquisa, por nós adotada, foi a Metodologia de Romberg. Nela tivemos a oportunidade de criar um Projeto de Ensino, aplicá-lo em sala de aula do Ensino Médio e analisar como se deram as resoluções dos alunos.

No capítulo 1, explicitamos nossa Metodologia de Pesquisa, pois acreditamos que a estrutura de um trabalho deve seguir uma determinada metodologia. Essa metodologia é apresentada por Thomas A. Romberg, no artigo publicado, em 1992, no capítulo 3, do *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, sob o título *Perspectives on Scholarship and Research Methods* (Perspectivas sobre Educação e Métodos de Pesquisa), onde são apresentados três temas: ver a Educação Matemática como um campo de estudo; as atividades que os pesquisadores podem seguir durante esse trabalhos de pesquisa; e desenvolvimento dos métodos utilizados pelos pesquisadores. Definimos nossa pesquisa como Pesquisa-Ação, já que imaginamos os alunos envolvidos nesse trabalho em sala de aula, num esquema de “dizer” e “fazer”, durante o processo da resolução de problemas.

No capítulo 2 mostramos como se deu a identificação do problema desta pesquisa. Iniciamos com a trajetória pessoal do pesquisador, já que o problema em questão está relacionado diretamente à sua vida escolar e acadêmica. Criamos, dentro da Metodologia de Romberg, um modelo preliminar para o desenvolvimento do trabalho. Depois, relacionamos com idéias de outros os temas subjacentes à nossas idéias de pesquisa: Matemática Financeira; Resolução de Problemas; Questões escolares, profissionais e sociais adequadas à pesquisa. Para isso, fizemos um estudo sobre como se iniciaram as relações comerciais e financeiras na humanidade, falando um pouco sobre a história das relações comerciais e financeiras em nosso país.

Ainda, nesse capítulo, seguimos buscando uma visão de educação, apresentada em documentos oficiais como a Lei de Diretrizes e Bases-LDB; os Parâmetros Curriculares Nacionais-PCNs; e a Proposta Curricular do Estado de São Paulo-PCESP, sobre a educação matemática na Educação Básica, principalmente com o olhar voltado para a Matemática Financeira. Vimos que esses documentos indicam um caminho de trabalho, em Matemática, voltado para a formação completa do aluno, incluindo situações que ele poderá vivenciar fora do ambiente escolar. A formação do aluno, para ser um cidadão atuante na sociedade em que vive, é um dos pontos fortes dos documentos analisados por nós.

Além disso, fizemos uma análise de nove obras didáticas de Matemática, já que consideramos o livro didático como uma ferramenta de grande utilidade para a maioria dos professores. Nesse capítulo abordamos temas como a Cidadania envolvida na Educação Matemática e a Educação Matemática Crítica, buscando refletir sobre como os conceitos de Matemática Financeira estão inseridos na sociedade em que vivemos.

Outro aspecto que definimos, ainda no capítulo 2, foi a maneira como iríamos trabalhar em sala de aula, isto é, fazer uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas.

As análises, feitas sobre as investigações consultadas, promoveram uma mudança em nosso modelo preliminar, levando-nos à construção de um Modelo Modificado.

Após todo esse estudo, determinamos nossa pergunta de pesquisa que é o problema da pesquisa: *“Que reflexões sociais os professores podem levar seus alunos a fazer quando se faz um estudo introdutório de Matemática Financeira através da Resolução de Problemas?”*.

Para o capítulo 3, selecionamos uma estratégia geral para resolver esse problema, de modo que a coleta de evidências fosse feita de maneira coerente e objetiva. Inicialmente estabelecemos uma estratégia geral e uma coleção de estratégias que chamamos de auxiliares, responsáveis pela resolução completa de nosso problema. Num outro passo, selecionamos os procedimentos que dizem como realizar cada uma das estratégias selecionadas. Todas essas estratégias selecionadas estavam relacionadas às variáveis encontradas no Modelo Modificado. Tanto as estratégias quanto os procedimentos foram discutidos e apresentados nesse capítulo. Tivemos, como estratégia geral, *“Criar uma Proposta de Ensino de Matemática Financeira para ser aplicada no Ensino Médio”* e, como procedimento geral correspondente a esta

estratégia, tivemos *“A criação da Proposta de Ensino de Matemática Financeira a ser aplicada no Ensino Médio”*.

No capítulo 4, descrevemos a maneira como seria posto em ação o Procedimento Geral selecionado e, para que esse procedimento pudesse ser atendido, caminhamos através de alguns procedimentos auxiliares. Neste capítulo, cada um deles foi trabalhado até que se pudesse atingir o objetivo maior pretendido.

Entrevistamos, através de questionários, professores, docentes universitários, pais de alunos, alunos e diretores de escolas com o objetivo de entender a maneira como eles vêem os conceitos da Matemática Financeira em sua prática docente e tentamos conhecer suas opiniões sobre a importância desse conhecimento para a vida das pessoas.

Em nossa visão, o ensino de Matemática Financeira é de extrema importância quando se objetiva à formação de alunos críticos e capazes de reconhecer as relações comerciais existentes em nosso dia-a-dia, já que se faz sempre necessário aprender a lidar com dinheiro em suas diferentes formas. Para isso, foi criado, nesse capítulo, um Projeto de Ensino a ser aplicado em sala de aula, tendo como foco construir conceitos de Matemática Financeira através da resolução de problemas. Além disso, fazer com que, ao longo dessas resoluções, pudessem, professor-pesquisador e alunos, refletirem sobre a presença desses conceitos na sociedade em que vivemos.

Por isso, optamos em trabalhar conteúdos de Matemática Financeira por considerá-la um conhecimento matemático importante, que faz uso de quase toda Matemática já trabalhada com esses alunos, e muito importante para o exercício da cidadania. Esse trabalho foi feito com alunos do Segundo Ano do Ensino Médio, buscando suas opiniões e suas idéias por meio de conversas, atividades e resolução de problemas.

Os alunos participaram diretamente dos trabalhos envolvendo resolução de problemas e foram muito ativos e participativos no que diz respeito às várias colocações sobre a maneira de ver a Matemática Financeira envolvida em seu cotidiano. O objetivo do trabalho que realizamos, através da resolução de problemas, foi o de ensinar Matemática Financeira aos alunos mas, também, de dar-lhes oportunidade para serem co-construtores de seu próprio conhecimento, além da possibilidade de abordar questões sociais, políticas, éticas, de direitos e deveres.

Por acreditarmos, de fato, na necessidade de se criar uma proposta de ensino-aprendizagem sobre esse tópico, de maneira mais adequada, buscamos entender os problemas do cotidiano, para que possa haver uma melhor compreensão desse conteúdo

e, com isso, colaborar para uma melhor formação dos alunos como seres atuantes no meio social.

Além disso, pudemos discutir, com os alunos, sobre a importância de se conhecer e de apreender os conceitos que envolvem esse tópico de Matemática em suas vidas, já que, nosso objetivo principal sempre foi o de ensinar Matemática Financeira para os alunos, acreditando que eles poderiam entender melhor as relações comerciais envolvidas em seu dia-a-dia, se conhecessem com compreensão e significado os conteúdos que envolvem esse tópico.

Dessa forma, ao final desta pesquisa, apresentamos, a professores que se disponham a trabalhar sobre esse tópico, uma Proposta de Ensino de Matemática Financeira, que objetiva construir, com os alunos, utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas, um ambiente onde questões sociais podem ser levantadas e discutidas. Essa Proposta de Ensino está pautada em estudos, pesquisas e opiniões de variadas pessoas ligadas diretamente com o trabalho de sala de aula.

# **CAPÍTULO 1 – METODOLOGIA DE PESQUISA**

## **CAPITULO 1 – Metodologia de Pesquisa**

### **Considerações Iniciais**

Para garantir a qualidade e a confiabilidade de uma pesquisa é necessário um método. Não existe, porém, uma única metodologia de pesquisa correta ou aplicável para todo e qualquer tipo de trabalho. O que determina qual será a metodologia de pesquisa adotada é o tipo de estudo e o objetivo desse trabalho.

A metodologia de uma pesquisa é um conjunto de métodos ou caminhos. Neste capítulo se estabelece o modo, o meio e o material de pesquisa que devem ser adequados ao problema e aos objetivos propostos. A utilização de uma adequada metodologia se justifica, pois a credibilidade da pesquisa transparece no método.

Toda estrutura de um trabalho deve estar pautada numa metodologia de pesquisa. A metodologia de pesquisa utilizada neste trabalho foi baseada naquela apresentada por Thomas A. Romberg no artigo publicado, em 1992, no capítulo 3, do *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, com o título *Perspectives on Scholarship and Research Methods* (Perspectivas sobre Educação e Métodos de Pesquisa).

A principal razão porque a Pesquisa em Educação é uma área tão excitante, é que Educação não é em si mesma uma disciplina. De fato, Educação é um campo de estudos, um local que contém fenômenos, eventos, instituições, problemas, pessoas e processos que, por si mesmos, constituem a matéria prima para investigações de muitos tipos. (SHULMAN, 1988, p.5, apud ROMBERG, 1992, p.49).

### **1.1) Metodologia de Romberg**

Em seu artigo, Romberg (1992) procura mostrar a importância da pesquisa em Educação Matemática, situando-a como parte do conhecimento científico atual. Romberg diz que pretende identificar, nas ciências sociais, as amplas tendências de pesquisa que estão relacionadas ao estudo do ensino e da aprendizagem nos cenários escolares e determinar como estas tendências têm influenciado o estudo de Matemática nas escolas. Além disso, ele descreve a Educação Matemática como um campo de estudos; esboça as atividades dos pesquisadores; e resume a variedade de métodos usados por esses pesquisadores, visando entender a base dessas tendências.

### 1.1.1) A Educação Matemática como Campo de Estudo

De acordo com Romberg, o termo pesquisa refere-se a processos, a coisas que se faz, não a objetos que se pode tocar e ver. Pesquisa não deve ser vista como algo mecânico ou como um conjunto de atividades que os indivíduos seguem de maneira prescrita ou predeterminada. As atividades envolvidas na realização de uma pesquisa reúnem mais características de uma arte do que de uma disciplina puramente técnica e, como em todas as artes, há consenso sobre que procedimentos devem ser seguidos e o que é considerado um trabalho aceitável.

A Educação Matemática é um campo de estudo, pois, como disse Shulman, em 1988, a escola é complexa e, assim, as perspectivas e os procedimentos de investigação dos pesquisadores, sobre muitas disciplinas, têm sido usados para investigar as questões levantadas e inerentes aos processos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática nas escolas.

Esse artigo traz um diagrama de E. G. Begle, que ilustra a inter-relação dos componentes no processo de escolarização e a necessidade de múltiplas perspectivas e múltiplos procedimentos. Esse diagrama (reproduzido abaixo – figura 1.1.1) mostra que a escola está inserida num contexto social; o currículo de Matemática envolve um subconjunto da Matemática; e o ensino é levado adiante por um professor com um grupo de alunos em uma sala de aula, dentro de uma escola, ao longo de um período. Ou seja, os professores atuando na escola, os alunos fazendo parte dessa escola, a disciplina de Matemática a ser nela trabalhada e tudo isso objetivando preparar o aluno para que, ao sair da escola, seja capaz de atuar bem na sociedade em que está inserido.

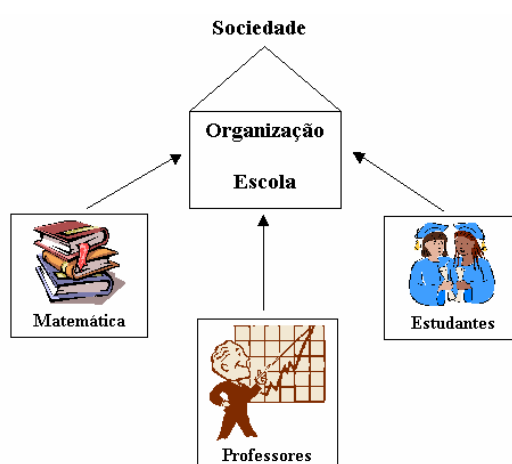


Figura 1.1.1 – Relações entre sociedade, matemática, estudantes, professores e escola.



Ainda, segundo Romberg (1992), esse diagrama (figura 1.1.1) foi desenvolvido com o objetivo de relacionar o ensino de Matemática com o desenvolvimento de cinco pontos básicos:

- 1.) As escolas foram criadas para preparar os jovens para viver bem em sociedade;
- 2.) Um ensino de excelência em Matemática é abordado a partir de uma preocupação sobre que idéias da Matemática devem ser ensinadas e que procedimentos são indicados para atingir essas idéias.
- 3.) O ensino de Matemática pode ser eficiente se o aluno for levado em consideração.
- 4.) O aluno faz parte do processo de ensino-aprendizagem.
- 5.) Os professores são os coordenadores e condutores que fazem o processo de ensino-aprendizagem funcionar.

### **1.1.2) As atividades dos Pesquisadores**

A Metodologia de Romberg é apresentada em um modelo que descreve dez passos ou atividades que os pesquisadores devem percorrer para a realização de um trabalho de pesquisa. Para um melhor desenvolvimento desse trabalho, o autor distribui essas atividades em três blocos que orientam o modo como se deve investigar, planejar e executar o que foi planejado. Adiante segue o diagrama (figura 1.1.2) apresentado por Romberg no artigo citado, com a seqüência das atividades propostas para o desenvolvimento da pesquisa e sobre as quais falarei mais adiante.

Romberg esclarece, nesse artigo, que não há nada de único nessa lista de atividades, pois quase todos os métodos de pesquisa trazem uma seqüência de atividades semelhantes às que são apresentadas por ele. No entanto, as atividades que estão descritas na Metodologia de Romberg servem para:

- 1) Esclarecer alguns problemas comuns que pessoas, que não têm familiaridade com pesquisa, se deparam para entender seu processo de investigação;
- 2) Dar fundamentação à discussão das tendências da pesquisa.

O que fica muito claro também é que, independente dos passos apresentados pelo autor em sua metodologia, nenhum deles necessita ser seguido obrigatoriamente na ordem em que se apresentam, já que intenções, hipóteses, conjecturas, disponibilidade

de informações, métodos, entre outras características do pesquisador, não podem necessariamente ser separadas tão claramente.

No primeiro dos três blocos que citei acima, estão reunidas as quatro primeiras atividades relacionadas com a *identificação do problema*. Para Romberg, essas são as atividades mais importantes, pois estão envolvidas em situar as idéias que se tem sobre um problema particular, relacioná-las com idéias de outros e decidir o que se quer investigar. O pesquisador tem um problema particular (*Fenômeno de Interesse*), representa-o em um Modelo (*Modelo Preliminar*) e o situa relacionando-o com idéias de outras pessoas que já falaram algo sobre o tema, definindo, assim, o problema da pesquisa que pode ser apresentado por uma Pergunta ou uma Conjectura.

Tendo um problema em mente, o passo seguinte é resolvê-lo. Assim, o segundo bloco do modelo de Romberg contém a parte de estratégias e procedimentos que abrem caminhos para a resolução desse problema e que levam à tomada de decisões sobre a escolha das evidências coletadas quando o procedimento geral é aplicado.

O terceiro e último bloco, após uma ação de colocar em prática aquilo que foi planejado, tem como objetivo a coleta de evidências, a interpretação dessas evidências, o relato dos resultados que foram obtidos e a apresentação do trabalho concluído a outros.

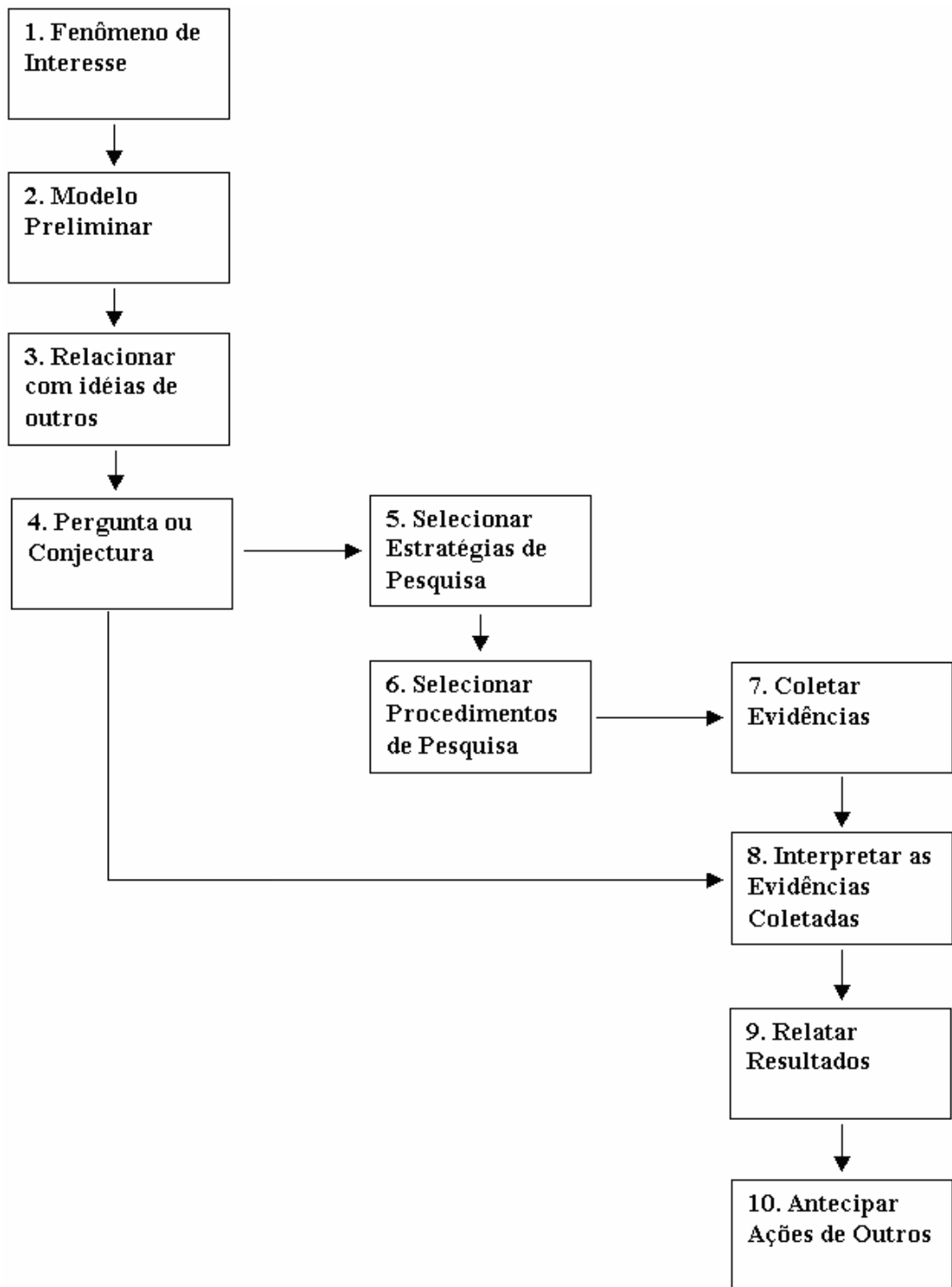


Figura 1.1.2 – As atividades de Pesquisa e como elas estão relacionadas.  
Modelo de Thomas A. Romberg

### **1.1.3) Os Métodos usados pelos pesquisadores**

Para Romberg (1992, p.56): “As atividades 5 a 10 são aquelas em que o pesquisador decide: (1) que evidência é necessária para conduzir as questões ou conjecturas levantadas; (2) como coletar, analisar e interpretar essa evidência; (3) como relatar as descobertas para outros. Deve-se notar que pesquisadores raramente começam uma investigação com uma estratégia fixada para obter evidência ou com um método específico de análise em mente.” [...] “As decisões sobre quais métodos devem ser utilizados são tomadas como uma consequência das atividades 1 a 4.” Tomado esse cuidado, há dois aspectos para o uso do termo *métodos de pesquisa* que precisam ser bem compreendidos. Primeiro, os métodos específicos discutidos na literatura de pesquisa podem incluir a maneira na qual a informação é coletada, como ela é agregada e analisada, ou, às vezes, até como ela é relatada. Segundo, os métodos atuais que um pesquisador usa para obter evidência dependem de pelo menos cinco fatores: visão de mundo; orientação do tempo em que as questões estão sendo levantadas; se a situação presentemente existe ou não; a fonte antecipada de informação; e o julgamento de resultados obtidos.

A visão de mundo situa os métodos usados dentro das crenças de uma particular comunidade de pesquisa. A orientação do tempo refere-se em saber se as questões que estão sendo levantadas são dirigidas ao passado, presente ou futuro. Quanto às situações, é verificar se elas presentemente existem ou se precisam ser criadas. A fonte de evidência deve ser artefatos (livros, discursos e outros), ou respostas às questões feitas ou observações de ações. O julgamento se refere à avaliação de estudos como uma categoria distinta de métodos de pesquisa. Há na literatura um grande número de métodos específicos que estão baseados neles ou que usam esses cinco fatores.

Romberg apresenta dois tipos diferentes de métodos usados pelos pesquisadores: métodos usados com evidência existente e métodos usados quando uma situação existe e a evidência deve ser desenvolvida.

### **Métodos usados quando a evidência existe**

Há três métodos nos quais os pesquisadores não têm liberdade para gerar novos dados. Eles precisam encontrar o que já existe e não podem alterar a forma em que os dados aparecem. São eles: historiografia; análise de conteúdo; e análise de tendência.

HISTORIOGRAFIA: Nesta abordagem, é feito um esforço para esclarecer condições e problemas atuais através de uma compreensão mais profunda e plena do que tem sido feito ou ocorrido no passado.

ANÁLISE DE CONTEÚDO: Este método é usado para investigar questões orientadas no presente, quando artefatos atuais podem ser examinados.

ANÁLISE DE TENDÊNCIA: Este método é usado para ir adiante a partir de informações sobre o passado ou o presente para fazer predições sobre o futuro.

**Métodos usados quando uma situação existe e evidência deve ser desenvolvida**

Segundo Romberg (1992, p.56), há muitos métodos diferentes de investigação para os quais uma situação existe e evidência específica precisa ser obtida. Em cada método, o pesquisador tem controle sobre a forma pela qual a informação é obtida e agregada, sendo alguns deles: pesquisa retrospectiva; entrevistas estruturadas; estudos de caso; e pesquisa-ação.

PESQUISA RETROSPECTIVA: Este método é usado para estudar questões que são orientadas no passado – a situação existiu uma vez e os indivíduos que foram participantes da situação passada podem ser entrevistados usando-se este método.

ENTREVISTAS ESTRUTURADAS: Neste método assume-se que, por ouvir respostas a perguntas feitas, os pesquisadores podem encontrar mais informações esclarecedoras do que usando pesquisas de massa descritiva.

ESTUDOS DE CASO: Este método é usado para organizar e relatar informação sobre ações, percepções e crenças de um indivíduo ou grupo sob condições ou circunstâncias específicas. O pesquisador está interessado em contar uma história detalhada sobre um caso particular. O pesquisador não está interessado em fazer um julgamento sobre um programa ou em testar uma hipótese teórica, mas em estudar com profundidade determinada situação.

PESQUISA-AÇÃO: Este método refere-se a uma estratégia de pesquisa usada para investigar situações educacionais onde o pesquisador assume uma prática que precisa ser documentada e compreendida, expandindo-se dentro de um trabalho feito em escolas e salas de aula. Ainda, essa documentação deve ser com frequência registrada pelo professor. Segundo Thiollent (2005), a pesquisa-ação não é apenas constituída pela ação ou pela participação. Com ela é necessário produzir conhecimentos, adquirir experiência, contribuir para a discussão ou fazer avançar o debate acerca das questões que se aborda quando se realiza uma pesquisa.

Com a pesquisa-ação acreditamos que podemos desempenhar um papel ativo na própria realidade dos fatos observados por nós. Por isso decidimos assumir esse método em conjunto com a Metodologia de Romberg, já que imaginamos que os alunos, envolvidos nesse trabalho em sala de aula, têm algo a “dizer” e a “fazer”.

**CAPÍTULO 2 – DE MINHA TRAJETÓRIA,  
ESTUDANTIL E DOCENTE, AO PROBLEMA  
DA PESQUISA**

## **CAPITULO 2 – De minha trajetória, estudantil e docente, ao Problema da Pesquisa**

De acordo com a Metodologia de Pesquisa escolhida e descrita no Capítulo 1 deste trabalho, passamos a mostrar o primeiro grande bloco da Metodologia de Romberg. Esse primeiro bloco trata da Identificação do Problema da Pesquisa e é iniciado com a trajetória pessoal do pesquisador, já que o problema em questão está relacionado diretamente à sua vida escolar e acadêmica.

### **2.1) Minha Trajetória Pessoal.**

Minha história com a Matemática foi iniciada quando eu tinha 11 anos e estava na 5ª série, na Escola Estadual Julio Mesquita, em Campinas. Tive um professor (Sr. Néelson) excelente, que além de ensinar muito bem, sabia como tratar os alunos e, com essa postura, conquistava o respeito e a amizade de todos. Desde então, pude despertar em mim mesmo, um maior interesse por todas as matérias da Área de Ciências Exatas.

Meu interesse em ser professor veio um pouco mais tarde, no Ensino Médio. Porém tinha ainda muitas dúvidas sobre seguir ou não a carreira do Magistério. Então, fui fazer um curso de Automação de Processos Industriais e, depois de concluído esse curso, comecei a atuar nessa área. A escolha desse curso foi motivada pela grande presença de cálculos e pela facilidade que sempre tive em Matemática (matéria predominante no decorrer desse curso).

Porém, para minha grata surpresa, via-me muito mais entusiasmado nos momentos em que devia explicar procedimentos de operação de determinados equipamentos para operadores de processos que havia na indústria em que trabalhava (Gessy Lever – Indaiatuba/SP). Desde então, tive que reconhecer que minha área de atuação consistia em estar em contato com pessoas e não somente projetar e desenvolver equipamentos em bancadas, de forma isolada.

Foi então que resolvi prestar vestibular, na UNESP – Rio Claro, para Matemática. Consegui ingressar no curso de Licenciatura. Hoje estou muito satisfeito por ter-me graduado nesse curso e ter concluído o Programa de Mestrado em Educação Matemática, nessa mesma Instituição. Tenho muito a agradecer, nas pessoas de todos os funcionários e professores, por todas as coisas que nela vivi e onde pude aprender, tanto no período de Graduação quanto, na Pós-Graduação.



Com relação ao tema central desta Dissertação, este é fruto de muitos questionamentos e experiências vividas por mim, tanto no período que cursei o Ensino Médio quanto no decorrer de minha graduação em Matemática, na modalidade Licenciatura.

Enquanto aluno do terceiro ano do Ensino Médio, tive uma estrutura curricular diferenciada da que acompanho hoje, como professor desse nível. Digo isso porque, em 1997, ano em que cursava a referida série, tive a disciplina Matemática conduzida em duas frentes, sendo que uma delas tratava de aspectos de Matemática Financeira. Isso despertou em mim o gosto e interesse pelos conceitos que envolvem o estudo de Matemática Financeira no Ensino Médio.

Passado esse período, depois de ingressar na universidade, acabei por tomar contato com a Educação Matemática e, durante uma disciplina do 2º ano de Licenciatura, chamada *Filosofia da Educação: Questões da Educação Matemática*, ministrada pelo Professor Doutor Geraldo Perez, acabei tomando contato com algumas reflexões que jamais havia feito e, entre elas, destaco o papel que a Matemática desempenha enquanto forma o aluno como um cidadão pertencente a uma sociedade. A partir desse momento, comecei a me questionar sobre qual seria minha função na formação desse aluno que, até então, apenas imaginava ensinar Matemática por meio da exposição de seus conceitos.

Foi então que, em 2004, assisti a uma defesa de Dissertação de Mestrado, de Paulo César Xavier Duarte, intitulada *“Desenvolvendo cidadãos atuantes por meio do ensino de Matemática: O caso do Programa PAIE do governo de Minas Gerais”* e orientada pelo mesmo professor citado anteriormente. Nessa ocasião, pensei poder fazer uma pesquisa em Educação Matemática, baseada na discussão, com alunos, de algumas questões presentes em seu cotidiano, pois foi nessa defesa que ouvi falar, pela primeira vez, de Educação Matemática e Cidadania.

Obviamente, o tema Matemática Financeira destacou-se entre outros por uma vivência que havia tido sobre esses conceitos no Ensino Médio. Porém, incluir reflexões sobre a sociedade foi algo posterior. Posterior também foi meu contato com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. Passei a fazer parte do grupo GTERP (Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas). Acredito que essa Metodologia veio enriquecer ainda mais meu desejo de desenvolver uma maneira de ensinar que levasse em consideração a construção do conhecimento com a participação efetiva dos alunos.

Sendo assim, achei que seria importante investir tempo em estudar e desenvolver uma Proposta de Ensino de Matemática Financeira que pudesse levar em conta reflexões sobre a sociedade em que estamos inseridos.

## **2.2) Fenômeno de Interesse.**

Minha primeira idéia de projeto para o Mestrado era a de trabalhar com Educação Matemática e Cidadania. Escrevi o projeto que tinha em mente e me inscrevi na seleção para o programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro.

Enviei esse projeto para concorrer a uma bolsa de estudos e a resposta não foi favorável. Percebi então que deveria mudar o foco de minha pesquisa. Recordei-me das aulas de Matemática Financeira que, como já disse, tivera quando cursei o último ano do Ensino Médio. Relembrei a quantidade de situações do mundo real envolvidas em nosso dia-a-dia, naquela sala de aula. Imaginei que essa seria uma das formas de trazer o cotidiano para dentro da sala de aula e, mais do que isso, poder refletir sobre questões sociais existentes no mundo em que vivemos.

Acredito que o ensino de Matemática Financeira Escolar pode ser feito de maneira a despertar nos alunos a compreensão das situações comerciais que cercam nossa sociedade e, além disso, levá-los a uma reflexão sobre os problemas e desigualdades sociais, lucro, prejuízo, parcelamento de dívidas, etc.

*O que se propõe, então, é uma Matemática Financeira que se estenda para muito além dos muros da escola; é algo que seja capaz de desenvolver, nos alunos, a capacidade crítica e um raciocínio lógico que lhes permita desenvolverem-se como cidadãos pertencentes a uma sociedade que necessita de pessoas dispostas a exercer seus direitos e deveres, fazendo com que ocorra uma melhora considerável dos valores sociais.*

*Isto significa que os fatos, os temas, os acontecimentos, etc., existentes na Matemática Financeira, deveriam apresentar-se de forma problematizada aos alunos e que deveria estar centrada na idéia de potencializar, nos alunos, a atenção para sua utilidade como ferramenta interpretativa de algumas questões sociais de nosso mundo.*

Um desafio que o Sistema Educacional vigente precisa enfrentar é o de conhecer e definir quais são as competências matemáticas essenciais a todos os cidadãos em termos de objetivos curriculares e as habilidades de falar, de ouvir, de interpretar, de ler e de escrever que, necessariamente, precisam ser desenvolvidas nos alunos. Por isso é

que o estudo de Matemática Financeira foi colocado em destaque como meu objeto de pesquisa, isto é, meu Fenômeno de Interesse.

### 2.3) Modelo Preliminar.

De acordo com a Metodologia de Romberg, em 1.1.2) *As atividades dos Pesquisadores*, o modelo preliminar deve ser a primeira idéia que se tem quando se pensa num projeto de pesquisa.

Segue abaixo, na figura 2.3, a idéia inicial do projeto de pesquisa, que tive assim que comecei a trabalhar com minha orientadora, explicando cada um de seus passos.

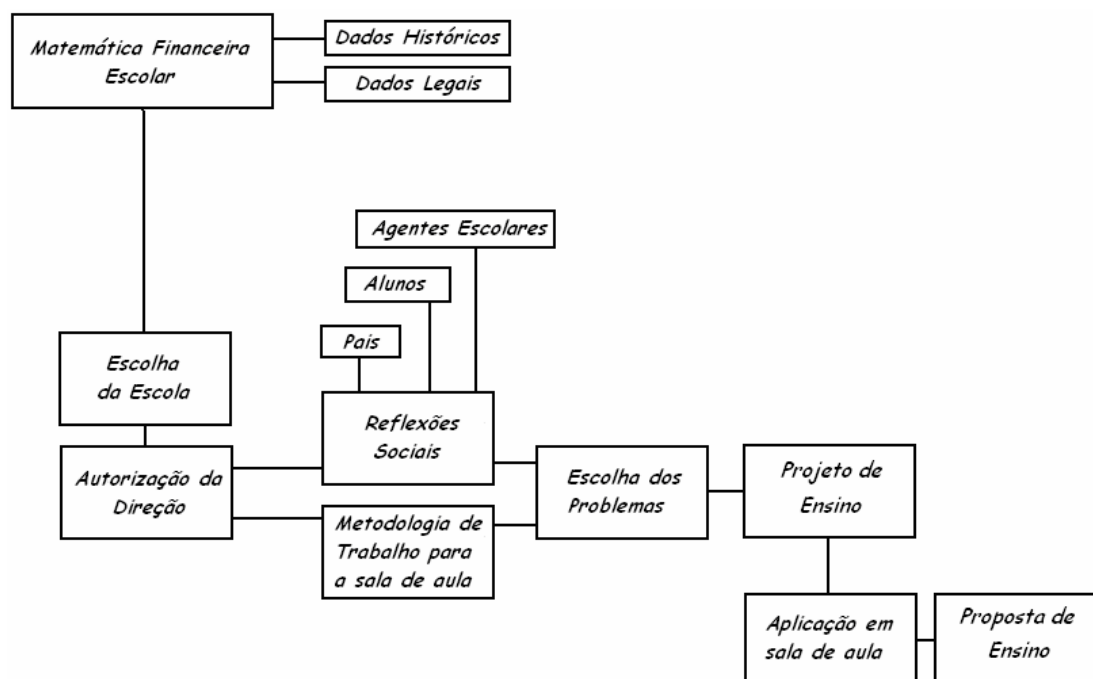


Figura 2.3 – Modelo Preliminar.

- **Matemática Financeira Escolar:** Como explicitado acima, em 2.2 - *Fenômeno de Interesse*, nossa idéia inicial era a de criar uma proposta de Ensino de Matemática Financeira para a Escola em diferentes Níveis de Ensino.
- **Dados Históricos:** O objetivo deste passo é o de observar um pouco da História da Matemática Comercial e Financeira existente hoje em dia. Consultando bibliografias históricas sobre Matemática Comercial e Financeira, poderemos levantar vários dados interessantes sobre o desenvolvimento das relações

comerciais entre povos e países, além da possível origem de injustiças e impostos abusivos.

- **Dados Legais:** É neste ponto que se obtêm dados sobre a maneira como a Matemática Financeira é tratada nas leis, nas propostas curriculares e nos livros didáticos que hoje em dia se constituem como ferramentas de maior uso dos professores. Como nossa cultura educacional é baseada no livro didático, achamos importante saber como os conceitos de Matemática Financeira são neles apresentados e como os professores têm feito uso dessa ferramenta. Também achamos importante identificar as expectativas das leis e das propostas curriculares, com relação ao conhecimento dos conceitos de Matemática Financeira que a escola deve proporcionar a seus alunos.
- **Escolha da Escola:** A escolha da escola também faz parte do trajeto que deveremos percorrer até chegar à sala de aula para a aplicação do Projeto de Ensino. Essa escolha tornou-se mais fácil para nós pelo fato de o pesquisador ser professor em uma escola de Ensino Fundamental e Médio.
- **Autorização da Direção:** Esse seria mais um passo previsto e que deveríamos enfrentar. A autorização da Direção da escola é de fundamental importância, pois, sem ela, não poderemos realizar nossa aplicação.
- **Reflexões Sociais:** Durante todo o início de nossa pesquisa, nunca deixamos de tratar das questões sociais que envolvem a educação como um todo. Nesse ponto, pretendemos levantar questões sociais que, em geral, a Matemática Financeira pode ajudar os alunos a compreender: problemas sociais, desigualdades, noções de justiça e injustiça, além de tentar fazer com que a educação se constitua em uma força social progressivamente ativa. Esse é o foco dessas questões sociais a serem levantadas durante as aulas. Para que essa abordagem seja feita, é importante contar-se com a contribuição de todos, assim o projeto de ensino se tornará o mais próximo possível da realidade e do contexto em que estamos inseridos. Por isso, **pais, alunos, agentes escolares** (Professores e Diretores) e **pesquisadores em Educação Matemática** também farão parte dessa análise.
- **Metodologia de Trabalho em sala de aula:** A Metodologia de Trabalho para a sala de aula será a Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas.

- **Escolha dos Problemas:** A seleção ou a criação de problemas também é de extrema importância para nossa pesquisa, já que a metodologia de trabalho adotada refere-se a esse processo. Esses problemas escolhidos serão fundamentais para uma possível construção de conhecimento matemático por parte dos alunos, onde eles serão co-construtores desse conhecimento.
- **Projeto de Ensino:** Nossa idéia, desde o início, foi a de criar ou desenvolver um Projeto de Ensino de Matemática Financeira que pudesse ser trabalhado através da resolução de problemas e que pudesse levantar questões sociais no decorrer do processo da construção do conhecimento de conceitos que emergem quando se estuda Matemática Financeira.
- **Aplicação:** Nossa idéia inicial foi a de aplicar esse projeto de ensino em várias salas de uma mesma escola.
- **Proposta de Ensino:** Com a aplicação do projeto em sala de aula, juntamente com reflexões sociais compartilhadas com pais, alunos e agente escolares, coletaríamos dados e, então, poderíamos desenvolver uma Proposta de Ensino de Matemática Financeira para as escolas e às quais os professores pudessem ter acesso.

#### **2.4) Relacionando com idéias de outros.**

Seguindo o Modelo de Romberg (figura 1.1.2), passamos à busca de outros pesquisadores preocupados em trabalhar Matemática Financeira nas escolas de Ensino Médio.

Nesse ponto nossa pesquisa buscará informações e referências que abordem, entre outros assuntos, o tema central de nosso trabalho. Chamamos de “outros” àqueles autores com quem relacionaremos nossas idéias. Dentre muitas leituras e levantamentos bibliográficos que fizemos, destacaremos alguns.

As bibliografias que falam sobre fatos históricos da Matemática Financeira; de Resolução de Problemas; de Educação Matemática Crítica; e de Leis que regem o Sistema Educacional do Brasil e, em particular, de São Paulo são parte desse grande pano de fundo em que basearemos nossa pesquisa.

#### **2.4.1) Introdução histórica da Matemática Financeira.**

Algumas questões têm sido objetos de reflexão quando pensamos em termos de relacionamentos entre História da Matemática e formação de professores: Como pensar a função da História da Matemática no ensino e na aprendizagem de Matemática? Entender Matemática em um contexto histórico passado ajuda a entender a Matemática atual e seu papel no mundo? Que ênfases devem ser postas para que o futuro professor, e mesmo o professor em exercício, possa fazer uma transposição didática efetiva da História da Matemática em termos da aprendizagem de seus alunos? Nesse campo conjunto de Educação Matemática e História da Matemática, algumas indagações como essas têm respostas ou caminhos possíveis, mas que continuamente se renovam com o dinamismo das próprias ciências, dos interesses de seus estudiosos e dos instrumentos tecnológicos criados.

Iniciamos por fazer uma reflexão que relaciona a formação do professor de Matemática com suas preocupações sobre o desenvolvimento matemático de seus alunos. Assim, considerando a importância da aprendizagem matemática nesse processo, indagamos a respeito das potencialidades requeridas ao aluno, bem como ao papel da Matemática em termos de sua vida, dentro e fora da escola. Ao mesmo tempo procuramos defender a idéia de que a inserção de uma abordagem histórica, como uma fonte de produção de conhecimentos ou como uma estratégia metodológica para o professor, pode contribuir para o processo de desenvolvimento matemático do aluno.

As exigências de resultados positivos no ensino e aprendizagem da Matemática vêm se configurando, neste início do século XXI, em três destacados, embora não separados, campos: um interno à Matemática no que diz respeito ao uso das competências e habilidades na Matemática formal e escolar; outro social, no qual é preciso habilidade para usar matemática com direcionamento e sentido social; e um terceiro, epistemológico, fundamentado no poder pessoal sobre o uso, a produção e a validação dos significados e conhecimentos. Isso nos leva a pensar em termos de determinadas competências e habilidades que são requeridas ao ensino e à aprendizagem de matemática: autonomia; iniciativa; pensamento crítico; criatividade; capacidade de trabalhar em grupo; capacidade de argumentação; capacidade de resolver problemas, quer na inclusão, ou não, dos relacionamentos da Matemática à História da Matemática ou qualquer outra área de conhecimento.

Sob o ponto de vista do enfoque pedagógico, observamos as funções básicas da História da Matemática, enquanto disciplina na formação de professores, explicitadas por Baroni, Teixeira e Nobre (Bicudo; Borba, 2004):

- Levar os professores a conhecer a Matemática do passado (função direta da História da Matemática);
- Melhorar a compreensão da Matemática que eles irão ensinar (funções epistemológicas e metodológicas);
- Fornecer métodos e técnicas para incorporar materiais históricos em sua prática (uso da História em sala de aula);
- Ampliar o entendimento do desenvolvimento do currículo e de sua profissão (História do Ensino de Matemática).

Ao analisar as práticas dos professores, não podemos deixar de destacar algumas que consideramos como meios especiais para a efetivação dessas funções básicas e para a transposição didática que contribuem para a formação do professor: as atividades de investigação que podem envolver o uso de fontes históricas e instrumentos tecnológicos; as atividades trabalhadas em grupo; os seminários de projetos temáticos, na escola, com análises e avaliações críticas; os diálogos e discussões a respeito da História ao construir conceitos matemáticos cujo ensino é, em geral, problemático ou tem contexto filosófico rico; e a elaboração de argumentos e justificativas relacionados a objetos históricos.

Entendemos que a prática dessas ações não seja rígida e não esteja totalmente especificada de antemão, pois ela depende, entre outras coisas, do grupo de alunos e do professor, levando-se em consideração suas variadas etapas de formação anteriores e perspectivas futuras. Também devem ser considerados os elementos e aspectos postos sob investigação e sujeitos à natureza complexa das associações do pensamento.

Particularmente, nas investigações e nos diálogos a respeito de conceitos matemáticos presentes no ensino, a História tem sido útil para:

- Motivar, introduzir um conteúdo matemático, ou exemplificar;
- Compreender as dificuldades de alguns conceitos;
- Agregar elementos às concepções de uma Matemática elaborada por seres humanos, e, portanto, sujeita às condições sócio-culturais de produção, falível e sujeita a críticas;
- Questionar a hegemonia dos estudos da História da Matemática sob o ponto de vista de culturas dominantes, incentivando os estudos e investigações das produções matemáticas de outras culturas;
- Articular a Matemática com outras ciências;

- Relacionar e unificar os ramos da Matemática;
- Mostrar a importância da notação simbólica (linguagem universal) na constituição das formas e estruturas matemáticas, no processo histórico de construção dos objetos matemáticos por diferentes culturas;
- Saber situar a Matemática cronologicamente: em relação aos construtores e à sua própria constituição, para poder compreender as condições de sua produção.

Sendo assim, passaremos agora a fazer um levantamento histórico da Matemática Financeira na Humanidade e no Brasil, para tentarmos entender como se deram as relações comerciais iniciais entre os povos e, dessa maneira, entender a evolução do comportamento humano mediante situações que envolviam o âmbito comercial cotidiano.

#### **2.4.1.1) Origem das Relações Comerciais.**

Na realidade, este trecho de pesquisa que se apresenta aqui tem o objetivo de introduzir a história das relações comerciais e financeiras no mundo. Além disso, é para dar suporte ao professor a fim de que, com a idéia introdutória sobre os acontecimentos relacionados com Matemática Financeira, possa conversar com seus alunos sobre esse tema durante a aplicação da Proposta de Ensino que pretendemos desenvolver durante esta pesquisa.

##### **2.4.1.1.1) Na Humanidade.**

A origem do comércio entre os povos data do período das grandes civilizações, tendo como cenário a Mesopotâmia, o Egito, a Pérsia, os Fenícios, a Grécia antiga e o Império Romano. Destes, os que mais se destacaram foram os Fenícios.

A origem dos Fenícios ainda é desconhecida. Segundo o historiador grego Heródoto (484 A.C. - 430 A.C.), eles teriam vindo através do Oceano Índico. Já os estudiosos modernos discordam disso e acreditam que, já há 5000 anos a.C., eles teriam migrado da região entre o Mar Morto e o Mar Vermelho.

Segundo diversos historiadores, a origem do comércio está diretamente relacionada à história da Fenícia, uma antiga região habitada por um povo de artesãos, navegadores e comerciantes, que se estendia pelo território que mais tarde seria o Líbano, e por parte da Síria e da Palestina.



O comércio fez-se principalmente pelo mar, já que o transporte terrestre de grandes carregamentos era inviável. Essa exigência contribuiu muito para desenvolver a habilidade dos Fenícios como construtores navais e os transformou em hábeis navegadores.

Por volta de 3000 a.C, para vender o que produziam e obter as matérias-primas de que necessitavam, os Fenícios dedicaram-se ao comércio marítimo, que logo se transformou em sua principal atividade econômica. Detentores das técnicas de construção naval e das rotas de comércio, eles fundaram inúmeras colônias e transformaram pequenas aldeias em grandes cidades, construindo as bases do que hoje chamamos de Comércio Exterior.

A Fenícia foi um dos países mais prósperos da Antiguidade. Suas cidades desenvolveram uma florescente indústria, que abastecia os mais distantes mercados. Objetos de madeira talhada (cedro e pinho) e tecidos de lã, algodão e linho, tingidos com a famosa púrpura de Tiro, foram as manufaturas fenícias de maior prestígio e difusão.

Por volta de 2000 anos a.C., os Fenícios conheceram os gregos, que passaram a chamá-los de Phoinix (vermelho) e mais tarde de Fenícios. Existem duas razões possíveis para que fossem chamados de vermelhos pelos gregos: 1) por possuírem pele bronzeada ou 2) como homenagem ao produto mais requisitado dos fenícios, a púrpura, substância usada para tingir tecidos, extraída do molusco *múrex* existente na cidade de Tiro, no Líbano. Essa substância fazia sucesso naquela época porque só existiam roupas com cores entre o preto, o branco e o cinza e, daí, sair de vermelho era status de poder e nobreza.

Para a construção de suas cidades e feitorias, os fenícios escolhiam zonas estratégicas do ponto de vista comercial e da navegação. Erguiam-nas sempre em portos protegidos e amplas baías, que permitiam aos barcos atracar com facilidade, e em penínsulas abrigadas. As cidades eram geralmente protegidas por muralhas e os edifícios chegavam a alturas consideráveis. A classe dos comerciantes ricos exercia o domínio político em cada cidade. No norte da África (atual Tunísia) ficava Cartago, que foi a cidade fenícia de maior importância histórica por ter inclusive desafiado o Império Romano.

#### 2.4.1.1.2) No Brasil.

O primeiro registro histórico de troca efetuado no Brasil foi redigido na carta<sup>1</sup> de Pero Vaz de Caminha, o escrivão da frota de Cabral:

“E Nicolau Coelho lhes fez sinal que pousassem os arcos. E eles os depuseram. Aliás, não pode deles haver fala nem entendimento que aproveitasse, por o mar quebrar na costa. Somente arremessou-lhes um barrete vermelho e uma carapuça de linho que levava na cabeça, e um sombreiro preto. E um deles lhe arremessou um sombreiro de penas de ave, compridas, com uma copazinha de penas vermelhas e pardas, como de papagaio. E outro lhe deu um ramal grande de conchinhas brancas, miúdas que querem parecer de aljôfar, as quais peças creio que o Capitão manda a Vossa Alteza.”

As trocas eram muito comuns no início da colonização, pois os índios não conheciam o dinheiro. Os portugueses começaram a plantar, explorar minas, criar gado e a comercializar. As atividades comerciais trouxeram a necessidade do dinheiro.

A primeira riqueza comercialmente interessante, descoberta no Brasil, foi uma madeira tintorial, anteriormente obtida no Ceilão, o Pau-Brasil. Sendo monopólio da Coroa, sua exploração era feita por meio de regime de concessão ou arrendamento, pelo qual um mercador ou um grupo deles pagava ao soberano determinada quantia em troca da licença para extrair e vender aquele produto. Para tanto, os europeus ergueram no litoral brasileiro feitorias, pequenos entrepostos, nos quais os indígenas acumulavam toras daquela madeira em troca de tecidos, miçangas, facas e outros objetos. Por representar um instrumento de troca, diz-se que a nossa primeira moeda foi o Pau-Brasil.

Muitos outros objetos foram utilizados também para esse fim, em outras ocasiões, como por exemplo o zimbo, pequena concha utilizada para a compra de escravos na África e para as trocas entre aqueles trazidos para o Brasil; o pano de algodão, moeda mercadoria que circulou durante muito tempo em nossa terra; assim como o açúcar, o fumo, o sal e outros produtos.

As primeiras moedas metálicas, de ouro, prata e cobre, chegaram com o início da colonização portuguesa. A unidade monetária de Portugal, o REAL, foi usada no Brasil durante todo o período colonial, que vigorou de 1500 a 1815. Assim, tudo se contava em réis - plural popular de real - com moedas fabricadas em Portugal e no Brasil.

---

<sup>1</sup>

de Pero Vaz de Caminha a El-Rei D. Manuel (Quinta-feira, 23 de abril de 1500).

Em seu livro, Peláez e Suzigan (1976, p.38) escreve:

“Durante o período colonial, as moedas de cobre portuguesas circulavam livremente no País. Em 1699, Dom Pedro II, Rei de Portugal, decretou que o valor máximo legal desse tipo de dinheiro seria 0,1 do conto de réis. No período inicial, as moedas eram de 1,5; 3,5; e 10 réis. Posteriormente, contudo, os valores aumentaram para 10, 20 e 40 réis. As leis sobre a legalidade da moeda não foram obedecidas. Na época da chegada de D. João as moedas eram cunhadas em Portugal. A cunhagem representava um negócio lucrativo devido à falta de observância da regulamentação de pesagem.”

Nota-se nessa fala de Peláez que, desde muito cedo coisas erradas aconteciam. As ilegalidades já existiam e a desonestidade fica muito clara, nesse registro, da prática de quem cunhava moedas naquela época.

O florim, a primeira moeda cunhada no Brasil, foi fabricada em ouro pelos holandeses, quando ocuparam o Nordeste brasileiro, atraídos pelas vastas plantações de cana-de-açúcar ali existentes. Trazia gravado o nome de nossa terra.

Aos poucos, nossas moedas passaram a ser cunhadas no Brasil e, à medida em que os lugares foram se desenvolvendo, houve a necessidade de dinheiro. Assim, foram criadas no país as primeiras casas fabricantes de moedas.

A Casa da Moeda da Bahia, a primeira do Brasil, começou a fabricar moedas em ouro e prata em 1695, com metal vindo de Portugal. A moeda de prata de 320 réis era chamada de pataca.

Os escudos foram as primeiras moedas cunhadas no Brasil, com a imagem do rei em uma das faces e, na outra, as Armas da Coroa Portuguesa. Daí originou-se a expressão popular CARA/COROA, para indicar as duas faces das moedas.

Durante o período do Ciclo do Ouro Brasileiro, século XVIII, Portugal fiscalizava severamente a produção do ouro brasileiro. Em cada capitania, que houvesse ouro, estabelecia-se um órgão administrativo especial para supervisionar e fiscalizar a mineração: A Intendência de Minas. Todo ouro encontrado devia ser levado às Casas de Fundição, para a retirada da quinta parte para a Coroa Portuguesa: o imposto chamado de quinto.

Apesar da fiscalização bem controlada, o ouro era contrabandeado de várias formas. Uma delas era escondê-lo dentro de santos de madeiras e ocos – os santos do pau oco.

Nesse ponto também, podemos já verificar a sonegação de impostos tomando corpo em nosso país. Será que isso ocorria, devido à falta de benefícios para a população, que não via motivos em recolher esse imposto chamado de quinto?

Em 1771 foi criada a Casa da Administração Geral, que emitia valores, na forma de bilhetes, quando não havia quantidade suficiente para pagamento de empregados, aluguel de escravos e mantimentos. Esses bilhetes eram aceitos por todos como dinheiro e pagos quando a Casa da Administração recebia moedas de Lisboa.

#### **2.4.1.2) Origem dos Bancos e das Atividades Bancárias.**

De acordo com a definição etimológica, bancos são instituições cuja principal função é a de circulação de dinheiro através de operações bancárias entre os que tomam dinheiro emprestado e os que o emprestam.

Desde os tempos dos sacerdotes do Egito, da Babilônia e da Grécia é que operações bancárias já eram realizadas. Esses sacerdotes emprestavam, a juros, o ouro e a prata, que eram depositados em seus templos, oferecendo, aos depositantes, segurança para a conservação de suas riquezas.

As atividades bancárias tiveram início entre os assírios, que possuíam um sistema de letras de câmbio, notas promissórias e cheques. Os fenícios, devido ao fato de terem um comércio marítimo muito intenso, possuíam um sistema bancário capaz de facilitar o comércio entre os países.

Desde seu surgimento, os grandes bancos eram apenas especuladores privados que se colocavam ao lado do governo e, privilegiados por este, estavam em condições de ceder-lhes dinheiro. No entanto, os bancos surgiram de atividades de câmbio ao invés de atividades de empréstimos. Na verdade, a diversidade de moedas criou a necessidade de mercadores de dinheiro que facilitassem os negócios entre as pessoas de diferentes regiões, convertendo as várias moedas numa única, padronizando os valores.

Durante a expansão do comércio, assim como durante as guerras de conquista, as moedas dos diferentes países eram trocadas, mas o pagamento só podia ser efetuado com dinheiro do país específico. Conseqüentemente, dentro das fronteiras de cada país, as moedas estrangeiras deviam ser cambiadas por dinheiro deste país. Por outro lado, os comerciantes e outras pessoas possuidoras de muito dinheiro, que viajavam ao exterior, precisavam de dinheiro de outros países, que compravam com moeda nacional. Com o passar do tempo, alguns comerciantes ficaram conhecendo muito bem as moedas

estrangeiras e passaram a acumulá-las em grandes quantidades. Desta forma, dedicaram-se exclusivamente ao câmbio de dinheiro, ou seja, ao comércio de dinheiro.

O surgimento dos bancos está diretamente ligado ao cálculo de juros compostos e ao uso da Matemática Comercial e Financeira de modo geral. Na época em que o comércio começava a chegar ao auge, uma das atividades do mercador foi também a do comércio de dinheiro, com o ouro e a prata. Nos diversos países eram cunhadas moedas de ouro e prata.

O primeiro banco de emissão foi o Bank of England, fundado em 1764. Nessa época, vigoravam na Inglaterra as leis de usura, isto é, as que proibiam o empréstimo de dinheiro a juros.

#### **2.4.1.2.1) O primeiro banco do Brasil.**

As condições econômicas brasileiras caracterizavam-se pela estagnação após o fim do ciclo do ouro pelo menos até 1808. As exportações consistiam em açúcar, fumo, aguardente, melão, couros e madeira, mas o volume total não atingia mais do que 30 contos de réis por ano (Um conto de réis equivale 1000000 de réis).

O país caracterizava-se pela falta de comunicações, população dispersa, inexistência de instituições de créditos e transações monetárias limitadas. Tudo isso, devido à política mercantilista imposta por Portugal. Essa política era prejudicial tanto para o Brasil quanto para Portugal, já que, para o Brasil, o desenvolvimento interno era praticamente nulo e, com isso, Portugal não colhia rendimentos satisfatórios.

A idéia do primeiro Banco do Brasil foi do Conde de Linhares, que acreditava que uma instituição financeira poderia melhorar o desenvolvimento econômico do país.

Era natural que a seguinte questão ocorresse: "Porque estas grandes somas de dinheiro haverão de permanecer em meu poder sem qualquer lucro para mim? É pouco provável que todos os proprietários, ao mesmo tempo e num mesmo dia, exijam a devolução imediata de todo seu dinheiro. Empréstarei parte deste dinheiro a quem pedir, sob a condição de que seja devolvido num prazo determinado. E como meu devedor empregará o dinheiro como quiser, durante este tempo é natural que eu obtenha alguma vantagem. Por isso, além do dinheiro emprestado, deverá entregar-me, no vencimento do prazo estipulado, uma soma adicional".

Aí, então, percebe-se que a palavra "lucro" está diretamente interligada com o conceito de finanças, uma vez que podemos ver, nesse pensamento do mercador, essa idéia aparecer fortemente.

### 2.4.1.3) Origem das Moedas.

Na época em que os homens viviam em comunidades restritas, tirando da natureza todos os produtos de que tinham necessidade, logicamente devia existir pouca comunicação entre as diversas sociedades. Mas, com o desenvolvimento do artesanato e da cultura e em razão da desigual repartição dos diversos produtos naturais, a troca comercial mostrou-se pouco a pouco necessária.

O primeiro tipo de troca comercial foi o escambo, uma troca, uma permuta, um câmbio, uma fórmula segundo a qual se trocam diretamente, portanto sem a intervenção de uma "moeda" no sentido moderno da palavra, gêneros e mercadorias correspondentes a matérias primas ou a objetos de grande necessidade.

Por vezes, quando se tratava de grupos que mantinham relações pouco amistosas, essas trocas eram feitas sob a forma de um escambo silencioso. Uma das duas partes depositava, num lugar previamente estabelecido, as diversas mercadorias com as quais desejava fazer a troca e, no dia seguinte, encontrava em seu lugar, ou ao lado delas, os produtos propostos pelo outro parceiro. Se a troca fosse considerada conveniente levavam os produtos, senão, deixava-se para o dia seguinte esperando encontrar uma quantidade maior. O mercado podia, então, durar vários dias ou mesmo terminar sem troca quando as duas partes não podiam encontrar terreno para entendimento.

A primeira unidade de escambo admitida na Grécia pré-helênica foi o boi. Não é por acaso que a palavra latina pecúnia, que quer dizer "fortuna, moeda, dinheiro"; provém, com efeito, de *pecus*, que significa "gado, rebanho". Além disso, o sentido próprio da palavra pecúnia corresponde a "ter em bois".

Mas nos tempos antigos a operação de escambo, longe de ser um ato simples, devia ser, ao contrário, envolta de formalidades complexas, muito provavelmente ligadas à mística e às práticas mágicas. É o que revela a análise etnológica feita nas sociedades "primitivas" contemporâneas e que se viu confirmar por certo número de descobertas arqueológicas. Pode-se, portanto, supor que, nas culturas pastorais a idéia de boi-padrão (moeda de sangue) sucedeu à idéia de "boi de sacrifício", ela mesma ligada ao valor intrínseco estimado do animal.

Até o momento não somente tratamos de um simples escambo mas, também, de um verdadeiro sistema econômico. A partir de então, graças ao padrão do metal, as mercadorias passaram a não mais ser trocadas pelo simples prazer dos contratantes ou

segundo usos consagrados freqüentemente arbitrários, mas em função de seu "justo preço".

Até então, tratava-se somente de introduzir, nas transações e nos atos jurídicos, uma espécie de peso-padrão, unidade de valor à qual o preço de cada uma das mercadorias ou ações consideradas era referido. Partindo desse princípio, tal metal ou outro podia então servir em toda ocasião como "salário", "multa" ou como "valor de troca" e, no caso da "multa", algum tipo de cálculo de juros primário era utilizado para se obter certo valor para a mesma.

Dessa forma, o professor poderá abordar com seus alunos, em sala de aula, vários temas que envolvem o contexto histórico da Matemática Financeira. Como curiosidade, mas também como uma espécie de evolução dos conceitos.

#### **2.4.2) Abordagem dos Livros Didáticos.**

Nesse ponto, falaremos sobre as leis que regem a Educação, mais fixamente sobre o Ensino Médio, e apresentaremos uma idéia geral de como os livros didáticos abordam a Matemática Financeira. Além disso, serão mostrados os conceitos tidos como prévios para o bom desenvolvimento desse conteúdo.

##### **2.4.2.1) O que diz a LDB?**

As Leis de Diretrizes e Bases para a Educação Nacional (LDB) determinam que a escola *“capacite as habilidades e competências para enfrentar o mundo moderno”*. No Grupo de Trabalho e Estudo sobre Resolução de Problemas (GTERP) do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – UNESP de Rio Claro, sob a coordenação da Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic, entendemos que ter competência é ter conhecimento, e ter habilidade é saber fazer uso desse conhecimento.

Dessa forma, os conhecimentos adquiridos, durante a fase em que o aluno se encontra no Ensino Médio, serão a base necessária para que ele consiga entender as relações sociais e desenvolver a capacidade de buscar novas informações e trabalhar sobre elas.

Então, percebe-se que a lei espera que os alunos consigam vincular a educação escolar à prática social e ao trabalho.

Descrito isso, conclui-se que a Matemática Financeira pode ser um instrumento capaz de atingir alguns dos objetivos dos princípios básicos apresentados pela lei:

- **Valorização da experiência extra-escolar:** a Matemática Financeira está presente no cotidiano dos alunos;
- **Vinculação entre a Educação escolar, trabalho e práticas sociais:** proporciona essa ligação ao trabalhar com dinheiro numa sociedade capitalista.

Alguns artigos que contemplam essas questões para o Ensino Médio são, então, apresentados:

Art. 35°. O Ensino Médio, etapa final da educação básica, com duração mínima de três anos, terá como finalidade:

I – a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental, possibilitando o prosseguimento dos estudos;

II – a preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando, para continuar aprendendo de modo a ser capaz de se adaptar com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores;

III – o aprimoramento do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico;

IV – a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina.

Art.36°. O currículo do Ensino Médio observará o disposto na seção I deste Capítulo e as seguintes diretrizes:

I – destacará a educação tecnológica básica, a compreensão do significado da ciência, das letras e das artes; o processo histórico de transformação da sociedade e da cultura; a língua portuguesa como instrumento de comunicação, acesso ao conhecimento e exercício da cidadania;

II – adotará metodologias de ensino e de avaliação que estimulem a iniciativa dos estudantes;

De maneira diretamente relacionada à Matemática Financeira envolvendo questões sociais, é importante que as experiências de vida dos alunos contem para a aprendizagem, pois de acordo com o artigo 3:

III -... As escolas devem reconhecer que as aprendizagens são constituídas pela interação entre os processos de conhecimento com os de linguagem e os afetivos... As diversas experiências de vida dos alunos.



Percebe-se aqui o quanto é importante que a educação reflita algo do dia-a-dia das pessoas. Dessa maneira, vemos a necessidade em se construir conceitos de Matemática relacionados com o cotidiano dos alunos.

#### **2.4.2.2) A Proposta Curricular Oficial para o Ensino de Matemática no Estado de São Paulo.**

Em 1986, sob a responsabilidade da Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas (CENP), foi dado início à elaboração da Proposta Curricular para o Ensino de Matemática para o 2º Grau nas escolas públicas do Estado de São Paulo, que chamaremos aqui de PCESP.

Como essa proposta foi discutida entre muitos professores da rede pública do Estado, várias sugestões foram levantadas, o que convergiu para a incorporação de mudanças em partes desse documento. Dessa maneira, a proposta foi editada e impressa por vários anos seguidos: 1ª Edição:1986, copyright-1987; 2ª Edição:1989, reimpressão:1991; 3ª Edição:1992, 1ª reimpressão:1992, 2ª reimpressão:1992. No entanto, desde 1986 o documento trazia na sua parte inicial a indagação: “Por que ensinar Matemática?” (p.7).

Há duas frentes de justificativas e resposta para essa pergunta: as aplicações práticas e o desenvolvimento do raciocínio.

Esses dois princípios são consensuais, pois de fato são componentes básicos para a construção e inserção de um currículo de Matemática escolar. Porém, o mesmo não acontece com relação ao modo como o currículo é organizado, com a finalidade de atingir essas duas metas iniciais. Isso reflete, então, uma difícil tarefa na busca do equilíbrio entre essas duas concepções iniciais, como se observa descrito na proposta na página 8:

“Somente um desempenho satisfatório de tal tarefa pode situar adequadamente a Matemática nos currículos, servindo tanto ao estabelecimento de uma continuidade entre a escola e a vida quanto à fundamentação das rupturas necessárias com o senso comum, no caminho para a construção de uma autonomia intelectual”.

Podemos pensar no(s) motivo(s) de uma nova Proposta de Ensino de Matemática para o 2º Grau.

Este documento faz um relato histórico da idéia da proposta, contando que, no final de 1983, as escolas de 2º Grau ganharam mais autonomia, devido à Lei 7044/82, para mudarem e agirem sobre suas grades curriculares, tudo por causa da retirada da obrigatoriedade da profissionalização nesse grau de ensino.

Conseqüentemente, a Proposta de Ensino de Matemática em ação naquele momento se tornou praticamente inútil, bem como o direcionamento do ensino a ser ministrado. Dessa forma, houve a necessidade da elaboração de uma nova proposta para o ensino de Matemática para esse grau de ensino, que hoje chamamos de Ensino Médio.

Como conseqüência da necessidade de serem estabelecidas diretrizes para o ensino de matemática no 2º Grau, houve então a criação do documento: *Diretrizes para o Ensino de Matemática no 2º Grau - Versão Preliminar*, que foi elaborado após vários encontros realizados em 1984 com a participação de professores representantes de todas as regiões do estado de São Paulo. Sua distribuição para toda a rede ocorreu em 1985.

Em praticamente todos os encontros posteriores, as Diretrizes foram discutidas por professores representantes de Diretorias de Ensino. Dessa maneira, surgiu o documento *Questões para orientar a reflexão sobre o Planejamento de ensino de Matemática para o 2º Grau – 1986*, com o objetivo de estender ainda mais a discussão entre um maior número de professores possível.

Depois de analisados os relatórios enviados por algumas das Diretorias de Ensino sobre o documento gerado pelos encontros citados acima, surgiu uma versão preliminar da Proposta Curricular de Matemática, analisada e discutida por professores de Matemática de 2º Grau, em julho de 1987.

A partir daí entraram em ação professores do 3º Grau das Universidades UNICAMP, MACKENZIE e PUC, e então a Equipe Técnica de Matemática da CENP elaborou a última versão. Nesta versão, alguns conteúdos foram ampliados e/ou modificados, entre os quais está a Matemática Financeira.

A proposta deveria ter sido implantada em 1990, após passar por uma série de análises e discussões. As principais preocupações metodológicas resumiam-se em o aluno participar da elaboração de seu conhecimento. Quanto ao professor, sua função deveria ser a de um orientador da aprendizagem, levando os alunos a terem idéias e refletirem sobre elas.

Então, para que isso acontecesse, seria necessário ao professor propor, como ponto de partida de um determinado conteúdo, um problema, a partir do qual seria iniciada a discussão de idéias centrais sobre o tema em questão, tudo isso levando em

conta os objetivos que se queria atingir, entre os quais, a PCESP deixa claro nas páginas 10 e 11, o processo de familiarização com os conceitos matemáticos envolvidos e suas representações. Assim, surge a necessidade de um diálogo entre professor e aluno que discutisse os processos de resolução, as observações feitas no decorrer dessas resoluções e os resultados obtidos.

De acordo com a PCESP, no transcorrer desse processo, acabaria por acontecer um diálogo entre professor e aluno. Para que os alunos interiorizassem os conceitos, seria necessário que a linguagem utilizada pelo professor, durante a introdução dos conceitos, fosse a mais próxima da realidade dos alunos. Sendo assim, o que se pode notar é que, antes de qualquer tipo de formalização de conceitos, seria necessário que o aluno soubesse do que aborda aquele determinado conteúdo.

Passamos agora a analisar os conteúdos e a quantidade de aulas destinadas à disciplina Matemática. Para isso, escrevemos uma seqüência como a trazida pela PCESP:

***QUADRO I:***

Opção de distribuição de conteúdos para escolas com 2 ou 3 aulas de Matemática por semana.

**1ª série – 2º Grau**

Função; Trigonometria no Triângulo; Potências e Expoentes.

**2ª série – 2º Grau**

Análise Combinatória; Probabilidade; Geometria.

**3ª série – 2º Grau**

Geometria; Geometria Analítica; Matemática Financeira.

Para esse quadro, é importante que o tema Potências e Expoentes seja trabalhado, pois é com ele que os conceitos de juros compostos ficarão mais claros.

***QUADRO II:***

Opção de distribuição de conteúdos para escolas com 4 ou 5 aulas de Matemática por semana.

**1ª série – 2º Grau**

Função (Com Progressão Aritmética); Trigonometria no Triângulo Retângulo; Potências e Expoentes com Exponencial e Logaritmo.

**2ª série – 2º Grau**

Trigonometria (1ª Volta); Análise Combinatória; Probabilidade; Geometria e Prismas; Sistemas Lineares com Matriz e Determinantes.

### **3ª série – 2º Grau**

Geometria Analítica; Matemática Financeira ou Estatística; Geometria; Polinômios e Equações Polinomiais; Números Complexos.

Tópicos como Funções, Trigonometria no triângulo retângulo, Análise Combinatória, Probabilidade, Geometria, Potências e Expoentes e Matemática Financeira são considerados relevantes pela PCESP, que sugere ainda, dependendo do interesse dos alunos e do tempo que se tenha, o tópico de Seqüências que poderia ser trabalhado de forma organizada. Quanto ao conteúdo Sistemas Lineares, seria sugerido que os alunos recebessem ferramentas necessárias para a resolução de sistemas de, no máximo três incógnitas, sem se preocupar muito com a discussão sobre o manuseio dessas ferramentas.

Um outro detalhe sobre a proposta, é que ela coloca em dúvida o ensino de Matrizes no 2º Grau quando afirma, na página 18, que a resolução de um sistema linear não passa de uma aplicação conveniente de princípios aditivos e multiplicativos. Dessa maneira, a proposta conclui que não é necessário que os alunos aprendam Matrizes, a não ser que seja necessário a eles, num possível curso de 3º Grau na área de exatas.

Um outro conteúdo duvidoso, de acordo com a proposta, é o de Números Complexos que, como descrito na página 19, não passa de um tema meramente matemático e não um tema de Educação Matemática. Além disso, temos os Polinômios e as Equações Algébricas, cujo conteúdo a proposta afirma que não há necessidade de se trabalhar com equações de 4º, 5º, 6º graus, já que esse conceito não se aplica em nenhuma situação-problema do cotidiano dos alunos.

Depois dessas reflexões sobre a proposta curricular, passaremos agora a verificar a parte de maior interesse nosso que é o da Matemática Financeira contida na PCESP. Esse tópico engloba 65 páginas da proposta e é fundamental para o interesse de nosso trabalho.

#### 2.4.2.2.1) A PCESP e a Matemática Financeira.

Para começarmos a refletir sobre a Matemática Financeira escolar, observaremos o que diz a página 271 no item 7.6 da PCESP, sobretudo do ponto de vista da história do ensino de Matemática Financeira na escola:

“O assunto Matemática Financeira não possui tradição no ensino de Matemática por não ser ministrado sistematicamente nas escolas de 2º Grau. Por causa dessa falta de tradição, talvez haja alguma resistência com relação à sua introdução nos conteúdos atualmente ensinados”(p.271).

Como vemos aqui, a proposta reconhece que a Matemática Financeira não tem sido um dos focos de ensino das escolas de Ensino Médio. Porém, na seqüência, na mesma página, a proposta anima os professores a mudar essa postura:

“É chegado o momento em que nós, educadores, precisamos ousar modificar situações instaladas e promover ações que mudem posturas, diante da crise do sistema educacional vigente” (p.271).

Porém, é importante destacar que, passados 25 anos dessa proposta, o ensino de Matemática Financeira não tem sido colocado, efetivamente, em pauta nas escolas de Ensino Médio. A PCESP traz um possível motivo da não inserção desse conteúdo no ensino de Matemática na escola. Esse motivo está relacionado com o ‘*por que*’ ensinar esse conteúdo. Porém, de acordo com a PCESP, esse ‘*por que*’ precisa ser discutido de maneira ampla em sala de aula.

Outro elemento importante nessa análise e discussão é a ‘*significância*’ das questões envolvendo Matemática Financeira que, no caso de seu ensino, é necessário que esteja presente para se tornar um elemento motivador de sua compreensão e seu aprendizado.

A PCESP não pressupõe pré-requisitos para o ensino de Matemática Financeira, o que faz com que ela seja independente com relação aos outros conteúdos de Matemática. O que temos é uma preocupação que os conteúdos necessários ao estudo de Matemática Financeira sejam construídos localmente e que sempre que seja introduzido um conceito novo, isso deve ser feito a partir de um problema do dia-a-dia, na vontade de motivar os alunos a propor resoluções e caminhos para resoluções.

Os conteúdos tratados na PCESP, de acordo com nosso julgamento, abrangem os principais conhecimentos necessários para que o aluno do Ensino Médio possa compreender as relações comerciais existentes em nossa sociedade, pois os conhecimentos previstos com o estudo de Matemática Financeira vão desde as noções

de Porcentagem, passando pelos Juros Simples, Descontos Simples, Juros Compostos, Desconto Composto e Amortização. As noções de Capitalização não são trazidas pela PCESP, porém os conceitos que a envolvem são os mesmos que os conceitos de Amortização, fazendo com que esse conceito possa também ser trabalhado.

A parte final da Proposta é bastante interessante e importante, pois traz conceitos de valores financeiros equivalentes, que são conceitos necessários para que os alunos se tornem independentes e autônomos nas questões de compras parceladas e financiamentos.

Passamos agora a verificar a lista de conhecimentos apresentados pela PCESP, no que diz respeito ao ensino de Matemática Financeira:

- a) Noção de Porcentagem;
- b) Conceitos de Capital, Juros, Taxa de Juros, Unidade de Tempo, Prazo, Montante;
- c) Modalidade de Juros: Juros Simples e Juros Compostos;
- d) Juros Simples;
- e) Juros Compostos;
- f) Descontos Simples e Descontos Compostos
- g) Valores Financeiros Equivalentes
- h) Equações de Equivalência – Anuidades

Todos esses conceitos são contextualizados e desenvolvidos a partir de uma situação-problema, que é próximo daquilo que nós esperamos com relação ao processo de ensino-aprendizagem. A contextualização deve ter o caráter de trazer o conhecimento para mais próximo da realidade do aluno, fazendo com que esse aluno sinta que a escola não trata de assuntos que ele nunca irá ver em sua vida cotidiana. Dessa maneira, acaba por se criar um vínculo entre a escola e a vida do aluno, fazendo com que esse aluno seja capaz de exercer sua cidadania.

Uma parte importante também é que, sabendo que a Matemática Financeira faz uso de muitas fórmulas, é necessário que as deduções dessas fórmulas sejam feitas também a partir das resoluções dos problemas iniciais, não esquecendo que para alguns cálculos será necessário o uso de calculadoras.

A calculadora científica também tem espaço no momento em que os alunos estão resolvendo problemas de Matemática Financeira, principalmente no que diz respeito aos cálculos de Juros Compostos, pois se faz uso de Logaritmos, como vemos na página 296 da PCESP:

“Hoje em dia a aplicação computacional dos logaritmos deixou de ter utilidade devido ao avanço tecnológico da microeletrônica que permitiu a construção de máquinas de calcular extremamente rápidas e eficientes”.

Tudo isso acaba por colaborar quando dizemos que a Calculadora é um instrumento importante para o estudo da Matemática Financeira.

No ano de 2008, foi lançada uma nova Proposta Curricular para atender à necessidade de organização do ensino em todo o Estado de São Paulo. De acordo com ela, a versão de 1996 da Lei de Diretrizes e Bases (LDB), que deu autonomia às escolas para que definissem seus próprios projetos pedagógicos, foi um passo importante. Porém, essa tática descentralizante mostrou-se ineficiente.

Por esse motivo foi proposta, a partir deste ano, uma ação integrada e articulada entre Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, Diretorias de Ensino e Professores, cujo objetivo é melhor organizar o sistema educacional do Estado de São Paulo. Com esta nova Proposta Curricular, virão também subsídios aos profissionais de educação para que se aprimorem cada vez mais.

Essa proposta deixa claro também que o currículo, apesar de ter sido apresentado e discutido em toda a rede pública, está em constante evolução e aperfeiçoamento. Mais do que simples orientação, o que se espera, com a elaboração da Proposta Curricular e de todo o material que a integra, é que a ação tenha um foco definido.

Enfim, a sociedade atual, diante de questões como a busca de modernização produtiva, cuidados com o ambiente natural, procura de novas fontes energéticas, escolha de padrões para as telecomunicações, precisa lançar mão das ciências como provedoras de linguagens, instrumentos e critérios. Por isso, a educação de base que se conclui no Ensino Médio deve promover conhecimento científico e tecnológico para ser apreendido e dominado pelos cidadãos como recurso seu, não “dos outros” quer sejam cientistas ou engenheiros, e utilizado como recurso de expressão, instrumento de julgamento, tomada de posição ou resolução de problemas em contextos reais.

Mas, ao analisarmos conteúdos apresentados e previstos pela nova Proposta Curricular do Estado de São Paulo, pudemos constatar a total inexistência de qualquer citação sobre conceitos envolvidos na Matemática Financeira.

### **2.4.2.3) O que trazem os livros didáticos?**

O livro didático tem despertado interesse de muitos pesquisadores nas últimas décadas. Depois de ter sido desconsiderado por educadores e intelectuais de vários setores, entendido como produção menor enquanto produto cultural, o livro didático começou a ser analisado sob várias perspectivas, destacando-se os aspectos educativos e seu papel na configuração da escola contemporânea.

O livro didático é um objeto cultural contraditório que gera intensas polêmicas e críticas de muitos setores, mas tem sido sempre considerado como um instrumento fundamental no processo de escolarização. O livro didático provoca debates no interior da escola, entre educadores, alunos e suas famílias, assim como em encontros acadêmicos, em artigos de jornais, envolvendo autores, editores, autoridades políticas, intelectuais de diversas procedências. As discussões em torno dele estão vinculadas ainda à sua importância econômica para um vasto setor ligado à produção de livros e também ao papel do Estado como agente de controle e como consumidor dessa produção. No caso brasileiro, os investimentos realizados pelas políticas públicas, nos últimos anos, transformaram o Programa Nacional de Livro Didático (PNLD) no maior programa de livro didático do mundo.

Para Paulo Freire, mestre que ensinou uma geração de educadores a ver e fazer leituras diferentes sobre escola, a escola é um lugar especial. Também especial é o material escolar, que se pode definir como o conjunto de objetos envolvidos nas atividades da escola.

Tudo aquilo que ajuda a aprendizagem que cumpre à escola patrocinar – computadores, livros didáticos, cadernos, vídeo, canetas, mapas, lápis de cor, televisão, giz e lousa, entre outras coisas – é material escolar.

Na maior parte das escolas brasileiras, alguns desses itens são mais frequentes do que outros. Entre os mais raros, incluem-se, provavelmente, computadores e aparelhos de vídeo. Dentre os mais comuns, giz e lousa.

Ao conjunto acima citado poderiam ser acrescentados tantos objetos quanto aqueles sugeridos por recursos materiais, competência e imaginação de educadores e de escolas. Assim, coleções de pedras, retalhos de tecido, jornais, revistas, tintas, pincéis, cola, tesoura, vasos de plantas, bichos secos, impressoras, mimeógrafo poderiam ser elementos desse conjunto. Mas, qualquer que seja o conjunto de coisas que constitui o material escolar, alguns elementos são mais relevantes do que outros, por influírem



mais diretamente na aprendizagem. Entre esses elementos mais relevantes destacam-se os livros didáticos.

Por isso, acreditamos ser importante a análise de livros didáticos de Matemática, já que são uma ferramenta de grande utilidade para a maioria dos professores. De fato, o livro didático é considerado como a maior ferramenta de uso dos professores.

Observando alguns livros didáticos de diferentes épocas, tem-se percebido que há anos atrás, nos anos 60, os livros traziam uma linguagem mais rebuscada, cheia de rigor matemático, com toda estrutura matemática e praticamente nenhuma citação a respeito de questões sociais. Os exercícios até trazem dados reais, porém quase nenhuma reflexão sobre a sociedade é abordada nesses livros.

Conforme se avança no tempo, nos anos 70, os livros já começam a trazer dados mais presentes ao cotidiano dos alunos. Porém, a abordagem social, preocupada com uma formação mais crítica, ainda não aparecia como um dos pontos principais ao se ensinar conceitos de Matemática Financeira.

Com o passar dos anos, nos anos 80 e 90, podemos ver os livros avançando nesse sentido, trazendo problemas reais, do cotidiano dos alunos, mas com um enfoque um pouco mais social, trazendo informações e permitindo levar à tomada de decisões pelos alunos, de acordo com o contexto em que os exercícios estivessem envolvidos.

Hoje em dia, já se encontra em alguns livros um enfoque mais social, onde o objetivo, ao se ensinar os conceitos que envolvem a Matemática Financeira, já passam pela resolução de problemas de custo-benefício, valor de prestações, pagamento de impostos e rendimento de poupanças. Nesses livros já aparecem mais frequentemente questões que envolvem um contexto social, porém ainda de maneira tímida.

Sabemos que os livros didáticos têm grande influência no trabalho do professor em sala de aula. Podemos até mesmo afirmar que, conforme se vê hoje em dia, o livro didático orienta as escolhas do professor, até mesmo mais do que os documentos oficiais.

Como acreditamos que a Matemática Financeira é um conhecimento necessário e que está presente na vida do ser humano nos dias de hoje, resolvemos analisar livros didáticos mais atuais, sempre levando em consideração os conceitos envolvidos na Matemática Financeira, que são:

- Porcentagem;
- Juros Simples;
- Descontos;

- Juros Compostos;
- Amortizações (Compras Parceladas);
- Capitalizações (Poupança Programada, Previdência Privada);
- Sistemas de Empréstimos.

Todos esses assuntos estão presentes no dia-a-dia da maioria dos cidadãos brasileiros pois, por mais que eles não saibam ou não tenham contato direto com esses conteúdos, já ouviram falar sobre eles. Damos um destaque aqui em Porcentagem (nos descontos ou acréscimos que os produtos comercializados sofrem), Amortizações (forma de pagamento em parcelas ou crediário), Capitalizações (Previdência) e os Sistemas de Empréstimos que fazem parte da realidade da maioria dos brasileiros.

A partir de agora, passaremos a descrever a análise que fizemos de nove obras didáticas, de Ensino Médio, que fazem parte das mais usadas por professores de Matemática atualmente. Essa análise foi feita no sentido da busca de presença desses conteúdos acima escritos.

<i>Identificação da Obra</i>	<i>Conteúdos de Matemática Financeira</i>
“Matemática”. 2º Grau. Volume Único. (BEZERRA, Manoel J. PUTNOKI, José C. 1994. SP. Ed. Scipione).	Não encontramos conteúdos nem contextos de Matemática Financeira nessa obra.
“Curso de Matemática”. Volume Único. (BIANCHINI, Edwaldo. PACCOLA, Herval. 1997. SP. Ed. Moderna).	Nesta obra encontramos um pequeno capítulo de 8 páginas sobre Matemática Financeira, apresentando de forma rápida conteúdos de Porcentagem, Juros Simples e Juros Compostos. No capítulo de Progressões Geométricas, não há nada que mencione alguma coisa sobre Amortização, Capitalização, Empréstimos Parcelados, Financiamentos de Bens, etc, o que a nosso ver seria extremamente plausível, já que no capítulo de Matemática Financeira que o livro traz não se trata desses assuntos.
“Matemática”. Volumes 1, 2 e 3. (BARRETO FILHO, Benigno. SILVA, Cláudio Xavier da. 1998. SP. Ed. FTD).	No 3º Volume há um capítulo de 10 páginas sobre Matemática Financeira juntamente com Estatística. Este capítulo possui 8 problemas de porcentagem; 12, envolvendo operações com mercadorias; 11, sobre descontos simples; e 14 sobre acréscimos e descontos

	<p>sucessivos. Não encontramos nada que fale sobre Parcelamento de compras ou Empréstimos, Poupança, Previdência, nos contextos de Progressão Geométrica. No capítulo sobre funções Exponenciais e Logarítmicas não há nada que trate de Matemática Financeira.</p>
<p>“Curso de Matemática”. Volume Único. (BIANCHINI, Edwaldo. PACCOLA, Herval. 1999. SP. Ed. Moderna).</p>	<p>Encontramos 15 páginas sobre Matemática Financeira, logo após a apresentação de Logaritmo, apresentando de forma rápida conteúdos de Porcentagem, Juros Simples e Juros Compostos.</p>
<p>“Matemática: Contexto e Aplicações”. Volume Único. (DANTE, Luiz Roberto. 2000. SP. Ed. Ática).</p>	<p>Logo após o capítulo sobre Trigonometria, há um capítulo de Matemática Financeira com 11 páginas. Esse capítulo traz 17 problemas de Porcentagem, 12 de Juros Simples, 11 de Juros Compostos e 13 problemas gerais. Das obras analisadas, é a que mais traz conteúdos de Matemática Financeira para os alunos de Ensino Médio.</p>
<p>“Matemática Aula por Aula”. Volume Único. (BARRETO FILHO, Benigno. SILVA, Cláudio Xavier da. 2000. SP. Ed. FTD).</p>	<p>Encontramos apenas uma unidade especial do livro, contendo 10 páginas que trazem conteúdos de Porcentagem e Descontos.</p>
<p>“Matemática Completa”. Volume Único. (GIOVANNI, José Ruy. BONJORNO, José Roberto. GIOVANNI JR, José Ruy. 2002. SP. Ed. FTD).</p>	<p>O nome do livro até sugere que há muitos conteúdos de Matemática contidos nele. Porém encontramos apenas uma unidade especial com 6 páginas contendo conceitos e alguns problemas de Porcentagem.</p>
<p>“Matemática Novo Ensino Médio”. Volume Único. (SANTOS, Carlos Alberto Marcondes dos. GENTIL, Nelson. EMILIO, Sérgio. 2003. SP. Ed. Ática. 2003).</p>	<p>Esta obra tem uma seção ao final de cada capítulo cujo nome é “CONTEXTOS, APLICAÇÕES, INTERDISCIPLINARIDADE – Uma seção para você ligar a Matemática à realidade de vida e da sociedade”. No entanto, apenas no final do capítulo de Potências e Funções Exponenciais, a obra apresenta um único problema de Matemática Financeira, no</p>

	<p>caso de Juros Compostos. Além disso, no fim do capítulo de Progressões, apresenta, timidamente, 4 páginas com noções básicas de Porcentagem, Juros Simples e Juros compostos.</p>
<p>“Matemática: Ciência e Aplicações”. Volume 1. (IEZZI, Gelson.. DOLCE, Oswaldo. DEGENSZAIN, David. PERIGO, Roberto. ALMEIDA, Nilze de. 2006. SP. Ed. Saraiva).</p>	<p>Na página 304 deste livro, encontramos um capítulo direcionado à Matemática Financeira. Este capítulo de 28 páginas apresenta as idéias de Razão e Proporção, Porcentagem, Juros Simples, Juros Compostos, Descontos Simples e um anexo de 5 páginas de questões para vestibular e 1 página de desafios de Matemática Financeira. Apresenta conceitos de maneira bem contextualizada e com muitas ilustrações. Porém não apresenta nenhuma espécie de sugestão a reflexões sobre a sociedade, apesar de trazer muitos problemas de situações cotidianas.</p>

Quando analisamos esses livros didáticos, encontramos uma grande separação entre o que os documentos oficiais trazem e o que os livros didáticos apresentam, já que não encontramos, em alguns desses livros, muitos conceitos de Matemática Financeira. Quando esses conceitos aparecem, não são tratados com tanta profundidade nem com tanto cuidado.

No que diz respeito às reflexões da Matemática Financeira na sociedade, o quadro é ainda mais agravante, pois não se fala praticamente nada nesses livros. Por esse motivo é que queremos construir uma proposta de ensino de Matemática Financeira, não jogando fora o que os livros trazem, mas inserindo alguns outros detalhes que julgamos importantes.

Como temos visto, as propostas curriculares trazidas nos livros didáticos têm grande influência na atividade do professor em sala de aula, talvez até maior do que os documentos oficiais.

Sendo assim, o nosso objetivo ao desenvolver uma Proposta de Ensino de Matemática Financeira, pautada tanto nos documentos oficiais quanto nos livros didáticos, é trazer ao professor uma maneira diferenciada de se trabalhar em sala de aula

e proporcionar a ele colocar em prática um ensino mais reflexivo no que diz respeito ao conteúdo e à sociedade.

#### **2.4.2.4) Conceitos Prévios ou Pré-Requisitos:**

A maioria dos livros didáticos analisados traz, como conceitos anteriores aos de Matemática Financeira, os seguintes tópicos:

*I – As quatro Operações Básicas;*

*II – Frações Ordinárias;*

*III – Frações Decimais;*

*IV – Operações com Decimais;*

*V – Razões;*

*VI – Proporções;*

*VII – Porcentagem;*

Até chegar a Juros Simples, é necessário o conhecimento desses conceitos prévios. Para irmos à frente, então, são necessários os seguintes pré-requisitos:

*VIII – Exponencial;*

*IX – Logaritmo;*

#### **2.4.3) Falando sobre Matemática Financeira e Cidadania.**

Levando-se em conta que, ao se falar de Matemática Financeira, se consideram contextos onde se envolvem, entre outros assuntos, consumo, trabalho, operações bancárias, torna-se necessário que se reflita sobre a questão social implícita a cada uma dessas aplicações, em geral cotidianas, desse conteúdo.

Dessa maneira, temos que a aprendizagem dos conceitos de Matemática Financeira, por parte dos alunos, é uma importante ferramenta para sua formação, já que problemas relacionados ao citado conteúdo fazem parte de sua rotina diária.

Entende-se por rotina diária:

“Leitura e interpretação crítica de notícias de jornal, de televisão e gestão da economia pessoal (custos, moeda, orçamento familiar, do estado)” (D’AMBROSIO, 1989, p.43).

Segundo Weatherford (2000), o dinheiro muda o sistema cultural. Sua forma de utilização vem mudando a sociedade desde a invenção da moeda, na Lídia, há 3 mil anos atrás e, atualmente, acreditamos que a tecnologia aplicada ao dinheiro poderá mudar a nossa sociedade.

Precisamos entender, enquanto educadores, que o nosso mundo sofre constantes mudanças e é preciso que acompanhem as transformações sociais e tecnológicas para fazer com que a educação que oferecemos possa desenvolver, em nossos alunos, uma visão crítica através de nossa intervenção em sala de aula.

Obviamente não podemos fazer tudo de maneira solitária. Por isso, a visão de mudança de atitude no sistema escolar é muito importante. Porém, um primeiro passo já pode ser dado no sentido de proporcionar, aos nossos alunos, uma idéia de como os conceitos que eles constroem na escola podem influenciar na sociedade em que vivem.

Pensando objetivamente em Matemática Financeira, pode-se, através dela, fazer com que os nossos alunos aprendam a ser melhores na exigência de seus direitos, a entender melhor o que se passa nas relações comerciais existentes no meio social em que estão inseridos, além de poder entender as muitas questões que envolvem tantas desigualdades que hoje presenciamos.

Muitas vezes, os alunos deixam perdidas, uma série de informações matemáticas recebidas, por não saberem relacionar essas informações com o seu cotidiano. Acreditamos que talvez não seja possível, aos alunos, terem a percepção clara quanto à aplicabilidade de todos os conceitos que envolvem a Matemática, porém, ao se tratar de Matemática Financeira, isso pode ser minimizado consideravelmente, se sua abordagem for feita de maneira diferenciada pelos professores.

Pensando no conteúdo de Matemática Financeira, tem-se, basicamente, consciência da necessidade se considerar os seguintes conceitos:

*I – Lucro;*

*II – Desconto;*

*III – Pagamento à vista;*

*IV – Preços;*

*V – Juros Simples;*

*VI – Rendimentos;*

*VII – Desconto Simples;*

*VIII – Pagamentos Parciais ou Parcelados;*

*IX – Juros Compostos;*

*X – Amortizações;*

Ficamos imaginando, então, a quantidade de aplicações existentes, em nossa sociedade, para cada um desses conceitos. Ao mesmo tempo, refletimos sobre o modo e

a intensidade com que o professor poderia fazer uso dessas aplicações em sua prática docente.

Uma possibilidade seria a de utilizar informações reais de jornais, revistas, internet, televisão, entre outros meios de comunicação, com o objetivo de levar esses conceitos para fora dos muros da escola, assim como trazer para dentro dela situações do dia-a-dia dos alunos. Além disso, seria importante contar com a possibilidade de os alunos serem ouvidos sobre suas análises e conclusões para cada tipo de decisão tomada no contexto do problema resolvido ou que se quer resolver.

Assim, podemos ver que essa é uma oportunidade para que os alunos possam fazer pesquisas e, ainda, trazer, para a escola, informações coletadas em lojas, supermercados, bancos e outros muitos estabelecimentos comerciais, proporcionando-lhes uma espécie de pesquisa no “Mundo Real”. Com isso há a possibilidade da descoberta pessoal de situações envolvendo conceitos trabalhados em sala de aula e do uso de tecnologias informáticas destinadas à construção e à análise de gráficos de rendimentos ou amortizações, o que poderia contribuir para a inserção dos alunos num “Mundo Tecnológico”. Com uma formação mais completa, enquanto aluno, esse cidadão formado passaria a ser ativo na sociedade da qual participa.

#### **2.4.4) Educação Matemática Crítica**

Pelo que temos acompanhado, vemos que o quadro de pesquisas em Educação Matemática está repleto de experiências diferenciadas. Procuramos, então, nesse quadro, incluir uma pesquisa que diz respeito a alunos de Ensino Médio. Uma pesquisa escolar que seja dinâmica, objetiva, com debates e reflexões. E, baseado no contexto dessa pesquisa, especialmente pensando numa educação matemática inovadora, é que apresento uma proposta de Ensino de Matemática Financeira Escolar para o Ensino Médio através da Resolução de Problemas, visando a refletir sobre a sociedade em que vivemos.

Acreditamos que a relação professor-aluno possui um papel fundamental nesse processo, principalmente através da comunicação originada das diferentes mídias disponíveis como, entre outras, a escrita, a fala, os e-mails. Neste caso, o professor não deve ser o centralizador do poder, já que ele não é o único a determinar os problemas a serem abordados em sala de aula, sendo então o aluno co-construtor do conhecimento adquirido no processo de ensino e aprendizagem com a direção do professor.

De acordo com Skovsmose (2001), este processo pode ser chamado de Educação Crítica. Nela, os alunos se envolvem com toda a construção do conhecimento e com o processo de ensino-aprendizagem, ou seja, "é atribuída aos estudantes uma competência crítica".

Essa competência, como papel dos alunos, é conseguida através do diálogo com o professor, quando conseguem identificar pontos relevantes a serem abordados no momento em que o professor, de acordo com nossa Metodologia de Ensino, os convoca para uma Plenária em sala de aula. Para Skovsmose, um dos pontos-chave da Educação Crítica não está inserido no processo educacional, pois está relacionado com problemas existentes fora do universo da Educação. Ele acredita que os problemas estudados devem ser relevantes para os alunos e dentro de seus interesses, pois, se não o forem, não será um problema para eles e nem terão o desejo de resolvê-lo. Além disso, se as questões possuírem uma relação próxima "com problemas sociais objetivamente existentes" (SKOVSMOSE, 2001, p.20), a abordagem desses conceitos poderá ser feita levando-se em conta a sociedade em que vivemos.

Concordamos com ele quando diz que, "a relação entre professor e alunos na Educação Crítica tem papel importante. Várias formas de relacionamento são possíveis, mas a Educação Crítica enfatiza que um princípio importante é que os parceiros sejam iguais" (p.17), principalmente quando se refere às responsabilidades quanto ao processo de aprendizagem. Skovsmose (2001) destaca que a Educação Crítica tem se manifestado através de orientações para problemas, organização de projetos, interdisciplinaridade, emancipação, entre outras. Nestes aspectos, a Educação Crítica proposta por Skovsmose (2001) está diretamente relacionada com o foco principal desta pesquisa, já que a Proposta de Ensino de Matemática Financeira visa também às reflexões na sociedade sobre os conceitos que a envolvem.

Uma coisa importante a se destacar aqui é que não se visa simplesmente a refletir sobre problemas da sociedade mas, também, a aprender os conceitos de Matemática Financeira trabalhados através da resolução de problemas.

As situações vivenciadas pelos alunos envolvidos nesta pesquisa estão inseridas no conceito de Educação Crítica e sua idéia central é de que os problemas sejam de interesse dos alunos e, a partir deles, os conteúdos comecem a ser investigados e construídos pelos alunos, com o auxílio do professor.

De acordo com Skovsmose (2001), a Matemática faz parte da nossa cultura e, sendo assim, "a realidade já vivida deveria ser a espinha dorsal que une experiências



matemáticas” (p. 27). Dessa maneira, a Proposta foco desta pesquisa é fazer com que os alunos tenham, pelo menos, um conhecimento básico sobre Matemática Financeira, que lhes permita poder entender e questionar a sociedade em que vivem.

A Matemática Financeira possui um número imenso de aplicações reais. Porém essas não são devidamente enfatizadas na escola, dentro de um ensino conhecido como tradicional, mesmo por muitos daqueles que consideram essa contextualização importante. Outro detalhe é que a Matemática possui “implicações importantes para o desenvolvimento da sociedade – embora essas implicações sejam difíceis de se identificar” (SKOVSMOSE, 2001, p. 40). Pode estar aí o problema de não se fazer uso de situações reais nos problemas propostos e a dificuldade de se identificar as relações entre a Matemática e a realidade.

Logo, a Proposta de Ensino desenvolvida nesta pesquisa visa a, além de ensinar conceitos de Matemática Financeira, preparar o aluno para que ele possa viver e compreender as relações comerciais que o cercam. As pessoas devem ser capazes de entender as funções de cada aplicação da Matemática e, para que isso ocorra, é necessária uma intersecção entre as idéias da Educação Matemática e da Educação Crítica.

Uma das idéias apontadas por Skovsmose (2001) é a de aumentar a integração entre a Educação Matemática e a Educação Crítica, “para que a Educação Matemática não se degenere em um dos mais importantes modos de socialização dos estudantes da sociedade tecnológica” (p. 32), possibilitando que os estudantes realizem conexões entre diferentes áreas do conhecimento, tornando-os mais críticos.

“Uma extensão lógica da visão de que um novo conhecimento deveria ser construído a partir do conhecimento existente é que os professores precisariam dar atenção às compreensões incompletas, às falsas crenças e às interpretações ingênuas de conceitos que os alunos trazem consigo para um dado assunto. Os professores então precisariam trabalhar sobre essas idéias de modo que pudessem ajudar cada estudante a atingir uma compreensão mais madura. Se as idéias e crenças iniciais dos estudantes são ignoradas, as compreensões que eles desenvolvem podem ser muito diferentes daquelas pretendidas pelo professor” (How people learn, 2000, p.10). Mas, para que a Matemática se torne algo próximo da vida dos alunos, é preciso que, inicialmente, os problemas sejam, no mínimo, próximos da realidade em que vivem.

Porém, de acordo com Skovsmose (2001), a Matemática possui, pela maneira como é organizada, a capacidade de formatar o conhecimento. Isto é, faz com que os

conceitos sejam apresentados, através de uma definição, antes de serem trabalhados em sua construção, principalmente quando se trata de um contexto de ensino tradicional. Para sairmos dessa vertente, a idéia central é trabalhar com problemas iniciais geradores de conceitos e, assim, fazer com que os alunos possam, por si mesmos, chegar ao conceito. Claro que esse conceito, depois de discutido, deve ser formalizado, já que a Matemática é uma Ciência de organização e regras bem definidas. Assim, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas, foi adotada para esta pesquisa. Essa metodologia nos parece bastante relacionada com as propostas de uma Educação Matemática Crítica, onde os alunos têm a opção de investigar e construir conceitos que envolvem assuntos presentes em seu cotidiano, tornando o aprendizado mais significativo.

Segundo Skovsmose (2001) o problema (inicial) deve ser concebido como relevante na perspectiva dos estudantes; deve ser possível enquadrá-lo e defini-lo em termos próximos das experiências e do quadro teórico do estudante; o problema deve ter uma relação próxima com problemas sociais objetivamente existentes.

#### **2.4.5) Formação do Cidadão enquanto Aluno.**

Oliveira (2004) traz em sua dissertação alguns dados sobre o ensino de Matemática e a dicotomia que ocorre entre Escola e Cotidiano. Entre todos esses dados, os que mais chamam a atenção para essa pesquisa são:

- Raramente se estuda Matemática Financeira na escola e isso faz com que as pessoas tenham dificuldades de compreensão entre as diferentes modalidades de juros, de uma compra à vista ou a prazo, além da falta de critérios para a escolha entre um financiamento e um consórcio;
- O tema Previdência Social é dificilmente abordado pelos professores na escola;
- A discussão sobre seguros, cadernetas de poupança e título de capitalização praticamente inexistem na escola;
- As relações trabalhistas estão ausentes da maioria dos temas escolares;
- O (des)equilíbrio das contas públicas não tem sido tratado nem sequer citado no ambiente escolar;
- Não há discussão sobre a repartição de receitas para estados e municípios;

- Não são discutidos sobre percentuais mínimos de investimentos governamentais no âmbito da Saúde, da Educação, entre outras coisas;
- Além disso, apesar da inflação aparecer sempre no dia-a-dia das pessoas, a escola dificilmente fala dela.

Também por esses motivos é que a Proposta de Ensino apresentada nesta pesquisa busca inserir reflexões acerca da sociedade e suas relações com os conceitos de Matemática Financeira.

#### **2.4.5.1) Refletindo sobre a Sociedade**

É de se esperar que os professores recém formados em Licenciatura Matemática possam utilizar seus conhecimentos e sua criatividade para criar um ambiente novo, dentro da sala de aula, no que diz respeito ao ensino, deixando o aluno perguntar, fazer, discutir e construir o objeto matemático assim como valores morais, visando ao crescimento pessoal do aluno como homem e como cidadão.

Contudo, D'ambrosio (1989) explica que *a típica aula de matemática... ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa no quadro negro aquilo que ele julga importante. O aluno... copia da lousa para o seu caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação(...).*

Barth (1993) também destaca que, tradicionalmente, saber ensinar é entendido como saber expor conteúdos bem estruturados pelo professor. Hoff (1996) identifica críticas ao modelo de ensino da matemática, concluindo que, *no binômio ensino/aprendizagem, a metodologia centraliza-se na figura do professor. Sendo a meta a "aquisição" do produto final, abstrato e formal, e sendo o professor o detentor desse saber, compete-lhe fazer chegar esse saber aos alunos pela transmissão de informações(...).*(p.76)

Fiorentini (1994) apresenta a idéia de que... *por trás de cada modo de ensinar, esconde-se uma particular concepção de aprendizagem, de ensino e de educação. O modo de ensinar depende também da concepção que o professor tem do saber matemático, das finalidades que atribui ao ensino de matemática, da forma como concebe a relação professor-aluno e, além disso, da visão que tem de mundo, de sociedade e de homem.* (p.34)

No Brasil, os anos setenta e oitenta, do século XX, são marcados pela visão tecnicista de educação e no ensino de matemática ocorre, segundo Fiorentini (1994), com o *Tecnicismo-pragmático*, que *procura reduzir a matemática a um conjunto de*

*técnicas, regras e algoritmos sem grande preocupação em fundamentá-los ou justificá-los. Na verdade, esse tecnicismo mecanicista procurará enfatizar o fazer em detrimento do compreender, refletir e/ou analisar. (...) Os conteúdos tendem a ser encarados como informações, regras, macetes ou princípios organizados ... (p. 48,49)*

Destaca-se, como síntese, a denominação mais expressiva para esse tipo de ensino, a “educação bancária”, criada por Paulo Freire, como “educação dissertadora”, onde

em lugar de comunicar-se, o educador faz “comunicados” e depósitos que os educandos, meras incidências, recebem pacientemente, memorizam, repetem. (FREIRE, 1983, p.66)

Destas afirmações não decorre a idéia de uma concepção única de educação durante as duas décadas citadas. No entanto, pode-se afirmar ser predominante uma visão de educação transmissiva, voltada para a aquisição de habilidades.

A situação do ensino de matemática no Brasil, com a predominância da “educação bancária”, não é isolada do mundo, podendo-se relacioná-la ao contexto internacional, de maneira que estas mesmas características estão presentes na educação de vários países. Popkewitz (1997) vai assinalar que, *na maioria dos países, a matemática é ensinada aos alunos de uma forma que sugere homogeneidade de prática e um consenso de finalidades.* (p.192)

D’ambrosio (1989, p.15) cita estudos internacionais que constatam que o ensino de matemática, nos moldes tradicionais, tem conseqüências práticas: os alunos acreditam que aprender matemática é aplicar regras transmitidas pelo professor, que a matemática foi descoberta/criada por gênios e representa conceitos verdadeiros e estáticos, utilizam-se mais da matemática formal do que de suas próprias intuições, de maneira que lhes falta flexibilidade e coragem para enfrentar situações novas. Também destaca que o professor, em geral, acredita na matemática *como um corpo de conhecimentos acabado e polido*, que o aluno aprenderá melhor se tiver acesso a muitos conteúdos e se fizer muitos exercícios.

Essa visão tradicional da educação, na história da escola brasileira, no contexto da realidade nacional, possui características próprias. Ao longo do tempo veio produzindo uma organização da educação que se tornou piramidal, admitindo em sua base grandes contingentes de alunos, mas favorecendo uma formação completa para apenas uma parcela destes. Na escola pública, então, passou-se a lidar, durante décadas, com o fenômeno do que se acostumou a denominar de “fracasso escolar”, de modo que

grande parte da população que entrava na escola não conseguia concluir nem mesmo o primeiro dos níveis estabelecidos.

Não é preciso recorrer a pesquisas ou estudos para se afirmar que a matemática desenvolveu papel decisivo no quadro de fracasso escolar no Brasil. Como disciplina reconhecidamente importante, muitas vezes de difícil sucesso, freqüentemente recaía sobre ela a decisão sobre o futuro do aluno, sobre sua promoção ou retenção através das séries, a cada ano. Vários estudiosos como Auarek (2000) vão situar como a Matemática é valorizada na sociedade e na escola e também vão destacar as dificuldades de aprendizagem da Matemática, sua identificação como disciplina que reprova e até como disciplina que vai validar a reprovação anual do aluno, em muitos contextos.

Nos anos noventa, do século XX, mudanças e reformas na educação brasileira foram colocadas na ordem do dia. Muitos são os fatores que interferiram nesse sentido. De um lado, o mundo globalizado, as novas tecnologias e transformações operadas nos sistemas produtivos demandam novas qualificações. Por outro lado, confluem demandas sociais, historicamente não resolvidas, vinculadas à escola seletiva e classificatória. Há na sociedade brasileira uma demanda por mudanças/reformas na educação, advindas de um conjunto de movimentos organizados e de múltiplas instituições.

Destacam-se, no entanto, as ações do “movimento de renovação pedagógica”, de educadores organizados em associações, entidades sindicais, governos populares, escolas e universidades, que têm desenvolvido projetos político-pedagógicos diversos, na perspectiva que se pode dizer democrática e inclusiva.

Todas as muitas iniciativas de reforma da escola pública brasileira desta década confluíram para um discurso comum, mesmo que sabidamente com objetivos e estratégias bem diferentes. O centro das preocupações de todas as propostas pode ser apontado como sendo o de extensão do direito à escola para toda a sociedade, da escola como espaço de acesso à informação e a uma formação mais ampla de seus educandos. Procurarão também essas propostas maior sintonia da escolarização com as demandas de uma sociedade da informação e da tecnologia.

Lima (1997, p.22) assinala que, em vários países, a concepção mais ampla do processo de escolarização vem sendo referida como formação humana, trazendo consigo a necessidade de se reformular a própria função social da escola e, conseqüentemente, a estrutura de funcionamento da instituição.

Acreditamos numa concepção de Educação Crítica, que transcende o estatuto de uma postulação de direitos humanos, formalmente garantidos, e que atribua um significado à expressão “educação matemática crítica” que ultrapasse o nível do discurso.

De fato, associando-se as noções de cidadania e de um projeto em sentido amplo, tal como descrito nas linhas acima, nada parece mais característico da idéia de “educação crítica” do que a construção de instrumentos legítimos de articulação entre projetos individuais e projetos coletivos.

Tal articulação possibilitará aos indivíduos, em suas ações ordinárias, em casa, na escola, posteriormente no trabalho, ou onde quer que se encontrem, a participação ativa no tecido social, assumindo responsabilidades relativamente aos interesses e ao destino de toda a coletividade. Nesse sentido, educar criticamente significa prover os indivíduos de instrumentos para a plena realização desta participação motivada e competente, desta simbiose entre interesses pessoais e sociais, desta disposição para sentir em si as dores do mundo.

Sendo assim, é necessário ao professor de matemática ultrapassar o conforto de uma ética apenas da convicção, onde a integridade pessoal encontra-se garantida, mas não conduz a ações efetivas, aportando-se em uma ética da responsabilidade, onde crescemos junto com o crescimento dos riscos e encargos que assumimos.

É necessário para isso, repensarmos e compreendermos qual o sentido de se estudar Matemática. Afinal de contas, a maneira, como ela é apresentada aos alunos hoje em dia, reflete estranheza e ausência de significação, ao invés de levar à sensação notória de que essa mesma Matemática que se aprende na escola está presente em nossa vida cotidiana. É claro que isso precisa ser corrigido. Então é de extrema importância que os alunos percebam, através de nós educadores, matemáticos, porque há tanta Matemática na vida em sociedade e porque eles devem estudá-la na escola.

Os educadores matemáticos necessitam conceber ou criar situações didáticas em que os alunos não mais aprendam lições ouvindo passivamente seus mestres. Não se pode mais ficar tão próximos dos exercícios apenas de técnicas operatórias e que somente exigem a operacionalização de um procedimento conhecido e que logo é esquecido.

Ao Educador é necessário gastar energia e tempo para imaginar, criar e descobrir outros tipos de situações de aprendizagem para haver uma interação com os alunos e uma contextualização do objeto de estudo. Essas situações devem ser amplas, abertas e

carregadas de sentido para que, assim, o aluno tenha a possibilidade de pesquisar, identificar e resolver problemas.

Aos Educadores, de acordo com a entrevista dada pela Profa. Dra. Estela Kaufman Fainguelernt à revista da Sociedade Brasileira de Matemática em 2004, cabe:

- Conhecer o conteúdo matemático a ser ensinado e sua tradução em objetos reais de aprendizagem;
- Ser capaz de transpor erros e obstáculos à aprendizagem;
- Construir e planejar dispositivos e seqüências didáticas;
- Envolver os alunos em projetos de pesquisa, em projetos de estudo visando à construção de conhecimento matemático.
- Avaliar os trabalhos realizados continuamente para uma melhor reflexão de sua prática pedagógica.

O que se propõe, então, é uma Educação Matemática que se estenda para muito além dos muros da escola, é algo capaz de desenvolver, nos alunos, a capacidade crítica e um raciocínio lógico permitindo-lhes se desenvolverem como cidadãos pertencentes a uma sociedade necessitada de pessoas dispostas a exercer seus direitos e deveres, fazendo com que possa ocorrer uma melhora considerável dos valores sociais. Sendo assim, o Educador Matemático, ainda de acordo com a entrevista dada pela Profa. Dra. Estela Kaufman Fainguelernt à revista da Sociedade Brasileira de Matemática em 2004, deve ter uma melhor formação no sentido de:

- Desenvolver no aluno o interesse, para que este possa aprender Matemática por desejo próprio e não por imposição do Educador;
- Ter o aluno como centro do processo de ensino-aprendizagem;
- Melhorar, cada vez mais, a relação existente entre o Educador e o aluno e também entre os próprios alunos;
- Possibilitar que os alunos vivenciem suas experiências e suas descobertas ao invés de simplesmente serem repetidores de algoritmos e fórmulas;
- Desenvolver um currículo de valores que envolva conhecimento matemático, valores morais, sociais, fundamentados em comportamentos e crenças que se deseja transmitir aos alunos;
- Provocar prazer e gosto nos alunos pressupondo que isso possa intensificar o aprendizado.

Por isso concluímos que uma Proposta de Ensino voltada também para questões sociais seria a melhor maneira de utilizarmos conteúdos ensinados na escola para entender variadas situações cotidianas em nossa sociedade.

#### **2.4.6) Resolução de Problemas como Metodologia de Ensino-Aprendizagem.**

Temos visto que Problemas tem sido objeto de estudo desde há muito tempo em nossa humanidade e, além disso, o currículo escolar sempre abordou esse tema. Porém, somente nas últimas décadas, é que os educadores matemáticos começaram a dar mais atenção à Resolução de Problemas.

De acordo com dados que temos, a Resolução de Problemas, como campo de pesquisa, teve início com Polya que escreveu um livro com o nome *How to solve it*, cuja primeira edição é de 1945.

Desde então, a partir de 1970, a Resolução de Problemas começou a ocupar espaço em todo mundo, dando início a um movimento a favor do ensino de resolução de problemas.

Na década de 80 surgiram no mundo vários documentos sobre Resolução de Problemas. Nos Estados Unidos foi lançado o documento *Uma agenda para ação - Recomendações para a Matemática escolar nos anos 80*, do NCTM - National Council of Teachers of Mathematics - recomendando que a resolução de problemas (*problem solving*) fosse o foco da Matemática escolar nos anos 80. Nem todos os educadores matemáticos entenderam da mesma maneira essa recomendação. Uns a entendiam como teorizar sobre Resolução de Problemas e seguiam as linhas de Polya; outros a viam como ensinar matemática para que os alunos resolvessem problemas, isto é, queriam trabalhar sobre estratégias para a resolução de problemas. A década de 80 foi passando e, em seu final, mais precisamente em 1989, diante do fato de não terem atingido o sucesso esperado, os educadores passaram a ver Resolução de Problemas como uma Metodologia de Ensino: ensinar Matemática através da resolução de problemas.

De fato, o conhecimento matemático deve emergir da experiência com a resolução de problemas, experiência essa que engloba processos como a exploração do contexto, a elaboração de novos algoritmos, a criação de modelos ou a própria formulação de problemas.

A Proposta a que se destina esta pesquisa é voltada para a sala de aula e, para trabalhar com os alunos no ambiente escolar, pretendemos utilizar a Metodologia de



Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas, acreditando que esta poderá contribuir para o progresso na aprendizagem matemática dos alunos, já que eles próprios terão a oportunidade de, com o apoio do professor, construir seu próprio conhecimento.

Essa metodologia não valoriza a mecanização do conhecimento. Pelo contrário, como disse VARIZO (1993), esse conhecimento desenvolve uma prática de ensino que leve o aluno a deixar de ser um mero memorizador de conhecimentos matemáticos, para que possa valer-se deles em benefício de suas atitudes de cidadão e, particularmente, como aplicador e produtor desse conhecimento.

O ideal seria poder proporcionar ao aluno a possibilidade de, num primeiro momento, resolver problemas reais, semelhantes àqueles que o homem pode encontrar em seu dia-a-dia, para que ele possa saber ou reconhecer que aquilo que ele está estudando tem aplicação na vida. Mas não podemos limitar o crescimento intelectual dos alunos e, por isso, devemos incentivá-los a não fazer da Matemática uma ferramenta utilitarista, mas fazê-los pensar sobre a criatividade que ela pode despertar ao ponto de, utilizando conhecimentos prévios, poder construir novos conhecimentos. Dessa maneira, valorizam-se as diferentes descrições de solução por parte dos alunos, bem como proporcionam o incentivo a diferentes reflexões sobre os problemas trabalhados.

Para que essa metodologia de trabalho, em sala de aula, tenha bons resultados, é necessário que haja uma melhor formação do professor, já que esse bom resultado depende muito de um preparo prévio das aulas e de uma reflexão sobre os objetivos que se pretende alcançar durante a aula.

O professor precisa estar atento ao seu planejamento e ao desenvolvimento da aula a ser trabalhada a partir da resolução de problemas, bem como criar condições para que os alunos adquiram confiança em si mesmos e consigam caminhar no sentido da resolução do problema proposto. É necessário ver o professor como um guia, seu colaborador e não um obstáculo ao seu crescimento.

O que precisamos entender é que o fato de o aluno percorrer um ou mais caminhos, para chegar à solução do problema proposto não significa que ele tenha, ou não, conseguido resolver o problema. A solução dá-se realmente quando o aluno consegue entender e compreender os conceitos construídos necessários para chegar à resolução do problema.

O contexto no qual o problema está posto deve ser de interesse para os alunos, de modo que se lhes possibilite uma melhor compreensão do enunciado. É preciso que o

professor redija o enunciado do problema de maneira clara para que os alunos possam identificar seus dados, suas variáveis e o que é solicitado nele.

Se o professor utilizar o livro didático, ele deve saber que

“cabe ao professor não só suprir o livro didático adotado com problemas que versem sobre temas de interesse de seus alunos, sejam eles relacionados com o cotidiano dos alunos na escola ou fora dela. Hoje em dia, (...) cabe ao professor tanto esclarecer os problemas aí propostos, como elaborar outros problemas, considerando o campo de interesse de seus alunos.” (VARIZO, 1993, p. 21).

A metodologia de ensino de matemática através da resolução de problemas constitui-se num caminho para se ensinar matemática e não apenas para se ensinar a resolver problemas. Na verdade, o problema é o ponto de partida e os professores, através da resolução do problema, devem fazer conexões entre os diferentes ramos da matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos.

Numa sala de aula, onde o trabalho é feito com a abordagem de ensino de matemática através da resolução de problemas, busca-se usar tudo o que havia de bom nas reformas anteriores: repetição, compreensão, o uso da linguagem matemática da teoria dos conjuntos, resolução de problemas e, às vezes, até a forma de ensino tradicional.

Dessa forma, pretendemos que esta proposta vise ao trabalho através da Resolução de Problemas, para que os alunos possam pensar matematicamente, levantar idéias matemáticas, estabelecer relações entre estas idéias, saber se comunicar ao falar sobre elas, desenvolver formas de raciocínio, estabelecer conexões entre temas matemáticos e desenvolver a capacidade de resolver problemas, explorá-los, generalizá-los e até propor novos problemas a partir deles.

Assim devemos utilizar situações-problemas do cotidiano profissional, escolar e pessoal dos alunos, para o ensino-aprendizagem de Matemática Financeira através da resolução de problemas.

#### **2.4.6.1) A Metodologia de ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas.**

Decidimos, para o trabalho em sala de aula, fazer uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas.

Essa metodologia de trabalho em sala de aula prevê alguns passos para o desenvolvimento das atividades programadas na Proposta por nós elaborada:

- Dividir os alunos em Grupos;
- Entregar a atividade e dar um tempo aos alunos para que:
  - a leiam;
  - a interpretem;
  - e busquem a sua solução, dentro de um caminho de resolução definido por eles.
- O papel do Professor, num primeiro momento, é o de um observador que analisa o comportamento e o interesse de cada participante nos grupos, diante do problema dado;
- Num segundo momento, o Professor deve acompanhar o trabalho dos grupos como um questionador, ouvindo as perguntas, mas não as respondendo completamente, embora, às vezes, alguma sugestão possa lhes parecer uma “dica”;
- Terminado o tempo, os grupos devem entregar suas resoluções por escrito;
- Na lousa, representantes de grupos escolhidos apresentarão suas resoluções;
- Nesse momento, existe o que chamamos de Plenária, onde são discutidas, sob a coordenação do Professor, cada uma das resoluções apresentadas na lousa, não mais com os grupos formados, mas com os alunos em sua totalidade formando um único grupo. A participação dos alunos nessa etapa é essencial. A exploração de erros e acertos ocorridos deve ser bastante intensa. O Professor, fazendo uso de terminologia e de notação corretas, sempre questionando os alunos sobre o significado dos novos termos trabalhados, ouve os alunos, discute as dúvidas apresentadas e busca chegar a um consenso sobre a solução do problema dado;
- Após a Plenária, chegamos ao ponto da Formalização da nova teoria construída a partir desse problema. Esse é um tempo **ESSENCIALMENTE** da responsabilidade do Professor;
- Tarefas para casa, deixadas para os alunos, são necessárias para que cada aluno execute exercícios de fixação dos novos conceitos e conteúdos construídos. Essas tarefas deverão ser entregues, pelos alunos, no início da aula seguinte e discutidas pelo Professor.

Segundo Van de Walle (2001), para que a aula possa se desenvolver de maneira eficiente é necessário que o professor esteja bem preparado para as seguintes etapas: ANTES, DURANTE e DEPOIS.

Van de Walle (2001) descreve a fase ANTES dizendo que há três tarefas a serem nela realizadas: (1) deixar os alunos mentalmente preparados para a tarefa dada; (2) estar seguro de que a tarefa foi compreendida; e (3) estar certo de que você (professor) estabeleceu claramente suas expectativas além de simplesmente chegar a uma resposta.

*I.)*        **ANTES:** Diante da leitura feita em Van de Walle (2001) pude estabelecer para mim que esta é a parte que o Professor desenvolverá fora da sala de aula, isto é, é a PREPARAÇÃO DA AULA e, para isso, os seguintes passos podem ser seguidos:

- Buscar no planejamento escolar, o que estava programado para ser trabalhado nessa aula. Isto é, ter claro qual é o objetivo do professor para essa aula, em termos de conteúdo programático, competências e estratégias adequadas à resolução do problema.
- Escolher o problema visando à construção de novos conceitos e novos conteúdos como foco da Matemática a ser trabalhada nessa aula;
- Selecionar as estratégias que poderão ser utilizadas na resolução do problema escolhido;
- Fazer a resolução detalhada do problema usando as estratégias selecionadas;
- Programar perguntas que poderiam ser feitas na discussão sobre a resolução do problema durante a Plenária;
- Refletir como conduzir a Plenária para chegar a consenso sobre novos conceitos, conteúdos e demonstrações pretendidos a partir do problema.

Para Van de Walle (2001) a coisa mais importante para se fazer na próxima fase, DURANTE, é dar a partida. Dar aos estudantes uma chance de trabalhar sobre o problema sem a orientação do professor. O professor deve dar-lhes a oportunidade de usar suas próprias idéias e não simplesmente seguir diretrizes. A segunda tarefa nessa fase é ouvir. Descubra como diferentes alunos ou diferentes grupos estão pensando, que idéias eles estão usando, e como eles estão abordando o problema.

2.) **DURANTE:** Concordando com Van de Walle, posso dizer que essa fase é a parte em que o trabalho dos alunos se desenvolve. É o momento em que o Professor estará acompanhando seus alunos na busca da solução do problema dado, ora observando, ora questionando. Resumindo, nesta etapa os seguintes passos podem ser seguidos:

- Formar os grupos e entregar a atividade;
- Dar tempo para que os alunos busquem a solução;
- Observar a participação dos alunos, estimulando-os para a construção de novo conhecimento;
- Atender aos alunos, sem dar respostas imediatas, questionando-os quanto aos métodos utilizados até aquele momento;
- Os grupos devem entregar, por escrito, suas resoluções ao Professor.

Segundo Van de Walle (2001), para a fase DEPOIS o professor deve planejar um tempo amplo da aula e, então, deve estar seguro de ter economizado esse tempo nas outras fases. Não é necessário esperar que todos os alunos tenham terminado a atividade. Frequentemente nesta fase é quando a melhor aprendizagem ocorre. Esse não é um tempo de checar e verificar respostas, mas para a classe compartilhar idéias.

3.) **DEPOIS:** Também, de acordo com Van de Walle, posso dizer que este é o momento da PLENÁRIA e da formalização de conceitos. Para isso sugiro os seguintes passos:

- O Professor é o guia e orientador dos questionamentos que ele já programou;
- Os alunos participam também com questionamentos próprios e devem ser ouvidos em todas as suas dúvidas numa participação ativa e respeitosa;
- A busca de um consenso é o principal objetivo nesse momento. A discussão organizada constitui-se numa parte rica nessa busca;
- Depois disso, no momento da formalização, o Professor vai à lousa, formaliza os novos conceitos e conteúdos que foram construídos ao longo da resolução desse problema, dando-lhes significado.

## 2.5) Modelo Preliminar Modificado.

Após ter me relacionado com idéias de outros, ter percebido que mudanças em meu Modelo Preliminar deveriam ocorrer e, considerando todos os encontros de orientações que tive com minha orientadora, concluímos que o Modelo Preliminar apresentado anteriormente (Figura 2.3) deveria ser modificado.

Sendo assim, meu Modelo Modificado ficou organizado da seguinte maneira:

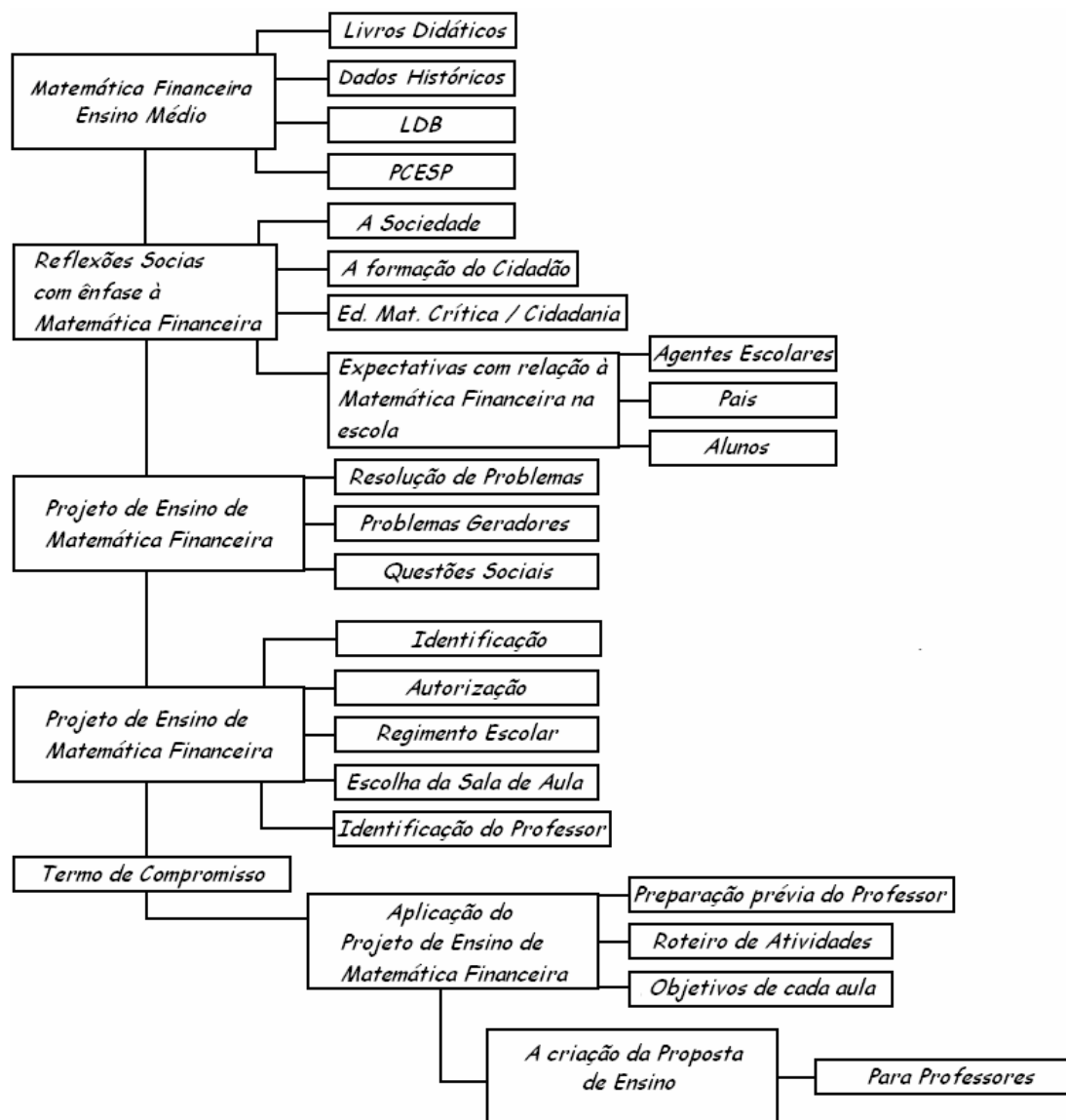


Figura 2.8 – Modelo Preliminar Modificado

Cada uma das etapas desse Modelo Preliminar Modificado será descrita posteriormente no Capítulo 3 – Estratégias e Procedimentos.

## **2.6) Identificação da Pergunta Diretriz ou da Conjectura.**

Segundo Romberg, chegamos ao ponto em que temos que definir o propósito da Pesquisa. Isto é, devemos deixar bem identificado qual é o nosso Problema de Pesquisa.

Até este momento estávamos nos deparando com duas possibilidades:

1. **Uma proposta de Ensino Introdutório de Matemática Financeira Escolar, para o Ensino Médio, através da Resolução de Problemas, que possa ajudar a refletir sobre a sociedade em que vivemos.**
  
2. **Que reflexões sociais os professores podem levar seus alunos a fazer quando é feito um estudo introdutório de Matemática Financeira, onde há a construção de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos, no Ensino Médio, através da Resolução de Problemas?**

Assumindo como pergunta de pesquisa a possibilidade de número 2, percebemos que a possibilidade de número 1 pode ser encarada como uma consequência da possibilidade 2. Assim, uma integração entre essas duas colocações permitirá a definição adequada de nossa pergunta de pesquisa.





**CAPÍTULO 3 – ESTRATÉGIAS E**  
**PROCEDIMENTOS DE PESQUISA**

## **CAPÍTULO 3 – Estratégias e Procedimento**

### **Considerações Iniciais**

“A decisão sobre que métodos utilizar segue diretamente das questões que se seleciona, da visão de mundo no qual estas questões estão situadas, da tentativa de modelo que se tenha construído para explicar o “fenômeno de interesse”, e da conjectura que se tenha feito sobre a evidência necessária” (ROMBERG, 1992, p.52).

Selecionar a estratégia geral da pesquisa é um passo bastante importante para que a coleta de evidências se dê de maneira coerente e objetiva.

Inicialmente estabeleceremos uma estratégia geral e uma coleção de outras estratégias que consideraremos aqui como auxiliares a ela e que são referentes às variáveis que o Modelo Modificado (Figura 2.8) exhibe.

Após a seleção das estratégias, segue a seleção de procedimentos que dizem como realizar cada uma das estratégias selecionadas.

Correspondente à Estratégia Geral, teremos um Procedimento Geral e, para cada uma das estratégias auxiliares, teremos um procedimento auxiliar.

Decidimos organizar, numa tabela, primeiramente as estratégias e os recursos necessários para cada uma delas. Em seguida, descrevemos cada um dos procedimentos escolhidos, de modo que essas escolhas fiquem mais claras e diretas.

A descrição de cada um desses procedimentos em ação será feita no próximo capítulo (Capítulo 4).

<b><i>3.1) Estratégia Geral: Criar uma Proposta de Ensino de Matemática Financeira para ser aplicada no Ensino Médio.</i></b>
---

<b><i>3.1.1) Estratégias Auxiliares:</i></b>
--

<b><i>Estratégia Aux<sub>1</sub></i></b> : Fazer um estudo sobre a disciplina Matemática Financeira.
--

- |   |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"><li>• Recursos a serem utilizados:<ul style="list-style-type: none"><li>✓ História da Matemática Financeira;</li><li>✓ Documentos Legais.</li></ul></li></ul> |
|---|

<b><i>Estratégia Aux<sub>2</sub></i></b> : Dar significado às Reflexões Sociais referentes à Matemática Financeira.
---

- |  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"><li>• Recursos a serem utilizados:</li></ul> |
|--|

- ✓ A Sociedade;
- ✓ A formação do Cidadão enquanto aluno;
- ✓ Educação Matemática Crítica e Cidadania;
- ✓ Expectativas sobre o modo de trabalhar Matemática Financeira na Escola.
  - Colher opiniões de:
    - Professores;
    - Diretores;
    - Pais de Alunos;
    - Alunos;
    - Docentes Universitários.

**Estratégia Aux<sub>3</sub>:** Criar um Projeto de Ensino em Matemática Financeira, apoiado na Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas.

- Recursos a serem utilizados:
  - ✓ Resolução de Problemas como Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática;
  - ✓ Problemas Geradores de conceitos e conteúdos de Matemática Financeira;
  - ✓ Preparo prévio do Professor.

**Estratégia Aux<sub>4</sub>:** Definir a escola onde se pretende trabalhar.

- Recursos a serem utilizados:
  - ✓ Identificar a Escola onde o Projeto de Ensino será aplicado;
  - ✓ Conseguir a autorização da Direção da Escola;
  - ✓ Conhecer o Regimento Escolar;
  - ✓ Identificar o professor dessa instituição de ensino que irá aplicar o Projeto de Ensino em sala de aula;
  - ✓ Identificar a sala de aula na qual o Projeto de Ensino será aplicado.
    - Conhecer os pré-requisitos para trabalhar Matemática Financeira com os alunos.

**Estratégia Aux<sub>5</sub>:** Conversar com os alunos sobre um termo de compromisso para a aplicação do Projeto de Ensino.

**Estratégia Aux<sub>6</sub>:** A aplicação do Projeto de Ensino em Sala de Aula.

- Recursos a serem utilizados:
  - ✓ Preparação prévia do Professor para cada aula programada;
  - ✓ Roteiro de atividades bem definido para os encontros;
  - ✓ Identificar os objetivos de cada encontro e, em particular, os objetivos de cada atividade.

Acreditamos que a partir de todas essas estratégias postas em ação possamos chegar à criação da Proposta pretendida na estratégia geral.

A partir de agora passamos a descrever todos os procedimentos referentes a cada uma das estratégias apresentadas anteriormente.

**3.2) Procedimento Geral: A Criação da Proposta de Ensino de Matemática Financeira a ser aplicada no Ensino Médio.**

**3.2.1) Procedimentos Auxiliares**

**Procedimento Aux<sub>1</sub>:** Consultar livros, revistas e artigos com o objetivo de estudar Matemática Financeira. Para isso ir em busca de recursos que poderão ser encontrados em:

- Fatos históricos:
  - Origem das relações comerciais:
    - Na Humanidade;
    - No Brasil.
  - Origem das moedas;
  - Origem dos bancos.
- Documentos Legais:
  - Lei de Diretrizes e Bases da Educação;
  - Propostas Curriculares:
    - Nacional (PCN);
    - Do Estado de São Paulo (PCESP).
- Livros Didáticos:
  - Obras direcionadas ao Ensino Médio.

**Procedimento Aux<sub>2</sub>:** Dar luz às Reflexões Sociais que o trabalho também enfoca. Para tal:

- Buscar na literatura conhecimento sobre:
  - O homem na sociedade;
  - O cidadão crítico;
  - Direitos e deveres dos cidadãos.
- Aplicar questionários diferenciados a:
  - Agentes Escolares:

<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Professores de escolas públicas e particulares;</li> <li>▪ Diretores de escolas públicas e particulares.</li> <li>○ Pais de alunos;</li> <li>○ Alunos;</li> <li>○ Docentes universitários.</li> </ul>
<p><b>Procedimento Aux<sub>3</sub>:</b> A Criação de um projeto de ensino para ser aplicado em sala de aula. Buscar para isso:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Apoio na Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas;</li> <li>• Problemas geradores, criando ou consultando livros texto ou materiais diversos.</li> </ul>
<p><b>Procedimento Aux<sub>4</sub>:</b> Definição da escola em que se pretende trabalhar. Para isso passar por algumas etapas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Visita à escola pretendida;</li> <li>• Obtenção da autorização, por parte da Direção da escola, para aplicação do Projeto de Ensino criado;</li> <li>• Análise do Regimento Escolar interno;</li> <li>• Definição do Professor que trabalhará em sala de aula;</li> <li>• Definição da sala de aula; <ul style="list-style-type: none"> <li>• Análise de pré-requisitos dessa sala de aula.</li> </ul> </li> </ul>
<p><b>Procedimento Aux<sub>5</sub>:</b> Elaboramos de um termo de compromisso em conjunto com os alunos. Seus propósitos são:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Estabelecer um conjunto de regras que determinem as obrigações que cada um dos participantes, professor e alunos, devem desempenhar nessa dinâmica de trabalho;</li> <li>• Administrar as relações entre professor e alunos no processo de ensino-aprendizagem de um dado conhecimento;</li> <li>• Saber respeitar os papéis distintos que professor e alunos desempenham numa sala de aula.</li> </ul>
<p><b>Procedimento Aux<sub>6</sub>:</b> Aplicar o Projeto de Ensino criado no Procedimento Auxiliar 3, na Sala de Aula definida no Procedimento Auxiliar 4.</p>

De modo a facilitar a leitura e compreensão deste trabalho, apresentaremos mais detalhes que justifiquem a escolha dessas estratégias e correspondentes procedimentos.

Desde o início, este trabalho visava, como principal objetivo, ao desenvolvimento de uma proposta de ensino que pudesse ser aplicada em sala de aula.

Para isso, como procedimento geral, assumimos a criação dessa Proposta de modo que pudesse ser viável sua aplicação em sala de aula. Para nós, algo marcante que nela se apresenta, é que, além do conhecimento matemático construído, ela pode tornar o aluno um cidadão menos vulnerável às ações de uma sociedade de consumo que, através de sua aplicação, pode levá-lo a saudáveis reflexões sobre a sociedade em que vive.

Procuramos inserir fatos históricos como fonte de produção de conhecimentos e, também, como estratégia metodológica para o professor. Isso pode contribuir para o processo de desenvolvimento matemático do aluno.

Durante toda nossa pesquisa, também não deixamos de tratar as questões sociais que envolvem a educação como um todo. Pretendemos levantar questões sociais em que, em geral, a Matemática Financeira pode ajudar os alunos a compreender: problemas sociais, desigualdades, noções de justiça e injustiça, além de tentar fazer com que a educação se constitua como uma força social progressivamente ativa.

Para isso procuramos buscar na literatura conhecimento sobre a inserção do homem na sociedade, sua atuação como cidadão crítico, que sabe exigir seus direitos e procura cumprir seus deveres.

Para tentar fazer com que nossa proposta se torne o mais próxima possível da realidade e do contexto em que o ser humano vive, serão aplicados questionários diferenciados a Pais de Alunos, Alunos, Agentes Escolares (Professores e Diretores) e Docentes Universitários.

Feita a análise dos documentos que regem a educação em nosso país e estado, buscamos na literatura - didática e não didática - problemas iniciais que pudessem gerar conceitos de Matemática Financeira que objetivávamos construir. E isso porque estávamos apoiados na Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas, onde a seleção ou a criação de problemas é importante, já que a metodologia de trabalho adotada refere-se a esse processo. Os problemas escolhidos poderão como ponto de partida, levar a uma possível construção de conhecimento matemático por parte dos alunos com os quais pretendemos trabalhar em sala de aula.

Para a aplicação da proposta a ser desenvolvida, era necessária a escolha de uma escola. Pela facilidade que tínhamos, decidimos escolher a escola em que o professor/pesquisador já trabalhava. Fomos até a Diretoria da escola, em Santa Gertrudes, e conversamos com as Diretoras que, prontamente, autorizaram o início do trabalho para quando fosse preciso.

Dada essa autorização, foi preciso escolher uma sala de aula onde seria aplicado nosso Projeto. Essa escolha deu-se, principalmente, após ter sido feita uma análise dos pré-requisitos necessários ao trabalho com Matemática Financeira. E, também, pelo fato de o professor/pesquisador já haver sido professor da turma. Resolvemos, então, escolher o 2º ano do Ensino Médio dessa Escola.

Pretendendo estudar Matemática Financeira através da Resolução de Problemas, seria preciso deixar claro o que seria avaliado e quais seriam os papéis de alunos e professor no transcorrer da aplicação do Projeto.

Dessa maneira, em conjunto, professor e alunos redigiriam um Termo de Compromisso, comprometendo-os como cidadãos num processo social. Assim, tanto professor quanto alunos conheceriam suas devidas funções no processo de ensino-aprendizagem e o comportamento de todos no desenrolar da aplicação do Projeto.

Com a metodologia de ensino definida, com os problemas geradores de conceitos escolhidos, com a sala de aula selecionada, seria aplicado nosso Projeto de Ensino e, a partir dessa aplicação, seriam recolhidos e analisados os dados coletados para ir-se em busca de evidências.

Com a criação da *proposta de Ensino Introdutório de Matemática Financeira Escolar, para o Ensino Médio, através da Resolução de Problemas, que possa ajudar a refletir sobre a sociedade em que vivemos*, pretende-se responder à seguinte questão:

*Que reflexões sociais os professores podem levar seus alunos a fazer quando é feito um estudo introdutório de Matemática Financeira, no Ensino Médio, onde há a construção de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos através da Resolução de Problemas?*





## **CAPÍTULO 4 – PROCEDIMENTOS EM AÇÃO**

## **CAPÍTULO 4 – Procedimentos em Ação**

### **Considerações Iniciais**

A partir de agora passamos a descrever como seria posto em ação o *Procedimento Geral: A criação da Proposta de Ensino de Matemática Financeira a ser aplicada no Ensino Médio.*

### **4.1) Procedimentos Auxiliares em Ação**

Para que nosso Procedimento Geral pudesse ser alcançado, caminhamos através de alguns procedimentos que chamamos de auxiliares. Sendo assim, serão descritos neste capítulo cada um deles que serão desenvolvidos até que se possa atingir o nosso objetivo.

#### **4.1.1) Procedimento Auxiliar 1 em Ação: Consultar livros, revistas e artigos com o objetivo de estudar Matemática Financeira.**

Fomos em busca de fontes bibliográficas que pudessem nos apoiar com relação à inserção de fatos e dados históricos em nosso trabalho. Com isso, algumas questões surgiram em termos de relacionamentos entre História da Matemática e Formação de Professores. Questões como: pensar a função da História da Matemática no ensino e na aprendizagem de Matemática; entender Matemática em um contexto histórico passado ajudando a entender a Matemática atual e seu papel no mundo; e que ênfases devem ser postas para que o futuro professor, e mesmo o professor em exercício, possa fazer uma transposição didática efetiva da História da Matemática em termos da aprendizagem de seus alunos.

Sendo assim, fizemos uma reflexão que relaciona a formação do professor de Matemática com suas preocupações sobre o desenvolvimento matemático de seus alunos. Considerando a importância da aprendizagem matemática nesse processo, indagamos a respeito das potencialidades requeridas ao aluno, bem como ao papel da Matemática em termos de sua vida, dentro e fora da escola. Ao mesmo tempo procuramos defender a idéia de que a inserção de uma abordagem histórica, como uma fonte de produção de conhecimentos ou como uma estratégia metodológica para o professor, pode contribuir para o processo do desenvolvimento matemático do aluno.

Tudo isso foi feito e descrito no Capítulo 2 em **2.4.1) Introdução histórica da Matemática Financeira.**

Além disso, consultamos livros didáticos, revistas sociais, jornais com seus cadernos de Economia e Negócios e até os Parâmetros Curriculares. Isso foi de grande valia também para escolha de problemas geradores de idéias referentes à Matemática Financeira.

Observando livros didáticos de diferentes épocas percebemos, com o passar do tempo, que os livros foram evoluindo com relação ao assunto que temos por foco. Nos anos 60, os livros traziam rigor matemático, estrutura matemática e praticamente nenhuma citação a respeito de questões sociais.

Avançando para os anos 70, os livros já começaram a trazer dados mais presentes ao cotidiano dos alunos. Porém ainda não apareciam questões sociais como um dos pontos a serem destacados ao se ensinar os conceitos de Matemática Financeira.

Mais à frente, nos anos 80 e 90, os livros já trazem problemas mais reais, do cotidiano dos alunos e com um enfoque um pouco mais social, trazendo informações e permitindo levar à tomada de decisões.

Para uma direção mais objetiva de nosso trabalho decidimos analisar, de maneira mais aprofundada, nove obras das mais utilizadas no Ensino Médio nos dias de hoje. Essas obras citadas e comentadas no Capítulo 2 desta dissertação serviram de base para verificar o que os livros didáticos mais utilizados trazem a respeito de Matemática Financeira. As obras consultadas foram:

“Matemática”. 2º Grau. Volume Único. (BEZERRA, Manoel J. PUTNOKI, José C. 1994. SP. Ed. Scipione).
“Curso de Matemática”. Volume Único. (BIANCHINI, Edwaldo. PACCOLA, Herval. 1997. SP. Ed. Moderna).
“Matemática”. Volumes 1, 2 e 3. (BARRETO FILHO, Benigno. SILVA, Cláudio Xavier da. 1998. SP. Ed. FTD).
“Curso de Matemática”. Volume Único. (BIANCHINI, Edwaldo. PACCOLA, Herval. 1999. SP. Ed. Moderna).
“Matemática: Contexto e Aplicações”. Volume Único. (DANTE, Luiz Roberto. 2000. SP. Ed. Ática).
“Matemática Aula por Aula”. Volume Único. (BARRETO FILHO, Benigno. SILVA, Cláudio Xavier da. 2000. SP. Ed. FTD).
“Matemática Completa”. Volume Único. (GIOVANNI, José Ruy. BONJORNO, José Roberto. GIOVANNI JR, José Ruy. 2002. SP. Ed. FTD).

“Matemática Novo Ensino Médio”. Volume Único. (SANTOS, Carlos Alberto Marcondes dos. GENTIL, Nelson. EMILIO, Sérgio. 2003. SP. Ed. Ática).

“Matemática: Ciência e Aplicações”. Volume 1. (IEZZI, Gelson.. DOLCE, Oswaldo. DEGENSZAIN, David. PERIGO, Roberto. ALMEIDA, Nilze de. 2006. SP. Ed. Saraiva).

Da parte do professor/pesquisador, foi importante consultar documentos legais como a Lei de Diretrizes e Bases, o Regimento Escolar, a Proposta Curricular do Estado de São Paulo, literatura didática e não didática e os Parâmetros Curriculares Nacionais. Nosso objetivo, nesse levantamento bibliográfico, visava fortemente ao propósito de poder reconhecer o valor do tópico Matemática Financeira.

Tudo isso foi descrito no Capítulo 2 em **2.4.2) Abordagem dos Livros Didáticos**.

#### **4.1.2) Procedimento Auxiliar 2 em Ação: Reflexões Sociais**

Como acreditamos que Matemática Financeira é um conteúdo matemático importante de ser trabalhado, e também cremos que podemos, através desse conteúdo, tentar conduzir os alunos num processo referente à formação do cidadão e à permissão de refletir sobre seus problemas, achamos interessante que Reflexões acerca da sociedade em que estamos inseridos e uma formação crítica dos alunos deveriam ser colocadas em destaque.

Sendo assim, no Capítulo 2, em **2.4.3) Falando sobre Matemática Financeira e Cidadania**, em **2.4.4) Educação Matemática Crítica**, em **2.4.5) Formação do Cidadão enquanto Aluno** e em **2.4.5.1) Refletindo sobre a Sociedade** tratamos de assuntos referentes a: 1) O conhecimento matemático como uma maneira de compreender as relações comerciais existente em nossa sociedade e 2) A formação crítica do cidadão enquanto aluno.

Além disso, contamos com a participação de Alunos, Pais de Alunos, Agentes Escolares (Professores de Matemática e Diretores de escolas) e Docentes Universitários que, através de questionários diferenciados, nos mostraram suas expectativas com relação à importância da Matemática Financeira na escola.

Descreveremos como foram os questionários apresentados a cada um desses importantes contribuidores para nossa pesquisa.

### **ALUNOS:**

A participação dos alunos na escola incide também e fundamentalmente na construção curricular do seu conhecimento. Porém, é claro que isto não quer dizer que os alunos irão definir o que vão aprender, ou desenhar o currículo da escola. Significa que o conhecimento pode ser construído coletivamente, contando com a participação dos alunos através de formas diversificadas de aprendizagem.

A importância deste tipo de participação, para o desenvolvimento pessoal e para a autonomia intelectual dos alunos, é parte da proposta de ensino que pretendemos apresentar. A contextualização, um dos princípios pedagógicos dessa proposta, pretende trazer para a discussão situações significativas para os alunos. Neste sentido, os PCNs afirmam que há uma distorção entre a interpretação dada à palavra contexto, ao se trabalhar apenas com o que se supõe ser parte do dia a dia do aluno. Os PCNs se apresentam taxativos ao dizer que:

“... embora as situações do cotidiano sejam fundamentais para conferir significados a muitos conteúdos a serem estudados, é importante considerar que esses significados podem ser explorados em outros contextos como as questões internas a própria Matemática e dos problemas históricos. Caso contrário, muitos conteúdos importantes serão descartados por serem julgados, sem uma análise adequada, não serem de interesse para os alunos porque não fazem parte de sua realidade ou não estejam presentes em uma aplicação prática imediata”.

Afinal, promover o desenvolvimento pessoal dos jovens é também prepará-los para transitar em vários contextos. A demanda social frente à escola de Ensino Médio é que ela prepare seus alunos para o exercício da cidadania. Porém, sem participação, os jovens poderão saber, no máximo, a definição de cidadania, nunca o seu significado. É fundamental que façam parte do cotidiano escolar discussões e decisões compartilhadas, construção coletiva e interesse em participar. Para isso é necessário que haja mobilização e participação de todos os sujeitos coletivos da escola ao longo do processo de ensino-aprendizagem.

Sabemos que o currículo está no centro da relação educativa. Ele é expressão das relações que se dão na escola e das experiências e visões de mundo de seus criadores. Implica no pensar sobre que cidadãos e profissionais estão sendo preparados para viver e conviver neste mundo atual.

A construção do conhecimento, quando feita de maneira coerente, leva o aluno a "aprender a aprender", participando mais efetivamente da construção do seu

conhecimento, desenvolvendo-o enquanto sujeito intelectualmente autônomo, mais seguro para responder aos desafios de seu cotidiano. Ao mesmo tempo, leva o professor a orientar o aprender, desenvolvendo situações de aprendizagem diferenciadas, estimulando a articulação entre saberes e competências.

Não é comum nas escolas haver discussões sobre o conhecimento que está sendo construído em sala de aula. Então, um dos objetivos dessa proposta de ensino é que os alunos participem das decisões, para que nada se transforme em algo autoritário.

A autoridade do professor não repousa nas "verdades" que ele enuncia ou no fato de ele ser um adulto e, sim, na sua responsabilidade perante o processo de ensino-aprendizagem, sendo que a aprendizagem também depende da postura dos alunos. Assim, como o professor não é um sacerdote que pretende revelar verdades, também não é um "colaborador mais velho" ou um "simples companheiro" dos alunos. Enquanto educador, pertencente a uma instituição escolar, ele é capaz de manter relações éticas e de respeito por seus alunos e alunas, sem prepotência, visando torná-los cidadãos, mas exigindo respeito por ele.

Dessa maneira, passamos a colocar os questionários que foram respondidos por alunos que cursam o Ensino Médio.

### **Questionário para Alunos de Ensino Médio:**

Decidimos entregar um questionário para alunos de Ensino Médio de diversas instituições de ensino públicas e particulares, não somente para aqueles que participariam da aplicação do Projeto. Isso por que podemos ter uma visão mais geral do que pensam alunos desse nível de escolaridade.

Sendo assim, colocamos um questionário (Anexo I) para alunos que cursam o Ensino Médio, do qual apresentamos aqui perguntas e respostas.

1) Você gosta de estudar?

**Respostas:** A maioria das respostas foi dada no sentido da necessidade do estudo. Isto é, apesar de não gostar de estudar, o aluno sabe que é necessário para que tenha um futuro melhor. Pode-se notar, pelas respostas, a heterogeneidade dos alunos que se têm em uma sala de aula.

#### **Alunos de escola pública:**

*“Não gosto, mas acho necessário”.*

*“Sim. Eu gosto. Acho importante estudar para ter um futuro melhor”.*

*“Um pouco. A escola é legal pelos amigos que tenho, mas não pelo que aprendo”.*

*Alunos de escola particular:*

*“Meus pais sempre dizem que o estudo é importante. Por isso estudo, porque eles querem. Não gosto de estudar, mas considero importante”.*

*“Gosto. Mas acho que a escola poderia ser melhor. Os amigos que tenho fazem com que a escola seja mais legal.”*

*“Eu gosto muito de aprender coisas novas. Acredito que estudar nos dá garantia de um futuro melhor”.*

2) Você considera que é importante estudar? Por quê?

**Respostas:** As respostas foram dadas no sentido do estudo ser importante para a garantia de um futuro melhor. Conseguir um emprego e escolher uma carreira profissional também estiveram bem presentes nas respostas dos alunos.

*Alunos de escola pública:*

*“Para mim, estudar é importante porque é a maneira mais segura de se conseguir um bom futuro, um bom emprego e realização pessoal”.*

*“Sim, pois estudar faz com que absorvamos informações e informações são muito importantes na atualidade, principalmente se você quer passar no vestibular”.*

*“Sim, porque hoje em dia, ninguém é nada sem estudo. Se você quer entrar em uma universidade boa e quer ter um bom emprego, precisa estudar”.*

*Alunos de escola particular:*

*“Sim, pois sem estudo você não consegue nada na vida”.*

*“Sim, muito. Temos que valorizar a oportunidade que recebemos de nossos pais. Muitas pessoas chegam à minha idade sem saber ler e escrever corretamente. Hoje, quem não sabe não cresce. Com todo desenvolvimento tecnológico é preciso estudar e se atualizar sempre”.*

*“Sim, porque sem o estudo não somos nada. Precisamos estudar se queremos ser alguma coisa”.*

3) Quais são as disciplinas que você mais gosta? Quais os motivos para essa preferência?

**Respostas:** Nessa pergunta, tentamos colher dos alunos suas preferências e o motivo dessas preferências pelas matérias que estudam. As respostas foram diversificadas e de acordo com o gosto pessoal. Os motivos das escolhas de cada um foram baseados, na maioria dos casos, pela facilidade que apresentam nessa matéria. A identificação com o professor também aparece em algumas situações.

**Alunos de escola pública:**

*“Eu gosto muito de Geografia, além da matéria ser muito interessante, pois fala sobre a realidade social e política do mundo. Meu professor é muito bom e ensina muito bem. Eu acho a matéria, quando ele explica, muito fácil e parece que ele tem prazer no que faz”.*

*“Biologia, porque me interessa muito por meio ambiente e tudo o que está contido nele. Tenho facilidade em entender, então eu consigo estudar em casa”.*

*“Matemática e Física. O motivo é porque é bem melhor fazer cálculos do que decorar textos e mais textos”.*

**Alunos de escola particular:**

*“Eu gosto muito de disciplinas que tenham um conteúdo mais objetivo e exato. Sem muitos rodeios e informações demais. Gosto de definições precisas e objetivas sobre o assunto. É, claro, gosto de tudo o que entendo. Definindo as disciplinas, gosto de Física, de Química, de Matemática, de Biologia e Artes. Também gosto das outras, mas estas são minhas preferidas”.*

*“Eu prefiro as disciplinas de Matemática, Física, Química e Português, pois são as que tenho mais facilidade para aprender. Eu considero a Matemática muito importante, pois ela está envolvida em todo o nosso dia-a-dia”.*

*“Educação Física. Os motivos são que eu gosto muito de esportes e me identifico muito com o basquete”.*

4) Você considera que a Matemática é importante? Por quê?

**Respostas:** A pergunta foi bem dirigida à Matemática. Queremos saber dos estudantes, qual é sua posição no que diz respeito à importância que eles dão à Matemática. Na maioria das respostas encontra-se que a Matemática está presente no dia-a-dia das pessoas e, por esse motivo, ela é importante.

**Alunos de escola pública:**

*“Sim, no nosso dia-a-dia nós calculamos muito. Eu acho que a Matemática está envolvida em todas as matérias”.*



*“Extremamente importante, pois tudo no mundo gira em torno de cálculos e de Matemática”.*

*“Sim, pois a Matemática está presente na maioria das coisas da vida. Exemplos: Comprar algo, vender algo, vestibular, etc”.*

*Alunos de escola particular:*

*“Sim, pois a Matemática está muito presente em nosso dia-a-dia”.*

*“Sim porque a Matemática serve para entender situações de nosso dia-a-dia”.*

*“Sim, pois o nosso cotidiano está repleto de Matemática. Logo, estudar Matemática é uma maneira que temos para entender as coisas que se passam em nossa vida”.*

5) Já estudou Matemática Financeira em algum momento do Ensino Médio?

Conte um pouco de como foi essa experiência:

**Respostas:** Essa questão foi colocada com o objetivo de verificar se os alunos já tiveram a oportunidade de tomar contato com conceitos que envolvem Matemática Financeira. As respostas foram divididas, já que a maioria dos alunos de escola pública não tiveram contato com esses conceitos e alguns alunos de escola particular já estudaram alguma coisa de Matemática Financeira.

*Alunos de escola pública:*

*“Eu lembro de ter visto um pouco de juros e porcentagem, mas meu professor não deu muita ênfase ao assunto”.*

*“Nunca tive. A não ser que eu tenha visto e não me lembre, o que significa que não devo ter visto direito”.*

*“No ensino médio nunca tive contato com Matemática Financeira. Quando estava na oitava série falamos um pouco sobre juros, descontos, pagamentos, mas nada tão profundo”.*

*Alunos de escola particular:*

*“Sim, meu professor começou a fazer com a gente um projeto de Matemática Financeira. Mas a gente teve que parar no meio, pois não era um conteúdo que tinha na apostila”.*

*“Eu nunca estudei especificamente Matemática Financeira, mas tópicos que acho que estão relacionados com ela: porcentagem, juros, contas decimais, etc”.*

*“Já sim. As aulas eram divertidas, todos participavam e faziam tudo junto. Trabalhamos em grupos e foi muito legal. Foi uma pena que meu professor não pôde continuar com as aulas, pois não fazia parte da apostila desse ano”.*

6) Você acha importante que Matemática Financeira seja ensinada na escola?

**Respostas:** As respostas para essa questão foram dirigidas para a importância de conhecer Matemática Financeira, considerando que é importante saber lidar com dinheiro, principalmente nos dias de hoje. O que se pode notar é que a preocupação é quase sempre própria de cada um, isto é individual. A maioria dos participantes dessa pesquisa não se preocupou com problemas de natureza social em que uma receita mal administrada gera problemas grandes para a sociedade.

**Alunos de escola pública:**

*“Tudo gira em torno do dinheiro. Seria muito bom ensinar Matemática Financeira na escola porque, talvez assim, as pessoas aprendessem a melhor utilizar seu dinheiro no cotidiano”.*

*“Sim, pois quanto antes aprendermos a lidar com o dinheiro, mais fácil será nossa vida no futuro quando a gente tiver que cuidar do nosso salário”.*

*“Sim, acho importante que ensinem pra mim Matemática Financeira, pois ela é essencial para entender tudo o que se passa quando temos que decidir sobre alguma compra, venda, etc”.*

**Alunos de escola particular:**

*“Sim, pois tenho certeza que me lembrarei do que aprendi na escola ao se tratar de relações comerciais. Lembrarei também das questões que estão presentes na sociedade”.*

*“Sim, pois nós alunos precisamos entender e aprender como usar a Matemática Financeira para fazer sempre um bom negócio”.*

*“Com certeza é importante que Matemática Financeira seja ensinada na escola. O que será de uma pessoa que não sabe administrar suas finanças e não entende o que acontece com a Economia ao seu redor?”.*

7) Você consegue visualizar aplicações dos conceitos de Matemática Financeira em seu cotidiano?

**Respostas:** Os alunos responderam com exemplos de situações que envolvem relações comerciais. Essa questão foi colocada para avaliar qual é a visão que o aluno tem sobre o conceito de Matemática Financeira e sua possível aplicação na sociedade.

**Alunos de escola pública:**

*“Em todos os lugares. Na cantina da escola, na padaria, no supermercado, nas lojas, nas ruas, na vida”.*

*“Sim. Em muitos lugares que compramos, temos que comprar em parcelas, pois não temos condições de comprar tudo à vista. Se eu souber um pouco de Matemática Financeira, pelo menos vou saber como fazer a melhor escolha”.*

*“Sim. Em qualquer coisa que eu comprar estarei lidando com Matemática Financeira, ou também se eu vender algo, ou realizar qualquer comércio, estarei usando Matemática Financeira”.*

**Alunos de escola particular:**

*“Com toda certeza. Praticamente em todos os dias temos contato com relações comerciais”.*

*“Sim, pois na hora que precisamos fazer um empréstimo, é importante saber sobre taxa de juros. Quando emprestamos pra alguém, também é importante saber quanto podemos cobrar de juros sem serem abusivos”.*

*“Certamente é percebido o papel da Matemática Financeira em nosso cotidiano, desde meus gastos até minha renda. Esse estudo é muito importante também, pois nos dá a possibilidade de ver a realidade em que as pessoas vivem e porque existe tanta desigualdade social”.*

8) Você gosta de suas aulas de Matemática? Como elas são?

**Respostas:** Essa pergunta foi colocada com o objetivo não de julgar o trabalho do professor, mas para ouvir dos alunos o que eles esperariam das aulas de Matemática. As respostas foram muito divididas. Alguns se identificaram com o professor e, por isso, gostam das aulas de Matemática. Outros gostam de Matemática por ela mesma, então, tanto faz o professor. Outros não gostam nem de Matemática nem do professor.

**Alunos de escola pública:**

*“Sim. As aulas são bem esclarecedoras e o professor é muito legal com a gente e faz com que as aulas sejam mais agradáveis”.*

*“Não gosto muito das aulas de Matemática. Meu professor não consegue transmitir o que ele sabe. Fica bem mais difícil aprender Matemática assim”.*

*“Eu não gosto de Matemática e meu professor é muito bravo com todo mundo. Então, cada vez que tenho que ir pra aula de Matemática, fica muito difícil. Às vezes até quero aprender, mas não consigo. Acho que não sei nada”.*

*Alunos de escola particular:*

*“Eu gosto. Tenho facilidade em aprender coisas novas e tudo o que vimos até agora foi bem interessante. As aulas e a explicação são bem objetivas e, em algumas vezes na semana, meu professor faz atividades de Problemas com a gente. A turma toda gosta muito e fica mais fácil aprender assim”.*

*“Na verdade, Matemática não é uma das coisas que eu prefiro. Se eu pudesse não estudaria, mas sou obrigado. Pelo menos o professor é legal”.*

*“Minhas aulas de Matemática são muito agradáveis. Ao invés de preferir as aulas de Educação Física e de Educação Artística, que é o mais comum, a nossa sala, no geral, prefere as aulas de Matemática, pois nosso professor consegue prender nossa atenção com uma aula onde todos participam e se interam do assunto. Nas aulas se aprende muito e se trabalha muito também”.*

9) Seu professor utiliza alguma metodologia de ensino diferenciada?

**Respostas:** Essa pergunta foi posta aqui para buscar informações de como andam as aulas de Matemática nas escolas. O objetivo aqui também não é julgar o trabalho do professor, mas buscar informações sobre o que os alunos acham acerca da utilização de atividades diferenciadas para a aprendizagem de Matemática.

*Alunos de escola pública:*

*“Não. Meu professor se coloca lá na frente e vai enchendo a lousa de coisas. Talvez ele devesse utilizar alguma coisa diferente para prender nossa atenção e transmitir o que ele sabe”.*

*“Não utiliza métodos diferenciados, mas faz com que a gente consiga entender bem a matéria”.*

*“Meu professor levou a gente algumas vezes na sala de informática pra gente aprender a usar o programa Excel. Mas como os computadores não estão tão bons, a gente nem consegue ir mais. Mas as aulas dele são dinâmicas quando a sala se comporta bem”.*

Alunos de escola particular:

*“Nosso professor utiliza uma metodologia diferenciada, eu acho, porque o que a gente faz nas aulas dele, a gente não faz na aula de mais ninguém. Ele tem um bom relacionamento com todos e, assim, conquista o respeito de todos. As aulas dele, sempre que possível, começam com um probleminha pra gente resolver e aprender alguma coisa dali”.*

*“As aulas são normais como todas as outras. Em algumas vezes elas são mais objetivas e mais dinâmicas, quando a gente tem que fazer bastante exercício do livro”.*

*“Não, mas eu acho importante o resumo que ele passa na lousa e não acho que ele deva mudar. Fica mais fácil pra nós”.*

10) Você participa das decisões envolvendo questões relacionadas à sala de aula? Você pode opinar e dar sugestões durante suas aulas de Matemática?

**Respostas:** Essa pergunta foi posta aqui para buscar informações de como as decisões em sala de aula são tomadas. O objetivo é o de buscar informações sobre o que os alunos podem e não podem fazer com relação às decisões que existem em sala de aula.

Alunos de escola pública:

*“Participo. A maneira, como os professores agem, facilita essa participação e estimulam também. Isso não é diferente nas aulas de Matemática”.*

*“Às vezes, mas não com muita frequência. Dar sugestões é sempre bom, mas desde que sejam sugestões boas e não falar por falar”.*

*“Não. A verdade é que geralmente não pedem a opinião dos alunos. Talvez as aulas fossem bem melhores se pedissem as nossas opiniões”.*

Alunos de escola particular:

*“Sim. O professor está sempre aberto a opiniões e sugestões, mas eu não as faço com muita frequência”.*

*“Em nossa classe todo opinam e participam. Isso faz com que as aulas e a escola fiquem mais agradáveis”.*

*“Sim. Posso opinar sempre que quero. Porém, às vezes não adianta porque a maioria das coisas é decidida pela Direção e pelo professor. Por isso, os alunos nem opinam”.*

11) O que você pretende cursar na Universidade? Por que fez essa escolha?

**Respostas:** Perguntamos isso com objetivo de saber as justificativas dos alunos ao escolherem determinados cursos. As respostas foram bastante abrangentes.

Alunos de escola pública:

*“Engenharia Mecânica. É algo que eu gosto e me identifico e acredito que tenha um bom campo de trabalho”.*

*“Farmácia. Pelo fato de ser um pouco à base de cálculos”.*

*“Eu escolhi Pedagogia porque gosto muito de trabalhar com pessoas. Também adoro o ambiente escolar e principalmente porque acredito que a educação pode mudar a realidade do nosso povo pra melhor. Eu quero ensinar as pessoas a lutarem por seus direitos e cumprirem seus deveres”.*

Alunos de escola particular:

*“Informática, porque meus pais têm uma escola de Informática e pretendo seguir esse caminho”.*

*“Eu não sei ainda, mas provavelmente será alguma coisa na Área de Exatas, pois meu pai é Engenheiro e eu gosto do que ele faz”.*

*“Pretendo cursar Educação Física porque me identifico com Esportes”.*

### **PAIS DE ALUNOS:**

Sabe-se que uma interação inadequada entre pais e filhos é considerada um fator de risco para o desenvolvimento infantil (FAGAN; IGLESIAS, 1999; FELDMAN; KLEIN, 2003). Estudos que enfatizam as implicações para o desenvolvimento infantil decorrentes da ausência dos pais, normalmente priorizam duas variáveis: a ausência de um dos pais, decorrente do divórcio, e a ausência decorrente das poucas interações entre pais e filhos, mesmo morando na mesma casa (BLACK; DUBOWITZ; STARR, 1999; MARSHALL; ENGLISH; STEWART, 2001).

Muitos estudos mostram que o envolvimento dos pais afeta a dedicação de seus filhos aos estudos, com impactos no seu desempenho acadêmico. Pesquisas, investigando a associação entre cuidados oferecidos pelos pais e o aproveitamento acadêmico da criança, revelam que aquelas que contam com o acompanhamento de seus pais quanto a seu desempenho acadêmico (pais com interesse nos estudos do filho, ajudando-o nas tarefas de casa, apoiando quando apresentam baixo desempenho acadêmico e participando das reuniões escolares) têm mais motivação para ir à escola, estudam com maior prazer e mostram melhor aproveitamento acadêmico (VIZZOTTO, 1988).

Além da questão do desempenho em si, Engle e Breaux (1998) afirmaram que o envolvimento dos pais contribui para melhor desenvolvimento intelectual do filho e, por conseqüência, para melhor adaptação e desempenho deste na escola.

Estudos dessa natureza ajudariam também na identificação de fatores de risco, o que é importante, já que há um número cada vez maior de alunos com baixo desempenho acadêmico que têm sido erroneamente rotulados como deficientes e encaminhados para classes ou escolas especiais. Quando isto não acontece, esses alunos são rotulados como incapazes e engrossam as estatísticas sobre o número de repetentes e de evasão escolar, ou seja, de fracasso escolar.

Sendo assim, é importante uma conversa com os pais, para que estes possam participar efetivamente da vida escolar dos filhos. Portanto, acredita-se que possa haver um despertar do interesse dos pais com relação aos desempenhos que os filhos possam ter na escola.

A postura dos pais na vida escolar dos filhos tem representado um papel importante no desempenho escolar dos educandos. Inúmeras pesquisas, trabalhos e artigos que dão conta da retomada da presença da família, na vida escolar de seus jovens e crianças, mostram que essa participação é positiva quando existe firmeza quanto aos

propósitos e valores morais, apoio mútuo e sentido de colaboração. Também, distinguem-se, com facilidade, as escolas que contam com a participação da família e da comunidade, sem que, para isso, a família deva manifestar-se quanto à autonomia da escola no que lhe diz respeito.

Nelas os recursos se multiplicam e o desempenho dos alunos melhora muito e sua administração se torna mais independente, como quer a Lei de Diretrizes e Bases da nossa Educação. Benefícios imediatos chegam e fortalecem a relação família-escola, pois o número de pais participantes passa a ser crescente e o tempo de duração dessa relação também aumenta, dando aos membros das famílias a certeza de ser oportuna sua contribuição diante da produção dos alunos e dos resultados alcançados. Entretanto, de outro lado, existem impactos negativos quando há falta de consistência entre os valores da família e os da escola, quando a família não apóia a vida escolar dos filhos e, também, as orientações da escola.

Outra grande dificuldade detectada nas escolas é a falta de atenção dos professores para com as novas estruturas familiares, suas características e dificuldades. Muitos são os casos em que os docentes mantêm, ainda, uma visão da antiga organização familiar, não tomando conhecimento de suas limitações e da nova opinião que as famílias têm sobre essa ou aquela orientação da escola, inclusive em relação à ordem e à ética. O pior acontece quando a escola pensa que a interferência da família pode prejudicar o plano pedagógico adotado ou alterar as soluções determinadas para as questões de sua administração e disciplina. Tudo isso faz com que as escolas se fechem à participação dos pais e mantenham a família afastada dos assuntos que passam a ser considerados de exclusiva competência dos gestores.

Esta proposta tem o intuito de envolver as famílias no cotidiano da escola, desde que seja permitida a construção de um ambiente de cooperação.

Visto o que foi dito, até agora, sobre a participação dos pais na vida escolar de seus filhos, oferecemos aos Pais um questionário.

### **Questionário para Pais de Alunos de Ensino Médio:**

Dessa maneira, faremos uso dos questionários enviados e que foram respondidos por pais de alunos que cursam o Ensino Médio.

Sendo assim, colocamos o questionário (Anexo II) para pais de alunos que cursam o Ensino Médio, do qual apresentamos aqui perguntas e respostas.



1) Qual é o papel que vocês acreditam que os pais desempenham no processo de ensino-aprendizagem de Matemática de seus filhos enquanto alunos?

**Respostas:** A maioria das respostas foi dada no sentido de que os pais devem apoiar seus filhos e ajudá-los quando necessário. Além disso, o papel dos pais, para a maioria, é de controlar o desempenho dos filhos, conferindo e acompanhando as tarefas e notas escolares.

**Pais de aluno de escola pública:**

*“Os pais são modelo para os filhos e há quem diga que o cidadão é produto do meio em que vive. Assim sendo, o nosso procedimento como pais, para com a vida, fala alto aos filhos. Ensinamos as crianças a vender, comprar, economizar, calcular, dividir usando a Matemática nesse processo”.*

*“Ajudando os filhos a estudar, principalmente Matemática, porque ele vai usar a vida toda”.*

*“Os filhos não têm idéia da importância de Matemática. É comum ouvir o filho perguntar onde irá usar isso. Os pais têm obrigação de fazê-los entender. Isso não só em Matemática, mas em todas as disciplinas escolares”.*

**Pais de aluno de escola particular:**

*“Os pais são os primeiros incentivadores do processo de ensino-aprendizagem de Matemática, pois é em casa que os filhos começam a contar”.*

*“Conferindo suas tarefas, observando seus cadernos e suas notas”.*

*“O papel principal dos pais é de colaboradores na medida em que os filhos apresentam dificuldades. Não adianta brigar, temos que apoiá-los para que eles se sintam melhor para buscar um aumento de desempenho”.*

2) Vocês acompanham a vida escolar de seu filho? Como fazem isso?

**Respostas:** A resposta de todos os pais foi sim, ou que, pelo menos, existe o desejo e a tentativa de acompanhar a vida escolar de seu filho. A grande maioria se dispõe a controlar as tarefas e verificar os cadernos dos filhos.

**Pais de aluno de escola pública:**

*“Sim. Perguntando como foi a aula, ouvindo cada comentário, opinando em como melhorar o desempenho do filho, orientando os relacionamentos, visitando a escola e participando como voluntário. Procurando assim, conhecer o meio escolar em que ele vive”.*

*“Mostrando a importância de cada assunto que ele aprende para a vida profissional dele”.*

*“Eu acompanho sim. Incentivo os estudos para ele ter uma vida e um futuro melhor”.*

*Pais de aluno de escola particular:*

*“Sim, através de diálogo e acompanhamento das notas”.*

*“Sim, procuro sempre verificar se tem lição e trabalho a ser entregue”.*

*“Acompanho observando e perguntando sobre as leituras em geral, tarefas, trabalhos, provas, boletins, etc”.*

*“Tento acompanhar, verificando as matérias quando entendo. Porém está cada vez mais difícil de acompanhar os métodos de ensino. O método que o professor de Matemática utiliza é bem claro e acredito que os alunos devam conseguir entender”.*

3) Vocês acreditam que devem participar das decisões que envolvem a vida escolar de seu filho? Por quê?

**Respostas:** As respostas foram no sentido de apontar a importância que os pais têm na participação quanto às decisões que envolvem a vida escolar dos filhos.

*Pais de aluno de escola pública:*

*“Sim. Para poder orientá-lo no que for possível”.*

*“É importante que os pais observem a vida escolar dos filhos para poder orientá-los analisando sua vocação decorrente de seu desempenho escolar”.*

*“Acredito, pois uma boa parte da vida dos alunos, eles passam na escola. Todas as decisões quanto ao aprendizado, cidadania e comportamento são importantes. Nossa participação ajuda a melhorar a qualidade do ensino”.*

*Pais de aluno de escola particular:*

*“Sim, é fundamental a vivência nas decisões que envolvam a vida escolar de meu filho, para ele tomar as decisões certas”.*

*“Depende da idade do estudante. Se for a respeito de um assunto que ele mesmo possa decidir, sem a nossa influência, eu não acho necessário me envolver”.*

*“Acredito que devo participar sim das decisões que envolvem a vida escolar de minha filha, pois ela depende de mim e preciso estar consciente de tudo para não ter surpresas no futuro”.*

4) Vocês participam das Reuniões de Pais e Mestres que a escola promove?  
Consideram isso importante?

**Respostas:** Essa pergunta foi a que manteve um equilíbrio nas respostas. Alguns pais participam das reuniões na escola, outros não. Os que participam das reuniões mostram a importância desse ato. Os que não participam justificam sua ausência, nesse sentido, pela falta de tempo.

**Pais de aluno de escola pública:**

*“Sim. Alguém se dispôs a informar sobre a vida escolar de meus filhos. Teve trabalho e gastou tempo planejando. Esta dedicação deve ser retribuída, pois saber o desempenho do filho é um modo de ajudá-lo a crescer como indivíduo e assim assumirmos a nossa parte na responsabilidade na sua educação”.*

*“Eu não tive tempo de participar de todas as reuniões dos meus filhos por motivo de trabalho, mas sempre que pude participei porque considero importante para nós sabermos de sua conduta na escola”.*

*“Sim. É importante acompanhar o desenvolvimento dos filhos e saber suas dificuldades”.*

**Pais de aluno de escola particular:**

*“Não participo, mas procuro saber. Minha esposa dá os resultados e estes são discutidos em família. A nossa cobrança é em cima de resultados e estes resultados são, na maioria das vezes, dados na reunião de pais”.*

*“Às vezes participo. Quase nunca posso ir, mas sempre que posso compareço. Considero importante saber o que acontece no ambiente escolar, para poder ajudar a escola na educação de meus filhos”.*

*“Quando posso participo. Como trabalho, minha vida não é fácil, então fica difícil participar de todas as reuniões. Acho importante participar, já que é bom estar por dentro dos acontecimentos escolares. Gostaria de participar mais”.*

5) Vocês procuram observar o desempenho de seu filho na escola? Conferem suas tarefas?

**Respostas:** Todos os pais responderam que sim. Alguns possuem mais tempo para fazer esse acompanhamento, outros menos. As respostas que destacamos foram as seguintes:

Pais de aluno de escola pública:

*“Eu observo o caderno, os livros e as notas do boletim e das provas. A partir daí tomo decisões sobre o que é que meus filhos devem fazer: estudar mais ou ter mais liberdade”.*

*“Sim. Ao ajudá-lo em casa, ele saberá que a responsabilidade é de todos, mas principalmente dele como aluno”.*

*“Sim. É importante conferir os cadernos dos filhos pra saber se existem dificuldades”.*

Pais de aluno de escola particular:

*“Trabalho muito e, por falta de tempo, minha análise é feita em cima de resultados das provas e do boletim. Não fico conferindo dia-a-dia as tarefas”.*

*“Observo o que meu filho tem feito. Se tem tarefa, eu o vejo fazendo, porém não acho necessário ficar conferindo”.*

*“Procuro saber como está, não confiro tarefas, pois acho que ele está grande demais para saber o que deve ser feito e quais são suas responsabilidades”.*

6) Existe de sua parte um incentivo para que seu filho participe das atividades que a escola promove?

**Respostas:** Todos os pais responderam que sim. Alguns consideram que as atividades devem ser relevantes, senão não fazem questão que os filhos participem.

Pais de aluno de escola pública:

*“Sempre incentivamos que nossos filhos participem das atividades tanto no ambiente escolar quanto de passeios que a escola promove. Isso também faz parte da vida deles”.*

*“Existe. Ao participar das atividades, o convívio e a integração serão muito mais prazerosos. Não deve ser um fardo ir à escola”.*

*“Sim. Sempre incentivamos nossos filhos a participarem de todas as atividades que a escola promove”.*

Pais de aluno de escola particular:

*“Sempre incentivo minha filha a participar, porém ela não gosta. Já meu filho, participa muito. Ele é muito mais envolvido com a escola do que ela. Acredito que a participação dele é maior por fazer parte de várias atividades escolares. Considero importante, por isso incentivo minha filha a ser como o irmão dela”.*

*“Gosto que meus filhos participem das atividades da escola. Mas deixo em aberto. Incentivo, mas não forço. Acho que ele pode e deve decidir se quer ou não participar de alguma atividade na escola”.*

*“Meu filho tem 16 anos e o oriento a fazer tudo que a escola propõe desde que sejam coisas importantes e relevantes para sua formação”.*

7) Vocês consideram importante que seu filho aprenda conceitos de Matemática Financeira? Por quê?

**Respostas:** A maioria das respostas foram no sentido de que os conceitos de Matemática Financeira estão presentes no dia-a-dia das pessoas e é muito importante saber Matemática Financeira para não ser enganado na sociedade atual.

*Pais de aluno de escola pública:*

*“A Matemática está presente em todos os segmentos da sociedade, isto implica que ao conhecer os conceitos de Matemática Financeira, será mais simples tomar decisões acertadas”.*

*“No mundo de hoje, quem não tiver conhecimento de Matemática Financeira é passado para trás”.*

*“Sim, para que no futuro ela saiba administrar suas economias”.*

*Pais de aluno de escola particular:*

*“A Matemática Financeira vai dar um horizonte na vida no que diz respeito ao custo de vida, principalmente. Uma pessoa que sabe aplicar o que ganha vive melhor”.*

*“Acho importante e ótimo que meu filho aprenda isso. Nós usamos isso a vida toda e é necessário para o dia-a-dia”.*

*“Acho muito importante que aprenda os conceitos de Matemática Financeira porque nossa sociedade gosta de nos enganar quanto a cálculos financeiros”.*

8) Em que situações vocês acreditam que seu filho poderá utilizar esses conceitos?

**Respostas:** A maioria das respostas ficou em torno da utilidade para questões da vida comercial das pessoas, só vendo a Matemática como utilitária. Os pais, no geral, acreditam que Matemática Financeira está relacionada com uma tomada de decisões para uma vida melhor.

Pais de aluno de escola pública:

*“Em todas as situações da vida, neste mundo puramente financeiro!”.*

*“Ao aprenderem conceitos de Matemática Financeira, saberão quanto custa a vida, quanto eles podem comprar, vender, gastar, correr riscos, enfim calcular empreendimentos para toda sua existência.”.*

*“Na vida profissional, principalmente quando precisar saber decidir sobre a escolha de um emprego e a assinatura de um contrato”.*

Pais de aluno de escola particular:

*“No dia a dia, para a sobrevivência no mundo comercial que temos hoje. Tudo gira em torno do dinheiro, portanto, qualquer ferramenta que ajude a entender, um pouco sobre as relações comerciais de nosso mundo, já ajuda muito”.*

*“Em empregos relacionados com atividades bancárias, escritórios. Na verdade, durante a vida toda de meus filhos, eles deverão lidar com dinheiro e, ter controle sobre esse lidar é fundamental”.*

*“No orçamento familiar é importante. Em qualquer compra e venda de imóveis e outros bens. No trabalho é importante para administrar bem seu salário”.*

- 9) É importante que seu filho reflita sobre os conceitos que ele aprende na escola?  
Como vocês poderiam ajudar nessa reflexão?

**Respostas:** As respostas apontaram no sentido da orientação que os pais devem dar aos filhos e também ao incentivo que eles precisam receber dos pais. Alguns também dizem que os pais devem dar conselhos e tirar dúvidas dos filhos.

Pais de aluno de escola pública:

*“É importante podermos transformar um problema matemático em uma situação do dia a dia e ajudá-los a resolver o assunto como se ele estivesse vivendo aquilo. Podemos colocar nossas impressões, debatendo o caso, ouvindo suas opiniões e ensinando-o a raciocinar”.*

*“O incentivo para que ele estude mais e mais é muito importante e faz parte do papel dos pais”.*

*“Os pais devem orientar os filhos a utilizar os conceitos de matemática desde pequenos. Quando dão uma mesada ou algum dinheiro, o filho deve saber como administrar esse valor”.*

*Pais de aluno de escola particular:*

*“Sim, conversando, ajudando, tirando suas dúvidas quando existirem e aconselhando e incentivando a pôr em prática os conceitos que ele aprendeu na escola”.*

*“Sim. É importante ajudar os filhos a entender os cálculos que envolvem cada transação envolvendo dinheiro”.*

*“É importante nosso auxílio, que vem através de diálogos, tirando suas dúvidas através de experiências vividas e aprendendo juntos”.*

10) Especificamente sobre Matemática Financeira, como vocês poderiam colaborar para que seu filho tenha um bom desempenho escolar?

**Respostas:** No geral, as respostas mostraram que os pais se preocupam com a maneira como os filhos gastam seu dinheiro. Na maioria das respostas, os pais dizem que devem ensinar os filhos a poupar e a gastar conscientemente seu dinheiro. Em algumas respostas também encontramos pais que se preocupam com o que é ensinado a seus filhos na escola.

*Pais de aluno de escola pública:*

*“Fazendo com que ele ponha em prática o que lhe foi orientado pelo professor, utilizando os conceitos que ele aprendeu na escola”.*

*“Procurando ficar sempre inteirado do que se passa financeiramente pelo mundo, para que a gente consiga ajudar nossos filhos a compreender o que acontece ao seu redor”.*

*“Apoiando no cotidiano. Como ele vai resolver um caso de uma prestação se não souber calcular? Quanto de juros vai pagar sobre o que comprou? Como dividir o que ganha com o que gasta? Ensinando a pensar, a ser crítico no que vê em propagandas diversas e calcular antes de agir e tomar decisões”.*

*Pais de aluno de escola particular:*

*“Podemos colaborar oferecendo cursos específicos sobre o tema, bem como comprando livros e discutindo as dificuldades e tentando resolvê-las”.*

*“Ensinando-lhe alguma coisa que sabemos e fazendo uso da calculadora financeira que temos em casa. Podemos e devemos incentivar nossos filhos a utilizar toda tecnologia possível para facilitar a vida. Além disso, temos que acompanhar os conteúdos escolares para verificar o que está aprendendo. No*

*entanto, os professores que tentam fazer algo diferente, nem sempre são incentivados pela Direção, e então precisam parar os projetos no meio”.*

*“Vendo como ele administra o seu dinheiro, quando recebe mesada, orientando seus gastos pessoais, ensinando a não desperdiçar e a poupar”.*

### **PROFESSORES DE MATEMÁTICA:**

A gestão da escola estará a serviço da qualidade do processo educativo que ali se realiza. Uma gestão democrática, efetivamente participativa, por certo, favorece a construção dos diálogos nas mais diferentes situações que sejam vivenciadas, notadamente naquelas que envolvem dificuldades e conflitos.

É fundamental, aos agentes escolares, compreender que todos os momentos e práticas escolares são espaços de disseminação de saberes e fazeres, constituindo a gestão escolar um espaço privilegiado de formação ética e política, no sentido da organização e condução de um projeto que implica escolhas, tomadas de decisão e compromisso com o coletivo.

Justiça, respeito mútuo, solidariedade, cooperação, dentre outros, são valores que constroem a convivência democrática. Já dizia Paulo Freire (1983) que, *como qualquer sonho, a democracia não se faz com palavras desencarnadas, mas com reflexão e prática.*

### **Questionário para Professores de Matemática de Ensino Médio**

Dessa maneira, passamos a colocar o questionário que foi entregue e respondido por Professores de Matemática de instituições de ensino diversificadas.

Sendo assim, colocamos o questionário (Anexo III) para professores de Matemática que atuam no Ensino Médio, do qual apresentamos aqui perguntas e respostas.

- 1) Qual é o papel que o Docente desempenha no processo de ensino-aprendizagem de Matemática dos alunos?

**Respostas:** A maioria das respostas foi dada no que se refere à formação do professor e sobre o preparo de suas aulas. Na maioria das respostas, o que se encontra é a crença de que se o professor prepara bem suas aulas, então, os alunos conseguem entender todo o conteúdo pretendido.



Um professor de escola pública:

*“Acredito que o professor tem um papel muito importante na formação de seus alunos. O processo de ensino-aprendizagem, que se dá no ambiente escolar, depende muito da postura e da formação do professor. Se o professor está bem preparado, é capaz de montar uma boa aula e transmitir os conteúdos com clareza e objetividade. Acredito que o professor desempenha um papel de destaque no processo”.*

Um professor de escola particular:

*“Acho que todos os professores deveriam entender e reconhecer sua importância na vida das pessoas. Quando falamos sobre escola e sobre ensino-aprendizagem, o que seria disso sem o professor? Creio que cada professor bem formado deve ser reconhecido com uma posição de destaque, principalmente quando se fala sobre o que acontece dentro da sala de aula. É triste para o professor que se prepara e os alunos não o respeitam. Acho que se os alunos respeitassem mais o professor e o professor fosse melhor capacitado, todos entenderiam que a escola é um lugar onde se aprende muitas coisas e dariam o valor que o professor não tem hoje em dia”.*

2) Os Docentes devem permitir que os alunos participem das decisões que envolvem a prática didática em sala de aula?

**Respostas:** As respostas foram dadas no sentido do desrespeito que se tem durante as aulas. Até, por isso, os professores não dão muita abertura para que os alunos participem das decisões que envolvem sua prática em sala de aula.

Um professor de escola pública:

*“Eu tinha esse hábito. Acabei por perder isso, que reconheço que é algo bom, pois os alunos não respeitam. Sempre levam para o lado da brincadeira. O aluno não é adulto suficiente para participar de decisões que envolvem sua vida na escola. Alguns poucos acabam por perder essa oportunidade por causa da maioria que não se comporta bem. Quem sabe volto com essa prática, porque reconheço que é uma maneira da aula se tornar mais interessante”.*

Um professor de escola particular:

*“Na escola que leciono, a gente é até meio obrigado a fazer isso, pois os alunos se sentem no direito de opinar em tudo, já que pagam mensalidade. Tento fazer disso uma coisa boa para todos. É claro que tem alguns alunos que fazem*

*brincadeiras e não levam a sério as decisões tomadas. Têm, também, aqueles do TANTO FAZ. Mas, na maioria das vezes, acaba sendo aquilo que eu sugiro, até porque tenho mais experiência pra decidir algumas coisas dentro de sala de aula”.*

3) De que maneira o seu trabalho, enquanto Docente, tem levado em conta a realidade do aluno que está presente em sua aula?

**Respostas:** As respostas são sobre a possibilidade de se contextualizar os conceitos que estão sendo trabalhados. Mas a dificuldade em se fazer isso também foi ponderada nas respostas, principalmente pelos professores que lecionam na escola pública, pelo fato das salas serem numerosas demais.

*Um professor de escola pública:*

*“Eu sempre busco levar em conta o que os alunos estão pensando. Sempre pergunto pra eles o que eles têm a dizer sobre determinados conteúdos e como eles vêem suas aplicações na vida deles. Porém, não é com todos os conceitos que podemos fazer isso. Primeiro, por causa do tempo que temos e o conteúdo que temos que cumprir; segundo, por causa da quantidade de alunos que temos em sala de aula. Tenho uma sala de 44 alunos. Você acha que é possível ficar perguntando para todos os alunos sobre sua vida em particular? Quase não consigo dar tudo o que tem no livro”.*

*Um professor de escola particular:*

*“Eu tento falar das aplicações dos conceitos para os meus alunos. Só que é muito difícil, pela cobrança que sofremos da direção no sentido de terminar a apostila e preencher todos os exercícios que temos pra fazer com os alunos. A escola em que leciono não tem uma grande quantidade de alunos, mas tem uma grande quantidade de conteúdos para o vestibular, pois essa é a preocupação principal dos diretores. Se os alunos saírem bem preparados para o vestibular, já está muito bom”.*

4) Você acredita que, qualquer conteúdo de Matemática, pode ser abordado de maneira que leve em conta uma situação que faça parte do cotidiano dos alunos?

**Respostas:** As respostas se dirigiram para as reflexões de conteúdos de fora da sala de aula. As dificuldades apresentadas foram: tempo de aula, tempo de preparo de aulas e má remuneração.

Um professor de escola pública:

*“Gostaria de ter tempo para levar meus alunos para fazer atividades extra-classe, pois acredito que ver o conhecimento na prática é importante para eles. Só que não consigo fazer isso. Tenho salas muito numerosas; a escola não tem tanta estrutura para realizar esse trabalho e não tenho tanto tempo para preparar as minhas aulas, pois leciono em mais de uma escola. Acredito que se o professor fosse melhor remunerado, tudo isso seria possível, pois sobraria mais tempo para selecionar outras maneiras de dar aula”.*

Um professor de escola particular:

*“Eu levo meus alunos na sala de informática que tem no colégio. Tento mostrar, pra eles, algumas aplicações dos conceitos que aprendemos na sala de aula através de programa de computador. Acredito que a informática pode auxiliar bastante nesse sentido, pois os alunos podem conectar na internet e pesquisar sobre diversas aplicações que alguns conceitos da Matemática têm no cotidiano deles”.*

5) De que maneira são suas aulas de Matemática? Você utiliza alguma metodologia de ensino-aprendizagem diferenciada?

**Respostas:** Pelas respostas, podemos notar que não existe uma metodologia diferenciada que seja utilizada pelos professores. Na maioria dos casos, os professores levam os alunos à sala de informática para aplicarem conceitos que aprenderam em sala de aula. No caso da ausência da sala de informática, os professores se sentem sem saída.

Um professor de escola pública:

*“Sempre que vou explicar alguns conceitos de Geometria, dou uma explicação inicial na lousa para todos os alunos e, depois, levo a turma para a sala de informática. Preciso dividir os alunos em dois grupos, pois não cabem todos de uma só vez. Enquanto vou, com uma parte da turma, no computador, a outra parte fica na sala de aula fazendo exercícios. Eu tento fazer com que os alunos, quando estão no computador, visualizem os conceitos que eu expliquei na lousa. A maioria dos alunos gosta muito quando vamos para o computador. Porém, não é sempre que dá para fazer isso”.*

Um professor de escola particular:

*“Eu trabalho em grupos. Os meus alunos gostam de trabalhar em grupos. Eles podem dividir seus pensamentos e suas opiniões com seus amigos de grupo. Sempre*

*que posso, faço atividades em grupo. Nessas atividades, busco verificar quais são os alunos que têm mais dificuldade e quais têm mais facilidade. Sempre divido os que têm mais facilidade em grupos diferentes para eles ajudarem os outros. Eu os deixo fazerem os exercícios em grupos e depois os recolho para avaliar e corrigir. Isso conta ponto pra eles. A única coisa é que a sala nem sempre fica silenciosa”.*

6) Você já deu aula de Matemática Financeira, ou construiu, com os alunos, algum conceito que esteja relacionado com ela? Como foram as aulas?

**Respostas:** As respostas mostram que os professores nunca falaram sobre Matemática Financeira, mas sim sobre tópicos que se relacionam com ela e com algumas aplicações. De acordo com os professores, os livros didáticos que eles utilizam não trazem ou trazem pouco desse conteúdo.

*Um professor de escola pública:*

*“O livro didático que adotamos em nossa escola não prevê que esse conteúdo seja ensinado. O que posso chamar de Matemática Financeira é simplesmente a noção de porcentagem e uma aplicação em Progressões Aritméticas (Juros Simples) e Progressões Geométricas (Juros Compostos). Quando os exercícios envolvem cálculos assim, eu os resolvo com os alunos, perguntando pra eles os passos da resolução e ajudando quando necessário. O que acontece quase em todo tempo”.*

*Um professor de escola particular:*

*“Apesar de considerar importante, nunca mencionei o título Matemática Financeira. O que fizemos, com relação a esses conceitos, foram algumas aplicações de Progressões. Nos livros que adotamos não se encontra Matemática Financeira com relação a Descontos, Parcelamentos, Pagamentos, etc. Eu não entendo porque a gente não tem isso pra ensinar para os alunos. Todos eles deveriam saber como lidar com situações desse tipo em suas vidas”.*

7) Os alunos se interessaram por esses conceitos? Conte um pouco de como foi a postura dos alunos frente a esses conceitos.

**Respostas:** Pelo que foi respondido pelos professores, percebe-se que, na maioria dos casos, eles consideram os alunos imaturos para determinar se eles se interessam ou não por determinados conceitos de Matemática. Quando se trata de Matemática

Financeira, a maioria diz que os conceitos são interessantes e que os alunos poderiam vivenciá-los na prática.

Um professor de escola pública:

*“Quando falamos de dinheiro, quem não se interessa? Os alunos gostam do tema dinheiro, até por que eu acho que a maioria deles passa alguma dificuldade em casa e sonham em melhorar de vida. Eu só não acredito, que eles sejam capazes de se interessar pelos conceitos de Matemática Financeira sem que o professor os leve a esse interesse. As minhas aulas, se eu não fizer alguma coisa, os alunos não querem saber de nada”.*

Um professor de escola particular:

*“Eu sempre tento levar para o lado prático. Sempre tento fazer meus alunos resolverem exercícios que sejam de situações reais ou próximas do que é real. Se invento alguma coisa, sempre é pensando no que acontece de verdade. Nem sempre isso é possível, mas acho que com a Matemática Financeira isso é mais fácil de acontecer”.*

8) Houve algum tipo de reflexão social, enquanto as aulas aconteciam? Se sim, essas reflexões foram de sua parte ou partiram dos alunos?

**Respostas:** Pela análise dos questionários dos professores, a maioria não fez reflexões enquanto as aulas aconteciam. Os alunos resolviam exercícios com dados “reais”, porém sem aprofundamento em questões sociais que envolvem os conceitos de Matemática Financeira.

Um professor de escola pública:

*“Quando estávamos resolvendo exercícios de Progressões, um desses exercícios era sobre juros. Nós resolvemos o exercício e todos, me parece, conseguiram entender o que acontecia naquele exercício. Ninguém se manifestou sobre nada. Eu até tentei dizer alguma coisa, mas os alunos andam muito desmotivados. Poderia ter feito um debate sobre a resposta que encontramos, sobre juros abusivos, etc., mas não consegui por causa da postura desanimada dos alunos”.*

Um professor de escola particular:

*“Quando falamos de exercícios que envolvem dinheiro, os alunos gostam. Durante as aulas em que resolvemos exercícios desse tipo, os alunos participaram. Mas não saímos muito do papel, até porque nós estávamos atrasados e não deu tempo de discutir sobre assuntos sociais. Mas o que percebi, durante a aula, foram*

*os alunos assustados com alguns resultados que encontravam e viam algumas coisas erradas ou desonestas”.*

9) Você acredita que as reflexões sociais possam fazer parte da prática do Docente enquanto está ensinando Matemática Financeira ou suas relações? Por quê?

**Respostas:** Pelos questionários entregues pelos professores, a maioria considera importantes as reflexões sociais pois, assim, os alunos podem entender o que acontece no mundo real. Para alguns professores falta tempo para fazer isso.

**Um professor de escola pública:**

*“Em todos os conceitos que trabalhamos na escola é importante a reflexão sobre onde ele se encaixa na sociedade e no mundo do aluno. Com Matemática Financeira dá pra se fazer muitas relações com aplicações do cotidiano. Para isso, o professor tinha que ter mais tempo para se preparar melhor. Como podemos preparar uma boa aula se não temos tempo, pois damos muitas aulas? E como faremos para sobreviver se não dermos tantas aulas?”.*

**Um professor de escola particular:**

*“Só se consegue aprender alguma coisa, quando se consegue realizar conexões entre diversos conceitos. No caso de Matemática Financeira, todos os alunos, um dia, vão lidar com esses conceitos. Todos vão trabalhar; comprar; vender; trocar; pagar contas; etc. Por isso, acho que devemos incentivar nossos alunos a pensar sobre essas coisas, porque em todas elas o dinheiro está envolvido”.*

10) Qual a sua opinião sobre a Matemática Financeira relacionada com os problemas sociais existentes em nossa sociedade? É possível compreendê-los e fazer com que os alunos reflitam sobre eles? De que maneira?

**Respostas:** Os professores, em sua maioria, acreditam que os alunos são capazes de refletir sobre problemas sociais existentes atualmente. Acreditam, também, que a Matemática pode ajudar os alunos a melhorarem suas condições de vida e compreenderem muitas situações de seu cotidiano. Quanto à parte prática, tem professores que são entusiasmados e gostam da idéia de envolver o cotidiano em suas aulas. Outros já não pensam assim e justificam sua atitude pela falta de tempo.

**Um professor de escola pública:**

*“Os conceitos de Matemática Financeira estão presentes no cotidiano dos alunos, ou pelo menos de seus pais. A gente não pode pensar que os alunos não*

*entendem as coisas que os cercam. Por isso, acredito que seja importante a reflexão, tanto dos professores quanto dos alunos, no que diz respeito aos conceitos de Matemática. De Matemática Financeira, acredito ser até mais fácil que isso aconteça por ser algo do nosso dia-a-dia. Acho que poderíamos trazer notícias de jornais, propagandas, fazer os cálculos e tentar conferir pra ver se o que se fala nesses papéis é verdade ou não”.*

*Um professor de escola particular:*

*“Creio que o professor necessite de tempo para fazer isso. Não acho que o tempo que temos seja suficiente para que os alunos parem e reflitam sobre determinados conceitos, ainda mais Matemática Financeira, que considero um conteúdo polêmico. Acredito que os alunos não exercem esse papel reflexivo e que, se o professor fosse fazer isso, levaria um tempão e o fechamento do conteúdo ficaria sem tempo necessário”.*

**DIRETORES DE ESCOLA:**

Assim como os Professores de Matemática desempenham um papel importante na escola, os Diretores também o fazem. Se a Direção da escola é comprometida com a qualidade do processo de ensino-aprendizagem existente nas salas de aulas, os alunos e o ambiente escolar se tornam cada vez mais valorizados.

Segundo a SEESP (Secretaria Estadual de Educação do Estado de São Paulo) - CEE (Conselho Estadual de Educação), a Direção é responsável pela liderança da elaboração coletiva do projeto pedagógico da Escola, que irá integrar e articular todas as práticas ali desenvolvidas, dando sentido e direcionamento ao processo de ensino-aprendizagem e, em particular, ao processo avaliativo, e oferecendo informações e recursos pedagógicos necessários, bem como apontando imprescindíveis ajustes de rumo.

A Direção apoiará a ação pedagógica da Escola, garantindo tempo e espaço para reuniões onde as dificuldades de aprendizagem dos alunos e as formas de superá-las serão discutidas. Deverá, ainda, assegurar o pleno funcionamento de órgãos colegiados, onde o desempenho global do aluno seja analisado ao longo de todo o processo, e possibilitar aos alunos e pais o conhecimento dos critérios e condições de que resulta a avaliação.

### **Questionário para Diretores de Escola:**

Passamos, então, a colocar o questionário que foi entregue e respondido por Diretores de instituições de ensino diversificadas.

Sendo assim, colocamos o questionário (Anexo IV) para Diretores que atuam em escolas de Ensino Médio, do qual apresentamos aqui perguntas e respostas.

- 1) Qual é o papel que a Direção dessa escola desempenha no processo de ensino-aprendizagem dos alunos?

**Respostas:** Pelas respostas dos questionários entregues, pudemos notar que a Direção julga importante seu papel no processo de ensino-aprendizagem. Na escola pública, o papel da Direção baseia-se em manter um bom relacionamento entre professores e alunos, além da função burocrática, julgada de extrema responsabilidade. Já na escola particular, a responsabilidade parece começar desde o momento em que o professor é escolhido para ser contratado.

#### **Uma diretora de escola pública:**

*“A função da Direção de uma escola é algo muito importante para o bom caminhar do processo de ensino-aprendizagem, pois o principal para esse processo correr bem é que o professor tenha apoio e respaldo para fazer bem o seu papel. Acredito que quando o professor se sente amparado pela Direção, ele consegue fazer bem seu trabalho e consegue com que os alunos prestem atenção em suas aulas. A disciplina é importante para o bom andamento do dia-a-dia da escola”.*

#### **Uma diretora de escola particular:**

*“O papel da Direção no processo de ensino-aprendizagem de qualquer assunto em qualquer série é muito importante. Desde o momento de escolha do melhor professor para assumir as aulas, a Direção já começa a desempenhar sua função nesse processo. Se o professor for bem escolhido, meio caminho já está andado para o sucesso. Acredito que o pulso firme com relação à disciplina na escola e com relação ao cumprimento do calendário escolar também colaboram para o melhor desempenho tanto do professor, quanto do aluno.”.*

- 2) De que maneira a Direção atua para que o processo de ensino-aprendizagem se dê de maneira mais completa?

**Respostas:** A atuação da Direção, de acordo com as respostas ao questionário, parece estar associada ao bom andamento e à harmonia existente dentro da escola.



Uma diretora de escola pública:

*“Se a Direção fizer o possível para que a escola seja um ambiente agradável, tanto para alunos, quanto para todos os funcionários, as situações do dia-a-dia serão melhores vividas por todos. Se o professor se sentir bem no ambiente escolar e se preocupar com seus alunos, acredito que desempenhará melhor seu papel. Se os alunos se sentirem motivados pelo professor, acredito que eles farão o possível para não desapontá-lo.”.*

Um diretor de escola particular:

*“A Direção deve se esforçar para melhorar a cada dia a escola. O ambiente escolar deve ser chamativo aos alunos e o professor, em sala de aula, deve conquistar esses alunos. Quando isso acontece, os alunos estão satisfeitos, os pais mantêm os filhos na escola e o professor pode desempenhar ainda melhor seu papel. Acho que se a Direção trabalhar com seriedade e o professor também, os alunos sempre desejarão estudar nessa escola”.*

3) A Direção considera importante que os alunos sejam envolvidos nas decisões que fazem parte do ambiente de sala de aula? Por quê?

**Respostas:** As decisões que envolvem a sala de aula e o andamento das aulas, de acordo com a maioria dos diretores que entregaram o questionário, devem ser tomadas em conjunto com os professores, desde que a Direção acompanhe o que tem acontecido durante as aulas.

Um diretor de escola pública:

*“Quando os alunos participam de decisões desse tipo, eles tendem a acreditar que estão no controle da situação. Eles confundem as coisas. Acredito que, dependendo da sala de aula, os alunos devam participar efetivamente das decisões, mas sempre com justificativas plausíveis para o que estão escolhendo ou opinando. A Direção, por sua vez, deve ser sempre comunicada sobre o que está acontecendo e sobre como as atitudes estão sendo tomadas”.*

Uma diretora de escola particular:

*“Sempre acreditei na Democracia. Hoje em dia, alunos com 16 anos podem até votar e decidir quem vai comandar o nosso país. Tenho convicção que devam participar das decisões que envolvem seu cotidiano em sala de aula. Claro que tudo isso deve ser acompanhado e apoiado pela Direção da escola que, em conjunto com o professor, buscará a melhor decisão para que todos fiquem satisfeitos. Porém*

*acredito também que existem alunos que não são capazes de escolher determinadas coisas por si só, então esses precisam ser melhor trabalhados. O que não pode acontecer é dar oportunidade de escolha igual para todos”.*

4) Qual a importância da disciplina Matemática segundo a visão da Direção da escola?

**Respostas:** O desenvolvimento do raciocínio lógico e a oportunidade de compreender os fatos, que ocorrem no dia-a-dia das pessoas, fizeram parte da maioria das respostas entregues pelos diretores que responderam o questionário.

*Uma diretora de escola pública:*

*“Quando a maioria dos alunos ouve falar em Matemática, nos dias de hoje, já ficam com medo. O problema maior é que eles não reconhecem que a Matemática é uma disciplina importante e que serve para que eles entendam muitas situações que ocorrem no cotidiano das pessoas. Considero a Matemática uma disciplina importante, tanto que acompanha os alunos desde os primeiros momentos que entram na escola. A Matemática está presente em qualquer relação comercial que fazemos hoje em dia.”.*

*Uma diretora de escola particular:*

*“Fiz faculdade de Matemática e, depois, me tornei diretora dessa escola. Acredito que a Matemática faz com as pessoas aprendam a estudar e a compreender a forma como as coisas acontecem e se relacionam. Os alunos que têm facilidade ou afinidade com Matemática, normalmente não sofrem com as outras disciplinas, pois desenvolvem uma maneira de raciocinar que os capacita a entender e gerar uma seqüência lógica de fatos e dados. Isso faz com que eles consigam se sair bem em todas as disciplinas ou na maioria delas”.*

5) A Direção acha importante que essa disciplina seja abordada através de uma metodologia diferenciada, para que os conteúdos façam sentido para os alunos?

**Respostas:** De acordo com o que recebemos de respostas do questionário, algumas idéias da maioria dos diretores ficaram evidentes. A necessidade de algo diferenciado em sala de aula é considerada essencial pelos diretores. Além disso, o melhor preparo do professor e uma melhor estrutura da escola também devem contribuir para que isso aconteça.

Uma diretora de escola pública:

*“Todas as disciplinas precisam ser mais bem trabalhadas pelos professores para que os alunos se sintam motivados e interessados pelo conteúdo ensinado. Os professores precisam de tempo para preparar esse tipo de aula e quase nunca têm, porque precisam lecionar em mais do que uma escola para conseguir seu sustento. Um trabalho envolvendo uma metodologia de ensino diferenciada é muito difícil de acontecer pela falta de tempo e também porque nem todos os professores gostam de fazer e pensar nisso”.*

Um diretor de escola particular:

*“Considero que se o professor fizer algo diferente, em sala de aula, os alunos se interessarão e participarão de maneira mais efetiva na aula. Acredito que isso poderia facilitar na compreensão dos conteúdos. No caso de Matemática, isso precisa ser feito de maneira urgente. Nossos alunos não consideram essa matéria como uma de suas preferidas, além de acharem sempre impossíveis os conteúdos que ela trata. Os professores de Matemática acabam sofrendo por isso e nas reuniões dos pais são sempre os mais requisitados a explicar as notas baixas. Nossa escola oferece uma estrutura bem equipada de computadores, mas nem sempre os professores conseguem-na utilizar, já que não têm tempo pra cumprir o conteúdo dos anos escolares”.*

6) Conhece alguma metodologia de ensino que favoreça isso?

**Respostas:** Essa pergunta foi posta como maneira de verificar se os Diretores conhecem a Metodologia de Ensino que os professores utilizam para o trabalho em sala de aula. Fica evidente que os Diretores consideram importante o uso de computadores e que os conceitos devem mostrar situações do dia-a-dia dos alunos.

Um diretor de escola pública:

*“Eu acredito que a utilização dos computadores e de tecnologias pode favorecer a aprendizagem dos alunos. Tenho percebido que os alunos gostam de ir para ambientes que não sejam o da sala de aula. Logo, se o professor puder fazer isso, seria muito importante e interessante para os alunos. Hoje em dia, somente a utilização do giz e da lousa não tem funcionado tão bem. Meus professores relatam que as experiências que têm tido com os alunos, fora da sala, são de grande aproveitamento para todos”.*

Um diretor de escola particular:

*“Tratando especificamente de Matemática eu acredito que o uso de tecnologias pode auxiliar na aprendizagem dos alunos. Outro fator que pode ajudar nisso é a utilização de fatos diários dos alunos. Coisas que os alunos fazem, já ouviram falar e atualidades fazem com que os alunos se sintam mais à vontade com a discussão do tema trabalhado”.*

7) Quais são os conteúdos de Matemática que, na opinião da Direção, estejam mais presentes na vida cotidiana dos alunos?

**Respostas:** Essa pergunta teve, como objetivo, verificar o que os Diretores vêem de Matemática no cotidiano das pessoas. Questões financeiras e porcentagem foram os dois temas que mais apareceram em suas respostas.

Um diretor de escola pública:

*“Penso que a Matemática está muito presente na vida das pessoas. Desde o momento em que você se depara com uma simples compra de supermercado até o lançamento de um foguete, existe Matemática. Em todo momento, precisamos resolver problemas que envolvem cálculos de porcentagem. No comércio, por exemplo, temos que decidir sobre as vantagens e desvantagens com relação à negociação de determinado produto”.*

Um diretor de escola particular:

*“A Matemática é importante exatamente por fazer parte da vida das pessoas. Talvez nem todo mundo se lembre do conceito que está aplicando e realize determinadas tarefas, mesmo sem ter ido à escola (penso em receitas caseiras, por exemplo). Portanto, em pequenas coisas se usa Matemática. O controle do nosso tempo, a leitura de um relógio, cálculos de descontos e juros que pagamos. Como utilizamos o dinheiro que ganhamos. Todos esses são temas que envolvem Matemática e que estão inseridos nas vidas das pessoas”.*

8) Acha importante que os alunos saibam Matemática Financeira? Por quê?

**Respostas:** As respostas mostraram que os Diretores julgam que Matemática Financeira é importante, principalmente para que os alunos entendam o que se passa numa relação comercial e sejam capazes de se defender e compreender aspectos relacionados aos seus gastos e negociações.

Uma diretora de escola pública:

*“A Matemática Financeira está muito presente na vida de todos. É importante que os alunos entendam pelo menos seus aspectos básicos para que não se deixem enganar por uma propaganda que tem essa intenção. As pesquisas feitas em lojas, em busca de melhores vantagens na compra de determinados produtos, devem ser feitas sempre e a Matemática Financeira ajuda na tomada de decisão para a concretização da compra”.*

Uma diretora de escola particular:

*“A Matemática Financeira é importante para a vida dos alunos pois, hoje, eles estão envolvidos com gastos, compras e até mesmo vendas de objetos. Sei de alguns alunos que poupam seu dinheiro, com objetivo de pagar um curso superior, caso não ingressem numa universidade pública. Tenho alunos que os pais pagam, com muito sacrifício, a mensalidade e que, por isso, não podem fazer tudo o que querem. Assim, como tenho alunos que não têm problema nenhum com falta de dinheiro em casa. No entanto, todos eles têm algo em comum. Precisam saber e entender como controlar suas finanças”.*

9) Na visão da Direção da escola, é importante uma abordagem social sobre os conteúdos de Matemática, quando isso for possível?

**Respostas:** Os Diretores, de acordo com os questionários que entregaram, acreditam na importância de se trabalhar questões de fora do ambiente escolar, dentro da escola. Pelas respostas, acredita-se que as questões e aplicações cotidianas, que envolvem os conceitos trabalhados na sala de aula, devam fazer parte do ambiente da sala de aula.

Um diretor de escola pública:

*“Sempre que a Matemática puder levar em conta coisas que acontecem fora da escola, acho que vale ser feito. Quando isso acontece, acredito que a compreensão dos conceitos trabalhados, em sala de aula, fique mais completa. Ao levar a aplicação dos conteúdos para os alunos é possível mostrar a eles onde isso será usado em sua vida”.*

Um diretor de escola particular:

*“Pelo que podemos acompanhar das aulas dos professores de Matemática e por suas falas, percebemos que o maior desafio é mostrar para os alunos porque se*

*aprendem determinados conteúdos de Matemática. Se for possível fazer essa justificativa, através de exemplos cotidianos, seria de grande valor para todos”.*

10) A Direção acredita que os conteúdos de Matemática Financeira, quando construídos, levando em conta o aluno como centro do processo de ensino-aprendizagem, ajudam a entender as relações comerciais existentes em nossa sociedade e podem levá-los a refletir sobre questões como, por exemplo, justiça e injustiça social?

**Respostas:** Os questionários respondidos pelos Diretores mostram que o aluno deve ser considerado o principal foco da escola. Além disso, quando um trabalho é bem feito, os alunos conseguem mudar de comportamento e opinião. Todos concordam que os alunos podem chegar a refletir sobre justiça e de como ela está presente ou ausente em nossa sociedade. Porém, alguns acham que, dependendo do cargo profissional que esses alunos ocuparem, eles ainda continuarão agindo em benefício próprio, não levando muito em conta as injustiças que vierem a praticar.

**Um diretor de escola pública:**

*“Os alunos, quando atentos, são capazes de pensar sobre muitas coisas. Quando se trata de dinheiro e da aplicação desse dinheiro, todos se interessam, pois todos almejam riquezas e melhores condições financeiras. Acredito que, se um trabalho sério de conscientização for feito com os alunos, eles poderão refletir sobre questões de justiça e injustiça social, além de pensar sobre respeito, direitos, deveres, entre outras coisas”.*

**Um diretor de escola particular:**

*“Os alunos não vivem fora do mundo, como a maioria das pessoas pensa. Eles acompanham as notícias, os jornais, as situações do país. Se forem incentivados a pensar sobre temas dessa natureza, eles o farão. Não sei se eles se movimentariam e mudariam de postura sobre essas questões, mas pensar sobre elas, eles podem e devem fazer. O professor tem o dever de despertar nos alunos reflexões desse tipo”.*

### **DOCENTES UNIVERSITÁRIOS:**

Pensando sobre o tema Matemática Financeira, decidimos conversar com docentes universitários e também com pesquisadores em Educação Matemática, para colhemos desses, seus olhares, suas experiências e suas posições, quando falam de ensino e aprendizagem de Matemática Financeira, levando em conta reflexões feitas sobre esse conteúdo na sociedade.

Entrevistamos, através de questionários, professores de Matemática da UNESP, campus de Rio Claro, para colher deles suas opiniões e posições. Professores Universitários e/ou Educadores Matemáticos responderam o questionário que lhes foram entregues por nós.

Sendo assim, colocamos o questionário (Anexo V) para Professores Universitários e/ou Educadores Matemáticos, do qual apresentamos aqui perguntas e respostas.

1) Qual é o papel da Educação Matemática na sociedade atual?

**Respostas:** Todos os professores entrevistados responderam dizendo que essa pergunta é difícil e extensa ao se responder.

Um deles destacou que *“Se falarmos de Educação Matemática, com maiúsculas, incluímos a pesquisa, seu desenvolvimento, desenvolvimento profissional de professores, sala de aula, material... Se falarmos de educação matemática, com minúsculas, nos referimos diretamente à educação matemática das pessoas”*. Outra resposta que também apareceu para essa pergunta foi: *“educação matemática: a parte maior da importância dela na sociedade, em particular em nossa sociedade, capitalista, é certamente a formação de mão de obra qualificada para tocar o sistema produtivo... operários precisam de certos conhecimentos específicos e cada profissional precisa dos seus. Assim a escola segue preparando estes trabalhadores”*.

Foi dito, também, que: *“Eu penso que a educação matemática tem, essencialmente em nossa sociedade, exatamente o papel de reduzir diferenças, eliminar ou procurar eliminar opressões”*.

Baseada no autor, no qual nos fundamentamos na maioria das idéias de Educação Matemática Crítica foi dada a seguinte resposta: *“Ole Skovsmose nos ensina que é preciso entender as tecnologias (modelos) que são usadas no controle de nossas vidas, da sociedade, para que possamos ter uma atitude realmente crítica.*

*Por exemplo, a conta de telefone diz que a alíquota do imposto é 25%, mas isto quer dizer, na verdade, que você vai pagar 33% sobre seus gastos, em cada conta. E por aí vai: tabela de imposto de renda e outros impostos...”.*

2) Em sua opinião, quais são os conteúdos de Matemática Escolar em que mais encontramos aplicações do cotidiano das pessoas?

**Respostas:** Variadas respostas surgiram com essa pergunta.

Uma delas, referindo-se a coisas aplicáveis citou: *“Números e operações com calculadoras; Medidas de todos os tipos; Estimativas e aproximações; Porcentagem e Proporcionalidade. Citou, também, algo ligado a formas e volumes”.*

Questões financeiras chamaram a atenção de outro docente: *“As operações que envolvem dinheiro devidas à sociedade capitalista em que vivemos, Porcentagem, Juros, etc”.*

Uma terceira resposta referiu-se aos: *“Aspectos que relacionem medidas e unidades de medidas diversas”.*

Porém todos eles citaram, mesmo que modestamente, as operações com dinheiro.

3) Você considera importante, para os dias de hoje, que os alunos tenham conhecimentos de Matemática Financeira?

**Respostas:** Uma das respostas chama a atenção sobre: *“Juros simples e compostos, Tabela Price... o que está em geral nos livros didáticos. Porcentagem, também, mas isso não é “Matemática Financeira”. Talvez essa pergunta dependa muito do que você chama de “Matemática Financeira””.*

Também foi respondida assim: *“Acredito na importância desse tópico para a vida das pessoas, já que todos nós estamos envolvidos com os conceitos de Matemática Financeira. Sempre estamos negociando”.*

4) Acredita que esse conteúdo deveria ser abordado em algum momento da vida escolar dos alunos?

**Respostas:** As respostas foram: *“Qualquer conteúdo pode ser abordado em qualquer momento. Quem diz como é o momento é quem está a sua frente”;* *“Os conceitos que envolvem Matemática Financeira devem ser abordados na escola em algum momento da vida escolar dos alunos”;* *“Já houve um projeto de Lei para que*



*a Educação Financeira fosse ensinada na escola, porém não houve sucesso por enquanto”.*

5) Você acredita que os conteúdos de Matemática a serem abordados na escola devam fazer com que os alunos reflitam a respeito da sociedade em que vivem?

**Respostas:** Uma resposta chamou nossa atenção: *“Os jovens precisam de algo mais para combater a opressão e a desigualdade, e este algo mais quer dizer conhecer seu mundo de maneira profunda e claramente refletida. Significa reconhecer a desigualdade, como ela é construída e poder se colocar contra isso, sem que isto seja feito na forma do “eu venci” individual”.*

Outra resposta que também aponta para o sentido de entender a sociedade em que se vive foi: *“Os conhecimentos dos alunos deverão se refletir numa mudança de comportamento e numa ação de mudar o meio social em que vivem, sempre em busca do melhor coletivo”.*

Assim, pode-se inferir que em ambas as respostas a consciência de uma mudança social coletiva deve existir.

6) De que maneira isso é possível?

**Respostas:** De acordo com a posição de um dos professores que respondeu ao questionário, pode-se considerar uma maneira de isso ser possível levando-se em consideração o que dizem Ole Skovsmose e outros em seu livro *“Educação Matemática Crítica, e, também, através da educação política do cidadão (o que inclui, necessariamente, a participação das pessoas nas decisões que afetam suas próprias vidas)”.*

Outro professor segue para o caminho da formação de professores: *“Professores melhor formados e capacitados poderiam preparar melhor seus alunos para a sociedade”.*

Outra resposta pertinente é: *“As pesquisas podem mostrar caminhos de ação para os professores envolvidos com a educação mais elementar, fazendo com que os alunos sejam mais bem preparados”.*

7) Você acredita que seja possível contextualizar todos os conteúdos de Matemática a serem ensinados na escola?

**Respostas:** As respostas dadas para essa pergunta foram entendidas com sentidos diferentes umas das outras, já que um dos pesquisadores respondeu que: “*Se estamos falando de “contextos da vida cotidiana”, não é possível. E nem seria desejável, caso o fosse. Por outro lado toda a existência é contextualizada, já que acontece em momentos históricos e materialmente particulares. Mesmo a mais abstrata matemática existe em um contexto. Ignorar isso é ruim para o pensamento da educação matemática. Ressaltar isso é permitir que as pessoas compreendam isso é essencial. O modelo das contas de telefone é “abstrato”, porque não se refere a nenhuma conta em particular, e nem foi criado pensando-se em nenhuma conta em particular*”. Enquanto que outra resposta foi: “*A contextualização é fundamental para que os alunos entendam de que forma a Matemática se relaciona com a realidade, ainda mais com conceitos de Matemática Financeira. Isso pode e deve ser feito*”.

Numa terceira posição encontramos: “*Os conceitos de Matemática nem sempre podem ser contextualizados. Existem conceitos que servem somente para a Matemática. É o que se chama de Matemática pela Matemática. No entanto, sempre que for possível se aproximar do real isso pode contribuir para uma melhor compreensão dos alunos*”.

8) Em relação à pergunta anterior, como você vê a Matemática Financeira com relação à contextualização?

**Respostas:** Todas as respostas foram dadas no sentido de que: “*Se tomarmos contexto no sentido de “afetar a vida da pessoa”, de fato, vale o mesmo para qualquer conteúdo, não só para a Matemática Financeira. A relação com o cotidiano é saudável, mas as pessoas precisam ser capazes de se afastar dele quando quiserem*”. “*A contextualização é uma parte importante da construção dos conceitos matemáticos, porém a formalização se faz necessária*”. “*A abstração deve fazer parte da construção do conhecimento, pois assim podemos generalizar conceitos*”.

9) Será que a Matemática ensinada nas escolas tem contribuído para que os alunos sejam críticos e ativos no meio social em que vivem?

**Respostas:** Uma das respostas foi essa: “*Esta pergunta não pode ser respondida no momento. As pessoas mudaram, e muito. As pessoas no Brasil mudaram. São*

*consumidores mais atentos a seus direitos, por exemplo. Mas de onde vem isso? De mudanças na escola? Não sei, e desconheço qualquer estudo que tenha se disposto a saber, de modo que não dá para responder”.*

Outra resposta foi: *“Apesar de não ter dados suficientes para a afirmação, acredito que os professores, em sua maioria, não têm buscado reflexões na sociedade”.*

*“Pelo que tenho visto e acompanhado do cotidiano escolar, infelizmente os professores não têm levado seus alunos a refletir muito sobre determinadas questões importantes. Talvez, por isso, a Matemática pareça tão estranha para a maioria dos alunos”,* foi o que disse um dos entrevistados ao ligar a contextualização ao cotidiano escolar.

10) De que maneira isso é ou poderia ser feito?

**Respostas:** Uma resposta nos chamou atenção: *“Uma vez eu estava discutindo, com dois alunos de Iniciação Científica, o livro do Ole da Papyrus. Lá pelas tantas, a aluna disse, “Mas se eu entendi direito a idéia, é melhor fechar as escolas e transformar em sindicatos”. Minha melhor resposta à sua pergunta, é a de que talvez ela tenha, num sentido poético, razão. Eu não acredito que seja alguma educação matemática, ou Educação Matemática, que faça a diferença e, sim, o projeto político a que ela se dirige. No caso do projeto de Bob Moses, os alunos aprendem álgebra para passar nos exames e poderem ir à universidade, e usam livros-didáticos bastante tradicionais. A educação matemática é “conservadora”, mas a educação política é “progressista”. O projeto político é que tem que ser progressista. Num projeto conservador, o mais inovador dos métodos vai produzir conservadores”.*

Outra resposta também se destacou: *“A mudança no sistema educacional poderia trazer alterações profundas no que diz respeito a esses aspectos inovadores em busca de melhorias”. Ainda foi dito que: “A universidade deveria ser mais ativa no que diz respeito ao cotidiano escolar. Poderia haver mais projetos que envolvessem escola e universidade”.*

### **4.1.3) Procedimento Auxiliar 3 em Ação: A Criação do Projeto de Ensino para a Sala de Aula**

Com a Metodologia de trabalho em sala de aula definida como Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas, apresentada e descrita no Capítulo 2, em 2.7, passamos a descrever a criação do Projeto.

No desenvolvimento deste Projeto utilizamos a bibliografia pertinente ao tema que é utilizada pelas redes públicas e particulares no Ensino Médio e também observamos aquela que está disponível em bibliotecas públicas.

Mediante análise de livros didáticos que fizemos e de reflexões baseadas nas propostas oficiais e governamentais de ensino de Matemática para o Ensino Médio, pudemos notar que a Matemática Financeira não ocupa lugar de destaque no ensino, chegando, na maioria das vezes, até a não ser ministrada.

Como acreditamos ser importante trabalhar esse tópico matemático com os alunos, o que temos como objetivo neste Projeto que isso deixe de acontecer e que os professores ousem modificar a tradição que se instalou quanto ao não ensino de Matemática Financeira no Ensino Médio.

Para a busca de dados, utilizamos observações em lojas de comércio, instituições financeiras, classificados de jornais e no currículo da disciplina Matemática ministrada para o Ensino Médio. Esses dados serviram à montagem dos problemas iniciais para a introdução dos conteúdos matemáticos previstos na grade curricular. Para sua montagem utilizamos a Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas.

Problemas de vendas à vista e a prazo (com ou sem parcelamento) e financiamentos feitos em cada instituição financeira têm, como finalidade, proporcionar um conhecimento mais profundo e adequado sobre os conteúdos de Matemática Financeira.

Pretende-se que o professor possa mostrar a importância desse tópico no cotidiano do aluno, através de exemplos práticos, e, também, que os alunos ao trabalharem esse Projeto, possam resolver problemas simples ou até mais complexos como, por exemplo, o parcelamento de dívidas nas compras a prazo.

Tendo em vista tudo o que foi discutido, passamos a descrever um Projeto para um ensino de Matemática Financeira que leve em conta questões da sociedade como justiça e injustiça, juros abusivos, reflexões sobre desigualdades sociais, impostos e compreensão dessas questões.

Como conceitos fundamentais, para o ensino desse conteúdo no Ensino Médio, temos os seguintes:

- 1) Noção de Porcentagem;
- 2) Conceitos de Capital, Juros, Taxa de Juros, Unidade de Tempo, Prazo, Montante;
- 3) Modalidade de Juros: Juros Simples e Juros Compostos;
- 4) Juros Simples;
- 5) Juros Compostos;
- 6) Parcelamento.

Passamos agora a descrever os passos que achamos importantes trilhar para chegarmos a um ensino de Matemática Financeira seguro, objetivo, sólido e que leve em consideração questões e reflexões da sociedade.

Num primeiro momento apresentamos os Problemas Iniciais que servirão como geradores de novos conhecimentos, de acordo com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas.

Além disso, apresentamos questões que abordam reflexões acerca de situações existentes em nossa sociedade.

Cada problema escolhido será apresentado num roteiro com os objetivos de cada um deles, com as justificativas motivadoras da escolha desses problemas e com a apresentação de tarefas extra-classe.

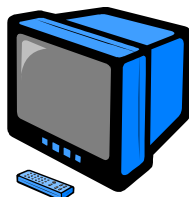
#### 4.1.3.1) Roteiro de Atividades:

### PROBLEMA I

#### ***Problema Inicial:***

Uma determinada loja está com uma promoção no departamento de eletrônicos. O cartaz diz o seguinte:

TV 14"  
12 x de **R\$ 58,00**  
= R\$ 696,00  
  
À vista **R\$ 480,00**



- Se uma pessoa comprar esta TV em 12 vezes, quanto por cento pagará a mais?
- Porque alguns números do cartaz da Promoção são escritos com dígitos pequenos?

#### ***Questões:***

- Compensa comprar essa Televisão em Parcelas?
- Por que as pessoas compram em Parcelas?
- Existe alguma solução para minimizar os prejuízos que essa compra parcelada traz?

- ***Objetivo do Problema:*** Esse problema tem como objetivo “relembrar” ou “reconstruir” os conceitos que envolvem Porcentagem. Além disso, temos um outro objetivo, que é o de ensinar aos alunos cálculos envolvendo porcentagem sem, necessariamente, fazer uso da Regra de Três apenas como uma ferramenta.
- ***Justificativa do tema:*** O ensino de Porcentagem tem um papel importante, pois é um tema integrador, tanto no ensino fundamental quanto no ensino médio. O principal objetivo, ao se inserir esse conteúdo na proposta, é o de proporcionar aos cidadãos enquanto alunos lidarem com situações reais que envolvem esses conceitos.

- **Tarefa extra-classe:**

**Tarefa para casa:**

Numa fatura de energia elétrica de valor total igual a R\$97.43, é declarada a cobrança do ICMS, que corresponde a uma taxa de 27%. Veja como isso aparece:

Demonstrativo de Tributos			
Descrição	Alíquota	Base do Cálculo	Valor em R\$
ICMS	27,00%	R\$ 97,43	26,30

- a) Você concorda que a base do cálculo do ICMS seja R\$ 97,43? Por quê?
- b) Qual a taxa de ICMS que realmente é cobrada em uma fatura de energia elétrica como essa?
- c) O que podemos concluir sobre isso?

**Questões:**

- a) Você sabe o que significa ICMS? Para que serve esse imposto?
- b) É realmente necessário que a taxa de ICMS seja cobrada?
- c) Para que servem os impostos?
- d) Como são usados os impostos de nossa cidade? E do nosso estado? E do nosso país?

## **PROBLEMA II**

### ***Problema Inicial:***

Roberto pediu emprestado à Suzana a quantia de R\$50,00 para ser paga após 3 meses. Naquela data, além de pagar a quantidade de R\$50,00, Roberto se comprometeu pagar mais 20% sobre o valor emprestado.

- a) Quanto é o juro que Roberto estará pagando nesse trimestre?
- b) Quanto de juro ele estará pagando por mês?
- c) Qual é a porcentagem do juro por mês que Roberto estará pagando?

### ***Questões:***

- a) Por que será que Roberto se comprometeu a pagar um valor maior do que ele emprestou de Suzana?
- b) É justo que ele pague mais do que tomou emprestado?

- ***Objetivo do Problema:*** Introduzir conceitos de Capital, Juros, Taxa de Juros, Unidade de Tempo, Prazo, Montante.
- ***Justificativa do tema:*** É importante que os estudantes possam aprender a calcular os juros e entender como o consumidor é prejudicado, se não estiver atento às altas taxas que são cobradas e a forma abusiva e confusa como funciona o comércio atual, na maioria das vezes.
- ***Tarefa extra-classe:***

### ***Tarefa para casa:***

Laura aplicou R\$ 8500.00 a uma taxa de 1,2% ao mês. Todo mês ela foi retirando somente o valor referente aos juros daquele período. Em quantos meses ela conseguiu um valor total (Capital + Juros) de R\$ 9214.00?



### **PROBLEMA III**

#### ***Problema Inicial:***

Roberto pediu emprestado à Suzana a quantia de R\$50,00 para ser paga após 3 meses. Naquela data, além de pagar a quantidade de R\$50,00, Roberto se comprometeu pagar mais R\$10,00. Quanto é a taxa de juros que Roberto estará pagando nesse trimestre? Se, passados esses 3 meses, Roberto pedir à Suzana mais 3 meses para pagar sua dívida, conservando a taxa de juros ao trimestre, qual será o montante de dívida a ser paga se:

- a) Roberto calcular o juro somente sobre capital emprestado inicialmente?
- b) Roberto calcular o juro sobre o capital que ele deve após os 3 primeiros meses?
- c) Os valores são diferentes? Justifique:
- d) Qual é o valor correto?

#### ***Questões:***

- a) Quando vamos pagar uma dívida, qual tipo de cálculos de juros você acha que é aplicado? Por quê?
- b) Qual seria a melhor opção para Roberto? Por quê?
- c) Qual seria a melhor opção para Suzana? Por quê?

- ***Objetivo do Problema:*** Mostrar a diferença entre Juros Simples e Juros Compostos. Levar os alunos a compreender as características de cada uma dessas modalidades de juros.
- ***Justificativa do tema:*** Esse tópico é importante para trazer as diferenças básicas entre esses dois regimes de juros. Além disso, ele serve como pré-requisito para identificar e compreender em que circunstância se faz uso de um ou de outro regime de juros.
- ***Tarefa extra-classe:***

#### ***Tarefa para casa:***

Um comerciante contraiu de um amigo um empréstimo de R\$600,00, comprometendo-se a pagar a dívida no final de 3 meses, à taxa de juros de 5% a.m. Se a taxa de juros foi aplicada somente no valor inicial do empréstimo, quanto o comerciante pagará a mais por seu empréstimo? E se a taxa incidir também sobre os juros produzidos em cada mês?

## **PROBLEMA IV**

### ***Problema Inicial:***

Vamos supor que Roberto e Suzana, do exercício anterior, tivessem feito um trato em que a taxa de juros seria aplicada somente sobre o valor inicial emprestado. Qual seria o valor da dívida de Roberto passados:

- a) 3 trimestres?
- b) 6 trimestres?
- c) 2 anos?

### ***Questões:***

- a) É justo que Suzana espere tanto tempo pra receber esse empréstimo e receba esse valor calculado sob o regime de Juros Simples?
- b) Sob qual regime de cálculo de juros nós pagamos as nossas dívidas? Você acha isso justo?

- ***Objetivos do Problema:*** Trabalhar especificamente sobre Juros Simples, levando os alunos a compreender as características dessa modalidade de juros. Fazer uso correto de unidades de medida e trabalhar a conversão entre elas.
- ***Justificativa do tema:*** Com o aprendizado sobre juros simples, os alunos poderão ser capazes de refletir sobre a utilização rara desse regime de juros. Além disso, refletir sobre sua utilização quando o período de tempo é inferior a 30 dias.
- ***Tarefa extra-classe:***

### ***Tarefa para casa:***

Silvia emprestou R\$ 4500.00 à amiga Luciana. Elas combinaram que Luciana pagaria juros de 5% ao mês. Para que a dívida não aumentasse muito, Luciana ficou de pagar, todo mês, somente a quantia referente aos juros, devolvendo o capital após seis meses.

- a) Se os juros forem somente em cima do valor emprestado por Luciana, quanto ela pagará somente de juros por este empréstimo?
- b) Nesse sistema de juros, qual é a relação existente entre o tempo de aplicação e os juros obtidos?

## **PROBLEMA V**

### ***Problema Inicial:***

O Sr. Mário aplicou em uma Instituição Financeira, a quantia de R\$2500,00 numa certa data. Essa Instituição Financeira comprometeu-se a pagar para o Sr. Mário 10% ao mês de juros sobre o valor que está aplicado mês a mês. Se o Sr. Mário não pode mexer no seu dinheiro durante 2 anos, qual será o valor que ele terá em sua aplicação passados:

- a) 1 mês?
- b) 6 meses?
- c) 2 anos?

### ***Questões:***

- a) O sistema de Juros Compostos é melhor que o sistema de Juros Simples? Por quê?
- b) Atualmente, a taxa de juros de poupança é cerca de 11% ao ano e a taxa de juros anual para cheque especial do banco é de 130%. Por que será que existe tanta diferença?

- ***Objetivo do Problema:*** Trabalhar especificamente sobre Juros Compostos. Levar os alunos a compreender as características dessa modalidade de juros.
- ***Justificativa do tema:*** Com o aprendizado sobre juros compostos, os alunos poderão ser capazes de refletir sobre a utilização desse regime de juros. Além disso, discussões sobre como esse regime de juros é aplicado também deverão fazer parte do objetivo dessa aula.
- ***Tarefa extra-classe:***

### ***Tarefa para casa:***

Natália dispõe de R\$1200.00 (capital) para aplicar na caderneta de poupança. Esse investimento está oferecendo um rendimento de 0,75% ao mês e Natália pretende deixar o dinheiro aplicado por seis meses.

- a) Quanto será que ela terá ao término do período de aplicação?
- b) Qual é a relação entre o tempo de aplicação e juros obtidos?
- c) Esse tipo de juros é simples?

## **PROBLEMA VI**

### ***Problema Inicial:***

A Sra. Célia comprou uma lavadora de louça por R\$359,00. O vendedor propôs que o pagamento fosse feito com dois cheques iguais, sendo um para 30 dias após a data de compra e outro para 60 dias após a data de compra. A taxa de juros composta combinada foi de 15% a.m. Qual foi o valor de cada uma das parcelas pagas por Sra. Célia?

### ***Questões:***

- a) Nesse caso, compensa pagar de maneira parcelada a lavadora de louças? Por que muitas pessoas fazem isso?
- b) Se a Sra. Célia tivesse R\$150,00 para dar de entrada e o restante ela fizesse conforme o vendedor a indicou, qual seria o valor das parcelas?
- c) Será que é importante, se tivermos condições, pagar sempre um valor de entrada para que o juro seja menor? Justifique:

- ***Objetivo do Problema:*** Trabalhar sobre parcelamentos, procurando levar os alunos a compreender as características desse conceito tão presente nas relações comerciais de nossa sociedade.
- ***Justificativa do tema:*** Saber calcular parcelas, de acordo com a taxa de juros aplicada para uma determinada situação, pode ajudar as pessoas a tomarem decisões em realizar ou não determinadas compras ou investimentos. Dessa forma, o estudo de Parcelamentos é importante para a vida das pessoas.
- ***Tarefa extra-classe:***

### ***Tarefa para casa:***

Uma loja de roupas está com a seguinte promoção:

Pague em 5 vezes sem juros ou à vista com 15% de desconto.

Imaginando que uma compra de R\$ 125,00 fosse feita, pergunta-se:

- a) Se a escolha fosse a compra a prazo, quanto seria cada parcela?
- b) E se a compra fosse à vista, quanto seria pago?

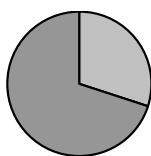
### ***Questões:***

- a) Quando o cliente resolve comprar em 5 vezes nessa loja, o valor a ser pago é realmente sem juros? Justifique sua resposta.

## **PROBLEMA VII – ATIVIDADES EXTRAS**

Nesse ponto nós deixamos algumas sugestões de atividades que o professor poderá fazer com seus alunos buscando refletir sobre outros conceitos, como por exemplo, a necessidade de se economizar e poupar seu dinheiro. Além disso, sugerimos a inserção de vídeos relacionados com o tema dessa proposta de ensino.

**Situação 1:** Uma pesquisa realizada em uma determinada cidade teve como objetivo investigar o perfil econômico dos moradores. De acordo com o gráfico abaixo e sabendo que a pesquisa foi realizada com 800 pessoas, responda:



Poupar – 30%
Não Poupar – 70%
Dos que poupar 70 % investem em caderneta de poupança.

- Quantas pessoas conseguem poupar parte de sua renda?
- Quantas pessoas aplicam em caderneta de poupança?
- Você sabe dizer o que é uma caderneta de poupança? Para que ela serve?

**Situação 2:** O Projeto de ensino que se apresenta não se encerra simplesmente nessas questões, já que essas são as que o professor levaria os alunos a fazer. Mas vai além, pois os alunos poderiam fazer muitas outras reflexões acerca dos conteúdos de Matemática Financeira. O que devemos deixar claro também é a necessidade de se refletir sobre as desigualdades sociais existentes em nossa sociedade. Quando falamos das desigualdades sociais, queremos nos referir sobre os motivos pelos quais muitas pessoas vivem na miséria e de como a educação poderia se caracterizar como uma espécie de fuga dessa situação para essas pessoas.

Para tais reflexões sugerimos alguns vídeos:

- Ilha das Flores:** um curta-metragem brasileiro, do gênero documentário, escrito e dirigido pelo cineasta Jorge Furtado em 1989, com produção da Casa de Cinema de Porto Alegre;
- Crianças Invisíveis:** Realidades infanto-juvenis retratadas em histórias curtas com grande profundidade. A nossa sugestão é que o filme das crianças brasileiras seja apresentado aos alunos, pois aborda o tema da Matemática Financeira na real necessidade de duas crianças que vivem em situação precária.

#### **4.1.4) Procedimento Auxiliar 4 em Ação**

Como precisávamos de uma escola para a aplicação do projeto de ensino criado por nós e, pela facilidade que tínhamos, decidimos escolher a escola em que o pesquisador já lecionava.

Em um dia normal de aulas, fomos até a diretoria do Colégio Sistema Opção de Ensino, um colégio particular em Santa Gertrudes, e conversamos com as Diretoras que autorizaram o início do trabalho assim que o conteúdo daquele bimestre fosse encerrado. Logo, ficou definido que o próprio pesquisador seria o responsável pela aplicação de seu projeto de ensino.

Analisamos o Regimento Escolar e vimos que as idéias e ideais da escola, com relação ao processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática, era próximo daquilo que tínhamos previsto para nossas aulas.

O sistema de ensino nesse colégio é apostilado, com apostilas produzidas pelo Sistema Positivo de Ensino, cujo foco de aprendizagem está na Resolução de Problemas como metodologia de ensino. Sendo, inclusive, citados muitos trabalhos da orientadora desta pesquisa.

#### **PLANEJAMENTO DAS AULAS:**

Como achamos importante o planejamento das aulas, por parte do professor, para que os objetivos das aulas sejam, em sua maioria, atingidos, explicitamos aqui uma programação feita de maneira simples da ordem das aulas.

Esse planejamento, com o objetivo definir quais e quantas serão as aulas utilizadas para a aplicação do projeto criado, deveria atender à ordem de utilização dos problemas geradores de novos conceitos.

<b><i>AULA</i></b>	<b><i>PLANEJAMENTO</i></b>
AULA I	CONCEITO DE PORCENTAGEM.
AULA II	CONCEITOS DE CAPITAL, JUROS, TAXA DE JUROS, UNIDADE DE TEMPO, PRAZO, MONTANTE.
AULA III**	MODALIDADE DE JUROS: JUROS SIMPLES E JUROS COMPOSTOS.
AULA IV**	JUROS SIMPLES.
AULA V**	JUROS COMPOSTOS.
AULA VI**	PARCELAMENTO.
AULA VII**	ATIVIDADES EXTRAS.

### **OBSERVACÕES:**

- Foi proposta, por nós, essa seqüência de aulas, porém, cada professor poderá decidir como proceder de acordo com a realidade em que está inserido;
- \*\*: Seria interessante que as aulas, indicadas por essa marcação, fossem aulas duplas. Dessa maneira, o professor teria mais tempo para desenvolver os tópicos previstos para elas, de modo a atender à formalização dos novos conceitos e novos conteúdos construídos que serão trabalhados como parte final da aula.
- De uma forma ideal, de acordo com nossa visão, 12 horas-aula seria uma quantidade razoável de aulas a fim de que o professor pudesse trabalhar esse conteúdo em sala de aula. Mas, com a inserção de atividades para casa, essa quantidade de aulas passaria a ser de 18 horas-aula, já que cada tarefa deixada necessária, para ser corrigida na aula seguinte, de mais uma hora-aula.

De acordo com as estratégias, definidas no Capítulo 3, passamos agora a descrever a preparação do professor que irá aplicar o projeto em sala de aula.

Assim, apresentaremos nossa preparação, com as estratégias e resoluções sugeridas por nós, enquanto professor-pesquisador, para que os leitores que tiverem interesse em trabalhar o conteúdo de Matemática Financeira em sua sala de aula, possam fazer uso dessas estratégias e dessas resoluções quando as acharem necessárias.

## A PREPARAÇÃO DAS AULAS PELO PROFESSOR:

### AULA I:

#### ✓ CONCEITO DE PORCENTAGEM:

#### **Problema Inicial:**

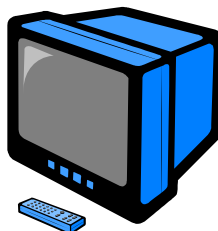
Uma determinada loja está com uma promoção no departamento de eletrônicos. O cartaz diz o seguinte:

TV 14"

12 x de **R\$ 58,00**

= R\$ 696,00

**À vista R\$ 480,00**



- Se uma pessoa comprar esta TV em 12 vezes, quanto por cento pagará a mais?
- Porque alguns números do cartaz da Promoção são escritos com dígitos pequenos?

#### **Questões:**

- Compensa comprar essa Televisão em Parcelas?
- Por que as pessoas compram em Parcelas?
- Existe alguma solução para minimizar os prejuízos que essa compra parcelada traz?

- **Estratégias para Resolução:**

- Inicialmente, utilizar Regra de Três e, depois, mostrar uma maneira diferente para se resolver esse problema;
- Utilizar equações e fazer as demonstrações necessárias.

Dentro de possíveis estratégias para trabalhar esse problema, podem ser consideradas as seguintes resoluções:

- **Resolução Sugerida I:**

$$\begin{array}{l} \text{R\$480,00} \text{ ----- } 100\% \\ \text{R\$696,00} \text{ ----- } x\% \end{array} \left| \Rightarrow 480 \cdot x = 100 \cdot 696 \Rightarrow 480x = 69600 \Rightarrow x = \frac{69600}{480} \Rightarrow \right.$$
$$\Rightarrow x = 145\%$$

Logo, o acréscimo foi de 45% sobre o valor à vista.



○ **Resolução Sugerida II:**

$$\begin{aligned} R\$480,00 + JUROS &= R\$696,00 \Rightarrow R\$480,00 + (R\$480,00 \cdot x\%) = R\$696,00 \Rightarrow \\ \Rightarrow R\$480,00 \cdot (1 + x\%) &= R\$696,00 \Rightarrow (1 + x\%) = \frac{R\$696,00}{R\$480,00} \Rightarrow (1 + x\%) = 1,45 \Rightarrow \\ \Rightarrow 1 + \frac{x}{100} &= 1,45 \Rightarrow \frac{x}{100} = 1,45 - 1 \Rightarrow \frac{x}{100} = 0,45 \Rightarrow x = 45\% \end{aligned}$$

Logo, o acréscimo foi de 45% sobre o valor à vista.

• **Na Plenária:**

Pretendemos, além de resolver os problemas, por meio das resoluções sugeridas acima, discutir com os alunos sobre as questões do problema gerador. As questões matemáticas são de extrema importância para nós e queremos que nossos alunos aprendam Matemática através delas. Além disso, pretendemos que eles reflitam e debatam socialmente outras questões do tipo:

- As compensações da compra à vista, frutos dessa reflexão;
- A validade em se poupar dinheiro e adquirir um bem após um período de tempo;
- O imediatismo do consumidor ao efetuar uma compra;
- A necessidade de uma compra;
- A tomada de decisões sobre efetuar uma compra ou não.

• **Formalização de novos conceitos e conteúdos construídos:**

Usamos, para a formalização, as idéias da Resolução Sugerida II:

- Se o Valor Inicial é  $C$  e o acréscimo é de  $i\%$ , então fazemos:

$C + (i \cdot C) = C \cdot (1 + i)$ , onde  $C$  é o valor que sofrerá o acréscimo e  $i$  é a taxa decimal do acréscimo. Logo, para sabermos o Valor Final, basta multiplicarmos o valor inicial pela soma da unidade com a taxa decimal.

- Se o Valor Inicial é  $C$  e o desconto é de  $i\%$ , então fazemos:

$C - (i \cdot C) = C \cdot (1 - i)$ , onde  $C$  é o valor que sofrerá o desconto e  $i$  é a taxa decimal do desconto. Logo, para sabermos o Valor Final, basta multiplicarmos o valor inicial pela subtração entre a unidade e a taxa decimal.

## AULA II:

- ✓ CONCEITOS DE CAPITAL, JUROS, TAXA DE JUROS, UNIDADE DE TEMPO, PRAZO E MONTANTE:

### ***Problema Inicial:***

Roberto pediu emprestado a Suzana a quantia de R\$50,00 para ser paga após 3 meses. Naquela data, além de pagar a quantia de R\$50,00, Roberto se comprometeu pagar mais 20% sobre o valor emprestado.

- a) Qual é o valor do juro que Roberto estará pagando nesse trimestre?
- b) Qual é o valor do juro que ele estará pagando por mês?
- c) Qual é a porcentagem do juro por mês que Roberto estará pagando?

### ***Questões:***

- a) Por que será que Roberto se comprometeu a pagar um valor maior do que ele emprestou de Suzana?
- b) É justo que ele pague mais do que tomou emprestado?

- ***Estratégias para Resolução:***

- Resolver equações.

Dentro de possíveis estratégias para trabalhar esse problema, podem ser consideradas as seguintes resoluções:

- ***Resoluções sugeridas:***

- a) Quanto é o juro que Roberto estará pagando nesse trimestre?

*Resposta:* Como Roberto emprestou R\$50,00 e está pagando 20% sobre esse valor, então ele pagará de Juro  $R\$50,00 \cdot (20\%) = R\$50,00 \cdot (0,20) = R\$10,00$ .

- b) Quanto de juro ele estará pagando por mês?

*Resposta:* Partindo do pressuposto de que a taxa de juros seria aplicada somente ao valor inicial da dívida de Roberto, ou seja R\$50,00, e sabendo que ele deverá pagar R\$10,00, então, ele estará pagando  $\frac{R\$10,00}{3} \cong R\$3,33$  ao mês.

- c) Qual é a porcentagem do juro por mês que Roberto estará pagando?

*Resposta:* Partindo do mesmo pressuposto anterior, Roberto deve pagar 20% a mais ao final do trimestre. Logo, deverá pagar  $\frac{20\%}{3} \cong 6,66\%$  ao mês.

- ***Na Plenária:***

Procurar discutir as resoluções apresentadas pelos alunos, tentar ir em busca de uma resolução tida como consensual e apresentá-la na lousa.

Além disso, refletir sobre as questões que o problema gerador traz e procurar responder a possíveis questionamentos dos alunos sobre as idéias existentes em perguntas do problema, tais como:

- Empréstimos a juros;
- Juros abusivos;
- Justiça e ética;

- ***Definições:***

- CAPITAL: É um bem que pode ser trocado por outro, ou convertido em dinheiro. Existem, entre outros, os bens imóveis, que são terrenos, casas, apartamentos, etc., e os bens móveis, que são veículos, objetos de valor, títulos de renda, etc. Riqueza ou valores disponíveis. Conjunto de bens produzidos pelo homem que participam da produção de outros bens (basicamente, máquinas e equipamentos). Recursos monetários investidos ou disponíveis para investimento.
- JURO: É a quantidade recebida, ou paga, pela utilização de um capital. Essa utilização, para o dono do capital, chama-se investimento, emprego, aplicação, ou empréstimo de capital. Importância cobrada, por unidade de tempo, pelo empréstimo de dinheiro, expressa como porcentagem da soma emprestada. Rendimento de capital investido; interesse. Recompensa.
- TAXA DE JURO: É a razão entre o juro produzido e o capital empregado num determinado período de tempo. Normalmente é apresentada na forma percentual.
- UNIDADE DE TEMPO: É o período de utilização do Capital. Pode ser dada em dia, mês, bimestre, trimestre, ano, etc. Em geral, a unidade de tempo a ser considerada é indicada pela taxa de juro.

Exemplo: 8% a.m significa 8% ao mês. Mês é o intervalo de tempo após o qual se calcula o juro relativo a um certo capital.

- MONTANTE: É a soma do capital aplicado com o juro produzido até aquela data.

### **AULA III:**

- ✓ MODALIDADE DE JUROS: JUROS SIMPLES E JUROS COMPOSTOS:

#### ***Problema Inicial:***

Roberto pediu emprestado a Suzana a quantia de R\$50,00 para ser paga após 3 meses. Naquela data, além de pagar a quantidade de R\$50,00, Roberto se comprometeu a pagar mais R\$10,00. Quanto é a taxa de juros que Roberto estará pagando nesse trimestre? Se, passados esses 3 meses, Roberto pedir à Suzana mais 3 meses para pagar sua dívida, conservando a taxa de juros ao trimestre, qual será o montante da dívida a ser paga se:

- a) Roberto calcular o juro somente sobre capital emprestado inicialmente?
- b) Roberto calcular o juro sobre o capital que ele deve após os 3 primeiros meses?
- c) Os valores são diferentes? Justifique:
- d) Qual é o valor correto?

#### ***Questões:***

- a) Quando vamos pagar uma dívida, que tipo de cálculo de juros você acha que é aplicado? Por quê?
- b) Qual seria a melhor opção para Roberto? Por quê?
- c) Qual seria a melhor opção para Suzana? Por quê?

- ***Estratégias para Resolução:***

- Resolver equações;
- Construir tabelas.

Dentro de possíveis estratégias para trabalhar esse problema, podem ser consideradas as seguintes resoluções:

○ **Resoluções sugeridas:**

\* Quanto é a taxa de juro que Roberto estará pagando nesse trimestre?

*Resposta:* Como já sabemos, taxa de juros é a razão entre o juro e o capital.

Logo, Roberto estará pagando  $\frac{R\$10,00}{R\$50,00} = 0,20 = 20\%$  ao trimestre.

\* O Montante da dívida se:

a) Roberto incorporar o juro dos dois trimestres somente no capital emprestado inicialmente?

*Resposta:* Como Roberto paga R\$10,00 a cada trimestre, então ele deverá pagar R\$20,00 pelos dois trimestres. Ou seja, sua dívida seria de R\$70,00.

b) Roberto incorporar, além do juro do primeiro trimestre, o juro sobre o capital que ele deve após os 3 primeiros meses?

*Resposta:* Após o primeiro trimestre ele fica com um Montante de dívida de R\$60,00 (R\$50,00 + 20% de R\$50,00). Incorporando a mesma taxa de juros, de 20% ao trimestre, sobre o valor, agora de R\$60,00, teríamos:  $R\$60,00 \cdot 1,20 = R\$72,00$ . Logo, sua dívida não seria mais R\$70,00 e, sim, R\$72,00.

c) Os valores são diferentes? Justifique:

*Resposta:* Pelos cálculos acima, podemos perceber que os valores são diferentes. Isto quer dizer que se a taxa de juros for aplicada somente ao Capital Inicial, Roberto pagará sempre R\$10,00 por trimestre. Já se a taxa for sendo aplicada trimestre a trimestre, sobre o valor da dívida atualizada, sua dívida aumentará.

d) Qual é o valor correto?

*Resposta:* Se perguntássemos para Roberto, provavelmente ele diria que a primeira maneira é melhor. Se perguntássemos para Suzana, provavelmente ela diria que a segunda maneira é a melhor. A melhor maneira seria entendermos as diferenças entre as duas maneiras de se calcular juros e ficarmos atentos às taxas.

● **Na Plenária:**

Procurar discutir as resoluções apresentadas pelos alunos, tentar ir em busca de uma resolução tida como consensual e apresentá-la na lousa.

Além disso, refletir sobre as questões que o problema gerador traz e procurar responder a possíveis questionamentos dos alunos sobre as idéias existentes em perguntas do problema, tais como:

- Empréstimos a juros;
- Juros abusivos;
- Justiça e ética;
- Qual Modalidade de Juros é melhor;
- Em que situação devem as diferentes modalidades serem utilizadas.

- ***Definições:***

- **JUROS SIMPLES:** O regime de juros será **simples** quando a taxa de juros incidir apenas sobre o capital inicial. Sobre os juros gerados a cada período não incidirão novos juros. O juro de cada intervalo de tempo sempre é calculado sobre o capital inicial emprestado ou aplicado. Raramente encontramos uso para o regime de juros simples: é o caso das operações de curtíssimo prazo, e do processo de descontos.
- **JUROS COMPOSTOS:** No regime de juros **compostos**, os juros de cada período são somados ao capital para o cálculo de novos juros nos períodos seguintes. Após cada período, os juros são incorporados ao capital e passam, por sua vez, a render juros. Também conhecido como "juros sobre juros".

#### AULA IV:

##### ✓ JUROS SIMPLES:

###### ***Problema Inicial:***

Vamos supor que Roberto e Suzana, do exercício anterior, tivessem feito um trato em que a taxa de juros seria aplicada somente sobre o valor inicial emprestado. Qual seria o valor da dívida de Roberto passados:

- a) 3 trimestres?
- b) 6 trimestres?
- c) 2 anos?

###### ***Questões:***

- a) É justo que Suzana espere tanto tempo pra receber esse empréstimo e receba esse valor calculado sob o regime de Juros Simples?
- b) Sob qual regime de cálculo de juros nós pagamos as nossas dívidas? Você acha isso justo?

- ***Estratégias para Resolução:***

- Desenvolver a fórmula, como uma relação entre grandezas, para o Montante;
- Resolver equações;
- Construir tabelas, visando à descoberta de padrões.

Dentro de possíveis estratégias para trabalhar esse problema, podem ser consideradas as seguintes resoluções:

- ***Resoluções sugeridas:***

\* Como Roberto e Suzana, hipoteticamente fizeram esse acordo, a dívida de Roberto seria:

- a) Após 3 trimestres:

*Resposta:* Como a taxa de juros incide somente sobre os R\$50,00 que Roberto emprestou, então ele deverá pagar de juros R\$10,00 por trimestre. Como são três trimestres, temos que o juro produzido nesse período será de  $3 \cdot R\$10,00 = R\$30,00$ . Então, o Montante da dívida de Roberto é de R\$80,00.

\* Uma outra maneira de resolver seria:

*Resposta:* Como Roberto paga 20% ao trimestre e essa taxa de juros incide somente sobre o capital de R\$50,00, Roberto irá pagar, ao final, como Montante de sua dívida:

$$\begin{aligned} R\$50,00 + (R\$50,00 \cdot 0,20) + (R\$50,00 \cdot 0,20) + (R\$50,00 \cdot 0,20) = \\ R\$50,00 + 3 \cdot (R\$50,00 \cdot 0,20) = R\$50,00 + 3 \cdot (R\$10,00) = R\$50,00 + R\$30,00 = \\ R\$80,00. \end{aligned}$$

Ao final do período de três trimestres, Roberto deveria para Suzana o valor de R\$80,00.

b) 6 trimestres?

*Resposta:* Utilizando o mesmo princípio, temos:

$$R\$50,00 + 6 \cdot (R\$50,00 \cdot 0,20) = R\$50,00 + 6 \cdot (R\$10,00) = R\$50,00 + R\$60,00 = R\$110,00.$$

Ao final do período de seis trimestres, Roberto deveria para Suzana o valor de R\$110,00.

c) 2 anos?

*Resposta:* Aqui temos uma outra questão. A taxa de juros está vinculada a uma unidade de tempo que é trimestre. No entanto, esse item fala sobre ano. Para conseguirmos resolver esse problema, precisamos transformar essa unidade de tempo, ou seja, em dois anos temos 8 trimestres. Agora podemos resolver o problema utilizando 8 trimestres.

$$R\$50,00 + 8 \cdot (R\$50,00 \cdot 0,20) = R\$50,00 + 8 \cdot (R\$10,00) = R\$50,00 + R\$80,00 = R\$130,00.$$

Ao final do período de dois anos ou oito trimestres, Roberto deveria para Suzana o valor de R\$130,00.

- ***Na Plenária:***

Procurar discutir as resoluções apresentadas pelos alunos, tentar ir em busca de resolução tida como consensual e apresentá-la na lousa.

Além disso, refletir sobre as questões que o problema gerador traz e procurar responder a possíveis questionamentos dos alunos sobre as idéias existentes nas perguntas do problema relativas a:



- A utilização do regime de juros simples;
- Sob qual regime pagamos nossas dívidas.

- **Formalização:**

Consideremos o capital inicial, representado por  $C$ , aplicado a uma taxa de juros simples  $i\%$  por período ( $i\% p.p$ ), durante  $n$  períodos.

Como, no regime de Juros Simples, a taxa de juros incide sempre sobre o capital inicial, podemos construir uma tabela em busca de um padrão:

<i>Período</i>	<i>CAPITAL</i>	<i>JUROS (i% p.p)</i>	<i>MONTANTE</i>
1° Mês	$C$	$C.i$	$C + C.i$
2° Mês	$C + C.i$	$C.i$	$C + C.i + C.i = C + 2C.i = C.(1 + 2i)$
3° Mês	$C.(1 + 2i)$	$C.i$	$C + C.i + C.i + C.i = C + 3C.i = C.(1 + 3i)$
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
n-ésimo Mês	$C.[1 + (n - 1).i]$	$C.i$	$\underbrace{C + C.i + \dots + C.i}_{n\text{vezes}} = C + n.C.i = C.(1 + n.i)$

Para sabermos quanto de Juros foram produzidos durante esses  $n$  períodos, basta somarmos a COLUNA de Juros. Daí teremos:

$$J = \underbrace{C.i + C.i + \dots + C.i}_{n\text{vezes}} = n.C.i \Rightarrow J = n.C.i, \text{ onde:}$$

$J$  = Juros produzidos depois de  $n$  períodos, do capital  $C$  aplicado a uma taxa de juros, por período, igual a  $i\%$ .

No final de  $n$  períodos, teremos que o Montante será igual ao capital inicial adicionado aos juros produzidos no período. Logo, temos que:  $M = C + J \Rightarrow M = C + n.C.i \Rightarrow M = C.(1 + n.i)$ , como vemos pela última linha da tabela.

Dessa forma temos que o Montante sob o regime de Juros Simples pode ser calculado através da seguinte fórmula:

$$M_n = C.(1 + n.i)$$

Observação: Em aula, seria interessante demonstrar pelo Princípio de Indução Finita (PIF) que essa fórmula é um padrão, e que, portanto, é sempre válida.

## AULA V:

### ✓ JUROS COMPOSTOS:

#### ***Problema Inicial:***

O Sr. Mário aplicou em uma Instituição Financeira, a quantia de R\$2500,00 numa certa data. Essa Instituição Financeira comprometeu-se a pagar para o Sr. Mário 10% ao mês de juros sobre o valor que está aplicado mês a mês. Se o Sr. Mário não pode mexer no seu dinheiro durante 2 anos, qual será o valor que ele terá em sua aplicação passados:

- a) 1 mês?
- b) 6 meses?
- c) 2 anos?

#### ***Questões:***

- a) O sistema de Juros Compostos é melhor que o sistema de Juros Simples? Por quê?
- b) Atualmente, a taxa de juros de poupança é cerca de 11% ao ano e a taxa de juros anual para cheque especial do banco é de 130%. Por que será que existe tanta diferença?

- ***Estratégias para Resolução:***

- Desenvolver a fórmula, como uma relação entre grandezas, para o Montante;
- Resolver equações;
- Construir tabelas, visando à descoberta de padrões.

Dentre as possíveis estratégias para trabalhar esse problema, podem ser consideradas as seguintes resoluções:

- ***Resoluções sugeridas:***

\* Sr. Mário aplicou um capital de R\$2500,00, a uma taxa de juros de 10% ao mês. Sendo assim, a cada mês, o seu capital aumenta em 10% com relação ao capital que tinha anteriormente.

a) Após 1 mês:

*Resposta:* A taxa de juros incide sobre o valor de R\$2500,00. Dessa forma, temos que, de acordo com o que aprendemos na primeira aula,  $R\$2500,00 \cdot (1 + 0,10) = R\$2500,00 \cdot 1,10 = R\$2750,00$ . Então, Sr. Mário, no primeiro mês desse investimento, terá um Montante de R\$2750,00.

b) Após 6 meses?

*Resposta:* Para melhor compreendermos o que ocorre com os rendimentos do Sr. Mário, vamos construir uma tabela.

<b>Período</b>	<b>CAPITAL</b>	<b>JUROS (10% a.m)</b>	<b>MONTANTE</b>
1° Mês	R\$ 2.500,00	R\$ 250,00	R\$ 2.750,00
2° Mês	R\$ 2.750,00	R\$ 275,00	R\$ 3.025,00
3° Mês	R\$ 3.025,00	R\$ 302,50	R\$ 3.327,50
4° Mês	R\$ 3.327,50	R\$ 332,75	R\$ 3.660,25
5° Mês	R\$ 3.660,25	R\$ 366,03	R\$ 4.026,28
6° Mês	R\$ 4.026,28	R\$ 402,63	R\$ 4.428,90

Pela tabela construída e pelos cálculos feitos podemos concluir que, após seis meses, o Sr. Mário terá um Montante de R\$4428,90.

c) Após 2 anos?

*Resposta:* Neste caso, vamos partir da tabela anterior e continuar a construção da tabela de rendimentos do Sr. Mário.

7° Mês	R\$ 4.428,90	R\$ 442,89	R\$ 4.871,79
8° Mês	R\$ 4.871,79	R\$ 487,18	R\$ 5.358,97
9° Mês	R\$ 5.358,97	R\$ 535,90	R\$ 5.894,87
10° Mês	R\$ 5.894,87	R\$ 589,49	R\$ 6.484,36
11° Mês	R\$ 6.484,36	R\$ 648,44	R\$ 7.132,79
12° Mês	R\$ 7.132,79	R\$ 713,28	R\$ 7.846,07
13° Mês	R\$ 7.846,07	R\$ 784,61	R\$ 8.630,68
14° Mês	R\$ 8.630,68	R\$ 863,07	R\$ 9.493,75
15° Mês	R\$ 9.493,75	R\$ 949,37	R\$ 10.443,12
16° Mês	R\$ 10.443,12	R\$ 1.044,31	R\$ 11.487,43
17° Mês	R\$ 11.487,43	R\$ 1.148,74	R\$ 12.636,18
18° Mês	R\$ 12.636,18	R\$ 1.263,62	R\$ 13.899,79
19° Mês	R\$ 13.899,79	R\$ 1.389,98	R\$ 15.289,77
20° Mês	R\$ 15.289,77	R\$ 1.528,98	R\$ 16.818,75
21° Mês	R\$ 16.818,75	R\$ 1.681,87	R\$ 18.500,62
22° Mês	R\$ 18.500,62	R\$ 1.850,06	R\$ 20.350,69
23° Mês	R\$ 20.350,69	R\$ 2.035,07	R\$ 22.385,76
24° Mês	R\$ 22.385,76	R\$ 2.238,58	R\$ 24.624,33

Temos, dessa maneira, que após 2 anos de rendimentos, o Sr. Mário terá um Montante de R\$24624,33.

- **Na Plenária:**

Procurar discutir as resoluções apresentadas pelos alunos, tentar ir em busca de resolução tida como consensual e apresentá-la na lousa.

Além disso, refletir sobre as questões que o problema gerador traz e procurar responder a possíveis questionamentos dos alunos sobre as idéias existentes nas perguntas do problema relativas a:

- A utilização do regime de juros compostos;
- O pagamento de dívidas;
- Os juros do Cheque Especial.

- **Formalização:**

Consideremos o capital inicial, representado por  $C$ , aplicado a uma taxa de juros compostos  $i\%$  por período, durante  $n$  períodos.

Como no regime de Juros Compostos a taxa de juros incide sobre a soma de Capital e Juros produzidos no período anterior, temos o que chamamos de “Juros sobre Juros”.

Construiremos uma tabela a fim de construir fórmulas relacionadas ao cálculo de Juros Compostos.

<b>Período</b>	<b>CAPITAL</b>	<b>JUROS</b> <b>(i% p.p)</b>	<b>MONTANTE</b>
1° Mês	$C$	$C.i$	$M_1 = C + C.i \Rightarrow M_1 = C.(1+i)$
2° Mês	$M_1$	$M_1.i$	$M_2 = M_1 + M_1.i = M_1.(1+i) = C.(1+i).(1+i) \Rightarrow$ $\Rightarrow M_2 = C.(1+i)^2$
3° Mês	$M_2$	$M_2.i$	$M_3 = M_2 + M_2.i = M_2.(1+i) = C.(1+i)^2.(1+i) \Rightarrow$ $\Rightarrow M_3 = C.(1+i)^3$
.		.	.
.		.	.
.		.	.
n-ésimo Mês	$M_{n-1}$	$M_{n-1}.i$	$M_n = M_{n-1} + M_{n-1}.i = M_{n-1}.(1+i) = C.(1+i)^{n-1}.(1+i) \Rightarrow$ $\Rightarrow M_n = C.(1+i)^n$

Ao final de  $n$  períodos, teremos que o Montante será igual ao capital inicial adicionado aos juros produzidos no período. Logo, temos que:  $M_n = C.(1+i)^n$ , como vemos pela última linha da tabela.

Dessa forma temos que o Montante sob o regime de Juros Compostos pode ser calculado através da seguinte fórmula:

$$M_n = C.(1+i)^n$$

Observação: Seria interessante, em aula, demonstrar, pelo Princípio de Indução Finita (PIF), que essa fórmula é um padrão e que, portanto, é sempre válida.

## AULA V:

### ✓ PARCELAMENTO:

#### ***Problema Inicial:***

A Sra. Célia comprou uma lavadora de louças por R\$359,00. O vendedor propôs que o pagamento fosse feito com dois cheques iguais, sendo um para 30 dias após a data de compra e outro para 60 dias após essa data. A taxa de juros composta combinada foi de 15% a.m. Qual foi o valor de cada uma das parcelas pagas pela Sra. Célia?

#### ***Questões:***

- Nesse caso, compensaria pagar de maneira parcelada a lavadora de louças? Por que muitas pessoas fazem isso?
- Se a Sra. Célia tivesse R\$150,00 para dar de entrada e o restante ela fizesse conforme o vendedor indicou, qual seria o valor das parcelas?
- Será que é importante, se tivermos condições, pagar sempre um valor de entrada para que o juro seja menor? Justifique.

- ***Estratégias para Resolução:***

- Desenvolver fórmulas.
- Resolver equações;
- Construir tabelas.

Dentre as possíveis estratégias para trabalhar esse problema, podem ser consideradas as seguintes resoluções:

- ***Resolução sugerida:***

Não conhecemos o valor de cada parcela, mas desejamos que elas sejam iguais. Chamaremos cada parcela de  $P$ . O que temos, de acordo com o enunciado do problema, é que uma parcela  $P$  deverá ser paga após 30 dias e outra após 60 dias. Na primeira parcela tem-se embutida a taxa de juros de 15% ao mês. Na segunda parcela tem-se embutida a taxa de juros tanto do primeiro mês, quanto do segundo mês.

Logo, podemos resolver o problema da seguinte maneira:

$P + P \cdot (1 + i) = C \cdot (1 + i)^2$ , isto é, a soma das duas parcelas, sendo a primeira  $P$  e a segunda, do mesmo valor  $P$  acrescido dos juros referentes aos trinta

dias a mais, deve ser igual ao Capital, valor da lavadora de louças, aplicado por dois meses a uma taxa de juros de 15% ao mês.

$$\begin{aligned}P + P.(1+i) &= C.(1+i)^2 \Rightarrow P + P(1+0,15) = R\$359,00.(1+0,15)^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow P + P(1,15) &= R\$359,00.(1,15)^2 \Rightarrow 2,15.P = R\$474,78 \Rightarrow P = \frac{R\$474,78}{2,15} \Rightarrow \\ \Rightarrow P &= R\$220,83\end{aligned}$$

Sendo assim, cada parcela deverá ser de R\$220,83.

- **Respostas às questões:**

a) Nesse caso, compensa pagar de maneira parcelada a lavadora de louças? Por que muitas pessoas fazem isso?

*Resposta:* Se a compra em parcelas for com juros não compensa fazê-la assim. No entanto, a maioria das pessoas faz compras parceladas porque não têm todo o dinheiro para o pagamento à vista. Além disso, como as pessoas são, em sua maioria, imediatistas, elas não gostam de aplicar seu dinheiro, esperar render juros e após isso, comprar o bem desejado.

b) Se a Sra. Célia tivesse R\$150,00 para dar de entrada e o restante ela fizesse conforme o vendedor indicou, qual seria o valor das parcelas?

*Resposta:* Se a Sra. Célia tivesse dado R\$150,00 como entrada, ela ficaria devendo  $R\$359,00 - R\$150,00 = 209,00$ . Então, ela pagaria juros somente sobre os R\$209,00 restantes de sua dívida. Logo, teríamos:

$$\begin{aligned}P + P.(1+i) &= C.(1+i)^2 \Rightarrow P + P(1+0,15) = R\$209,00.(1+0,15)^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow P + P(1,15) &= R\$209,00.(1,15)^2 \Rightarrow 2,15.P = R\$276,40 \Rightarrow P = \frac{R\$276,40}{2,15} \Rightarrow \\ \Rightarrow P &= R\$138,20\end{aligned}$$

Sendo assim, cada parcela deverá ser de R\$138,20.

c) Será que é importante, se tivermos condições, pagarmos sempre um valor de entrada para que os juros sejam menores? Justifique.

*Resposta:* Pela resolução do problema, podemos perceber que se a Sra. Célia parcelasse 100% do valor, a parcela a ser paga por ela seria de R\$220,83. No entanto, se ela desse o valor de R\$150,00, como entrada de sua dívida, a parcela a ser paga seria de R\$138,20. Isto é, ela deixaria de pagar juros sobre R\$150,00 que ela deu de entrada. Podemos concluir, então, que tendo um valor para dar de entrada em uma dívida, é conveniente assim proceder.

- ***Na Plenária:***

Procurar discutir as resoluções apresentadas pelos alunos, tentar ir em busca da resolução tida como consensual e apresentá-la na lousa.

Além disso, refletir sobre as questões que o problema gerador traz e procurar responder a possíveis questionamentos dos alunos sobre as idéias existentes nas perguntas do problema relativas a:

- A necessidade do consumo;
- O parcelamento e o financiamento de dívidas;
- A importância em se compreender o cálculo de parcelas.

- ***Formalização:***

Tendo como base o problema resolvido, passamos a buscar a fórmula que envolve o conceito de Parcelamento, isto é, uma maneira de calcular o valor de uma parcela, levando em conta a taxa de juros, o valor parcelado e a quantidade de parcelas.

Essa situação pode ser descrita da seguinte forma:

- Valor a ser parcelado ou financiado:  $C$ ;
- Taxa de juros (Compostos) por período:  $i\%$ ;
- Quantidade de Parcelas:  $n$ ;
- Valor de cada parcela do financiamento:  $P$ ;
- Temos, como pressuposto, que a primeira parcela deverá ser paga após um período dado por ocasião da data em que a dívida foi contraída, como acontece normalmente em financiamentos hoje em dia.

Temos, então:

$$P + P.(1+i) + P.(1+i)^2 + P.(1+i)^3 + P.(1+i)^4 + \dots + P.(1+i)^{n-1} = C.(1+i)^n \Rightarrow \\ \Rightarrow P.[1 + (1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3 + (1+i)^4 + \dots + (1+i)^{n-1}] = C.(1+i)^n$$

Para facilitar a compreensão da notação adotada, vamos substituir  $1+i$  por  $x$ . Ficamos com:

$$P.(1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots + x^{n-1}) = C.x^n$$

Podemos perceber que a expressão entre parênteses é a soma de uma Progressão Geométrica de  $n$  termos, cujo primeiro termo é 1, o último



termo  $x^{n-1}$  e razão  $x$ . Sendo assim, lembrando que a soma dos  $n$  primeiros termos de uma Progressão Geométrica, onde o primeiro termo é  $a_1$  e a razão é  $q$ , é dada por:  $S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$ .

Logo, a expressão entre parênteses pode ser escrita como:  $S_n = \frac{x^n - 1}{x - 1}$ .

Dessa maneira temos:

$$P \cdot (1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots + x^{n-1}) = C \cdot x^n \Rightarrow \\ \Rightarrow P \cdot \left( \frac{x^n - 1}{x - 1} \right) = C \cdot x^n \Rightarrow P = C \cdot \frac{x^n \cdot (x - 1)}{x^n - 1}$$

E, voltando na substituição feita  $x = 1 + i$ , temos:

$$P = C \cdot \frac{(1 + i)^n \cdot (1 + i - 1)}{(1 + i)^n - 1} \Rightarrow P = C \cdot \frac{(1 + i)^n \cdot i}{(1 + i)^n - 1}$$

Então, temos que o valor de cada parcela será dado por:

$$P = C \cdot \frac{(1 + i)^n \cdot i}{(1 + i)^n - 1}$$

As próximas atividades (Aula VI) são chamadas de Extra porque não tratam de problemas que necessariamente seriam utilizados para a construção do conhecimento de novos conceitos associados à Matemática Financeira mas, sim, são problemas voltados a reflexões sobre questões sociais.

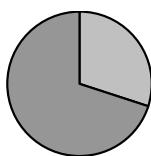
Essas reflexões sobre as atividades Extra serão discutidas no momento em que estivermos apresentando o projeto de ensino que foi aplicado em sala de aula.

## AULA VI:

✓ EXTRA:

Nesse ponto nós deixamos algumas sugestões de atividades que o professor poderá fazer com seus alunos buscando refletir sobre outros conceitos, como por exemplo, a necessidade de se economizar e poupar seu dinheiro. Além disso, sugerimos a inserção de vídeos relacionados com o tema dessa proposta de ensino.

**Situação 1:** Uma pesquisa realizada em uma determinada cidade teve como objetivo investigar o perfil econômico dos moradores. De acordo com o gráfico abaixo e sabendo que a pesquisa foi realizada com 800 pessoas, responda:



Poupam – 30%  
Não Poupam – 70%  
Dos que poupam 70 % investem em caderneta de poupança.

- Quantas pessoas conseguem poupar parte de sua renda?
- Quantas pessoas aplicam em caderneta de poupança?
- Você sabe dizer o que é uma caderneta de poupança? Para que ela serve?

**Situação 2:** A proposta de ensino que venho apresentar não se encerra simplesmente nessas questões, já que essas são questões que o professor levaria os alunos a fazer. Mas vai além, pois os alunos poderiam fazer muitas outras reflexões acerca dos conteúdos de Matemática Financeira. O que devemos deixar claro também é a necessidade de se refletir sobre as desigualdades sociais existentes em nossa sociedade. Quando falamos das desigualdades sociais, queremos nos referir sobre os motivos pelos quais muitas pessoas vivem na miséria e de como a educação poderia se caracterizar como uma espécie de fuga dessa situação para essas pessoas.

Para tais reflexões sugerimos alguns vídeos:

- Ilha das Flores:** um curta-metragem brasileiro, do gênero documentário, escrito e dirigido pelo cineasta Jorge Furtado em 1989, com produção da Casa de Cinema de Porto Alegre;
- Crianças Invisíveis:** Realidades infanto-juvenis retratadas em histórias curtas com grande profundidade. A nossa sugestão é que o filme das crianças brasileiras seja apresentado aos alunos, pois aborda o tema da Matemática Financeira na real necessidade de duas crianças que vivem em situação precária.

#### **4.1.5) Procedimento Auxiliar 5 em Ação**

Segundo Espinosa (2003),

No grupo colaborativo todo o conhecimento é construído conjuntamente e negociado, havendo um fluxo de comunicação bidirecional contínuo. Enquanto no grupo cooperativo a comunicação pode ser unidirecional, isto é, quando algum aluno assume um papel de expertise, explicando determinadas idéias ao grupo, e em outros momentos é multidirecional, quando os membros do grupo buscam alternativas e tomam decisões. Na cooperação se produzem consultas sobre o feito de cada um e a colaboração vai se fazendo conjuntamente... A colaboração seria equivalente ao que anteriormente temos definido como situações de alta cooperação ou grupos cooperativos de alto. (p. 110-111)

Concebida desta maneira, a atividade colaborativa (ou trabalho colaborativo) pode converter-se em poderoso recurso metodológico para a implementação de empreendimentos pedagógicos.

Segundo essa visão de Educação Colaborativa, achamos necessária a inserção de um Termo de Compromisso. Para isso, passamos a descrevê-lo agora.

#### **Termo de Compromisso.**

Para embasar a utilização do Termo de Compromisso durante minhas aulas, faço uso das palavras de Brousseau (1986) que parte da idéia de que há um conhecimento de referência que, ao ser socializado, configura uma relação didática, a qual se coloca principalmente a serviço do aprendizado do aluno. O gerenciamento dessa relação que envolve o professor, o aluno e o saber, é feito através de um conjunto de regras que normatizam o sistema de obrigações que cada um dos participantes deve desempenhar numa situação de ensino.

Em outras palavras, isso significa que, no cotidiano da sala de aula, há um conjunto de expectativas dos participantes, definidas a princípio, nem sempre de modo explícito, que se traduzem como cláusulas do Termo de Compromisso estabelecido. Desse modo, o Termo de Compromisso administra as relações entre professor e aluno no processo de ensino-aprendizagem de um dado conhecimento.

Além disso, Brousseau (1986) faz alusão à dimensão paradoxal que permeia o Termo de Compromisso, principalmente em função dos papéis atribuídos ao professor e ao aluno no processo de apropriação do conhecimento. Ele parte do pressuposto que o professor tem responsabilidades distintas do aluno e, enquanto responsável por administrar o contrato no sistema didático, deve proceder de modo a respeitar o papel

do aluno no processo de ensino-aprendizagem, buscando compatibilidade com o seu desenvolvimento cognitivo. Assim, a situação paradoxal reside no fato de que tudo o que o professor ensina ou explicita ao aluno, tira deste a oportunidade de aprender. Ou seja, ao mesmo tempo em que a mediação do professor na relação didática se faz necessária, ela não pode tirar do aluno as condições imprescindíveis para o processo de apropriação do conhecimento.

Por sua vez, o aluno também poderá estar diante de uma situação paradoxal ao aceitar que o professor extrapole sua responsabilidade diante do Termo de Compromisso e lhe apresente situações facilitadoras que induzem aos resultados desejados. Ao aceitar esse tipo de conduta, o aluno perderá espaço de atuação no sistema didático e, muito provavelmente, não se apropriará do conhecimento. Contrariamente, se o aluno rejeita a mediação do professor, a relação didática fica descaracterizada e o aprendizado praticamente inviável frente às dificuldades inerentes ao próprio saber.

As características de um Termo de Compromisso não são definidas apenas a partir da natureza da área trabalhada ou, especificamente, pelo tema objeto de estudo, mas, também, em função da concepção de mundo e concepção de ensino de Matemática da qual o professor é portador. Tais concepções se materializam no contexto da sala de aula, influenciando os objetivos do curso e as decisões didáticas tomadas pelo professor.

Particularmente, no ensino de Matemática, as atividades dirigidas aos alunos freqüentemente se traduzem em extensas listas de exercícios cujas resoluções não comportam criatividade e geralmente são repetitivas no que se refere às idéias matemáticas utilizadas. Há situações em que essas atividades são valorizadas e estimuladas de forma mecânica, esvaziando-se a sua significação.

Nessa modalidade de ensino fica evidente a imposição dos papéis do professor e do aluno, no processo de apropriação do conhecimento. Ao professor cabe selecionar o saber e torná-lo “ensinável”; ao aluno, cabe a pré-disposição para aprendê-lo e repeti-lo.

Contrariamente, nas situações em que o ensino é concebido através da Resolução de Problemas, os alunos trabalham ativamente, movidos por situações-problema que desafiam e geram interesse. Nesse enfoque, a criatividade, a tomada de decisão e o exercício da autonomia têm lugar garantido e se desenvolvem no decorrer do processo de aprendizagem.

Sendo assim, o Termo de Compromisso auxilia a promover a interação professor-aluno-conhecimento, estabelecendo diálogo e deixando claros os papéis de cada um em sala de aula.

Desse modo, com o uso do Termo de Compromisso e do Ensino de Matemática através da Resolução de Problemas, o aluno é colocado com frequência diante de situações novas que o levam a identificar hipóteses, discutir suas próprias idéias, refletir criticamente, enfim, põe o aluno em ação, em permanente auto-reflexão pois, além de conceitos novos que são construídos, existe a responsabilidade em cumprir seu papel como aluno e exigir que o professor cumpra o seu papel.

### **Estabelecendo o Termo de Compromisso**

Como vamos estudar Matemática Financeira através da Resolução de Problemas, precisamos deixar claro o que será avaliado e quais serão os papéis dos alunos e do professor.

Dessa maneira, em conjunto com os alunos, definimos um Termo de Compromisso pois, assim, tanto alunos quanto professor, passam a conhecer quais são suas devidas funções no processo de ensino-aprendizagem.

Primeiramente, mostramos um Termo de Compromisso prévio, feito pelo professor-pesquisador sem a interferência dos alunos e sem sua opinião. Esse termo foi apresentado aos alunos no primeiro dia da aplicação do Projeto de Ensino.

Lemos esse termo de compromisso em conjunto com os alunos e tiramos todas as dúvidas relativas a seu conteúdo. Confiantes nos termos desse documento, fomos objetivos e seguros com relação a ele. Os alunos ouviram sua leitura e a explicação de cada tópico desse Termo e notaram que era algo oficial, que definia a maneira como iríamos caminhar durante toda a aplicação do projeto.

O que ocorreu foi a aceitação, por parte dos alunos, do Termo de Compromisso que foi levado por nós. Dessa maneira, ficou decidido que o Termo de Compromisso apresentado seria o guia de todas as aulas relativas à aplicação desse projeto e o deixamos aqui registrado, em sua íntegra. Ele poderá servir como um modelo inicial e os professores que tiverem acesso a ele poderão adaptá-lo à realidade de sua própria sala de aula.

## **TERMO DE COMPROMISSO**

*Foco de Estudo: **Introdução de Matemática Financeira***

*Sala de Aula: **2º ano do Ensino Médio.***

*Quantidade de Alunos: \_\_\_ **alunos.***

*Quantidade de Aulas previstas: \_\_\_ **horas / aula***

*Período: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_ até \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_*

Neste termo, fica estabelecido que:

I – Nas aulas, os alunos trabalharão em grupos de três. Esses grupos serão os mesmos durante todo o período previsto para o desenvolvimento do projeto. O objetivo em se trabalhar em grupo é que seja algo COLABORATIVO;

II – Os grupos serão formados em comum acordo entre alunos e professor;

III – Os grupos deverão se reunir no início de cada aula e voltar para seus devidos lugares ao final de cada aula;

IV – Sobre o decorrer das aulas:

- a) Num primeiro momento, os alunos trabalharão dentro de seus grupos, com o Professor observando o trabalho inicial de seus alunos. Num segundo momento, o Professor passará a atuar como questionador, mediador e orientador dos trabalhos;
- b) No término do trabalho dos alunos, o grupo deverá escrever sua conclusão, entregá-la ao Professor e um representante desse grupo será chamado para exibi-la na lousa;
- c) Na Plenária, com todos os alunos num único grupo, cada aluno poderá expressar suas opiniões sobre o que foi feito e procurar tirar suas dúvidas até que se chegue a consenso sobre a solução do Problema;
- d) O Professor fará um fechamento, formalizando os novos conceitos e conteúdos construídos através do Problema dado.

V – Cabe ao professor:

- a) Preparar-se para desenvolver o conteúdo programado no tempo estimado, ou dentro de um limite estabelecido em conjunto com os alunos;
- b) Ter disposição em ouvir os alunos e não se sentir como um detentor supremo do saber;
- c) Tirar as dúvidas que, porventura, surgirem durante a construção do conhecimento;

- d) Respeitar a individualidade dos alunos, bem como sua capacidade, dando-lhes tempo para raciocinar;
- e) Manter-se organizado e com todas as notas<sup>2</sup> em dia;
- f) Incentivar os alunos, mantendo-os sempre entusiasmados em suas aulas.

VI – Cabe ao aluno:

- a) Participar de todas as atividades propostas pelo professor, em busca da construção do conhecimento dos conceitos que envolvem a Matemática Financeira;
- b) Trabalhar em comum acordo com os outros membros de seu grupo e participar das decisões do grupo;
- c) Manifestar suas opiniões em qualquer hora durante as aulas, desde que de maneira respeitosa;
- d) Participar da Plenária e na busca de consenso na resolução do Problema;
- e) Respeitar os envolvidos no processo de construção do conhecimento, ou seja, Professor e alunos;
- f) Manter-se sempre organizado e com suas tarefas em dia, para que assim todo o grupo possa ser valorizado.

VII – Avaliação:

Serão avaliados alguns aspectos, tais como:

- a) Participação em sala da aula ( $N_1$ ): A participação em aula será avaliada mediante o desempenho do aluno enquanto pertencente a um grupo. Serão levados em conta os seguintes aspectos: SERIEDADE, TROCA DE IDÉIAS, OPINIÕES BEM COLOCADAS, RESPEITO AOS COLEGAS E AO PROFESSOR;
- b) Organização do grupo ( $N_2$ ): A cada aula será avaliada a organização do grupo no que diz respeito à ARRUMAÇÃO DAS CARTEIRAS (Início e final de cada aula);
- c) Tarefas em dia ( $N_3$ ): As tarefas extra-classe, oferecidas em cada aula, são parte fundamental do processo de construção do conhecimento. Assim sendo, ela é de suma importância e sua apresentação dar-se-á na aula seguinte;

---

<sup>2</sup> Entendem-se, nesse Termo de Compromisso, notas como avaliações numéricas atribuídas às diversas componentes nele prescritas.

- d) Frequência ( $N_4$ ): Para que o processo se dê de forma completa, é importante que todos os alunos se comprometam a estar presentes nas aulas. Sendo assim, a avaliação desse aspecto será feita mediante ATRASOS E PRESENÇA EFETIVA EM SALA DE AULA (Não vale dormir);
- e) Prova ( $N_5$  e  $N_6$ ): Será aplicada uma Avaliação Conceitual ( $N_5$ ) e uma Avaliação Pessoal ( $N_6$ ). A Avaliação Conceitual será composta de seis exercícios e será quantitativa, já a Avaliação Pessoal será feita através do preenchimento de um questionário com dez perguntas, com objetivo Qualitativo;

f) Nota Final: 
$$N_F = \frac{N_1 + N_2 + N_3 + N_4 + 4.N_5 + 2.N_6}{10}$$

VIII – Assinaturas:

Declaro concordar com o TERMO DE COMPROMISSO acima descrito e me comprometo a cumpri-lo. Sendo assim, abaixo assino.

---

Aluno

---

Professor

Data:



#### **4.1.6) Procedimento Auxiliar 6 em Ação:**

Um professor de Matemática tem, assim, uma grande oportunidade. Se ele preenche o tempo que lhe é concedido a exercitar seus alunos em operações rotineiras, aniquila o interesse e tolhe o desenvolvimento intelectual dos estudantes, desperdiçando, dessa maneira, a sua oportunidade. Mas se ele desafia a curiosidade dos alunos, apresentando-lhes problemas compatíveis com os conhecimentos destes e auxiliando-os por meio de indagações estimulantes, poderá inculcar-lhes o gosto pelo raciocínio independente e proporcionar-lhes certos meios para alcançar este objetivo. (POLYA, 1944, p. V)

A partir de agora, passaremos a descrever tudo o que ocorreu em sala de aula durante a aplicação do Projeto de Ensino descrito em **4.1.4) Procedimento Auxiliar 4 em Ação**. A descrição de todos os acontecimentos será feita problema a problema, levando em consideração os aspectos mais importantes que ocorreram em sala de aula.

Dividiremos essa descrição em duas partes, sendo: A primeira com os alunos ainda no 2º ano do Ensino Médio; A segunda com os mesmos alunos, já no 3º ano do Ensino Médio. O motivo dessa divisão é que tivemos que interromper a aplicação do projeto em seu decorrer, como será explicado a seguir.

Na primeira parte da apresentação descreveremos cada um dos problemas, citaremos algumas respostas dos alunos, algumas de suas considerações e uma resposta que julgamos mais completa, apresentada na Plenária, para que o professor, que tiver acesso a esse material, a possa utilizar.

Demos início à aplicação desse projeto em 11 de junho de 2007, com os alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola em Santa Gertrudes. Tínhamos planejado terminá-la em 06 de julho de 2007, último dia letivo do primeiro semestre desse mesmo ano.

Num determinado dia, para ser exato em 19 de junho de 2007, a Direção da escola, em que iniciamos a aplicação de nosso projeto, não permitiu mais que fizéssemos esse trabalho. As justificativas não foram aceitáveis, em nossa opinião, porém não pudemos mais continuar o trabalho.

Curiosamente, o conteúdo de Matemática Financeira, previsto pelo planejamento da apostila, utilizada na instituição de ensino escolhida por nós para a aplicação do projeto, foi substituído pelo conteúdo de Estatística. Por esse motivo, a Direção da Escola não permitiu que continuássemos a aplicação de nosso projeto. Outro motivo que nos foi apresentado, o de que “não seria bom que se fizessem projetos ou que se utilizasse a sala de aula com esse objetivo, já que outros professores também poderiam

reivindicar esse direito e a escola viraria, então, um laboratório e não seria mais uma escola”.

O desânimo foi grande. A decepção que tomou conta de nós também. Porém não nos deixamos abater com isso. No entanto decidimos que, após essa primeira etapa, passaríamos a descrever os problemas propostos como sugestão de trabalho, já que, a partir desse ponto, a aplicação do projeto teve que ser interrompida.

No entanto, após o Exame de Qualificação, em 26 de março de 2008, recebemos como sugestão da Banca Examinadora, que continuássemos, se possível, o trabalho com os mesmos alunos, porém em outro ambiente que não fosse a escola. Aceitamos a sugestão e decidimos conversar com os alunos para ver se eles a aceitariam. Os alunos aceitaram e, então, decidimos combinar um local para continuarmos a aplicação do projeto.

Nesse tempo em que estávamos decidindo onde seriam aplicadas as atividades, a Direção da escola nos procurou para ver a possibilidade de se iniciar um Programa de Estudos com esses alunos, agora no 3º ano do Ensino Médio, a fim de prepará-los para os Exames de Vestibular.

Achamos que deveríamos colaborar com esse Programa de Estudos, no entanto pedimos à Direção um espaço para que também pudéssemos retomar a aplicação de nosso projeto. Depois de discussões sobre isso, a Direção aceitou nossa proposta e, então, passamos a nos reunir como grupo de estudos para preparação para os exames vestibulares e também para aplicação do projeto. Infelizmente alguns alunos não puderam participar, porém, dos 18 alunos que tínhamos no início do projeto, 15 participaram.

Dessa forma fizemos sua aplicação com os alunos, no entanto, decidimos retirar as tarefas extra-classe, já que não era algo obrigatório e também não tínhamos a totalidade dos alunos presentes nessa nova etapa de aplicação.

#### 4.1.6.1) Primeira parte do Projeto.

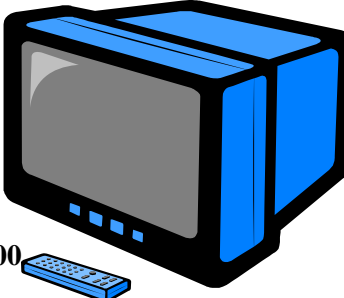
### 1) NOÇÃO DE PORCENTAGEM: AULA I

#### **Problema Inicial:**

Uma determinada loja está com uma promoção no departamento de eletrônicos. O cartaz diz o seguinte:

TV 14”  
12 x de **R\$ 58,00**  
= R\$ 696,00

À vista **R\$ 480,00**



a) Se uma pessoa comprar esta TV em 12 vezes, quanto por cento pagará a mais?

#### Algumas resoluções apresentadas, pelos grupos, na lousa:

##### Grupo 3:

$$\begin{array}{l} 480 \text{-----} 100\% \\ 696 \text{-----} x\% \end{array} \rightarrow 480x = 69600 \rightarrow x = \frac{69600}{480} \rightarrow x = 145\% .$$
 Logo, como ele deveria pagar 100% e pagou 145%, pagou a mais 45%.”.

##### Grupo 5:

$$\begin{array}{l} 480 \text{-----} 100\% \\ 216 \text{-----} x\% \end{array} \rightarrow 480x = 21600 \rightarrow x = \frac{21600}{480} \rightarrow x = 45\% .$$
 Pagou 45% a mais”.

b) Porque alguns números do cartaz da Promoção são escritos com dígitos pequenos?

#### Algumas respostas dadas:

##### Grupo 3:

“Golpe de marketing, pois as pessoas olham logo para o número mais chamativo que é o mais baixo e já colocam na cabeça que o produto está barato”.

##### Grupo 5:

“Para a pessoa se iludir com o preço baixo e não perceber o quanto está pagando realmente”.

**Grupo 1:**

*“Seria usado como uma forma de estimular, mas iludir o comprador com valores mais baixos”.*

***Discussões e Reflexões:***

a) Compensa comprar essa Televisão em Parcelas?

**Algumas respostas dadas:**

**Grupo 2:**

*“Não compensa porque o valor à vista é muito mais barato do que a prazo”.*

**Grupo 4:**

*“Não, pois a taxa de juros é muito alta. Representa 45% a mais sobre o valor da TV”.*

**Grupo 6:**

*“Não, pois dá quase metade do valor real a mais do que antes”.*

b) Por que as pessoas compram em Parcelas?

**Algumas respostas dadas:**

**Grupo 4:**

*“Porque muitas pessoas não têm os R\$480,00, mas têm os R\$58,00 por mês”.*

**Grupo 1:**

*“Pois podem não apresentar a quantidade total do valor do produto, ou pretendem gastar uma quantidade pequena de dinheiro, guardando o restante para fazer outras coisas”.*

**Grupo 5:**

*“Porque elas não têm ou não podem usar tanto dinheiro de uma vez, por isso preferem pagar um pouco a cada mês”.*

c) Existe alguma solução para minimizar os prejuízos que essa compra parcelada traz?

**Algumas respostas dadas:**

**Grupo 2:**

*“Comparar com outras lojas em busca de juros mais baixos. Negociar melhor as vantagens de uma loja em relação a outra”.*

**Grupo 3:**

*“Não comprar a TV enquanto não estiver com o dinheiro completo”.*

**Grupo 6:**

*“Sim. Existe. Basta o comprador juntar o dinheiro e comprar à vista. Por exemplo, ele poderia guardar R\$48,00 por mês durante 10 meses, ou talvez um pouquinho mais, pois nesse tempo a TV pode sofrer algum reajuste”.*

**Na Plenária:**

No momento em que chamamos os alunos para a Plenária, todos tiveram oportunidade de expor suas opiniões e suas considerações sobre a resolução do problema proposto, na busca de um consenso para a resolução, como mostram as respostas acima. A busca por uma maneira de se operar com cálculos de porcentagem de maneira mais fácil e rápida foi discutida, já que, de acordo com os alunos, *“a regra de três funciona, mas demora muito”*. *“Será que existe um jeito de se calcular descontos e acréscimos de maneira mais rápida?”*

Tendo esse questionamento como ponto de partida e baseado no que os alunos sugeriram, passei a descrever alguns passos para buscar a solução tida como “ideal”:

1.) Sabe-se que o preço a prazo é R\$696,00 (12x R\$58,00);

2.) Qual é a diferença entre o preço à vista e o preço total a prazo?

$$R\$696,00 - R\$480,00 = R\$216,00$$

3.) Qual é a razão entre essa diferença, se comparado com R\$480,00, que é o preço que devia ser pago comprando a TV à vista?

$$\frac{R\$216,00}{R\$480,00} = 0,45$$

4.) O que esse valor quer dizer?

$$0,45 = \frac{45}{100} = 45\% . \text{ Isto significa que R\$216,00 é 45\% de R\$480,00. Então}$$

estaremos pagando 45% a mais do que o preço à vista.

Outra possibilidade apresentada foi:

- Quanto se acrescenta, em porcentagem aos R\$480,00 (preço à vista) para que o valor seja igual a R\$696,00 (12xR\$58,00)?

Com o professor-pesquisador na lousa, aceitando sugestões dos alunos, foi escrito:

$$\begin{aligned}
 R\$480,00 + JUROS &= R\$696,00 \Rightarrow R\$480,00 + (R\$480,00 \cdot x\%) = R\$696,00 \Rightarrow \\
 \Rightarrow R\$480,00 \cdot (1 + x) &= R\$696,00 \Rightarrow (1 + x) = \frac{R\$696,00}{R\$480,00} \Rightarrow (1 + x) = 1,45 \Rightarrow \\
 \Rightarrow 1 + x &= 1,45 \Rightarrow x = 1,45 - 1 \Rightarrow x = 0,45 \Rightarrow x = 45\%
 \end{aligned}$$

- Logo, para saber o valor total com o acréscimo de, por exemplo, 20% sobre um valor de R\$260,00, fizemos, para chamar a atenção dos alunos:

$$\begin{aligned}
 R\$260,00 + (20\% \cdot 260,00) &= R\$260,00 \cdot (1 + 20\%) = R\$260,00 \cdot (1 + 0,20) = \\
 &= R\$260,00 \cdot (1,20) = R\$312,00
 \end{aligned}$$

- Ao formalizar os conceitos e os conteúdos, o professor-pesquisador aponta aos alunos que esse padrão de procedimento serve para qualquer acréscimo em qualquer valor:

Se o Valor Inicial é  $C$  e o acréscimo é de  $i\%$ , então fazemos:

$C + (i \cdot C) = C \cdot (1 + i)$ , onde  $C$  é o valor que sofrerá o acréscimo e  $i$  é a taxa decimal do acréscimo. Logo, para sabermos o Valor Final, basta multiplicarmos o valor inicial pela soma entre a unidade e a taxa decimal.

- Para saber o desconto de, por exemplo, 32% sobre um valor de R\$320,00, fazemos, basicamente, o mesmo processo:

$$\begin{aligned}
 R\$320,00 - (32\% \cdot 320) &= R\$320,00 \cdot (1 - 32\%) = R\$320,00 \cdot (1 - 0,32) = \\
 &= R\$320,00 \cdot (0,68) = R\$217,60
 \end{aligned}$$

- Do mesmo modo, o professor-pesquisador formaliza conceitos e conteúdos, generalizando o fato de que esse procedimento serve para qualquer desconto em qualquer valor:

Se o Valor Inicial é  $C$  e o desconto é de  $i\%$ , então fazemos:

$C - (i \cdot C) = C \cdot (1 - i)$ , onde  $C$  é o valor que sofrerá o desconto e  $i$  é a taxa decimal do desconto. Logo, para sabermos o Valor Final, basta multiplicarmos o valor inicial pela subtração entre a unidade e a taxa decimal.

Os alunos gostaram da “*regrinha*”, como a chamaram, e disseram que, com ela, as contas seriam facilitadas. O professor-pesquisador disse aos alunos que esse procedimento, de fato, acelerava o processo de resolução de problemas envolvendo cálculos percentuais. No entanto, os alunos sempre deveriam se lembrar que existem conceitos fortes por trás dessa “*regrinha*”.

**Aluno 6:** “Então, sempre que a gente quiser encontrar o valor final de alguma coisa com acréscimo ou desconto, a gente aplica a *regrinha*?”.

**Professor:** “Isso que vocês chamam de regrinha é um conceito muito importante em Matemática Financeira. Essa maneira que temos de calcular o valor final ou montante não aparece do nada, mas a gente faz cálculos para chegar até isso, já que, por exemplo,  $15\% = \frac{15}{100} = 0,15$ , isto é, podemos escrever um valor percentual como uma fração decimal e, ainda, o convertemos para um número decimal. Sendo que as três formas são equivalentes, ou seja, têm maneiras diferentes de serem escritas, porém o mesmo valor”.

2) CONCEITOS DE CAPITAL, JUROS, TAXA DE JUROS, UNIDADE DE TEMPO, PRAZO, MONTANTE: **AULA II**

***Problema Inicial:***

Roberto pediu emprestado a Suzana a quantia de R\$50,00 para ser paga após 3 meses. Naquela data, além de pagar a quantia de R\$50,00, Roberto se comprometeu a pagar mais 20% sobre o valor emprestado.

a) Qual é o valor do juro que Roberto estará pagando nesse trimestre?

**Algumas resoluções apresentadas, pelos grupos, na lousa:**

**Grupo 1:**

“ $R\$50,00 \cdot (20\%) = R\$50,00 \cdot (0,20) = R\$10,00$ . Ele pagará R\$10,00 de juros”.

**Grupo 2:**

“ $R\$50,00 \cdot (1 + 20\%) = R\$50,00 \cdot (1 + 0,20) = R\$50,00 \cdot (1,20) = R\$60,00$ . Como emprestou R\$50,00 e pagou, após três meses R\$60,00, então ele pagará de juros R\$10,00”.

b) Qual é o valor do juro ele estará pagando por mês?

**Algumas resoluções apresentadas, pelos grupos, na lousa:**

**Grupo 1:**

“Se ele está pagando R\$10,00 por trimestre, então pagará por mês:

$\frac{R\$10,00}{3} \cong R\$3,33$ . Então ele estará pagando R\$3,33 por mês”.

**Grupo 2:**

“Como emprestou R\$50,00 e pagou, após três meses, 20% a mais, então ele

estará pagando  $\frac{20\%}{3} \cong 6,66\%$  ao mês. Então, ele pagará por mês:

$R\$50,00 \cdot (6,66\%) = R\$50,00 \cdot (0,0666) = R\$3,33$ . Ele estará pagando R\$3,33 por mês”.

c) Qual é a porcentagem do juro por mês que Roberto estará pagando?

**Algumas resoluções apresentadas, pelos grupos, na lousa:**



**Grupo 1:**

*“Como ele estará pagando R\$3,33 por mês, então a taxa de juros por mês será:*

$$\frac{R\$3,33}{R\$50,00} = 0,0666 = 6,66\% ”.$$

**Grupo 2:**

*“Como pagou 20% a mais, então ele estará pagando  $\frac{20\%}{3} \cong 6,66\%$  ao mês”.*

Pudemos perceber que esses alunos souberam trabalhar, com segurança, as técnicas operatórias envolvendo números decimais, já que o professor-pesquisador estava com a turma há mais de um ano e já havia trabalhado com eles vários conceitos que envolvem essas técnicas, inclusive dízimas periódicas, conceitos de notação científica e aproximações.

Durante as atividades os alunos puderam utilizar calculadoras, no que também não apresentaram dificuldade. No entanto, mesmo assim, eles ainda queriam que lhes fossem apresentadas regras envolvendo cálculos com Matemática Financeira, o que nos mostra que um processo mecânico de resolução fazia-se presente na maneira de pensar dos alunos que, muitas vezes, estavam seguros das técnicas operatórias, porém com ausência de compreensão e significado.

O leitor pode se surpreender com a facilidade com que os alunos nos exibiram sua forma de resolução desse problema. Na verdade, como já dissemos acima, os alunos estavam com o professor-pesquisador há mais de um ano e acreditávamos, por esse motivo, que eles dominavam os conceitos de Matemática que envolveram as técnicas operatórias utilizadas em sua resolução. Sendo assim, duas características podem ser apontadas:

1. Foi permitido, aos alunos, o uso de calculadora;
2. As questões sociais que o problema envolvia acabaram tendo destaque pelo professor-pesquisador, já que nos objetivos deste trabalho também estão presentes reflexões sociais sobre os conceitos.

Outro detalhe que gostaríamos de comentar aqui é que as aproximações de duas casas decimais, feitas pelos alunos, são justificadas, por eles, pelo fato de trabalharmos, na maioria das vezes, com no máximo centavos de nossa moeda corrente.

***Discussões e Reflexões:***

- a) Por que será que Roberto se comprometeu a pagar um valor maior do que ele emprestou de Suzana?

**Algumas respostas dadas:**

**Grupo 4:**

*“Porque ela poderia ter depositado esse dinheiro e teria ganhado um valor a mais depois de três meses de rendimento”.*

**Grupo 6:**

*“Porque é uma espécie de gratificação pela atenção em ter emprestado o dinheiro para ele. Ela poderia não ter emprestado se não quisesse”.*

**Grupo 3:**

*“Se ela não tivesse emprestado, provavelmente teria gasto todo o dinheiro e não teria mais nada. Como ela emprestou, ela acabou poupando durante 3 meses e recebendo a mais”.*

- b) É justo que ele pague mais do que tomou emprestado?

**Algumas respostas dadas:**

**Grupo 4:**

*“Acreditamos que sim. Se ele usou o dinheiro dela e ela não pôde fazer nada com esses R\$50,00, ela deve receber uma compensação por isso”.*

**Grupo 6:**

*“Porque ela fez uma espécie de aluguel com esse dinheiro, então ele achou por bem pagar a mais”.*

**Grupo 3:**

*“É justo sim. Ele pegou emprestado e, até como um gesto de gentileza, ele fez o correto”.*

**Na Plenária:**

Todos expuseram suas conclusões e suas resoluções e algumas delas foram descritas acima nas respostas. O objetivo desse problema era o de que os alunos pudessem entender quais são cada uma das variáveis que se apresentam quando estamos resolvendo uma situação de Matemática Financeira. Passamos agora a descrever o que foi discutido na resolução “ideal” desse problema.

I. Resolução: Foram várias as discussões sobre a resolução desse problema. Os alunos acharam importante a idéia de pagar algo a mais por um empréstimo feito, no entanto não acham justo que esse valor pago a mais seja muito grande. Discutimos sobre juros abusivos.

**Aluno 6:** “A gente tem visto muitas propagandas de empréstimos por aí. É meio perigoso, né?”.

**Professor:** “Você diz dessas empresas que emprestam dinheiro para as pessoas e não pedem nenhum tipo de comprovante de renda, nem consultam nenhum órgão público de controle de crédito?”.

**Aluno 6:** “É. Esses lugares que descontam na fonte. O que significa isso?”.

**Professor:** “Descontar direta na fonte, significa que a pessoa vai receber menos, porque uma parte de sua renda já vai para pagar o empréstimo. Por exemplo, se uma pessoa ganha R\$1000,00 por mês, e ela faz um empréstimo para pagar R\$300,00 por mês, ela nem recebe esse R\$300,00. Ela recebe R\$700,00 só. O restante do dinheiro já é retirado na fonte, não tem como a pessoa não pagar”.

**Aluno 7:** “Mas eu acho que está certo. A pessoa tem que assumir a dívida.”.

**Professor:** “Eu concordo que a pessoa deva assumir a dívida, mas os juros altos? Como fica?”.

**Aluno 11:** “O problema é que as pessoas não sabem calcular essas coisas direito. Ninguém nem vê quanto está pagando a mais. Todo mundo quer o dinheiro na mão.”.

**Aluno 13:** “É. Mas meu pai fala que a pior coisa é emprestar de amigo. Igual ao problema que a gente está discutindo. Parece que Roberto é amigo de Suzana. Ele resolveu pagar mais porque é amigo dela, mas é difícil isso acontecer hoje em dia. Às vezes os amigos pedem dinheiro emprestado e acham que a gente não pode cobrar, ou que eles não precisam pagar”.

**Aluno 7:** “É mesmo. A gente comenta lá em casa que se você não quer perder o amigo, não empresta para ele e nem dele. Por que as pessoas só sabem olhar o lado delas”.

**Professor:** “É verdade. Isso é um ditado popular. Todo mundo fala isso, porque tem muitas histórias dessas por aí. Pessoas que não pagam o que devem”.

**Aluno 11:** “Hoje em dia você não pode acreditar em irmão. Meu namorado financiou um carro no nome dele para o irmão. Agora o carro está em processo de busca e apreensão e o nome dele está sujo na praça”.

**Professor:** “O valor do nosso nome e do nosso caráter é inestimável. Então, o que a gente tem que tentar conservar é a nossa honestidade, o nosso caráter. Tudo isso que a gente está falando deve refletir numa coisa importante que é saber se a taxa de juros é abusiva ou não. No caso do problema, vocês acham abusiva a taxa de 20%?”.

**Aluno 5:** “Eu acho que para R\$50,00, é muita coisa. O valor não é tão alto”.

**Aluno 11:** “Eu acho que não. Deu só R\$10,00 a mais”.

**Professor:** “Vocês acham que a taxa de juros deve estar atrelada ao valor que se empresta, ou seja, ao Capital? Vamos pensar no Imposto de Renda. Quem ganha mais, paga mais juros, certo? Vocês concordam com isso?”.

**Aluno 2:** “Por isso que a gente vê, vamos supor o encarregado de uma cerâmica. Você olha na carteira dele, ele é registrado com três salários mínimos, mas vai ver quanto ele ganha. É muito mais que isso”.

**Professor:** “A pessoa registra um determinado valor, escapa do imposto de renda. Acaba declarando à Receita Federal como isento, mas ganha muito mais que isso”.

**Aluno 8:** “Mas é que o governo mete a mão no dinheiro”.

Todos riram e o tempo da aula se esgotou. Tivemos que parar com as discussões.

## II. Algumas idéias discutidas na aula:

A. Suzana emprestou para Roberto o valor de R\$50,00. A esse valor damos o nome de CAPITAL, também chamado Valor Principal - VP.

B. O valor que Roberto decidiu pagar a mais, pelo empréstimo que Suzana lhe fez, é uma espécie de aluguel desse dinheiro. Esse valor são os juros pagos pelo devedor, no caso Roberto, ao “emprestador”, no caso Suzana.

C. A razão entre os juros pagos e o capital emprestado,

$$\frac{R\$10,00}{R\$50,00} = \frac{10,00}{50,00} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5} = 0,2 = \frac{0,2 \cdot 100}{100} = \frac{20}{100} = 20\% , \text{ com relação}$$

ao período do empréstimo, é o que chamamos de Taxa de Juros nesse período. No caso do problema, trata-se de 20% por três meses. Então, podemos dizer que são 20% ao trimestre.

D. O período é a Unidade de Tempo da taxa de juros, no caso, de três meses, ou seja, um trimestre.

III. Como ainda não falamos sobre modalidade de juros (Juros Simples e Compostos), acreditamos que a resposta ideal seria bem próxima da que os alunos já apresentaram em suas resoluções.

### 3) MODALIDADE DE JUROS: JUROS SIMPLES E COMPOSTOS: *AULA III*

#### ***Problema Inicial:***

Roberto pediu emprestado à Suzana a quantia de R\$50,00 para ser paga após 3 meses. Naquela data, além de pagar a quantidade de R\$50,00, Roberto se comprometeu a pagar mais R\$10,00. Qual é o valor da taxa de juros que Roberto estará pagando nesse trimestre? Se, passados esses 3 meses, Roberto pedir à Suzana mais 3 meses para pagar sua dívida, conservando a taxa de juros ao trimestre, qual será o Montante da dívida a ser paga se:

- a) Roberto incorporar o juro somente no capital emprestado inicialmente?

#### **Algumas resoluções apresentadas, pelos grupos, na lousa:**

##### **Grupo 3:**

*“Como já calculamos antes, a taxa de juros será de 20%.*

*Ele deveria pagar R\$10,00 pelos primeiros 3 meses. Se ele pedir mais 3 meses, então ele deverá pagar mais R\$10,00. Então deverá pagar a Suzana R\$20,00”.*

##### **Grupo 5:**

*“ $\frac{R\$10,00}{R\$50,00} = 0,2 = 20\% \rightarrow$  A taxa de juros paga no trimestre é de 20%.*

*Se ele pediu mais um prazo de 3 meses ele terá que pagar 40% a mais do que emprestou no começo. Então ele deverá pagar  $R\$50,00 \cdot 0,40 = R\$20,00$ . A dívida total será de R\$70,00”.*

- b) Roberto incorporar o juro sobre o capital que ele deve após os 3 primeiros meses?

#### **Algumas resoluções apresentadas, pelos grupos, na lousa:**

##### **Grupo 1:**

*“No primeiro trimestre a dívida é de  $R\$50,00 + R\$10,00 = R\$60,00$ . Depois de mais 3 meses, os 20% devem ser calculados sobre R\$60,00. Então sua dívida, além dos R\$50,00, será de:*

$$\begin{array}{l} R\$60,00 \text{ --- } 100\% \\ x \text{ ----- } 20\% \end{array} \rightarrow 60 \cdot 20 = 100 \cdot x \Rightarrow 100x = 1200 \Rightarrow x = \frac{1200}{100} \Rightarrow x = 12.$$

*A dívida será de R\$72,00”.*

Pudemos perceber, através da resposta acima, que o uso da análise dimensional foi negligenciado. O correto seria o grupo ter mostrado todas as operações necessárias

de modo a obter não apenas a quantidade mas, também, o referente apropriado na resposta, ou seja:

$$\begin{array}{l} R\$60,00 \text{ --- } 100\% \\ x \text{ ----- } 20\% \end{array} \rightarrow \text{Como as grandezas são diretamente proporcionais, vale então o produto cruzado} \rightarrow R\$60,00 \cdot 20\% = 100\% \cdot x \Rightarrow 100\% \cdot x = R\$60,00 \cdot 20\% \rightarrow$$
$$\Rightarrow x = \frac{R\$60,00 \cdot 20\%}{100\%} \Rightarrow x = \frac{R\$60,00 \cdot 20}{100} = R\$12,00.$$

A dívida de Roberto seria de R\$72,00.

**Grupo 4:**

*“A dívida de Roberto é de R\$50,00 e mais os R\$10,00 que ele pagará a mais. Ele deve um total de R\$60,00. Como ele pediu um prazo de mais 3 meses, então ele precisa pagar mais 20% de sua dívida de R\$60,00. Sua dívida final será de R\$60,00.1,20 = R\$72,00 ”.*

c) Os valores são diferentes? Justifique.

**Algumas respostas dadas:**

**Grupo 1:**

*“Os valores são diferentes porque de um jeito a taxa de juros ocorre apenas nos R\$50,00 e do outro jeito a taxa ocorre em R\$60,00”.*

**Grupo 2:**

*“Os valores são diferentes por R\$2,00. No primeiro caso o juro foi de R\$20,00 e no outro caso foi de R\$22,00”.*

**Grupo 3:**

*“O juro da primeira vez foi de R\$20,00 e na segunda vez foi de R\$22,00. Então são diferentes por R\$2,00”.*

d) Qual é o valor correto?

**Algumas respostas dadas:**

**Grupo 1:**

*“Os dois valores estão corretos. Um deles é melhor para Roberto e o outro é melhor para Suzana”.*

**Grupo 2:**

*“O valor correto depende do combinado. Se o combinado for com a taxa de juros somente sobre o valor inicial, então ele deve pagar a ela R\$20,00 a mais. Se for da outra maneira, então ele deve pagar R\$22,00”.*

**Grupo 3:**

*“Se fossemos perguntar para Roberto o valor correto, ele iria dizer que R\$20,00 é correto porque é mais barato pra ele. Se fossemos perguntar para Suzana ela iria dizer R\$22,00 porque é melhor pra ela. Depende do ponto de vista”.*

**Discussões e Reflexões:**

- Quando vamos pagar uma dívida, que tipo de cálculos de juros você acha que é aplicado? Por quê?

**Algumas respostas dadas:**

**Grupo 3:**

*“Juros Compostos, com certeza”.*

**Grupo 4:**

*“Gostaríamos muito que fossem Juros Simples. Mas isso não acontece porque o valor a ser pago seria menor”.*

**Grupo 6:**

*“Se pagássemos com Juros Simples, não seria bom pra quem recebe. Por isso nós pagamos tudo com Juros Compostos”.*

- Qual seria a melhor opção para Roberto? Por quê?

**Algumas respostas dadas:**

**Grupo 5:**

*“A melhor opção para Roberto é aquela onde a taxa de juros é aplicada só no valor inicial. Porque ele paga menos”.*

**Grupo 2:**

*“Nesse caso, o valor é pequeno, então mesmo que a taxa de juros não fosse aplicada só no valor de R\$50,00 ele pagaria só uma diferença de R\$2,00. Se fosse um valor maior, aí compensaria aplicar a taxa somente no valor inicial”.*



**Grupo 3:**

*“Ficaria mais barato para Roberto se a taxa de juros fosse somente em cima dos R\$50,00 inicial”.*

- Qual seria a melhor opção para Suzana? Por quê?

**Algumas respostas dadas:**

**Grupo 4:**

*“Para Suzana seria melhor a segunda maneira de calcular o juro, assim ela receberia mais”.*

**Grupo 5:**

*“Se nós estivéssemos no lugar de Suzana, a gente iria querer receber mais. Apesar do valor não ser tão alto, vale a pena receber mais”.*

**Grupo 6:**

*“Se Suzana fosse amiga de Roberto, então ela talvez não quisesse receber mais. Se levarmos em consideração a maneira como as pessoas vivem hoje, então achamos que para Suzana seria melhor receber mais”.*

**Na Plenária:**

Os alunos puderam comentar algumas de suas respostas e as discussões foram interessantes. O objetivo desse problema era que os alunos identificassem a diferença entre as modalidades de juros existentes nas relações comerciais e entendessem como elas são aplicadas. Todos ficaram satisfeitos com as resoluções apresentadas e com as discussões, que ficaram em torno da maneira como devemos conduzir as decisões sobre a adoção de uma ou outra modalidade de juros. Descrevemos agora algumas das idéias que fizeram parte da resolução “ideal” do problema proposto.

- I. Resolução: Os grupos expuseram suas resoluções na lousa e cada um deles pôde justificar sua maneira de resolver. Após isso, pudemos ler as respostas dadas às questões e discutir sobre as diferentes respostas.
- II. Algumas idéias discutidas durante a aula:
  - A. A idéia de pagar, utilizando juros simples, e receber, utilizando juros compostos, foi discutida pelos alunos. A maioria percebeu que a variação do Montante, na modalidade Juros Compostos, é muito maior que a variação nos Juros Simples.

B. A idéia de Justiça também esteve presente quando se tratou de definir a modalidade de juros. Para alguns, não se deve definir Juros Simples para os pagamentos e Juros Compostos para os recebimentos. Deve-se definir pela mesma modalidade tanto para pagamento quanto para recebimento. Uma aluna disse: “*Precisamos tirar da cabeça a idéia de querer levar sempre vantagem em tudo*”.

III. Algumas discussões foram feitas com os alunos:

A. Se Roberto pagasse os juros de sua dívida em três parcelas, não seria válida essa taxa de juros por mês, pois ocorreria o seguinte:

Imaginando que Roberto tenha pago a primeira parcela dos juros da dívida, que é de R\$3,33, ficaria devendo R\$6,67 para as outras duas parcelas restantes. Mantendo a taxa de juros de 6,66% ao mês, ele ficaria devendo  $R\$6,67 \cdot 1,0666 = R\$7,11$ . Pagando R\$3,33 pela segunda parcela, restaria de dívida dos juros R\$3,78. Aplicando a taxa de juros mensal de 6,66%, a dívida dos juros seria de  $R\$3,78 \cdot 1,0666 = R\$4,03$ . Isto significa que Suzana estaria levando prejuízo.

B. Conclusão:

<i>Parcela</i>	<i>Valor que Suzana recebeu</i>	<i>Valor que Suzana deveria receber</i>
Primeira	R\$3,33	R\$3,33
Segunda	R\$3,33	R\$3,78
Terceira	R\$3,33	R\$4,03
TOTAL	$\cong$ R\$10,00	R\$11,14

Para que não haja prejuízo para ninguém, o combinado de receber, após três meses, foi o ideal. Se eles tivessem combinado de receber o juro parcelado, nessas mesmas condições, teriam problemas. Sendo assim, os alunos concluíram que o melhor é a existência de um contrato que determine como serão as condições de pagamento, para que tudo fique claro e transparente.

**Aluno 12:** “*Um contrato pode deixar as coisas bem claras, mas é necessário que quem for escrever esse contrato entenda bem dos cálculos e seja capaz de fazer as coisas direitinhas*”.

*Aluno 6: “Eu concordo com um contrato. Se uma das partes não cumprir com o que está determinado, a outra parte pode tomar providências garantidas pelo contrato assinado”.*

O objetivo desse problema foi, também, o de proporcionar aos alunos a discussão sobre as diferenças básicas entre as duas modalidades de juros que podem encontrar no decorrer de suas vidas, isto é, Juros Simples e Compostos.

Os próximos problemas (*AULA IV* e *AULA V*) seriam para tratar separadamente de cada uma dessas modalidades de juros, onde problemas direcionados para os aspectos relacionados às modalidades fossem discutidos com os alunos.

#### 4.1.6.2) Segunda Parte do Projeto.

Demos início à nova etapa da aplicação do projeto em 24 de abril de 2008, retomando com os alunos os conceitos que tínhamos construído com eles no ano anterior. Para isso, utilizamos dois encontros. Um foi feito no dia 24 de abril de 2008 e o outro no dia 28 de abril de 2008.

Nesses dois encontros, retomamos com os alunos conceitos envolvendo porcentagem, capital, juros, taxa de juros, unidade de tempo, prazo, montante, juros simples e compostos.

Então, no dia 06 de maio de 2008, levei o problema dado na *AULA II* (p.158) apresentado anteriormente para retomar com eles as diferentes modalidades de juros. Além disso, precisávamos desse problema, já que alguns dos outros problemas que teríamos à frente seriam como extensões desse problema.

Então, foi no dia 08 de maio de 2008 que iniciamos, de fato, nossa nova etapa de trabalho com os alunos. A maneira como trabalhamos com os alunos deu-se da mesma forma que aquela trabalhada anteriormente. Os encontros foram realizados em dias combinados com os alunos, tiveram duração de uma hora e trinta minutos e as datas dos encontros foram:

- 24 de abril de 2008 – Retomando conceitos.
- 28 de abril de 2008 – Retomando conceitos.
- 06 de maio de 2008 – Retomando conceitos.
- 08 de maio de 2008 – Juros Simples.
- 12 de maio de 2008 – Juros Compostos.
- 16 de maio de 2008 – Parcelamento.
- 19 de maio de 2008 – Atividade Extra.

Conforme o trabalho feito anteriormente, a descrição de todos os acontecimentos será feita problema a problema, porém agora sem as tarefas de casa. Estaremos levando em consideração os aspectos mais importantes que ocorreram em sala de aula.

- **RETOMANDO CONCEITOS:**

Descreveremos aqui todos os conceitos que foram retomados com os alunos, com o objetivo de darmos continuidade à aplicação de nosso projeto de ensino proposto em 2007. Como os alunos já haviam tido contato com os conceitos desenvolvidos anteriormente, resumiremos esses três encontros que antecederam a continuidade de nossa aplicação.

Para retomar, com os alunos, conceitos de Porcentagem, utilizamos o seguinte problema:

**PROBLEMA:** Numa fatura de energia elétrica, de valor total igual a R\$97,43, é declarada a cobrança do ICMS, que corresponde a uma taxa de 27%. Veja como isso aparece:

Demonstrativo de Tributos			
Descrição	Alíquota	Base do Cálculo	Valor em R\$
ICMS	27,00%	R\$ 97,43	26,30

- a) Você concorda que a base do cálculo do ICMS seja R\$ 97,43? Por quê?
- b) Qual a taxa de ICMS que realmente é cobrada em uma fatura de energia elétrica como essa?
- c) O que podemos concluir sobre isso?

**Questões:**

- a) Você sabe o que significa ICMS? Para que serve esse imposto?
- b) É realmente necessário que a taxa de ICMS seja cobrada?
- c) Para que servem os impostos?
- d) Como são usados os impostos de nossa cidade? E do nosso estado? E do nosso país?

No problema sugerido, nossa idéia era a de que os alunos aplicassem os conceitos que aprenderam anteriormente em sala de aula e, além disso, retomassem o ritmo das discussões que pretendíamos.

Sendo assim, passamos a descrever como se deram as resoluções, por parte dos alunos, ao problema dado.

- a) Você concorda que a base do cálculo do ICMS seja R\$ 97,43? Por quê?

**Algumas resoluções apresentadas, pelos grupos, na lousa:**

**Grupo 3:**

a) Não. A base do cálculo tem que ser o que a pessoa realmente gasta de energia elétrica, que é, no caso R\$1,13 reais. Pois:

97,43
- 26,30 (imposto)
R\$1,13

**Grupo 4:**

a- Não, pois no valor R\$97,43 já está somado R\$26,30 que é o valor do imposto. Então pago-se fora os R\$26,30 e acrescentado 27% do valor total.

Na fala, essa aluna se expressou melhor do que na escrita. Pois na verdade ela disse que além do imposto cobrado R\$26,30 foram acrescentados 27% do valor total, incluindo esse imposto cobrado.

- b) Qual a taxa de ICMS que realmente é cobrada em uma fatura de energia elétrica como essa?

**Algumas resoluções apresentadas, pelos grupos, na lousa:**

**Grupo 2:**

“Valor real:  $R\$97,43 - R\$26,30 = R\$71,13$

Imposto: 27%.  $R\$71,13 = 0,27 \cdot R\$71,13 = R\$19,20$

O valor pago foi R\$ 7,10 a mais do que deveria”.

**Grupo 3:**

“A taxa que está sendo cobrada de verdade é:  $\frac{R\$26,30}{R\$71,13} \cong 37\%$ . Quase 10% a mais”.

Esta resolução parece ter sido feito com o uso da calculadora. Mas o raciocínio explicitado pelos valores apresentados e na operação feita, revela a compreensão do problema.

- c) O que podemos concluir sobre isso?

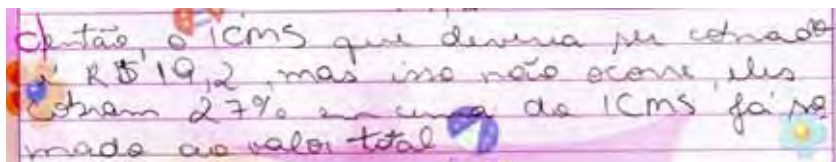
**Algumas resoluções apresentadas, pelos grupos, na lousa:**

**Grupo 3:**

c) Podemos concluir que o cálculo é injusto. R\$97,43 já é o valor com o imposto incluso.

Certamente esse grupo quis dizer que a cobrança foi injusta, pois o imposto foi calculado sobre o valor total da fatura.

**Grupo 1:**



• ***Resolução construída, com os alunos, visando à busca de consenso:***

a) Você concorda que a base do cálculo do ICMS seja R\$ 97,43? Por quê?

*Resposta:* Não concordo. Se no valor total da conta já está adicionado o imposto, a base para o cálculo não deveria ser R\$97,43.

b) Qual a taxa de ICMS que realmente é cobrada em uma fatura de energia elétrica como essa?

*Resposta:* Se a conta foi de R\$97,43 e o imposto pago foi de R\$26,30, então, foi gasto, sem o imposto,  $R\$97,43 - R\$26,30 = R\$71,13$ . Se a base do cálculo deveria ser o valor do que se gasta, então os 27% deveriam ser calculados sobre R\$71,13. Como isso não aconteceu, vamos ver qual será a porcentagem, sobre o valor correto, que equivale ao imposto pago.

$$\text{Ou seja: } \frac{R\$26,30}{R\$71,13} = \frac{26,30}{71,13} \cong 0,3697 = \frac{0,3697 \cdot 100}{100} = 36,97\%$$

c) O que podemos concluir sobre isso?

*Resposta:* O imposto pago equivale a aproximadamente 36,97% e não 27%. Se fosse 27% sobre o valor que se gastou nesta conta, isto é R\$71,13, teríamos:

$$R\$71,13 \cdot (27\%) = R\$71,13 \cdot (0,27) \cong R\$19,21$$

Ou seja, ao invés de se pagar R\$26,30, deveria ter sido pago R\$19,21.

A conta não seria R\$97,43 e sim  $R\$71,13 + R\$19,21 = R\$90,34$ .

**Questões:**

a) Você sabe o que significa ICMS? Para que serve esse imposto?

*Respostas: Aluno 2: “É um imposto né? Acho que serve para que o governo use o dinheiro na saúde”.*

*Aluno 9: “É um imposto que o governo cobra em todo tipo de mercadoria. Esse dinheiro deveria ser usado para que o povo tivesse melhores condições de vida”.*

*Aluno 3: “Não é aquele imposto que o banco cobra nos cheques? Ah não. Essa é CPMF né?”.*

*Professor: “O ICMS significa Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Prestação de Serviços. É um imposto do governo estadual. Ele é calculado sobre a circulação de mercadorias, prestação de serviços de transporte interestadual, ou intermunicipal, de comunicações, de energia elétrica. Também sobre a entrada de mercadorias importadas e serviços prestados no exterior”.*

b) É realmente necessário que a taxa de ICMS seja cobrada?

*Respostas: Aluno 3: “Esse imposto é importante. Se eu não me engano ele serve para todas as obras que o governo deveria fazer para a população”.*

*Aluno 9: “Meu pai disse que os impostos deixam tudo mais caro. Se os impostos fossem menores, a gente teria mais condições de fazer as coisas”.*

*Aluno 12: “A gente paga esse imposto em tudo que a gente vai fazer então. Se vamos andar de ônibus, então o valor do imposto já está dentro do valor da passagem. Mas a gente não vê muito benefício para a população, né?”.*

*Professor: “Pensando nos deveres que o Estado tem com a população, o ICMS deve ser cobrado para que a receita do Estado se mantenha e, assim, todos possam ter serviços públicos de qualidade”.*

*Aluno 12: “Mas isso não acontece né, Professor?”.*

*Professor: “Mas agora que a gente sabe disso, é nossa função alertar as pessoas para que elas saibam cobrar dos governantes uma atitude diferente daquela que temos tido até agora”.*

c) Para que servem os impostos?

*Respostas: Aluno 4: “Pelo que discutimos, deveriam servir para ajudar a população. Mas tem servido para os políticos ficarem ricos”. Todos riram.*



**Professor:** “Os impostos servem para que o Estado tenha dinheiro em caixa, isto é, receita, e cumpra as suas obrigações e compromissos com os cidadãos, dando conta das necessidades coletivas da comunidade”.

d) Como são usados os impostos de nossa cidade? E do nosso estado? E do nosso país?

**Respostas: Aluno 7:** “Eu não sei se o dinheiro dos impostos é aplicado em algum benefício. Parece que a gente não vê muita coisa feita por aí para beneficiar a população. E tem mais, a gente também não tem uma saúde decente, escolas públicas boas e casas pra morar. Se minha família não tivesse condições de pagar um plano de saúde, eu não sei como a gente faria, porque aqui em Santa (se referindo a Santa Gertrudes) não tem hospitais bons e nem postos de saúde bons. Eu acho que o governo deveria investir mais nessa área”.

**Aluno 8:** “Por isso que o povo sonega imposto. Porque não tem nenhum benefício. Não tem muitas coisas boas para o pessoal de baixa renda. Eu acho que todos deveriam ter direito a ter uma vida boa. Mas normalmente o dinheiro está nas mãos de poucas pessoas”.

**Professor:** “Mas isso que vocês estão dizendo diz respeito a uma má distribuição de renda que nosso país tem. Muitos têm pouco e poucos têm muito. As pessoas precisam ser informadas sobre os conceitos que estão envolvidos nessa nossa discussão. Vocês acham que todos têm acesso a esse tipo de discussão?”.

**Aluno 1:** “Imagina Professor. A maioria das pessoas nem sonha que existe isso. A gente vê, no Brasil, pessoas que nem têm luz elétrica em casa, muito menos discussões desse tipo”.

**Professor:** “Mas como a gente pode fazer com que isso aconteça? Vocês acham que há algum jeito dessas informações e esclarecimentos chegarem às pessoas?”.

**Aluno 13:** “Eu acho que a educação é uma forma. A escola deveria fazer isso com as pessoas. Mas as escolas são tão ruins. Olha só quanta coisa a gente conseguiu discutir e aprender aqui nesta aula. As aulas poderiam ser sempre assim”.

**Professor:** “É pessoal, isso realmente é um problema. Os professores precisam querer mudar também. Mas voltando à nossa questão, o dinheiro dos impostos recolhidos pelo governo deve ser usado para melhoria constante da saúde, educação, segurança, habitação social e meios de transporte, sem esquecer o

*acompanhamento dos deficientes e das pessoas idosas. Tudo isso é o compromisso do governo para o bem estar social”.*

Além disso, retomamos com os alunos as diferenças básicas entre juros simples e compostos. Para isso, utilizamos novamente o Problema Inicial da **AULA III**, pois, além de retomar os conceitos, esse problema será utilizado em momentos posteriores de forma adaptada, já que os próximos problemas serão como uma espécie de evolução deste.

**PROBLEMA:** Roberto pediu emprestado à Suzana a quantia de R\$50,00 para ser paga após 3 meses. Naquela data, além de pagar a quantidade de R\$50,00, Roberto se comprometeu a pagar mais R\$10,00. Qual é o valor da taxa de juros que Roberto estará pagando nesse trimestre? Se, passados esses 3 meses, Roberto pedir à Suzana mais 3 meses para pagar sua dívida, conservando a taxa de juros ao trimestre, qual será o montante de dívida a ser paga se:

- a) Roberto incorporar o juro somente no capital emprestado inicialmente?
- b) Roberto incorporar o juro sobre o capital que ele deve após os 3 primeiros meses?
- c) Os valores são diferentes? Justifique:
- d) Qual é o valor correto?

**Questões:**

- a) Quando vamos pagar uma dívida, que tipo de cálculo de juros você acha que é aplicado? Por quê?
- b) Qual seria a melhor opção para Roberto? Por quê?
- c) Qual seria a melhor opção para Suzana? Por quê?

Tudo isso foi feito, para que os alunos se lembrassem dos conceitos já construídos no ano anterior e pudessem estar novamente familiarizados com o que ocorreria a posteriori. Sendo assim, passamos a descrever como se deram as resoluções por parte dos alunos ao problema dado.

Como este era um tempo de recordação, lançamos mão das resoluções sugeridas por ocasião da primeira parte da aplicação deste projeto, e, com o professor-pesquisador na lousa e a participação de todos os estudantes, foram, novamente, respondidas as perguntas colocadas.

- **Resoluções sugeridas:**

- Qual é o valor da taxa de juros que Roberto estará pagando nesse trimestre?

*Resposta:* Como já sabemos, taxa de juros é a razão entre o juro e o capital.

Logo, Roberto estará pagando:

$$\frac{R\$10,00}{R\$50,00} = \frac{10,00}{50,00} = \frac{1}{5} = 0,20 = \frac{0,20 \cdot 100}{100} = 20\% \text{ ao trimestre.}$$

- Qual é o Montante da dívida se:

- a) Roberto incorporar o juro somente no capital emprestado inicialmente?

*Resposta:* Como Roberto paga R\$10,00 a cada trimestre, então ele deverá pagar R\$20,00 pelos dois trimestres. Ou seja, sua dívida seria de R\$70,00.

- b) Roberto incorporar o juro sobre o capital que ele deve após os 3 primeiros meses?

*Resposta:* Após o primeiro trimestre ele fica com um Montante de dívida de R\$60,00 (R\$50,00 + 20% de R\$50,00). Incorporando a mesma taxa de juros, de 20% ao trimestre, sobre o valor, agora de R\$60,00, teríamos:  $R\$60,00 \cdot 1,20 = R\$72,00$ . Logo, sua dívida não seria mais R\$70,00 e, sim, R\$72,00.

- c) Esses valores são diferentes? Justifique:

*Resposta:* Pelos cálculos acima, podemos perceber que os valores são diferentes. Isto quer dizer que se a taxa de juros for aplicada somente ao Capital Inicial, Roberto pagará sempre R\$10,00 a cada período. Já se a taxa for sendo aplicada trimestre a trimestre, sobre o valor da dívida mais atual, o Montante de sua dívida aumentará.

- d) Qual será o valor correto dessa dívida?

*Resposta:* Se perguntássemos para Roberto, provavelmente ele diria que a primeira maneira é melhor. Se perguntássemos para Suzana, provavelmente ela diria que a segunda maneira é a melhor. A melhor maneira é entendermos as diferenças entre as duas maneiras de se calcular juros e ficarmos atentos às taxas.

- **Definições:**
  - CAPITAL: É um bem que pode ser trocado por outro, ou convertido em dinheiro. Existem, entre outros, os bens imóveis, que são terrenos, casas, apartamentos, etc., e os bens móveis, que são veículos, objetos de valor, títulos de renda, etc. Riqueza ou valores disponíveis. Conjunto de bens produzidos pelo homem que participam da produção de outros bens (basicamente máquinas e equipamentos). Recursos monetários investidos ou disponíveis para investimento.
  - JURO: É a quantidade recebida, ou paga, pela utilização de um capital. Essa utilização, para o dono do capital, chama-se investimento, emprego, aplicação, ou empréstimo de capital. Importância cobrada, por unidade de tempo, pelo empréstimo de dinheiro, expressa como porcentagem da soma emprestada. Rendimento de capital investido; interesse. Recompensa.
  - TAXA DE JURO: É a razão entre o juro produzido e o capital empregado num determinado período de tempo. Normalmente é apresentada na forma percentual.
  - UNIDADE DE TEMPO: É o período de utilização do Capital. Pode ser dada em dia, mês, bimestre, trimestre, ano, etc. Em geral, a unidade de tempo a ser considerada é indicada pela taxa de juros. Exemplo: 8% a.m, lê-se 8% ao mês. É o intervalo de tempo após o qual se calcula o juro relativo a um certo capital.
  - MONTANTE: É a soma do capital aplicado com o juro produzido até aquela data.

Como os alunos já haviam resolvido esse problema, decidimos rever com eles suas respostas. Se eles notassem nelas alguma diferença do que pensam atualmente, deveriam alterar as respostas e as devolverem ao professor-pesquisador. Como não tiveram nada a alterar, o professor-pesquisador pediu para que eles retomassem os conceitos envolvidos, na resolução do problema, para que o projeto de ensino pudesse continuar.

Sendo assim, o professor-pesquisador foi à lousa e retomou com os alunos os conceitos desenvolvidos por esse problema quando aplicado na primeira parte do

projeto, isto é, no ano anterior. O que pudemos notar foi que os conceitos foram bem assimilados pelos alunos.

Dando continuidade ao projeto de ensino, no encontro posterior a esse, foi entregue aos alunos o problema que será descrito a seguir.

#### 4) JUROS SIMPLES: AULA IV

##### **Problema Inicial:**

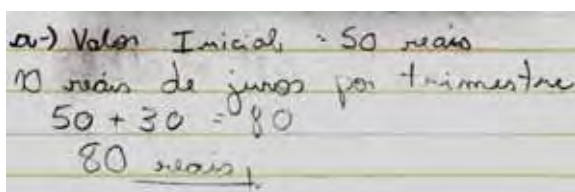
Vamos supor que Roberto e Suzana, do problema anterior, tivessem feito um trato em que a taxa de juros seria aplicada somente sobre o valor inicial emprestado.

Qual seria o valor da dívida de Roberto, passados:

- a) 3 trimestres?

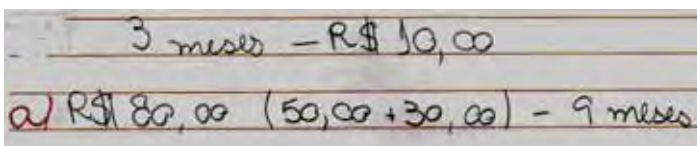
##### **Algumas resoluções apresentadas, pelos grupos, na lousa:**

###### **Grupo 1:**



a) Valor Inicial = 50 reais  
10 reais de juros por trimestre  
 $50 + 30 = 80$   
80 reais

###### **Grupo 2:**

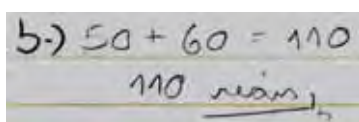


3 meses - R\$ 10,00  
a) R\$ 80,00 (50,00 + 30,00) - 9 meses

- b) 6 trimestres?

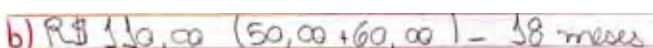
##### **Algumas resoluções apresentadas, pelos grupos, na lousa:**

###### **Grupo 1:**



b)  $50 + 60 = 110$   
110 reais

###### **Grupo 2:**



b) R\$ 110,00 (50,00 + 60,00) - 38 meses

- c) 2 anos?

##### **Algumas resoluções apresentadas, pelos grupos, na lousa:**

###### **Grupo 3:**

“Em 2 anos: 24 meses – 8 trimestres

Juros de 8 trimestres: R\$80,00

Valor emprestado: R\$50,00. Total: R\$130,00”.

**Grupo 4:**

“R\$130,00 (R\$50,00 + R\$80,00) – 2 anos – 8 trimestres”.

Analisando as respostas apresentadas, podemos sentir como esses alunos, em sua maioria, não se preocuparam com as unidades de medida usadas na resolução do problema dado. Chama-nos a atenção encontrar a unidade de medida apenas nas respostas finais, sem que haja uma razão aparente para isso.

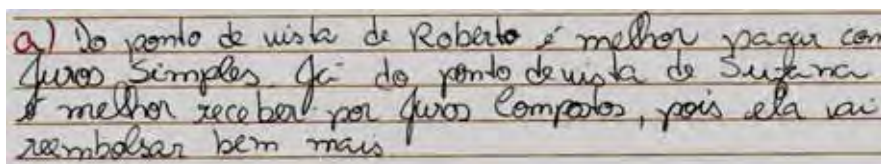
Também, quanto a Unidade de Tempo nessas resoluções, a conversão da medida trabalhada, trimestre, foi sempre um divisor de cada situação apresentada, facilitando chegar à solução.

**Discussões e Reflexões:**

- a) É justo que Suzana espere tanto tempo para receber seu empréstimo e receba esse valor calculado sob o regime de Juros Simples?

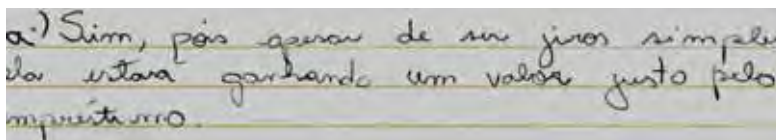
**Algumas respostas dadas:**

**Grupo 1:**



a) Do ponto de vista de Roberto é melhor pagar com Juros Simples. Já do ponto de vista de Suzana é melhor receber por Juros Compostos, pois ela vai receber bem mais.

**Grupo 3:**



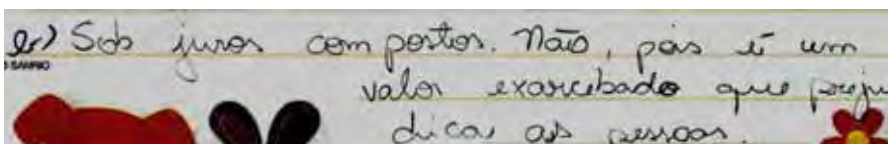
a) Sim, pois pagar de seu juros simples da vista ganhando um valor justo pelo empréstimo.

Obs: Na relação de questões, para esse grupo, a questão (d) corresponde à questão (a) do enunciado do problema dado.

- b) Sob qual regime de cálculo de juros nós pagamos as nossas dívidas? Você acha isso justo?

**Algumas respostas dadas:**

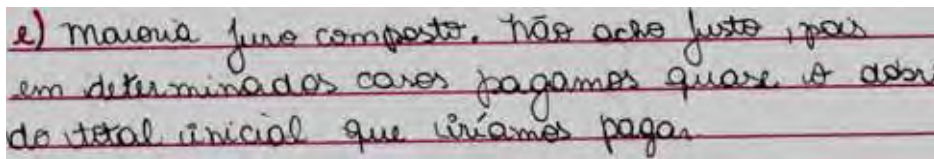
**Grupo 3:**



a) Sob juros com postos. Não, pois é um valor exagerado que prejudica as pessoas.



### Grupo 5:



e) maneira juro composto. não acho justo, pois em determinados casos pagamos quase o dobro do total inicial que iríamos pagar.

Obs: Na relação de questões para esses grupos, a questão (e) corresponde à questão (b) do enunciado do problema dado.

### Na Plenária:

Os alunos puderam comentar algumas de suas respostas e as discussões foram interessantes. Apresentamos uma resposta, ao problema proposto, que decidimos ser mais completa. Em seguida descreveremos alguns diálogos que ocorreram durante a Plenária, já que no momento em que o professor-pesquisador estava formalizando os conceitos, algumas questões surgiram.

Como Roberto e Suzana, hipoteticamente fizeram o acordo de pagamento de juros somente sobre o Capital Inicial, a dívida de Roberto seria:

a) Após 3 trimestres:

*\* Uma maneira de se resolver seria:*

*Resposta:* Como a taxa de juros incide somente sobre os R\$50,00 que Roberto emprestou, então ele deverá pagar R\$10,00 por trimestre. Como são três trimestres, temos que o juro produzido nesse período será de  $3 \cdot R\$10,00 = R\$30,00$ . Então, o Montante da dívida de Roberto é de R\$80,00.

*\* Uma outra maneira de se resolver seria:*

*Resposta:* Como Roberto paga 20% ao trimestre e essa taxa de juros incide somente sobre o capital de R\$50,00, Roberto irá pagar, ao final, como Montante de sua dívida:

$$\begin{aligned} & R\$50,00 + (R\$50,00 \cdot 0,20) + (R\$50,00 \cdot 0,20) + (R\$50,00 \cdot 0,20) = \\ & = R\$50,00 + 3 \cdot (R\$50,00 \cdot 0,20) = R\$50,00 + 3 \cdot (R\$10,00) = R\$50,00 + R\$30,00 = \\ & = R\$80,00. \end{aligned}$$

Ao final do período de três trimestres, Roberto deveria à Suzana o valor de R\$80,00.

b) 6 trimestres?

*Resposta:* Utilizando o mesmo princípio, temos:

$$R\$50,00 + 6.(R\$50,00.0,20) = R\$50,00 + 6.(R\$10,00) = R\$50,00 + R\$60,00 = \\ = R\$110,00.$$

Ao final do período de seis trimestres, Roberto deveria à Suzana o valor de R\$110,00.

c) 2 anos?

*Resposta:* Aqui temos uma questão. A taxa de juros está vinculada a uma unidade de tempo que, no caso, é trimestre. No entanto esse item fala sobre ano. Para conseguirmos resolver esse problema, precisamos transformar essa unidade de tempo. Ou seja, em dois anos temos 8 trimestres. Agora podemos resolver o problema utilizando 8 trimestres.

$$R\$50,00 + 8.(R\$50,00.0,20) = R\$50,00 + 8.(R\$10,00) = R\$50,00 + R\$80,00 = \\ = R\$130,00.$$

Ao final do período de oito trimestres, Roberto deveria à Suzana o valor de R\$130,00.

***Professor:*** “Então é isso pessoal. Alguém tem alguma dúvida?”.

***Aluno 1:*** “Professor, é bem melhor pagar as dívidas com Juros Simples, né?”.

***Professor:*** “Alguém mais acha que isso é verdade?”.

***Aluno 6:*** “Eu acho. Mas o problema é receber, né? Por que a gente só pensa na hora de pagar. Mas e a pessoa que está recebendo? Ela vai ter que levar prejuízo?”.

***Professor:*** “Será que ela estará levando prejuízo mesmo?”.

***Aluno 7:*** “Eu acho que não. Se a pessoa já está pondo juros em cima do valor emprestado alguma coisa ela vai ganhar, mesmo que for com Juros Simples”.

***Professor:*** “De fato. Quando algum tipo de juros é aplicado a um determinado capital, existe um Montante sempre maior que o Capital Inicial. Isto significa que quem irá receber não vai ficar sem ganhar nada em troca por isso”.

***Aluno 12:*** “É claro. Senão, que graça tem em emprestar meu dinheirinho?”.

Todos riram. O professor-pesquisador, precisando formalizar os conceitos, chama a classe para fazer isso em conjunto com ele.

***Professor:*** “Pessoal, vamos ver o que podemos tirar como formalização desses conceitos”.

Vamos representar o capital inicial por  $C$ , aplicado a uma taxa de juros simples  $i\%$  por período, durante  $n$  períodos.

Como no regime de Juros Simples, a taxa de juros é calculada sempre sobre o capital inicial, podemos construir uma tabela:

<i>Período</i>	<i>CAPITAL</i>	<i>JUROS (i% p.p)</i>	<i>MONTANTE</i>
1° Mês	$C$	$C.i$	$C + C.i$
2° Mês	$C + C.i$	$C.i$	$C + C.i + C.i = C + 2C.i = C.(1 + 2i)$
3° Mês	$C.(1 + 2i)$	$C.i$	$C + C.i + C.i + C.i = C + 3C.i = C.(1 + 3i)$
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
n-ésimo Mês	$C.[1 + (n - 1)i]$	$C.i$	$\underbrace{C + C.i + \dots + C.i}_{n\text{vezes}} = C + n.C.i = C.(1 + n.i)$

Para sabermos quanto de Juros foram produzidos durante esses  $n$  períodos, basta somarmos a COLUNA de Juros. Daí teremos:

$$J = \underbrace{C.i + C.i + \dots + C.i}_{n\text{vezes}} = n.C.i \Rightarrow$$

$$J = n.C.i,$$

onde  $J$  = Juros produzidos depois de  $n$  períodos, do capital  $C$  aplicado a uma taxa de juros, por período, igual a  $i\%$ .

No final de  $n$  períodos, teremos que o Montante será igual ao capital inicial adicionado aos juros produzidos no período. Logo, temos que:  $M = C + J \Rightarrow M = C + n.C.i \Rightarrow M = C.(1 + n.i)$ , como pudemos ver na última linha da tabela construída.

Dessa forma temos que o Montante, sob o regime de Juros Simples, pode ser calculado através do padrão dado pela seguinte fórmula:

$$M_n = C.(1 + n.i)$$

**Aluno 7:** “Com essa fórmula a gente pode calcular qual é o valor total que Roberto tem que pagar para Suzana em cada uma dessas situações?”.

**Professor:** “Exatamente. Para cada uma das situações que tivemos no enunciado do problema, podemos utilizar um valor de  $n$  diferente. Mas não se esqueçam de que o  $n$  depende do período em que a taxa de juros será aplicada. Isto é,

*se a taxa for mensal, o n deve ser o número de meses. Já se ela for anual, o n deve ser a quantidade de anos, e assim por diante”.*

Com facilidade, os alunos perceberam que havia um padrão que se repetia sempre. O professor-pesquisador comentou, com os alunos, sobre o Princípio da Indução Finita, porém não chegou a fazer sua demonstração.

Teria sido interessante se o professor-pesquisador tivesse deixado que seus alunos buscassem uma demonstração para esse padrão, mostrando que se ele vale sempre, a conjectura levantada se tornaria uma verdade. Caso contrário, um único contra-exemplo poderia mostrar sua invalidade.

Sabemos que “Se um padrão vale para um primeiro termo e assumimos como hipótese de indução que ele vale para  $(n-1)$ , então, esse padrão vale para  $(n)$  e, conseqüentemente, vale sempre”.

I. Mostrar que o padrão serve para  $n = 1$ :

$M_1 = C.(1 + 1.i) \Rightarrow M_1 = C + C.i$ , como temos na primeira linha da tabela.

II. Assumir como válido esse padrão para  $n = n - 1$ :

$M_{n-1} = C.[1 + (n - 1).i] = C + C.(n - 1).i$ , sendo essa a nossa Hipótese de Indução.

III. Assim,

$$\begin{aligned} M_n &= M_{n-1} + C.i = C.[1 + (n - 1).i] + C.i = C(1 + (n - 1).i + i) = \\ &= C(1 + n.i - i + i) = C.(1 + n.i) \end{aligned}$$

Dessa forma podemos garantir que esse padrão é válido para qualquer valor de  $n$  finito.

## 5) JUROS COMPOSTOS: AULA V

### **Problema Inicial:**

O Sr. Mário aplicou, em uma Instituição Financeira, a quantia de R\$2500,00 numa certa data. Essa Instituição comprometeu-se a pagar, para o Sr. Mário, 10% ao mês de juros sobre o valor que está aplicado mês a mês. Se o Sr. Mário não pode mexer no seu dinheiro durante 2 anos, qual será o valor que ele terá em sua aplicação passados:

- a) 1 mês?
- b) 6 meses?
- c) 2 anos?

### **Questões:**

- a) O sistema de Juros Compostos é melhor que o sistema de Juros Simples? Por quê?
- b) Atualmente, a taxa de juros de poupança é cerca de 11% ao ano e a taxa de juros anual para cheque especial do banco é de 130%. Por que será que existe tanta diferença?

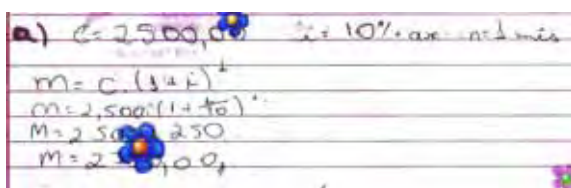
Neste problema, nossa idéia era a de que os alunos investigassem e descobrissem uma maneira prática de resolver uma situação como essa. A fórmula, envolvendo o conceito de juros simples, que tinham aprendido anteriormente em sala de aula, não é capaz de resolver esse problema, por isso precisariam de algum novo conceito.

Sendo assim, passamos a descrever como se deram as resoluções, por parte dos alunos, ao problema dado.

- a) ... qual será o valor que ele terá em sua aplicação passado 1 mês?

### **Algumas resoluções apresentadas, pelos grupos, na lousa:**

#### **Grupo 2:**



Handwritten student work for Grupo 2 showing the calculation of the value after 1 month with compound interest. The work includes the following steps:

$$C = 2500,00 \quad i = 10\% \text{ ao mês}$$
$$M = C \cdot (1 + i)^t$$
$$M = 2500 \cdot (1 + 0,10)^1$$
$$M = 2500 \cdot 1,10$$
$$M = 2750,00$$

#### **Grupo 5:**

“No primeiro mês a dívida será de:

$$M = C \cdot (1 + i) = 2500 \cdot (1 + 0,10) = 2500 \cdot 1,10 = 2750.$$

A dívida será de R\$2750,00”.

b) ... qual será o valor que ele terá em sua aplicação passados 6 meses?

Algumas resoluções apresentadas, pelos grupos, na lousa:

Grupo 1:

1 <sup>o</sup> 2500	2 <sup>o</sup> 2750	3 <sup>o</sup> 3025,00	4 <sup>o</sup> 3321,50
250	275	302,50	332,75
2750	3025	3327,50	3660,25
5 <sup>o</sup> 3660,250	6 <sup>o</sup> 4026,275	6 meses = R\$ 4428,9025	
366,025	402,6275		
4026,275	4428,9025		

Como pudemos perceber por essa resposta, esses alunos fizeram passo a passo. O processo de resolução se deu de maneira que os cálculos foram feitos mês a mês. Isso acabou por despertar nos alunos o interesse em saber se existia alguma maneira mais prática para se resolver um problema desse tipo. Isso foi incentivado pela fala do professor-pesquisador: “Imaginem como será para responder a próxima questão que se trata de 2 anos”.

**Aluno 4:** “Tem que ter um jeito mais rápido. O computador faz isso rapidinho. Quem programou ele deve saber algum jeito mais rápido de fazer esses cálculos”.

Grupo 3:

$$b) M = 2.500 \cdot \left(1 + \frac{1}{10}\right)^6$$
$$2.500 \cdot \left(\frac{11}{10}\right)^6$$
$$M = 4428,9 \text{ reais}$$

Esse grupo já sabia, por algum motivo, qual seria a fórmula a ser usada. Questionados da maneira como sabem da fórmula, um dos alunos respondeu:

**Aluno 6:** “Quando começamos a estudar Matemática Financeira com o senhor, eu fui pesquisar algumas coisas que pudessem ajudar a gente a resolver os problemas mais complicados”.

**Professor:** “Mas de onde veio essa fórmula? Ela apareceu do nada? Ou será que foi desenvolvida a partir de algum ponto, ou algum padrão?”.

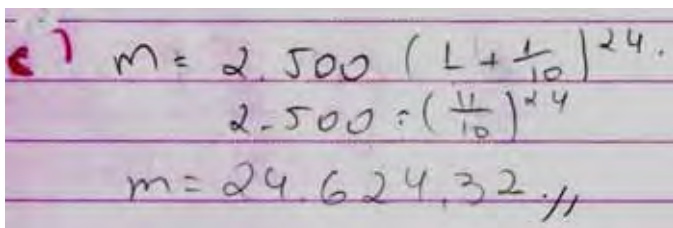
Os alunos não souberam responder, então o professor-pesquisador disse que iria mostrar para eles durante a plenária, como chegar a essa fórmula de maneira lógica e

considerando um comportamento padrão do desenvolvimento dos juros compostos num capital qualquer.

c) ... qual será o valor que ele terá em sua aplicação passado 2 anos?

**Algumas resoluções apresentadas, pelos grupos, na lousa:**

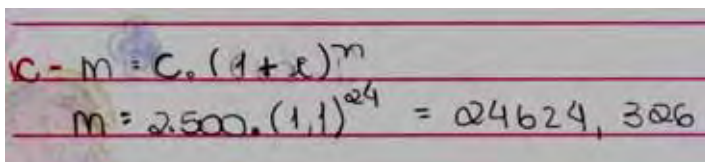
**Grupo 3:**



Handwritten work for Grupo 3 showing the calculation of compound interest. The equations are:

$$m = 2.500 \left(1 + \frac{1}{10}\right)^{24}$$
$$2.500 = \left(\frac{11}{10}\right)^{24}$$
$$m = 24.624,32 //$$

**Grupo 1:**



Handwritten work for Grupo 1 showing the compound interest formula. The equations are:

$$C = M = C_0 \cdot (1 + r)^n$$
$$m = 2.500 \cdot (1,1)^{24} = 24624,326$$

No caso desse grupo, eles foram até o Grupo 3 e decidiram copiar a fórmula. Infelizmente, o professor-pesquisador não pode notar, já que esses grupos estavam próximos. Questionados sobre a fórmula, um aluno respondeu:

**Aluno 9:** “Ah, Professor. Não tinha como a gente calcular sem a fórmula. Eu sei que o senhor queria que a gente passasse por todos os passos, mas iria demorar muito pra gente fazer as contas”.

**Professor:** “Eu sei que demoraria, mas será que vocês não poderiam encontrar algum padrão no desenvolvimento dos juros? Será que vocês poderiam descobrir por si só que existe uma fórmula para se calcular essas coisas sem que ninguém contasse para vocês. Agora, vocês assumiram um papel dependente, porque alguém precisou dizer pra vocês como se faz. Isso não é o que nós estamos acostumados a fazer aqui, certo?”.

**Aluno 9:** “A gente sabe. E a gente reconhece que não devia ter feito. Desculpe”.

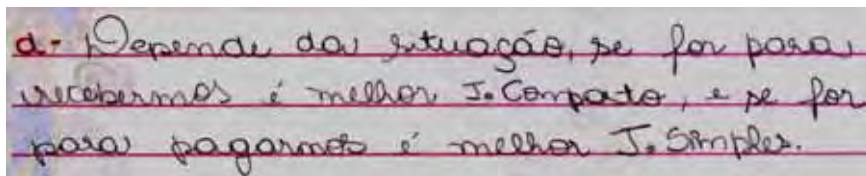
Infelizmente os alunos acabaram sabendo da fórmula e, simplesmente, a aplicaram, sem reflexão de como ela foi obtida. Eles só se preocuparam em fazer o mais fácil e o mais rápido, sem imaginar o quanto de regras matemáticas existe para serem estudadas até o desenvolvimento da fórmula.

**Discussões e Reflexões:**

a) O sistema de Juros Compostos é melhor que o sistema de Juros Simples? Por quê?

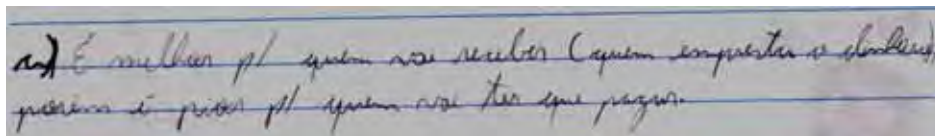
**Algumas respostas dadas:**

**Grupo 2:**



d- Depende da situação, se for para receber é melhor J. Composto, e se for para pagar é melhor J. Simples.

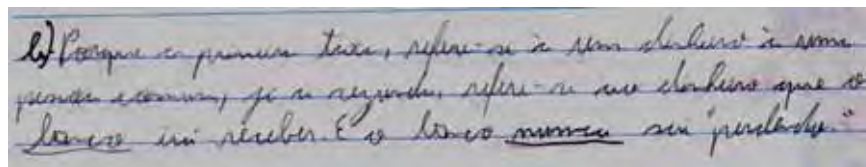
**Grupo 4:**



a) É melhor p/ quem vai receber (quem empresta o dinheiro) pois é p/ quem vai ter que pagar.

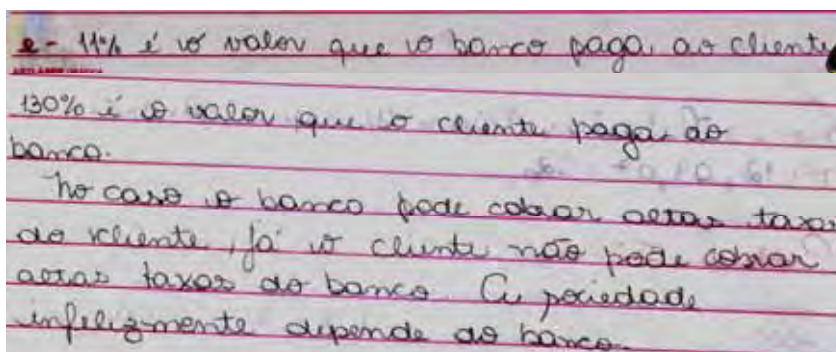
b) Atualmente, a taxa de juros de poupança é cerca de 11% ao ano e a taxa de juros anual para cheque especial do banco é de 130%. Por que será que existe tanta diferença?

**Grupo 4:**



b) Porque as primeiras taxas, refere-se à taxa de juros à uma pessoa e a outra, se a segunda, refere-se ao dinheiro que o banco vai receber. É o banco mesmo seu "preço de venda".

**Grupo 2:**



e- 11% é o valor que o banco paga ao cliente. 130% é o valor que o cliente paga ao banco. No caso o banco pode cobrar outras taxas do cliente, já o cliente não pode cobrar outras taxas do banco. Cu periodicidade infelizmente depende do banco.



**Na Plenária:**

Os alunos puderam comentar algumas de suas respostas e as discussões foram interessantes. Apresentamos uma resposta, ao problema proposto, que decidimos ser mais completa. Em seguida descreveremos alguns diálogos que ocorreram durante a Plenária, já que no momento em que o professor-pesquisador estava formalizando os conceitos, algumas questões surgiram.

\* Sr. Mário aplicou um capital de R\$2500,00, a uma taxa de juros de 10% ao mês. Sendo assim, a cada mês o seu capital aumenta em 10% com relação ao capital que tinha anteriormente.

a) Após 1 mês:

**\* Uma maneira de se resolver seria:**

*Resposta:* A taxa de juros incide sobre o valor de R\$2500,00. Dessa forma, temos que, de acordo com o que aprendemos na primeira aula,  $R\$2500,00 \cdot (1 + 0,10) = R\$2500,00 \cdot 1,10 = R\$2750,00$ . Então, Sr. Mário, no primeiro mês desse investimento, terá um Montante de R\$2750,00.

b) Após 6 meses?

**\* Uma maneira de se resolver seria:**

*Resposta:* Para melhor compreendermos o que ocorre com os rendimentos de Sr. Mário, vamos construir uma tabela.

<b>Período</b>	<b>CAPITAL</b>	<b>JUROS (10% a.m)</b>	<b>MONTANTE</b>
1º Mês	R\$ 2.500,00	R\$ 250,00	R\$ 2.750,00
2º Mês	R\$ 2.750,00	R\$ 275,00	R\$ 3.025,00
3º Mês	R\$ 3.025,00	R\$ 302,50	R\$ 3.327,50
4º Mês	R\$ 3.327,50	R\$ 332,75	R\$ 3.660,25
5º Mês	R\$ 3.660,25	R\$ 366,03	R\$ 4.026,28
6º Mês	R\$ 4.026,28	R\$ 402,63	R\$ 4.428,90

Pela tabela construída e pelos cálculos feitos podemos concluir que, após 6 meses, o Sr. Mário terá um Montante de R\$4428,90.

c) Após 2 anos?

*\* Uma maneira de se resolver seria:*

*Resposta:* Para melhor compreendermos o que ocorre com os rendimentos do Sr. Mário, vamos partir da tabela anterior e continuar a construção da tabela de seus rendimentos.

7º Mês	R\$ 4.428,90	R\$ 442,89	R\$ 4.871,79
8º Mês	R\$ 4.871,79	R\$ 487,18	R\$ 5.358,97
9º Mês	R\$ 5.358,97	R\$ 535,90	R\$ 5.894,87
10º Mês	R\$ 5.894,87	R\$ 589,49	R\$ 6.484,36
11º Mês	R\$ 6.484,36	R\$ 648,44	R\$ 7.132,79
12º Mês	R\$ 7.132,79	R\$ 713,28	R\$ 7.846,07
13º Mês	R\$ 7.846,07	R\$ 784,61	R\$ 8.630,68
14º Mês	R\$ 8.630,68	R\$ 863,07	R\$ 9.493,75
15º Mês	R\$ 9.493,75	R\$ 949,37	R\$ 10.443,12
16º Mês	R\$ 10.443,12	R\$ 1.044,31	R\$ 11.487,43
17º Mês	R\$ 11.487,43	R\$ 1.148,74	R\$ 12.636,18
18º Mês	R\$ 12.636,18	R\$ 1.263,62	R\$ 13.899,79
19º Mês	R\$ 13.899,79	R\$ 1.389,98	R\$ 15.289,77
20º Mês	R\$ 15.289,77	R\$ 1.528,98	R\$ 16.818,75
21º Mês	R\$ 16.818,75	R\$ 1.681,87	R\$ 18.500,62
22º Mês	R\$ 18.500,62	R\$ 1.850,06	R\$ 20.350,69
23º Mês	R\$ 20.350,69	R\$ 2.035,07	R\$ 22.385,76
24º Mês	R\$ 22.385,76	R\$ 2.238,58	R\$ 24.624,33

Temos, dessa maneira, que após 2 anos de rendimentos, o Sr. Mário terá um Montante de R\$24624,33.

Os alunos foram muito participativos durante o momento em que a resolução do problema era trabalhada, com os alunos, pelo professor-pesquisador. Algumas discussões surgiram, principalmente no que diz respeito à construção da tabela para responder a terceira questão que o problema abordava.

**Aluno 12:** “Nossa professor! Quanto cálculo, hein. Eu achei que seria mais fácil com o senhor fazendo com a gente. Mas parece que fica mais complicado. É muito grande”.

**Professor:** “Olha pessoal, isso não é difícil. Pode ser trabalhoso, mas não é difícil. E tem mais, o objetivo disso é que vocês tentem perceber algum padrão para que a gente consiga desenvolver uma fórmula que simplifique todos esses cálculos grandes, como vocês disseram”.

**Aluno 9:** “Por isso o senhor queria que a gente fizesse esse passo a passo. Pra que as coisas ficassem mais lógicas. Talvez agora a gente seja capaz de dizer de onde vem a fórmula que a gente usou sem saber”.

**Professor:** “Exatamente. Eu não sei se vocês concordam comigo, mas é muito melhor nós conseguirmos chegar ao objetivo final por nós mesmos, mesmo que com muitos cálculos, do que alguém nos dizer o que temos que fazer e a gente ser sempre dependente. Não é, Aluno 9?”.

A sala toda riu da situação, lembrando que o Aluno 9 teria pego a fórmula com o outro grupo.

Após essa discussão com a classe, decidimos fazer a formalização relativa a esse tópico. Enquanto perguntávamos aos alunos, íamos escrevendo na lousa.

Vamos representar o capital inicial por  $C$ , aplicado a uma taxa de juros compostos  $i\%$ , por período, durante  $n$  períodos.

Como no regime de Juros Compostos a taxa de juros incide sobre a soma entre Capital e Juros produzidos no período anterior, temos o que chamamos de “Juros sobre Juros”.

Vamos construir uma tabela para desenvolver as fórmulas relacionadas ao cálculo de Juros Compostos.

<b>Período</b>	<b>CAPITAL</b>	<b>JUROS (i% p.p)</b>	<b>MONTANTE</b>
1º Mês	$C$	$C.i$	$M_1 = C + C.i \Rightarrow M_1 = C.(1+i)$
2º Mês	$M_1$	$M_1.i$	$M_2 = M_1 + M_1.i = M_1.(1+i) = C.(1+i).(1+i) \Rightarrow$ $\Rightarrow M_2 = C.(1+i)^2$
3º Mês	$M_2$	$M_2.i$	$M_3 = M_2 + M_2.i = M_2.(1+i) = C.(1+i)^2.(1+i) \Rightarrow$ $\Rightarrow M_3 = C.(1+i)^3$
.		.	.
.		.	.
.		.	.
n-ésimo Mês	$M_{n-1}$	$M_{n-1}.i$	$M_n = M_{n-1} + M_{n-1}.i = M_{n-1}.(1+i) = C.(1+i)^{n-1}.(1+i) \Rightarrow$ $\Rightarrow M_n = C.(1+i)^n$

Assim, ao final de  $n$  períodos, teremos que o Montante será igual ao capital inicial adicionado aos juros produzidos no período todo. Logo, temos que:

$M_n = C.(1+i)^n$ , como podemos ver na última linha da tabela construída.

Dessa forma, o Montante sob o regime de Juros Compostos pode ser calculado através da seguinte fórmula:

$$M_n = C.(1+i)^n$$

Para mostrar que essa fórmula vale sempre, usando o Princípio da Indução Finita, temos:

I. Mostrar que o padrão serve para  $n = 1$ :

$M_1 = C.(1+i)^1 \Rightarrow M_1 = C.(1+i)$ , como temos na primeira linha da tabela.

II. Assumir como válido esse padrão para  $n = n - 1$ :

$M_{n-1} = C.(1+i)^{n-1}$ , sendo essa a nossa Hipótese de Indução.

III. Assim,

$$\begin{aligned}M_n &= M_{n-1} + M_{n-1} \cdot i = M_{n-1} \cdot (1+i) = C(1+i)^{n-1} \cdot (1+i) = \\ &= C(1+i)^{(n-1)+1} = C \cdot (1+i)^n\end{aligned}$$

Dessa forma podemos garantir que esse padrão é válido para qualquer valor de  $n$  finito.

## 6) PARCELAMENTO: AULA VI

### **Problema Inicial:**

A Sra. Célia comprou uma lavadora de louças por R\$359,00. O vendedor lhe propôs que o pagamento fosse feito com dois cheques iguais, sendo um para 30 dias após a data de compra e outro para 60 dias após essa data. A taxa de juros composta combinada foi de 15% a.m. Qual foi o valor de cada uma das parcelas pagas pela Sra. Célia?

### **Algumas resoluções apresentadas, pelos grupos, na lousa:**

#### **Grupo 2:**

Resposta:

Capital: R\$ 359,00  
2 Parcelas  
 $i = 15\%$

Valor a ser pago:  $M = C \cdot (1+i)^n$   
 $M = 359 \cdot (1+0,15)^2$   
 $M = 359 \cdot (1,15)^2$   
 $M = 474,77 \text{ reais}$

Parcela:  $M \div 2 = 474,77 \div 2$   
 $P = 237,38 \text{ reais}$

#### **Grupo 3:**

“Valor parcelado: R\$359,00.  $M = 359 \cdot (1 + 0,15)^2$

$M = R\$ 474,78$ . Duas parcelas de R\$ 237,39”.

O que notamos aqui foi que todos os grupos tiveram a mesma idéia. Imaginaram que as parcelas fossem calculadas dividindo o Montante pela quantidade de parcelas a serem pagas. Os grupos não consideraram que quando uma parcela é paga, esse valor deixa de produzir juros, diminuindo o Capital a ser cobrado juros.

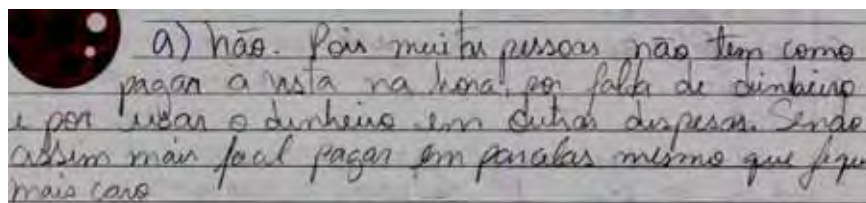
Conversando com outros alunos de outras salas de aula, pudemos perceber que esse pensamento é comum. A maioria das pessoas acredita que o cálculo de parcelas é feito da maneira como os alunos apresentaram em suas resoluções.

**Discussões e Reflexões:**

- a) Nesse caso, compensa pagar de maneira parcelada a lavadora de louças? Por que muitas pessoas fazem isso?

**Algumas respostas dadas:**

**Grupo 2:**



a) Não. Pois muitas pessoas não tem como pagar a vista na hora, por falta de dinheiro e por usar o dinheiro em outras despesas. Sendo assim não vale a pena pagar em parcelas mesmo que fique mais caro.

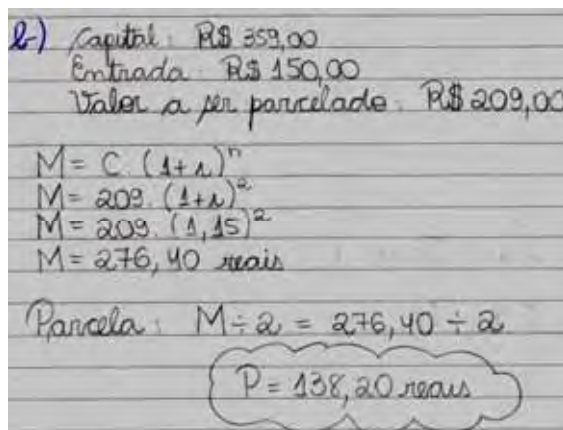
**Grupo 5:**

“A gente acredita que não compensa a compra parcelada. Mas a maioria das pessoas compra assim porque elas não têm ou não podem usar tanto dinheiro de uma vez, por isso preferem pagar um pouco a cada mês”.

- b) Se a Sra. Célia tivesse R\$150,00 para dar de entrada e o restante ela fizesse conforme o vendedor lhe indicou, qual seria o valor das parcelas?

**Algumas resoluções apresentadas, pelos grupos, na lousa:**

**Grupo 2:**



b) Capital: R\$ 359,00  
Entrada: R\$ 150,00  
Valor a ser parcelado: R\$ 209,00

$$M = C \cdot (1+i)^n$$
$$M = 209 \cdot (1+i)^2$$
$$M = 209 \cdot (1,15)^2$$
$$M = 276,40 \text{ reais}$$

Parcela:  $M \div 2 = 276,40 \div 2$

$$P = 138,20 \text{ reais}$$

**Grupo 3:**

“ Valor parcelado: R\$359,00 – R\$150,00 = R\$209,00.

$$M = 209 \cdot (1 + 0,15)^2$$

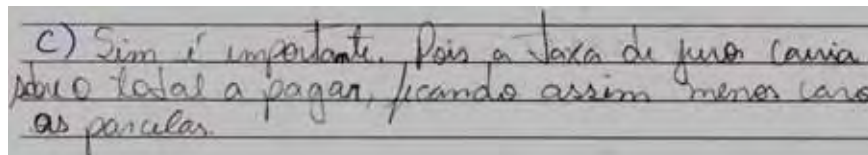
$$M = R\$ 276,40.$$

Duas parcelas de R\$ 138,20”.

- c) Será que é importante, se tivermos condições, pagarmos sempre um valor de entrada para que o juro seja menor? Justifique.

**Algumas respostas dadas:**

**Grupo 4:**



c) Sim é importante. Pois a taxa de juro varia pelo total a pagar, ficando assim menor caso as parcelas.

**Grupo 3:**

*“Sempre que tivermos um valor para dar de entrada vale a pena. A gente pagaria menos juros, porque a dívida ficaria menor”.*

Novamente, notamos aqui que as parcelas sempre foram calculadas após o cálculo do Montante da dívida, assim como ocorreu nas resoluções anteriores.

**Na Plenária:**

Os alunos puderam comentar algumas de suas respostas e as discussões foram interessantes. Construímos uma resposta, ao problema proposto, que decidimos ser mais completa.

As discussões em torno do cálculo das parcelas foram ricas, já que eles tinham certeza de que suas resoluções eram corretas. Porém, no momento em que o professor-pesquisador chamou a atenção dos alunos para o fato de que, ao ser paga uma parcela, o Capital devedor diminuiria e os juros seriam menores, todos os alunos ficaram interessados em “descobrir” como seria a maneira correta de se calcular as parcelas.

**Aluno 2:** *“Nossa professor! A gente nem se deu conta disso. Eu achei que era só aplicar juros compostos, chegar ao Montante e dividir pelo número de parcelas a serem pagas. Parecia ser tão fácil!”.*

**Professor:** *“Na verdade, pessoal, eu perguntei isso em outras classes e para outros alunos e a maioria acredita ser assim o cálculo. Será que as pessoas sabem disso? Como será que elas calculam?”.*

**Aluno 9:** *“As pessoas não sabem disso. Eu digo mais, nem os professores daqui do colégio sabem disso. Depois a gente pode fazer o teste”.*



Todos riram e disseram que iriam mostrar o problema para o professor de Física para não serem tão injustos, já que eles imaginaram que se fosse um professor da Área de Humanas, eles teriam um risco maior erro.

**Professor:** “Vocês não precisam fazer nenhum teste não, pessoal. Depois eu vou levar a culpa por trazer problemas que os professores não conseguem resolver”.

Todos riram.

**Aluno 7:** “Mostra para gente como é que a gente calcula as parcelas então”.

**Professor:** “Claro. Vamos lá então”.

Nós não conhecemos o valor de cada parcela, mas desejamos que elas sejam iguais. Então vamos chamá-las de  $P$ . O que temos, de acordo com o enunciado do problema, é que uma parcela  $P$  deverá ser paga após 30 dias e outra após 60 dias da data da compra. Na primeira parcela, tem-se embutida a taxa de juros de 15% ao mês. Na segunda parcela, tem-se embutida a taxa de juros tanto do primeiro mês, quanto do segundo mês.

Logo, podemos resolver o problema da seguinte maneira:

$P + P.(1+i) = C.(1+i)^2$ , isto é, a soma das duas parcelas, sendo a primeira  $P$  e a segunda, do mesmo valor  $P$  acrescido dos juros referentes aos trinta dias a mais, deve ser igual ao Capital, valor da lavadora de louças, aplicado por dois meses a uma taxa de juros de 15% ao mês.

$$\begin{aligned} P + P.(1+i) &= C.(1+i)^2 \Rightarrow P + P(1+0,15) = R\$359,00.(1+0,15)^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow P + P(1,15) &= R\$359,00.(1,15)^2 \Rightarrow 2,15.P = R\$474,78 \Rightarrow P = \frac{R\$474,78}{2,15} \Rightarrow \\ \Rightarrow P &= R\$220,83 \end{aligned}$$

Sendo assim, cada parcela deverá ser de R\$220,83.

**Aluno 6:** “Nossa! Que diferença. Pelos nossos cálculos seria uma parcela de R\$237,38. A gente seria enganado se pagássemos isso”.

**Aluno 12:** “Ainda bem que a gente tem essa aula pra aprender essas coisas. Agora eu já posso calcular a coisa mais fácil”.

**Professor:** “Eu acredito que a gente possa ir mais longe ainda. Será que a gente conseguiria encontrar uma fórmula para o cálculo de parcelas. Será que elas (apontando para todas as observações feitas na lousa) obedecem a algum padrão?”.

Já que resolvemos o problema, vamos ver se a gente consegue encontrar a fórmula que envolve o conceito de Parcelamento, isto é, uma maneira de calcular o

valor de uma parcela, levando em conta a taxa de juros, o valor parcelado e a quantidade de parcelas. Essa situação pode ser descrita da seguinte forma:

- Valor a ser parcelado ou financiado:  $C$ ;
- Taxa de juros (Compostos) por período:  $i\%$ ;
- Quantidade de Parcelas:  $n$ ;
- Valor de cada parcela do financiamento:  $P$ ;
- Vamos considerar que a primeira parcela deverá ser paga após um período dado por ocasião da data em que a dívida foi contraída, como acontece normalmente em financiamentos hoje em dia.

Temos, então, que as parcelas sofrerão acréscimos de acordo com a taxa de juros, no entanto, a cada parcela que for paga, esse valor não mais sofrerá acréscimo de juros. Vamos ver como ficaria:

$$P + P.(1+i) + P.(1+i)^2 + P.(1+i)^3 + P.(1+i)^4 + \dots + P.(1+i)^{n-1} = C.(1+i)^n \Rightarrow \\ \Rightarrow P.[1 + (1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3 + (1+i)^4 + \dots + (1+i)^{n-1}] = C.(1+i)^n$$

Para facilitar a compreensão da notação adotada, vamos substituir  $1+i$  por  $x$ . Ficamos com:

$$P.(1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots + x^{n-1}) = C.x^n$$

Vocês conseguem ver que a expressão entre parênteses é a soma de uma Progressão Geométrica de  $n$  termos, cujo primeiro termo é 1, o último termo  $x^{n-1}$  e razão  $x$ ? Sendo assim, podemos usar o que aprendemos no 1º ano, isto é, que a soma dos  $n$  primeiros termos de uma Progressão Geométrica, onde o primeiro termo é  $a_1$  e a

razão é  $q$ , é dada por:  $S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$ .

Logo, a expressão entre parênteses pode ser escrita como:  $S_n = \frac{x^n - 1}{x - 1}$ . Temos:

$$P.(1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots + x^{n-1}) = C.x^n \Rightarrow P \cdot \left( \frac{x^n - 1}{x - 1} \right) = C.x^n \Rightarrow P = C \cdot \frac{x^n \cdot (x - 1)}{x^n - 1}$$

E, voltando na substituição  $x = 1 + i$ , temos:

$$P = C \cdot \frac{(1+i)^n \cdot (1+i-1)}{(1+i)^n - 1} \Rightarrow P = C \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1}$$

Então, temos que o valor de cada parcela será dado por:

$$P = C \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1}$$

**Aluno 10:** “Acho que isso que a gente fez agora foi a parte mais difícil de todas. Parece uma fórmula de outro mundo”.

**Professor:** “A fórmula pode até parecer difícil, mas se a gente compreender bem quais são as variáveis existentes nela, se torna bem tranquilo trabalhar com ela”.

**Aluno 7:** “Então, com essa fórmula eu consigo calcular qualquer valor a ser parcelado, em qualquer quantidade de parcelas e com qualquer taxa de juros?”.

**Professor:** “Claro que você pode, lembrando que Matemática é uma Ciência de Padrão e Ordem e que para entendê-la bem, a gente precisa estar concentrado e atento para todas as variáveis que possam aparecer. Sem contar que, agora, vocês viram pelo menos um pouquinho dos conceitos básicos de Matemática Financeira e podem entender como ela está presente em nossas vidas”.

**Aluno 9:** “A única coisa é que com o Professor junto, a gente consegue. Tenho medo de enfrentar alguma situação sem ter você e meu grupo junto”.

Todos riram, mas o professor-pesquisador dá uma dica para os alunos.

**Professor:** “Eu entendo que a gente fique apreensivo quando vive alguma situação em que estamos sozinhos e precisamos mostrar que sabemos o que precisa ser feito. Eu acredito em vocês e vocês precisam acreditar também. A segurança na tomada de decisões vem com o tempo e com a experiência, mas agora vocês têm conhecimentos para entender pelo menos um pouco do que acontece ao seu redor. Vocês não podem fechar os olhos para isso. Precisam usar as coisas que aprendem para benefício comum. Quem sabe a gente não consegue melhorar as coisas que estão acontecendo por aí em nossas casas, nossos bairros, nossas cidades e até mesmo em nosso país”.

**Aluno 6:** “E a gente só pode fazer isso se a gente souber como fazer. A gente precisa ter esse tipo de conhecimento”.

**Professor:** “Exatamente. Quanto mais a gente tiver conhecimento, mais a gente pode entender e tentar mudar as coisas que não são tão boas em nosso dia-a-dia. Sabe que vocês me fizeram lembrar de uma conversa com minha orientadora, onde ela me dizia que a gente só poderia refletir sobre os conceitos de Matemática Financeira na sociedade, se a gente entendesse bem a Matemática que está por trás deles, foi isso que

*a gente tentou fazer aqui. Aprender Matemática Financeira para sermos capazes de lidar com a nossa realidade”.*

**Aluno 6:** *“Pô Professor. Ta parecendo despedida isso. A gente tem mais um encontro para esse trabalho e temos muitas aulas ainda”.*

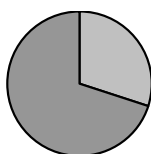
Todos riram e fomos embora.

- ATIVIDADES EXTRAS: **AULA VII**

Em nosso último encontro, nós nos concentramos mais em realizar a **Situação 2**, já que precisávamos de tempo para poder mostrar os dois vídeos sugeridos aos alunos, colhermos suas opiniões sobre eles e fazermos um fechamento de nosso Projeto de Ensino.

Dessa maneira, conversamos com os alunos sobre caderneta de poupança e retomamos alguns conceitos envolvendo porcentagem. Ficamos mais focados em responder a questão (c) da **Situação 1**, já que, em nosso entender, os alunos não teriam dificuldades em responder as questões (a) e (b) dessa situação.

**Situação 1:** Uma pesquisa realizada em uma determinada cidade teve como objetivo investigar o perfil econômico dos moradores. De acordo com o gráfico abaixo e sabendo que a pesquisa foi realizada com 800 pessoas, responda:



Pouparam – 30%
Não Pouparam – 70%
Dos que pouparam 70 % investem em caderneta de poupança.

- a) Quantas pessoas conseguem poupar parte de sua renda?
- b) Quantas pessoas aplicam em caderneta de poupança?
- c) Você sabe dizer o que é uma caderneta de poupança? Para que ela serve?

***Discussões e Reflexões:***

**Aluno 3:** “Meu pai disse que eu tenho uma caderneta poupança. Ele falou que só vou poder mexer no dinheiro que tá lá, quando eu fizer 21 anos. Ele guarda um dinheirinho pra mim desde que eu tinha 5 anos. De acordo com ele, é a aplicação mais segura que a gente pode fazer com nosso dinheiro. Rende pouquinho, mas sempre rende”.

**Aluno 9:** “O banco pega o dinheiro das cadernetas de poupança e investe em ações e até em compra de outros bancos. Aí, depois que o dinheiro rende juros, eles devolvem com um pouco a mais para os clientes que têm dinheiro guardado lá”.

**Professor:** “A caderneta de poupança é um investimento. Na verdade, ele é o investimento mais popular do país, já que é de baixo risco. Dificilmente a pessoa que tem caderneta de poupança perde dinheiro. Ela rende pouco ao mês, mas é garantida

*pelo governo e suas regras de funcionamento são reguladas pelo Banco Central. A remuneração da caderneta de poupança é de aproximadamente 0,5% ao mês”.*

**Situação 2:** A proposta de ensino que venho apresentar não se encerra simplesmente nessas questões, já que essas são as que o professor levaria os alunos a fazer. Mas vai além, pois os alunos poderiam fazer muitas outras reflexões acerca dos conteúdos de Matemática Financeira. O que devemos deixar claro, também, é a necessidade de se refletir sobre as desigualdades sociais existentes em nossa sociedade. Quando falamos das desigualdades sociais, queremos nos referir aos motivos pelos quais muitas pessoas vivem na miséria e de como a educação poderia se caracterizar como uma espécie de fuga dessa situação para essas pessoas.

Para tais reflexões sugerimos alguns vídeos:

- 1. Ilha das Flores:** um curta-metragem brasileiro, do gênero documentário, escrito e dirigido pelo cineasta Jorge Furtado em 1989, com produção da Casa de Cinema de Porto Alegre;
- 2. Crianças Invisíveis:** Realidades infanto-juvenis retratadas em histórias curtas com grande profundidade. A nossa sugestão é que o filme das crianças brasileiras (Bilú e João) seja apresentado aos alunos, pois aborda o tema da Matemática Financeira na real necessidade de duas crianças que vivem em situação precária.

Dessa forma, aproveitamos o tempo do último encontro com os alunos para apresentar a eles os dois vídeos que citamos anteriormente. O objetivo dessa apresentação é a de que os alunos tenham idéia de algumas realidades que envolvem a vida de pessoas e de crianças em nosso país.

### **1. Ilha das Flores:**

Após a apresentação desse vídeo, que trata da realidade de pessoas que moram numa espécie de aterro sanitário e dependem do lixo como meio de sobrevivência e sustento, passamos a conversar sobre a situação de algumas pessoas em nosso país.

**Aluno 8:** *“Esse filme tem umas partes muito fortes, mas infelizmente é verdadeiro e bem feito. Às vezes dá vontade de rir, por causa da forma como a narrativa vai sendo feita. É um filme muito sério que mostra a realidade de pessoas que vivem na miséria e não têm perspectiva de uma vida melhor”.*

**Professor:** “Vocês puderam perceber que é um filme antigo, mas é um filme muito real. Será que as coisas mudaram?”.

**Aluno 11:** “Eu não acredito que tenha mudado muito não. É um filme muito bom e deveria ser obrigatória sua exibição em todas as escolas. Eu acho que as pessoas precisariam assistir esse vídeo, porque ele deixa a gente preocupado. Será que existem pessoas assim ainda? Às vezes eu fico pensando que tem tantos jeitos das pessoas não viverem assim”.

**Aluno 5:** “Mas eu acho também que as pessoas não tiveram muitas oportunidades. Imagine os filhos dessas pessoas. Se eles não têm ninguém para dizer o que eles têm que fazer, como eles vão sair dessa vida?”.

**Professor:** “Então vocês acham que não existe solução para essas pessoas?”.

**Aluno 9:** “Eu acho que teria solução se o governo fosse até lá. Levasse escolas para as crianças e até para os pais das crianças. Precisaria de alguém para mostrar que existe uma possibilidade de sair dessa vida”.

**Professor:** “Mas que possibilidade seria essa?”.

**Aluno 11:** “Se alguém fosse lá e ensinasse algumas coisas para aquelas pessoas e mostrasse que existe escola e que elas podem estudar para melhorar de vida, eu acho que elas iriam querer”.

**Aluno 10:** “Eu concordo. Acho que uma escola poderia fazer diferença”.

**Professor:** “Que bom que vocês ainda acreditam que a Educação é uma maneira das pessoas melhorarem. Mas será que a Educação daria conta disso? Ou precisaria de mais algumas coisas?”.

**Aluno 5:** “Eu acho que seria necessário fazer um trabalho de estrutura no lugar. Não adianta chegar com a escola lá e dizer que vai resolver tudo. Esse povo tem fome, tem sede, precisa de uma casa, emprego e muito mais coisas”.

**Professor:** “É verdade. Precisaria ali de uma coisa que a gente pode chamar de infra-estrutura. Imaginem o tanto de doenças que devem se manifestar nesse lugar. Precisaria de algum tipo de atendimento médico também. Sem contar que a gente poderia pensar que o acesso ao local não deve ser muito fácil e tem muito lixo lá”.

**Aluno 5:** “Então. Como as pessoas vão conseguir viver no meio do lixo? Eu acho que a melhor coisa era tirar elas de lá. Construir uma vila em outro lugar para que essas pessoas pudessem viver melhor. Longe desse ambiente”.

**Professor:** “É pessoal. Tudo isso que vocês estão apontando é real e necessário. Mas qual seria a nossa parte? Tem algo que a gente poderia fazer? Como podemos melhorar isso?”.

**Aluno 12:** “A gente fala aqui, mas na hora de tomar decisões a gente olha para os nossos próprios interesses. Se você não mostrasse essa realidade pra gente, dificilmente alguém aqui iria atrás disso para saber se pode fazer alguma coisa”.

**Professor:** “Mas é por isso que estou mostrando pra vocês isso. Porque eu acredito que a geração de vocês poderá contribuir muito para diminuir, ou até mesmo acabar com essas desigualdades que ocorrem em nosso país”.

**Aluno 12:** “Por exemplo, eu acredito que nosso voto pode ajudar nisso. Se a gente escolher melhor os governantes, a gente pode até conseguir alguma coisa. O problema é a falta de políticos honestos e comprometidos”.

**Professor:** “Eu acho que isso é um problema também. Sozinhos nós não podemos fazer nada. Precisamos unir forças. A política poderia ser uma saída, mas a gente fica com medo, por causa do descrédito que a população tem com seus políticos”.

**Aluno 14:** “A gente podia fazer alguma coisa para quem está mais perto de nós. Não precisamos ir tão longe. Aqui mesmo, perto da escola tem um montão de coisas que a gente poderia exigir que a prefeitura fizesse. Tem um buraco aqui na frente do colégio, que já faz mais de um ano que ninguém toma providência”.

**Professor:** “Isso é uma realidade mesmo. A gente pode começar a fazer coisas que melhorem a vida das pessoas que estão perto de nós. Se, de repente, isso for tomado como uma ação exemplar, quem sabe outros não comecem a fazer também e isso poderia atingir lugares mais distantes. Até indico um filme nessa linha chamado “A Corrente do Bem”, que conta a história de um menino que faz o bem para as pessoas e quando elas perguntam o que ele quer em troca, ele diz: “Faça o mesmo para outras pessoas”. Muito bom esse filme. Alguém mais quer falar sobre o vídeo da Ilha das Flores?”.

**Aluno 2:** “Olha, eu achei que é um vídeo polêmico. Pois tudo o que se passa neste vídeo é real, são coisas que acontecem na nossa vida. Outra coisa que chama atenção é como o lixo passa pelas nossas mãos. Ele faz com que a gente possa refletir sobre as nossas atitudes no dia-a-dia”.

**Professor:** “Muito bem. Isso que você falou é verdade mesmo. Mais alguém gostaria de expor alguma coisa?”.



Como ninguém quis falar mais nada sobre o vídeo, aproveitamos o restante do tempo para apresentar aos alunos o outro vídeo.

## **2. Crianças Invisíveis (Bilu e João):**

Focamos a apresentação do vídeo na parte que retrata a vida de duas crianças que vivem em uma situação precária e necessitam realizar várias trocas comerciais para sobreviverem e ajudarem suas famílias. O vídeo mostra a maneira como elas lidam com o dinheiro e todo seu sacrifício para consegui-lo. Os alunos gostaram desse vídeo, que de acordo com eles é mais atual que o anterior. Além disso, pudemos refletir sobre muitos aspectos, como mostramos a seguir.

**Aluno 5:** *“Uma das coisas que chamam a atenção é a maneira como ele mostra a visão das crianças numa grande cidade. Elas sofrem, mas conseguem manter os sonhos, mesmo morando e vivendo em lugares ruins e com praticamente nenhum tipo de incentivo”.*

**Aluno 11:** *“Eu queria saber onde estavam os pais dessas crianças. É porque a gente vê muitas crianças por aí pedindo dinheiro, mas na verdade quem manda eles fazerem isso são os próprios pais. É triste que as crianças tenham que fazer tudo isso para sobreviver”.*

**Aluno 7:** *“É verdade. Às vezes meu pai até tem vontade de ajudar as crianças que pedem, mas ele não faz isso porque na maioria das vezes elas dão tudo para os pais que ficam no “bembom” em casa”.*

**Professor:** *“Tudo que vocês falaram é verdade, mas como a gente pode ajudar? Será que tem alguma coisa que a gente possa fazer?”.*

**Aluno 9:** *“Eu acho que igual no outro vídeo, a escola deveria fazer parte da vida delas. A gente viu o vídeo e nenhuma vez apareceu alguém dizendo pra elas irem pra escola”.*

**Professor:** *“Mas será que a escola dá conta de fazer tudo isso que a gente sonha? Vocês acham que a escola poderia assumir essa responsabilidade também? Eu mesmo já disse para vocês que a escola tem muitas funções, mas não pode assumir a criação de filhos”.*

**Aluno 10:** *“Mas alguém precisa fazer alguma coisa. Se os pais não fazem, alguém precisa fazer ou ensinar os pais a fazerem”.*

**Aluno 2:** “Eu concordo que os pais deviam ser ajudados pelo governo. Será que não tem um jeito de fazer algum curso?”.

**Professor:** “Eu acho que tudo que vocês estão colocando é muito importante. Mas na verdade, vocês não disseram nada sobre a maneira como elas lidam com o dinheiro”.

**Aluno 14:** “É que eu acho, professor, que se elas estivessem na escola, não teria esse vídeo para a gente discutir. É engraçado como elas sabem fazer as contas com o dinheiro, né?”.

**Professor:** “É que é o meio que elas têm de sobreviver. Já pensou se elas se deixarem ser enganadas? Imagina, lutar o dia todo desse jeito e ainda não conseguir nada”.

**Aluno 6:** “É verdade, né? Tipo, se elas não soubessem, elas não conseguiriam ganhar nada de dinheiro. E, na maioria das vezes, esse dinheiro é o que mantém a casa delas”.

**Professor:** “É pessoal. Esse vídeo mostra uma realidade que eu acho que vocês não estão acostumados a ver no dia-a-dia de vocês”.

**Aluno 15:** “Depende professor. Eu sei de muitas pessoas que passam muitas necessidades. Eu acho que se a gente procurasse, a gente teria muito mais contato com isso”.

**Aluno 9:** “É verdade. Mas a gente tem medo. Se tiver uma pessoa na rua, pedindo esmola, a gente não dá e ainda passa bem longe. Acho que é por isso que a gente não procura saber mais”.

**Professor:** “É que a gente não acredita mais no ser humano. Eu, por exemplo, sempre acho que a pessoa está mentindo quando pede alguma ajuda. Mas é que a gente ouviu muitas histórias por aí, de gente que pediu dinheiro para uma coisa e usou para outra coisa”.

**Aluno 4:** “Com meu pai mesmo aconteceu isso. Uma vez um cara passou em casa e pediu dinheiro porque o filho tava doente. Aí, meu pai deu. Depois ele viu o cara no bar bebendo pinga. Hoje ele acha melhor não ajudar ninguém. Se é comida, minha mãe até dá. Mas dinheiro não”.

**Professor:** “Isso é uma realidade mesmo. Por isso que eu disse que a gente perdeu a confiança nas pessoas. Porque o erro de um custa a confiança no outro. Eu não sei se todas as pessoas que pedem ajuda vão mentir, mas como uma já mentiu, a

*gente acha que a outra vai fazer isso também. E as pessoas não ajudam, não é porque sejam maldosas, mas porque elas não querem contribuir para a permanência disso”.*

**Aluno 2:** *“É. Minha mãe até falou outro dia que não ajuda porque senão as pessoas acostumam”.*

**Professor:** *“Pois é. Mas, e o “Bolsa Família”? Não é uma espécie de esmola que o governo dá? O que vocês acham?”.*

**Aluno 3:** *“Eu acho que sim. Eu acho que o governo podia dar emprego ao invés de dinheiro para as pessoas. Senão elas ficam sempre nessa vida. Nunca melhoram”.*

**Aluno 12:** *“Mas o “Bolsa Família” pelo menos pede para que os filhos estejam na escola. Por exemplo, no caso do vídeo, se os pais tivessem esse dinheiro, as crianças poderiam estar na escola”.*

**Professor:** *“Isso é verdade. Você tem razão. O incentivo a deixar os filhos na escola é muito válido. Pelo menos tem esse benefício. Alguém mais quer comentar algo sobre o vídeo?”.*

**Aluno 8:** *“Acho super importante mostrar a realidade das crianças em lugares diferentes do que a gente vive. Acredito que seja isso que esse filme traz pra quem assiste. Acho que um documentário desse tipo, é sempre bom. Sempre dão alguma coisa pra gente refletir”.*

Nesse ponto o professor-pesquisador teve que intervir com uma espécie de finalização da discussão, porque o tempo já havia passado e havia pais de alunos esperando na escola para levarem seus filhos para casa.

**Professor:** *“Olha pessoal, eu nem tenho como agradecer a vocês pelo empenho e pela participação de vocês comigo nesse trabalho. Gostei demais de tudo que a gente fez junto e espero que os novos conceitos e as atividades que fizemos possam ajudar a todos nós, tanto a tomar decisões acertadas, como a enxergar nosso mundo de uma forma mais crítica”.*

Os alunos agradeceram também. E foram embora.

Todos eles foram extremamente participativos e interessados. A turma toda foi importante para a realização desse Projeto de Ensino que foi concluído aqui, sendo que, esses vídeos foram as duas últimas atividades realizadas com o tema de Matemática Financeira.

## **CONCLUSÕES**

## CONCLUSÕES

Para garantir a qualidade e a confiabilidade de uma pesquisa é necessário que haja um método. O que determina esse método é o tipo de estudo e o objetivo que um trabalho requer. Sentimos que a metodologia é que nos dá um caminho organizado para a condução da pesquisa. Adotamos, como Metodologia de Pesquisa, as idéias de Romberg, que apresenta, num fluxograma, as atividades que os pesquisadores podem seguir para realizar sua pesquisa. Romberg apresenta, em seu trabalho, métodos adequados aos vários passos da pesquisa. Dentre eles, o que julgamos mais apropriado à nossa pesquisa é o da Pesquisa-Ação.

Uma das atividades exibidas, no modelo de Romberg, é o de relacionar as idéias do pesquisador com idéias de outros. Essa ação nos ajudou a refletir melhor sobre o Modelo Preliminar criado para esta pesquisa e chegar ao que chamamos de Modelo Modificado. Além disso, esse relacionamento de idéias também nos permitiu chegar a diversas conclusões.

Mas, quem são os nossos outros?

São alguns daqueles que falam sobre o conteúdo Matemática Financeira; sobre o ensino de Matemática Financeira na escola; sobre a história da Matemática Financeira na Humanidade e no Brasil; sobre a Resolução de Problemas como Metodologia de Ensino-Aprendizagem; e sobre a Educação Matemática Crítica, tratando de aspectos de Cidadania e de Reflexões Sociais.

Sobre a importância do conhecimento do conteúdo matemático da Matemática Financeira e de seu ensino, concordamos com a opinião de alguns alunos nesta pesquisa. Um deles, na página 81, disse: *“Em muitos lugares que compramos, temos que comprar em parcelas, pois não temos condições de comprar tudo à vista. Se eu souber um pouco de Matemática Financeira, pelo menos vou saber como fazer a melhor escolha”*. Outro, também na página 81, disse: *“Certamente é percebido o papel da Matemática Financeira em nosso cotidiano, desde meus gastos até minha renda. Esse estudo é muito importante, também, pois nos dá a possibilidade de ver a realidade em que as pessoas vivem e porque existe tanta desigualdade social”*.

Com a participação dos professores, frente às suas respostas aos questionários apresentados, pudemos sentir, no que diz respeito às suas opiniões sobre um ensino reflexivo, que, embora normalmente não o pratiquem, consideravam conceitos e os

conteúdos que envolvem a Matemática Financeira de grande importância e responsáveis por promover a construção da autonomia do cidadão enquanto aluno.

Vejamos algumas falas de professores sobre isso: *“Apesar de considerar importante, nunca mencionei o título Matemática Financeira. O que fizemos, com relação a esses conceitos, foram algumas aplicações de Progressões. Nos livros que adotamos não se encontra Matemática Financeira com relação a Descontos, Parcelamentos, Pagamentos, etc. Eu não entendo porque a gente não tem isso para ensinar para os alunos. Todos eles deveriam saber como lidar com situações desse tipo em suas vidas”* (p.98).

A experiência de um outro professor atesta que ele, em sala de aula, já comentara algumas coisas sobre Matemática Financeira e disse, na página 99, que: *“Quando falamos de exercícios que envolvem dinheiro, os alunos gostam. Durante as aulas em que resolvemos exercícios desse tipo, os alunos participaram. Mas não saímos muito do papel, até porque nós estávamos atrasados e não deu tempo de discutir sobre assuntos sociais. Mas o que percebi, durante a aula, foram os alunos assustados com alguns resultados que encontravam e viam algumas coisas erradas ou desonestas”*. De acordo com esse mesmo professor podemos ler, na página 100, *“Só se consegue aprender alguma coisa, quando se consegue realizar conexões entre diversos conceitos. No caso de Matemática Financeira, todos os alunos, um dia, vão lidar com esses conceitos. Todos vão trabalhar; comprar; vender; trocar; pagar contas; etc. Por isso, acho que devemos incentivar nossos alunos a pensar sobre essas coisas, porque em todas elas o dinheiro está envolvido”*.

Ainda, um outro professor disse, nas páginas 100 e 101, que: *“Os conceitos de Matemática Financeira estão presentes no cotidiano dos alunos ou, pelo menos, no de seus pais. A gente não pode pensar que os alunos não entendem as coisas que os cercam. Por isso, acredito que seja importante a reflexão, tanto dos professores quanto dos alunos, no que diz respeito aos conceitos de Matemática. De Matemática Financeira, acredito ser até mais fácil que isso aconteça por ser algo do nosso dia-a-dia. Acho que poderíamos levar notícias de jornais, propagandas, fazer os cálculos e tentar conferir pra ver se o que se fala nesses papéis é verdade ou não”*.

Com tudo isso podemos perceber que os professores contactados concordam que os conceitos de Matemática Financeira façam parte da vida das pessoas e que, portanto, deveriam ser “ensinados” na escola.

Assim, os problemas escolhidos para a montagem do Projeto de Ensino para a sala de aula, desta pesquisa, estão ligados ao cotidiano dos alunos. Isso fica evidente pelas falas que expressam suas respostas, com relação às situações que lhes são apresentadas. Sendo assim, através da Matemática, os alunos podem investigar esses conceitos, entendê-los e transferi-los para situações da realidade em que vivem além de valorizarem a Matemática que se está construindo.

Ao observarmos um pouco da História da Matemática Financeira, através de consultas que fizemos aos autores Peláez e Suzigan (1976) e Weatherford (2000) pudemos constatar a evolução do comportamento humano frente à necessidade em se lidar com o dinheiro. Algumas curiosidades presentes nos textos consultados também foram citadas durante a aplicação do projeto em sala de aula. Passamos por algumas reflexões sobre a formação de professores, reflexões essas despertadas por Baroni, Teixeira e Nobre (2004) no que diz respeito ao uso da História da Matemática em sala de aula.

Dessa forma, acreditamos que, durante a aplicação do projeto criado, não tivemos o objetivo de reconstruir os conceitos de Matemática Financeira como feitos na História, mas de utilizar a História como fonte de dados e assim, exemplificar situações; compreender dificuldades de alguns conceitos; agregar elementos às concepções de uma Matemática elaborada por seres humanos e, portanto, sujeita às condições sócio-culturais e a críticas; articular a Matemática com outras ciências; e saber situar a Matemática ao longo do tempo para poder compreender as condições de sua evolução.

O trabalho com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática, através da Resolução de Problemas, nos mostrou o quanto pode ser positiva a participação efetiva dos alunos no processo de construção de seu próprio conhecimento, *“Ainda bem que a gente tem essa aula pra aprender essas coisas. Agora eu já posso calcular a coisa mais fácil”* (p.199), ao contrário do que acontece normalmente na maioria das escolas, onde um aluno de outra escola diz *“... meu professor se coloca lá na frente e vai enchendo a lousa de coisas. Talvez ele devesse utilizar alguma coisa diferente para prender nossa atenção e transmitir o que ele sabe”* (p.82)

As respostas dadas pelos alunos entrevistados durante a aplicação do projeto criado para o ensino de Matemática Financeira foram muito ricas. Suas falas mostram que há neles uma capacidade de reflexão consideravelmente desenvolvida. No entanto, acreditamos que, muitas vezes, falta incentivo e interesse, por parte dos professores, em

geral, ao não permitir aos alunos desenvolver iniciativas para a construção e a reflexão sobre os conceitos que estão aprendendo.

Varizo (1993), Onuchic (1999), Onuchic e Allevato (2004) e Van de Walle e Lovin (2001), nos ajudaram a enxergar e a decidir a melhor maneira para criar nosso projeto e aplicá-lo em sala de aula. Sendo assim, preparamos o projeto e o aplicamos em sala de aula. O que ocorreu, durante o desenvolvimento das atividades de aplicação do nosso projeto de ensino, foi uma espécie de fórum ou de debate, onde os alunos e o professor-pesquisador puderam manifestar suas idéias, discutir e tirar conclusões sobre os conceitos de matemática envolvidos em cada um dos problemas. Além disso, também houve algumas reflexões sobre de que maneira podemos encontrar esses conceitos na sociedade em que vivemos.

Os alunos puderam refletir sobre:

- A importância dos conceitos de Matemática Financeira aprendidos: *“Eu acho que a educação é uma forma (referindo-se sobre a maneira de se manter informado sobre os conceitos de Matemática Financeira). A escola deveria fazer isso com as pessoas. Mas as escolas são tão ruins. Olha só quanta coisa a gente conseguiu discutir e aprender aqui nesta aula. As aulas poderiam ser sempre assim”* (p.175);
- O papel da escola na vida das pessoas: *“Se alguém fosse lá e ensinasse algumas coisas para aquelas pessoas e mostrasse que existe escola e que elas podem estudar para melhorar de vida, eu acho que elas iriam querer”*. (...) *“Eu concordo. Acho que uma escola poderia fazer diferença”* (p.205);
- O papel do governo para com a sociedade: *“Por exemplo, eu acredito que nosso voto pode ajudar nisso. Se a gente escolher melhor os governantes, a gente pode até conseguir alguma coisa. O problema é a falta de políticos honestos e comprometidos”* (p.206) (...) *“Eu acho que teria solução se o governo fosse até lá. Levasse escolas para as crianças e até para os pais das crianças. Precisaria de alguém para mostrar que existe uma possibilidade de sair dessa vida”* (p.206);
- O seu próprio papel: *“A gente podia fazer alguma coisa para quem está mais perto de nós. Não precisamos ir tão longe. Aqui mesmo, perto da escola tem um montão de coisas que a gente poderia exigir que a prefeitura fizesse. Tem um buraco aqui na frente do colégio, que já faz mais de um ano e que ninguém toma providência”* (p.206)(...) *“A gente fala aqui, mas na hora de tomar decisões a gente olha para os nossos próprios interesses. Se você não mostrasse essa realidade pra gente,*



*difícilmente alguém aqui iria atrás disso para saber se pode fazer alguma coisa”* (p.206);

- *Golpe de Marketing em propagandas e cartazes de lojas: “Golpe de marketing, pois as pessoas olham logo para o número mais chamativo que é o mais baixo e já colocam na cabeça que o produto está barato”* (p.153) (...) *“Para a pessoa se iludir com o preço baixo e não perceber o quanto está pagando realmente”* (p.153);
- *Imposto de Renda / INSS: “Por isso que a gente vê, vamos supor o encarregado de uma cerâmica. Você olha na carteira dele, ele é registrado com três salários mínimos, mas vai ver quanto ele ganha. É muito mais que isso”* (p.162) (...) *“A pessoa registra um determinado valor, escapa do imposto de renda. Acaba declarando à Receita Federal como isento, mas ganha muito mais que isso”* (p.162) (...) *“Mas é que o governo mete a mão no dinheiro”* (p.162);
- *Impostos: “É um imposto que o governo cobra em todo tipo de mercadoria. Esse dinheiro deveria ser usado para que o povo tivesse melhores condições de vida”* (p.174) (...) *“Eu não sei se o dinheiro dos impostos é aplicado em algum benefício. Parece que a gente não vê muita coisa feita por aí para beneficiar a população. E tem mais, a gente também não tem uma saúde decente, escolas públicas boas e casas pra morar. Se minha família não tivesse condições de pagar um plano de saúde, eu não sei como a gente faria, porque aqui em Santa (se referindo a Santa Gertrudes) não tem hospitais bons e nem postos de saúde bons. Eu acho que o governo deveria investir mais nessa área”* (p.175);
- *Desigualdade Social: “Uma das coisas que chamam a atenção é a maneira como ele mostra a visão das crianças numa grande cidade. Elas sofrem, mas conseguem manter os sonhos, mesmo morando e vivendo em lugares ruins e com praticamente nenhum tipo de incentivo”* (p.207) (...) *“É verdade, né? Tipo, se elas não soubessem, elas não conseguiriam ganhar nada de dinheiro. E, na maioria das vezes, esse dinheiro é o que mantém a casa delas”* (p.208);
- *Entre outros.*

Como pudemos ver, em alguns trechos dos depoimentos dos alunos, essa troca de idéias possibilitou, neles, reflexões sobre alguns aspectos que vêm, relativos ao meio em que vivem.

Tudo isso fez com que os alunos pudessem refletir criticamente sobre o meio social em que estão inseridos e despertou neles alguns aspectos de Cidadania, fazendo

com que o ambiente criado fosse um início de mudança de postura, como prevê Skovsmose (2001), com a Educação Matemática Crítica.

Acreditamos que o processo pelo qual os alunos passaram modificou suas visões de mundo, suas relações com a economia e com o dinheiro e suas tomadas de decisão: *“Professor, é bem melhor pagar as dívidas com Juros Simples, né?”* (p.184) Um outro aluno responde: *“Eu acho. Mas o problema é receber, né? Por que a gente só pensa na hora de pagar, mas e a pessoa que está recebendo? Ela vai ter que levar prejuízo”* (p.184)

Nosso projeto tinha como objetivo oferecer um impulso inicial para que os alunos se tornassem mais críticos e aprendessem a ponderar sempre em todas as situações de sua vida, onde se apresentasse um problema.

Consideramos o conhecimento de conteúdos extremamente importante, pois entendemos que é, através desse conhecimento, que os alunos serão capazes de refletir sobre diversas questões. Consideramos, a partir disso, que a discussão, a crítica e a reforma das idéias foram valiosas, tanto para os alunos, quanto para o professor-pesquisador, já que muitas idéias surgiram espontaneamente nos alunos, indo contra algumas idéias iniciais de professores contactados: *“Quando falamos de dinheiro, quem não se interessa? Os alunos gostam do tema dinheiro, até por que eu acho que a maioria deles passa alguma dificuldade em casa e sonham em melhorar de vida. Eu só não acredito que eles sejam capazes de se interessar pelos conceitos de Matemática Financeira, sem que o professor os leve a esse interesse. As minhas aulas, se eu não fizer alguma coisa, os alunos não querem saber de nada”* (p.99).

Em nossa opinião, os alunos puderam se sentir mais orientados. Existe, agora, certa sustentação para que eles consigam prosseguir na construção de seus conhecimentos futuros, no que diz respeito aos conceitos que envolvem a Matemática Financeira. Tudo isso porque nosso projeto teve, como princípio, o de aproveitar situações reais, ou possíveis de ocorrer e, a partir dessas situações, refletir sobre que tipo de decisão deveria ser tomada perante algum problema que nos seja colocado como, por exemplo, comprar à vista ou a prazo, e as vantagens de cada um desses tipos de compra.

Interessante foi constatar que nosso projeto de ensino conseguiu tornar o aluno participante e entendedor de uma série de situações que poderiam acontecer em sua própria casa, com sua família: *“Meu pai disse que os impostos deixam tudo mais caro.*

*Se os impostos fossem menores, a gente teria mais condições de fazer as coisas”* (p.174).

Dessa forma, nos sentimos seguros em apresentar, para aqueles que desejassem trabalhar esses conceitos, de maneira sólida e contextualizada, nossa Proposta de Ensino-Aprendizagem de Matemática Financeira através da Resolução de Problemas, pois contamos com o apoio de:

- Pais que acreditam que eles “(...) *são modelo para os filhos e há quem diga que o cidadão é produto do meio em que vive. Assim sendo, o nosso procedimento como pais, para com a vida, fala alto aos filhos. Ensinamos as crianças a vender, comprar, economizar, calcular, dividir, usando a Matemática nesse processo*” (p.87), além disso, dizem que “*A Matemática está presente em todos os segmentos da sociedade. Isto implica que, ao conhecer os conceitos de Matemática Financeira, será mais simples tomar decisões acertadas*” (p.91);

Por sinal, ter envolvido a família num projeto desse tipo, serviu para que tivéssemos uma idéia de como é que os pais enxergam determinadas situações na escola e de como eles vêem os conceitos de Matemática Financeira envolvidos na vida de seus filhos. Além disso, como falas dos pais sobre a necessidade em se aprender conceitos de Matemática Financeira, temos: “*A Matemática Financeira vai dar um horizonte na vida, no que diz respeito ao custo de vida, principalmente. Uma pessoa que sabe aplicar o que ganha vive melhor*” (p.91) Também “*Ao aprenderem conceitos de Matemática Financeira, saberão quanto custa a vida, quanto eles poderão comprar, vender, gastar, correr riscos, enfim calcular empreendimentos para toda sua existência*” (p.92). Pudemos também saber dos pais de alunos de Ensino Médio, o que eles pensam sobre o uso da Matemática para refletir sobre a sociedade. Vejamos, em uma de suas falas, essa opinião: “*É importante podermos transformar um problema matemático em uma situação do dia a dia e ajudá-los, referindo-se a seus filhos, a resolver o assunto como se ele estivesse vivendo aquilo. Podemos colocar nossas impressões, debatendo o caso, ouvindo suas opiniões e ensinando-o a raciocinar*” (p.92)

Pode-se notar que, na opinião da família citada acima, já há uma preocupação com o planejamento, já que os pais imaginam que seu filho poderá passar por situações dessas no futuro.

- Professores, que julgam seu papel em sala de aula e esse tópico bastante importantes, dizem que “(...) o professor tem um papel muito importante na formação de seus alunos. O processo de ensino-aprendizagem, que se dá no ambiente escolar, depende muito da postura e da formação do professor. Se o professor está bem preparado, é capaz de montar uma boa aula e “transmitir” os conteúdos com clareza e objetividade. Acredito que o professor desempenha um papel de destaque no processo” (p.95) (...) “Em todos os conceitos que trabalhamos na escola é importante a reflexão sobre onde ele se encaixa na sociedade e no mundo do aluno. Com Matemática Financeira dá pra se fazer muitas relações com aplicações do cotidiano. Para isso, o professor tinha que ter mais tempo para se preparar melhor. Como podemos preparar uma boa aula se não temos tempo, pois damos muitas aulas? E como faremos para sobreviver se não dermos tantas aulas?” (p.100);

Acreditamos que o ideal seria que houvesse, no programa escolar, um tempo dedicado exclusivamente para um trabalho com Matemática Financeira e com um enfoque no social. Mas se isso não for realmente possível, deixaríamos como sugestão, aos professores e aos responsáveis pela confecção do currículo escolar, a sugestão de que qualquer tópico matemático trabalhado pudesse, através de alguns problemas, envolver situações da Matemática Financeira, chamando a atenção dos alunos para o envolvimento desses problemas com aspectos da cidadania.

Pudemos vivenciar experiências diversas com os alunos que participaram desse projeto de ensino. Contrário ao que alguns professores disseram, não foi difícil motivar os alunos a discutir e resolver problemas envolvendo o tema dinheiro. Porém, não ficamos só no “bla bla bla” com os alunos. Construímos muitos conceitos de Matemática e, através deles, tivemos a oportunidade de refletir sobre aspectos sociais que envolvessem todos esses novos conceitos e novos conteúdos. Acreditamos que a Matemática aprendida pode tornar esses alunos capazes de compreender melhor os problemas da sociedade.

Tudo isso só foi possível porque o professor-pesquisador trabalhou em parceria com os alunos e eles entenderam seu papel no decorrer da aplicação do Projeto de Ensino. Por isso, acreditamos que é necessário ao professor de matemática ultrapassar o conforto de uma ética apenas da convicção, onde a integridade pessoal encontra-se garantida, mas não conduz a ações efetivas, aportando-se em uma ética da

responsabilidade, onde crescemos junto com o crescimento dos riscos e encargos que assumimos.

É necessário para isso, repensarmos e compreendermos qual o sentido de se estudar Matemática. Afinal de contas, a maneira, como ela é apresentada aos alunos hoje em dia, reflete estranheza e ausência de significação, ao invés de levar à sensação notória de que essa mesma Matemática que se aprende na escola está presente em nossa vida cotidiana. É claro que isso precisa ser corrigido. Então é de extrema importância que os alunos percebam, através de nós educadores, matemáticos, porque há tanta Matemática na vida em sociedade e porque eles devem estudá-la na escola.

Esperamos que, com este trabalho, os professores possam adotar uma mudança de postura, no que diz respeito à sua prática pedagógica, e possam fazer reflexões sobre a importância de os alunos serem participantes ativos dentro da sala de aula, podendo, assim, leva-los aprendidos para além dos muros da escola.

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, Adriana Correa (2004). Trabalhando matemática financeira em uma sala de aula do ensino médio da escola pública – Dissertação de mestrado: Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação.

AUAREK, Wagner Ahmad. A superioridade da matemática escolar: um estudo das representações deste saber no cotidiano da escola. Tese de Mestrado, Faculdade de Educação, UFMG, Belo Horizonte: 2000

BARONI, R.L.S., MARCOS, V.T., NOBRE, S.R. A investigação científica em História da Matemática e suas relações com o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. In: BICUDO & BORBA (orgs). Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004.

BARTH, Britt-Mari. O saber em construção – para uma pedagogia da compreensão. Coleção Horizontes Pedagógicos, Instituto Piaget, Lisboa, Portugal: 1993.

BLACK, M. M., DUBOWITZ, H. & Starr, R.H. (1999). African American parents in low income, urban families: Development, behavior, and home environment of their three-year-old children. *Child Development*, 70, 967-978.

BRANSFORD, J. D., BROWN, A. L., & COCKING, R., eds. (2000). *How people learn: Brain, mind, experience, and school*. Washington, D.C.: National Academy Press.

BRASIL. Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Resolução CNE/CEB n.03/98.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Brasília, MEC/SEMTEC, 1999.

BROUSSEAU, G.. “Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques”.  
Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 7, nº 2, Grenoble, 1986

CEE – Conselho Estadual de Educação do Estado de São Paulo

D’AMBROSIO, Beatriz S. Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates, SBEM,  
ano II, n. 2. 1989

ENGLE, P.L. & BREAUX, C. (1998). Parents’ involvement with children: Perspectives  
from developing countries. Social Policy Report: Society for Research in Child  
Development, 12, 1-23.

ESPINOSA, Maria Paz Prendes (2003) “Aprendemos... ¿ Cooperando o colaborando?  
Las claves del método.” In: SÁNCHEZ, Francisco Martínez (Org.) Redes de  
comunicación en la enseñanza – las nuevas perspectivas del trabajo corporativo.  
Barcelona: Paidós, p. 95-127.

FAGAN, J. & IGLESIAS, A. (1999). Parents’ involvement program effects on parents  
and their head start children: A quasi-experimental study. Early Childhood Research  
Quarterly, 14, 243-269.

FEIJÓ, Adriano Brandão (2007). O Ensino da Matemática Financeira na Graduação  
com a utilização da Calculadora e da Planilha: Uma Investigação Comparativa.  
Dissertação de Mestrado: Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul,  
PUC/RS.

FELDMAN, R. & KLEIN, P. S. (2003). Toddlers’ self-regulated compliance to  
mothers, caregivers, and fathers: Implications for theories of socialization.  
Developmental Psychology, 39, 680-692.

FIorentini, Dario. Rumos da pesquisa brasileira em educação matemática: o caso da  
produção científica em Cursos de Pós-Graduação. Tese de doutorado. Faculdade de  
Educação, UNICAMP, Campinas, SP: 1994.



FREIRE, Paulo. Pedagogia do Oprimido. 12ª Edição, Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1983

HOFF, Miriam Schifferli. A matemática na escola nos anos 80-90: críticas e tendências renovadoras. Cadernos de Pesquisa, São Paulo, n. 98, p.72-84, 1996.

LIMA, Elvira Souza. Desenvolvimento e aprendizagem na escola: aspectos culturais, neurológicos e psicológicos. Grupo de estudos do desenvolvimento humano. Série “Separatas”. São Paulo, 1997.

MARSHALL, D. B., ENGLISH, D. J. & STEWART, A. J. (2001). The effect of parents on child behavioral problems in families referred to child protective services. Child Maltreatment, 6, 290-299.

MILAN, Aparecida Célia (2004). O ensino da matemática financeira: uma abordagem orientada à incorporação de recursos tecnológicos – Dissertação de Mestrado: Onoeste

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de Problemas. In: Maria Aparecida Viggiani Bicudo. (Org.). Perspectivas em Educação Matemática. São Paulo, 1999, v. único.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. (2004) Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho. (org.). Educação Matemática-Pesquisa em Movimento. São Paulo: Cortez.

PELÁEZ, C.M; SUZIGAN, W. História Monetária do Brasil. 2. ed. Brasília: Universidade de Brasília, 1976.

POLYA, G. A arte de resolver problemas. Tradução Heitor Lisboa de Araújo, Interciência, 1978. Do original em inglês: How to solve it, 1944.

POPKEWITZ, Thomas S. Reforma educacional: uma política sociológica – poder e conhecimento em educação. Tradução Beatriz Affonso Neves, Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

ROMBERG, T.A. Perspectives and Scholarship and Research Methods. In: GROWS, D.A. Hand book of Research on Mathematics Teaching and Learning. New York: Macmillan, 1992. p. 49-64.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Proposta curricular do Estado de São Paulo para o ensino de matemática para o ensino fundamental Ciclo II e ensino médio. São Paulo: SE, 2008.

SKOVSMOSE, O. Educação Matemática Crítica: a questão da democracia. Campinas: Papirus. 2001.

THIOLLENT, M. Metodologia da Pesquisa-Ação. 14. ed. São Paulo: Cortez, 2005. 132p.

VAN DE WALLE, J. A e LOVIN, L. H. (2006b) Teaching student-centered mathematics. Grades 5 – 8. Boston, MA: Pearson Education Inc.

VARIZO, Z.C.M. O ensino de Matemática e a Resolução de Problemas. Goiás: UFG, 1993. Texto da Revista Inter-Ação da Faculdade de Educação da Universidade federal de Goiás.

VIZZOTTO, M. M. (1988). Ausência paterna e rendimento escolar. Dissertação de Mestrado, Campinas: PUCCAMP.

WEATHERFORD, J.M. A História do Dinheiro. 3. ed. São Paulo: Negócio Editora, 2000. (Tradução Camargo, J.).

### **LIVROS DIDÁTICOS ANALISADOS**

“Matemática”. 2º Grau. Volume Único. (BEZERRA, Manoel J. PUTNOKI, José C. 1994. SP. Ed. Scipione).

“Curso de Matemática”. Volume Único. (BIANCHINI, Edwaldo. PACCOLA, Herval. 1997. SP. Ed. Moderna).

“Matemática”. Volumes 1, 2 e 3. (BARRETO FILHO, Benigno. SILVA, Cláudio Xavier da. 1998. SP. Ed. FTD).

“Curso de Matemática”. Volume Único. (BIANCHINI, Edwaldo. PACCOLA, Herval. 1999. SP. Ed. Moderna).

“Matemática: Contexto e Aplicações”. Volume Único. (DANTE, Luiz Roberto. 2000. SP. Ed. Ática).

“Matemática Aula por Aula”. Volume Único. (BARRETO FILHO, Benigno. SILVA, Cláudio Xavier da. 2000. SP. Ed. FTD).

“Matemática Completa”. Volume Único. (GIOVANNI, José Ruy. BONJORNNO, José Roberto. GIOVANNI JR, José Ruy. 2002. SP. Ed. FTD).

“Matemática Novo Ensino Médio”. Volume Único. (SANTOS, Carlos Alberto Marcondes dos. GENTIL, Nelson. EMILIO, Sérgio. 2003. SP. Ed. Ática. 2003).

“Matemática: Ciência e Aplicações”. Volume 1. (IEZZI, Gelson.. DOLCE, Oswaldo. DEGENSZAIN, David. PERIGO, Roberto. ALMEIDA, Nilze de. 2006. SP. Ed. Saraiva).

**BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR**

### **BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR**

AQUINO, Júlio Groppa (org.). Autoridade e autonomia na escola: alternativas teóricas e práticas. São Paulo, Summus, 1999.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: Concepções e Experiências de Futuros Professores. Tese de Doutorado – Instituto de Geociências e Ciências Exatas – UNESP. Rio Claro, 2001a.

BORBA, M. C., SKOVSMOSE, O., A Ideologia da Certeza em Educação Matemática. In. Educação Matemática Crítica – A Questão da Democracia. Campinas, Editora Papirus, p. 127 – 160, 2001.

BRANSFORD, J.; BROWN, A. (2000) How People Learn: Brain, Mind, Experience, and School. The National Academy of Sciences.

COSTA, Marisa Vorraber (org.). O currículo nos limiares do contemporâneo. Rio de Janeiro, DP&A, 1998.

COSTA, Antonio Carlos Gomes da. Protagonismo Juvenil: adolescência, educação e participação democrática. Salvador, Fundação Odebrecht, 2000.

D'AMBROSIO, U. Da realidade a Ação- Reflexões sobre Educação e Matemática. São Paulo: Summus; Campinas: Ed. Da Universidade Estadual de Campinas, 1986.

FILHO PARENTE, José. Planejamento Estratégico na Educação. Brasília, Plano editora, 2001.

FIorentini, D. e NACARATO, Adair M. e PINTO, Renata A. Saberes da experiência docente em matemática e educação continuada. Quadrante: Revista teórica e de investigação. Volume 8, Revista semestral da Associação de Professores de Matemática de Portugal. Lisboa, Portugal, 1999.

LÜCK, H. A aplicação do planejamento estratégico na escola. In: Gestão em Rede, Brasília, n. 19, p. 8 – 13, 2000.

PERISSINOTTO JUNIOR, A; DUARTE JUNIOR, G. Aspectos da matemática Financeira. Rio Claro: IGCE. UNESP, 1999. Texto para o curso de Gráfico de Funções com Fundamentos Teóricos e Computacionais e Análise Matemática de Problemas Financeiros dentro do Programa Pró-Ciência.

SKOVSMOSE, O. "Towards a critical mathematics education". Educational Studies in Mathematics, n. 27, 1994, p. 35-57.

SKOVSMOSE, O. e BORBA, M. Research methodology and critical mathematics education. Centre for Research in Learning Mathematics at the Royal Danish School of Educational Studies, Roskilde University Centre and Aalborg University, Denmark, Pre-Print Series, n. 18, 2000.

TARDIF, Maurice, LESSARD, Claude e LAHAYE, Louise. Os professores face ao saber – esboço de uma problemática do saber docente. Teoria & Educação, 4, Pannonica Editora Ltda., Porto Alegre, RS: 1991

\_\_\_\_\_. Pedagogia do êxito. In: Revista Gestão em Rede, Brasília, n. 18, 2000.

## **ANEXOS**

## ANEXOS

### ANEXO I → QUESTIONÁRIO – ALUNOS

- 1.) Você gosta de estudar?
- 2.) Você considera que é importante estudar? Por quê?
- 3.) Quais são as disciplinas que você mais gosta? Quais os motivos para essa preferência?
- 4.) Você considera que a Matemática é importante? Por quê?
- 5.) Já estudou Matemática Financeira em algum momento do Ensino Médio? Conte um pouco de como foi essa experiência:
- 6.) Você acha importante que Matemática Financeira seja ensinada na escola?
- 7.) Você consegue visualizar aplicações dos conceitos de Matemática Financeira em seu cotidiano?
- 8.) Você gosta de suas aulas de Matemática? Como elas são?
- 9.) Seu professor utiliza alguma metodologia de ensino diferenciada?
- 10.) Você participa das decisões envolvendo questões relacionadas à sala de aula? Você pode opinar e dar sugestões durante suas aulas de Matemática?

O que você pretende cursar na Universidade? Por que fez essa escolha?



## **ANEXO II → QUESTIONÁRIO – PAIS**

- 1.) Qual é o papel que você acredita que os pais desempenham no processo de ensino-aprendizagem de Matemática de seus filhos enquanto alunos?
- 2.) Você acompanha a vida escolar de seu filho? Como faz isso?
- 3.) Você acredita que deve participar das decisões que envolvem a vida escolar de seu filho? Por quê?
- 4.) Você participa de Reuniões de Pais que a escola promove? Acha isso importante?
- 5.) Você procura observar o desempenho de seu filho na escola? Confere as tarefas?
- 6.) Existe de sua parte um incentivo para que seu filho participe das atividades que a escola promove?
- 7.) Você considera importante que seu filho aprenda conceitos de Matemática Financeira? Por quê?
- 8.) Em que situações você acredita que seu filho utilizará esses conceitos?
- 9.) É importante que seu filho reflita sobre os conceitos que ele aprende na escola? Como você poderia ajudar nessa reflexão?
- 10.) Especificamente sobre Matemática Financeira, como você poderia colaborar para que seu filho tenha um bom desempenho?

### **ANEXO III → QUESTIONÁRIO – DOCENTES DE MATEMÁTICA**

- 1.) Qual é o papel que o Docente desempenha no processo de ensino-aprendizagem de Matemática dos alunos?
- 2.) Os Docentes devem permitir que os alunos participem das decisões que envolvem a prática didática em sala de aula?
- 3.) De que maneira o seu trabalho, enquanto Docente, tem levado em conta a realidade do aluno que está presente em sua aula?
- 4.) Você acredita que qualquer conteúdo de Matemática pode ser abordado de maneira que leve em conta uma situação que faça parte do cotidiano dos alunos?
- 5.) De que maneira são suas aulas de Matemática? Você utiliza alguma metodologia de ensino-aprendizagem diferenciada?
- 6.) Você já deu aula de Matemática Financeira, ou algum conceito que esteja relacionado com ela? Como foram as aulas?
- 7.) Os alunos se interessaram por esses conceitos? Conte um pouco de como foi a postura dos alunos frente a esses conceitos.
- 8.) Houve algum tipo de reflexão social, enquanto as aulas aconteciam? Se sim, essas reflexões foram de sua parte ou da parte dos alunos?
- 9.) Você acredita que as reflexões sociais possam fazer parte da prática do Docente enquanto está ensinando Matemática Financeira ou suas relações? Por quê?
- 10.) Qual a sua opinião sobre a Matemática Financeira relacionada com os problemas sociais existentes em nossa sociedade? É possível compreendê-los e fazer com que os alunos reflitam sobre eles? De que maneira?

#### **ANEXO IV → QUESTIONÁRIO – DIRETORES DE ESCOLA**

- 1.) Qual é o papel que a Direção de uma escola desempenha no processo de ensino-aprendizagem dos alunos?
- 2.) De que maneira a Direção atua para que o processo de ensino-aprendizagem se dê de maneira mais completa?
- 3.) A Direção considera importante que os alunos sejam envolvidos nas decisões que fazem parte do ambiente de sala de aula? Por quê?
- 4.) Qual a importância da disciplina Matemática segundo a visão da Direção da escola?
- 5.) A Direção acha importante que essa disciplina seja abordada através de uma metodologia diferenciada, para que os conteúdos façam sentido para os alunos?
- 6.) Conhece alguma metodologia de ensino que favoreça isso?
- 7.) Quais os conteúdos de Matemática, que na opinião da Direção, esteja mais presente na vida cotidiana dos alunos?
- 8.) Acha importante que os alunos saibam Matemática Financeira? Por quê?
- 9.) Na visão da Direção da escola, é importante uma abordagem social sobre os conteúdos de Matemática, quando isso for possível?
- 10.) A Direção acredita que a os conteúdos de Matemática Financeira, quando construídos levando em conta o aluno como centro do processo de ensino-aprendizagem, ajuda a entender as relações comerciais existentes em nossa sociedade e pode levá-los a refletir sobre questões como, por exemplo, justiça e injustiça social?

**ANEXO V → QUESTIONÁRIO – DOCENTES UNIVERSITÁRIOS**

- 1.) Qual é o papel da Educação Matemática na sociedade atual?
- 2.) Em sua opinião, quais são os conteúdos de Matemática Escolar em que mais encontramos aplicações no cotidiano das pessoas?
- 3.) Você considera importante, para os dias de hoje, que os alunos tenham conhecimentos de Matemática Financeira?
- 4.) Acredita que esse conteúdo deveria ser abordado em algum momento da vida escolar dos alunos?
- 5.) Você acredita que os conteúdos de Matemática a serem abordados na escola devam fazer com que os alunos reflitam a respeito da sociedade em que vivem?
- 6.) De que maneira isso é possível?
- 7.) Você acredita que seja possível contextualizar todos os conteúdos de Matemática a serem ensinados na escola?
- 8.) Em relação à pergunta anterior, como você vê a Matemática Financeira com relação à contextualização?
- 9.) Será que a Matemática ensinada nas escolas tem contribuído para que os alunos sejam críticos e ativos no meio social em que vivem?
- 10.) De que maneira isso é ou poderia ser feito?