

Fenômenos de Transporte I

Fluidos Não Newtonianos

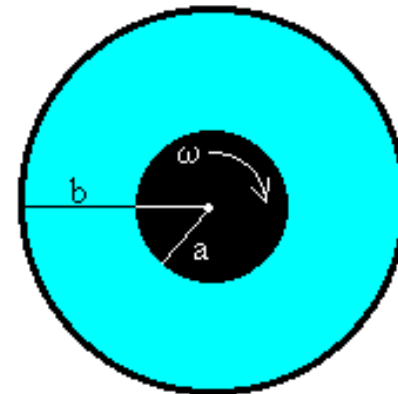
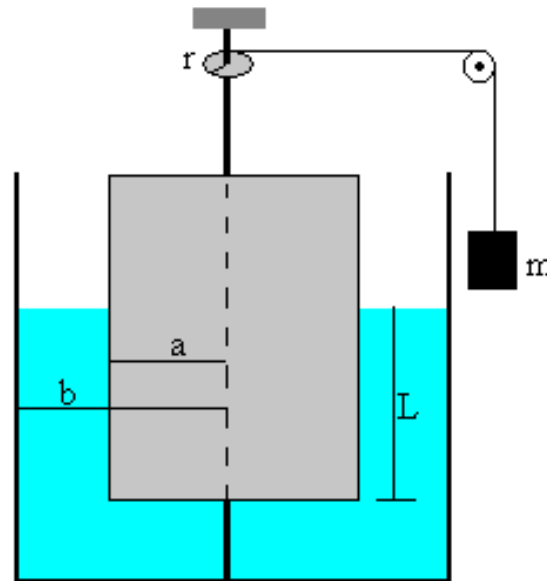
REÔMETRO



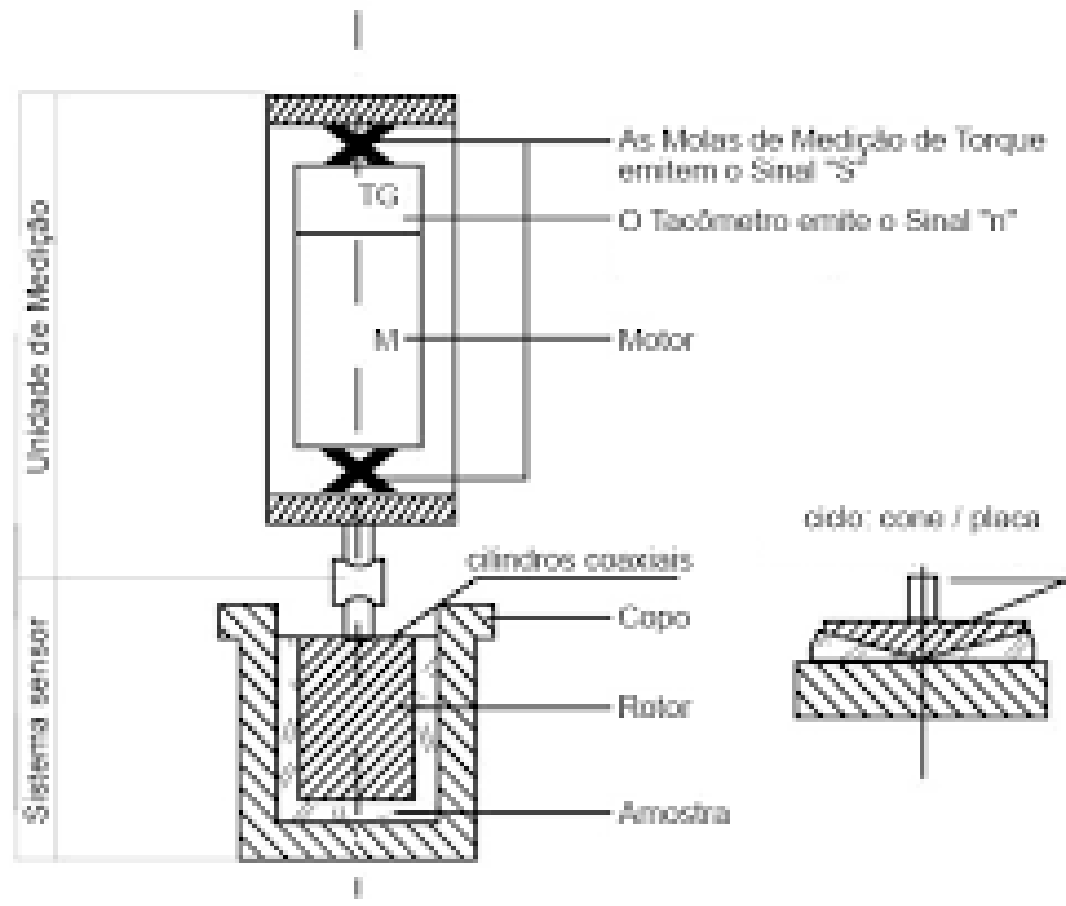
Reômetro



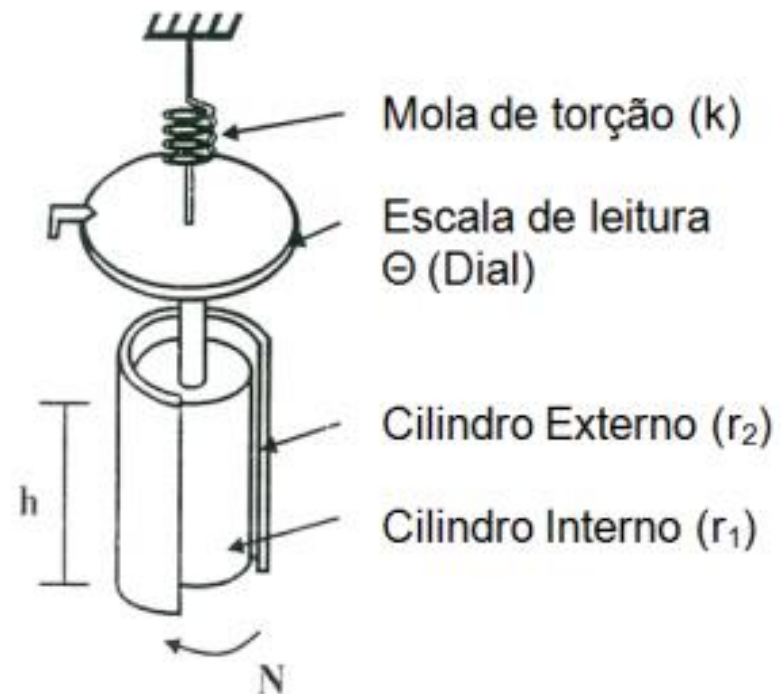
Reômetro de
Cilindros Coaxiais



REÔMETRO



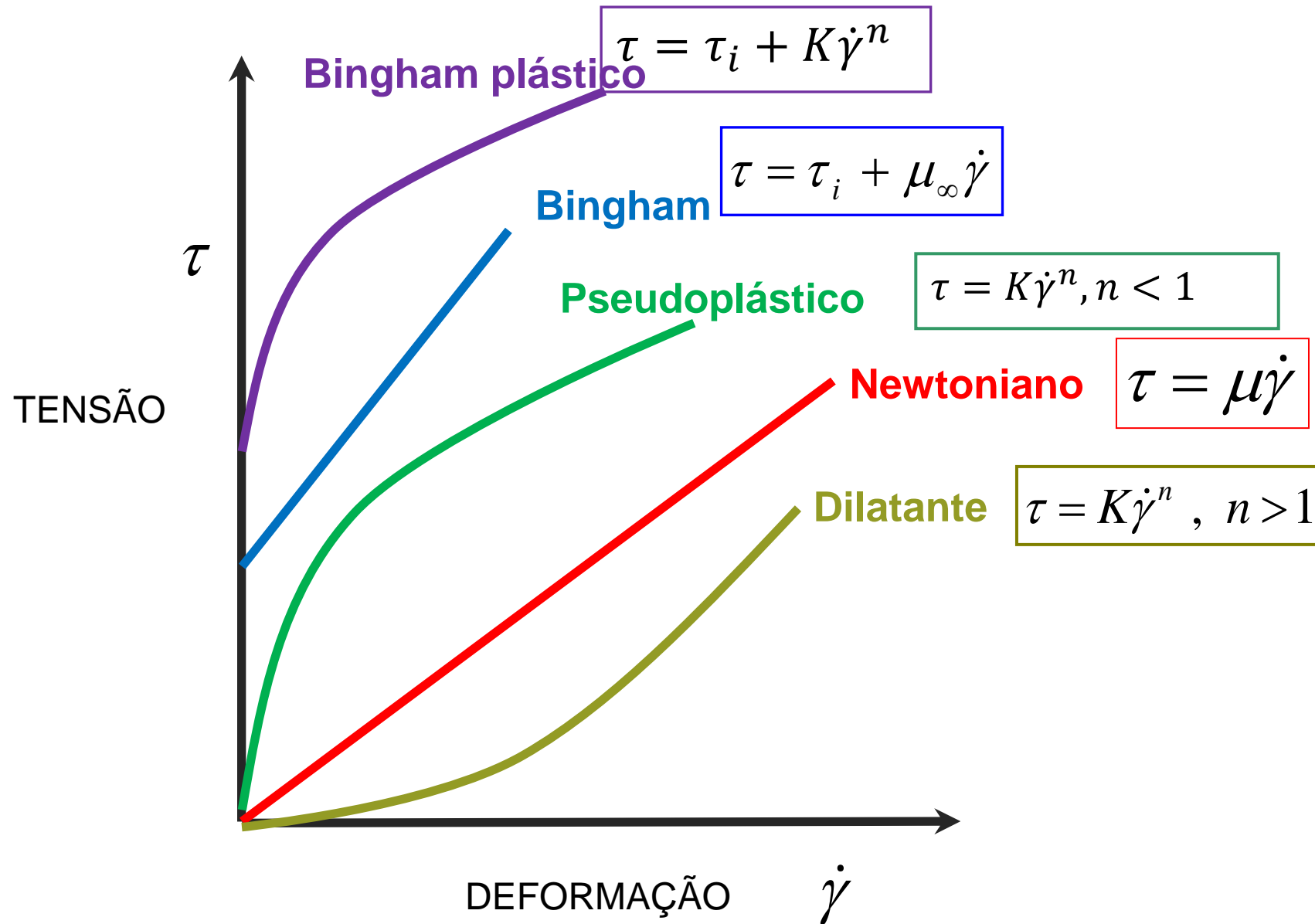
REÔMETRO



REÔMETRO



Reologia



Equações Constitutivas

Fluidos Não Newtonianos

Newtoniano e incompressível: $\vec{\tau} = -\mu \left(\text{grad } \vec{v} + (\text{grad } \vec{v})^T \right) = -\mu \dot{\vec{\gamma}}$

Não Newtoniano e incompressível:
$$\begin{cases} \vec{\tau} = -\eta \left(\text{grad } \vec{v} + (\text{grad } \vec{v})^T \right) = -\eta \dot{\vec{\gamma}} \\ \eta = \eta(\dot{\gamma}) \quad \dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\vec{\gamma}} : \dot{\vec{\gamma}}} \end{cases}$$

Modelo: Lei de potência $\eta = m \dot{\gamma}^{n-1}$

Quantidade de movimento:

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = \rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho \vec{v} \cdot \text{grad } \vec{v} = \rho \vec{g} - \text{grad } p - \text{div } \vec{\tau}$$

Fluidos não newtonianos

Características

Não seguem a lei de viscosidade de Newton dada por:

$$\tau = -\mu\dot{\gamma} = -\mu[\nabla v + (\nabla v)^t]$$

A relação entre a tensão de cisalhamento e a taxa de deformação não é uma função linear, sem passar pela origem dos eixos das coordenadas.

A viscosidade aparente é função da taxa de deformação e em alguns casos dependente do tempo:

$$\tau = -\mu_a\dot{\gamma} \text{ sendo } \mu_a = \mu_a(\dot{\gamma}, t)$$

Tipos de fluidos não newtonianos (Brodkey, 1967; Brodkey, 1988)

O comportamento pode depender da concentração, do modo de preparação, da idade, das condições de ensaio, do instrumento usado, do tempo de medição adotado e de outros fatores.

Tipos independentes do tempo

Shear thinning fluid (fluido pseudoplástico)

A viscosidade aparente decresce com o aumento da tensão de cisalhamento.

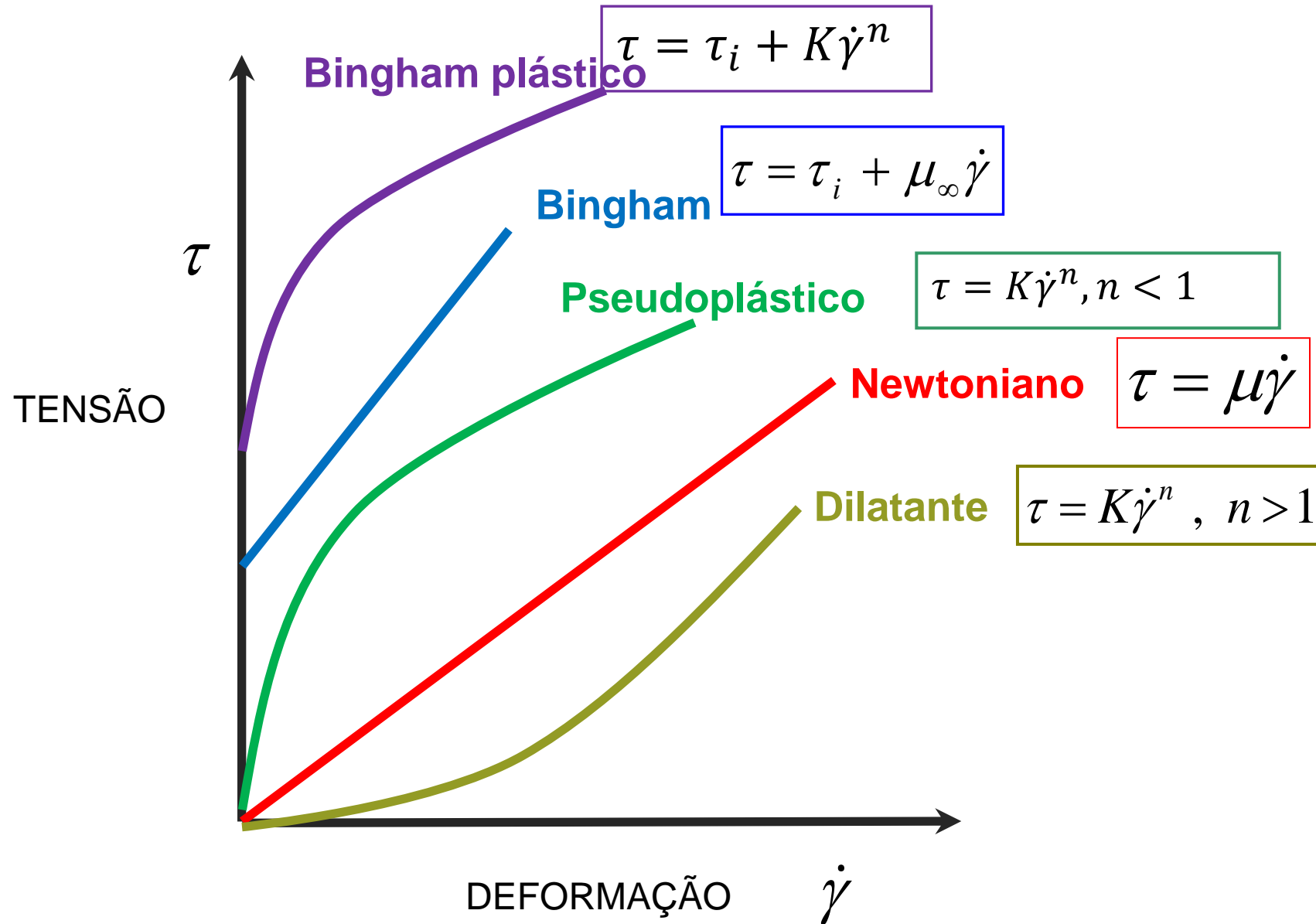
Shear thickening fluid (fluido dilatante)

A viscosidade aparente cresce com o aumento da tensão de cisalhamento.

Bingham plastic fluid (fluido plástico de Bingham) e generalized plastic fluid

Não escoam até que a tensão de cisalhamento exceda um valor τ_0 . A viscosidade aparente pode ser constante (*ideal Bingham plastic*) ou não (*generalized plastic*) em relação à tensão de cisalhamento.

Reologia



Tipos dependentes do tempo

Thinning with time (fluido tixotrópico)

É aquele em que, num ensaio feito à taxa de deformação constante, a tensão de cisalhamento (ou a viscosidade aparente) diminui com o tempo (ao longo do ensaio).

A curva reológica obtida num ensaio depende do tempo de resposta adotado, suficientemente rápido ou não para seguir o efeito da taxa de variação com o tempo.

Thickening with time (fluido anti-tixotrópico ou reopético)

A viscosidade aparente aumenta com o tempo.

Viscoelástico

Apresenta tanto o comportamento de fluido (viscoso) e de sólido (elástico).

Exemplos de fluidos não newtonianos

Pseudoplásticos: maionese, suco de laranja, solução de sabão, esgoto com detergente, licor negro, solução de altos polímeros, solução de polietileno, emulsão de borracha látex, solução de ésteres de celulose em solventes orgânicos, plásticos fundidos, tintas, pasta celulósica em suspensão aquosa, sangue, solução de acetato de celulose.

Dilatantes: soluções de goma arábica, cola acrílica, soluções de silicato de potássio, suspensões de amido, suspensões de areia, suspensões de óxido de titânio, suspensões com alto teor de sólidos de modo geral.

Binghamianos: suspensões de rochas e minérios, suspensões de dióxido de tório, argila e talco, lamas de perfuração, sucos de frutas com muita pectina, pasta de dente.

Tixotrópicos: areia movediça, molho de tomate, margarina, tintas de impressão, polímeros em solução, plásticos fundidos, lamas de perfuração.

Reopéticos: suspensões de bentonita e gesso, suspensão de oleato de amônio.

Viscoelásticos: betumes, gelatinas, massa de pão, polímeros em solução, plásticos fundidos.

Reologia

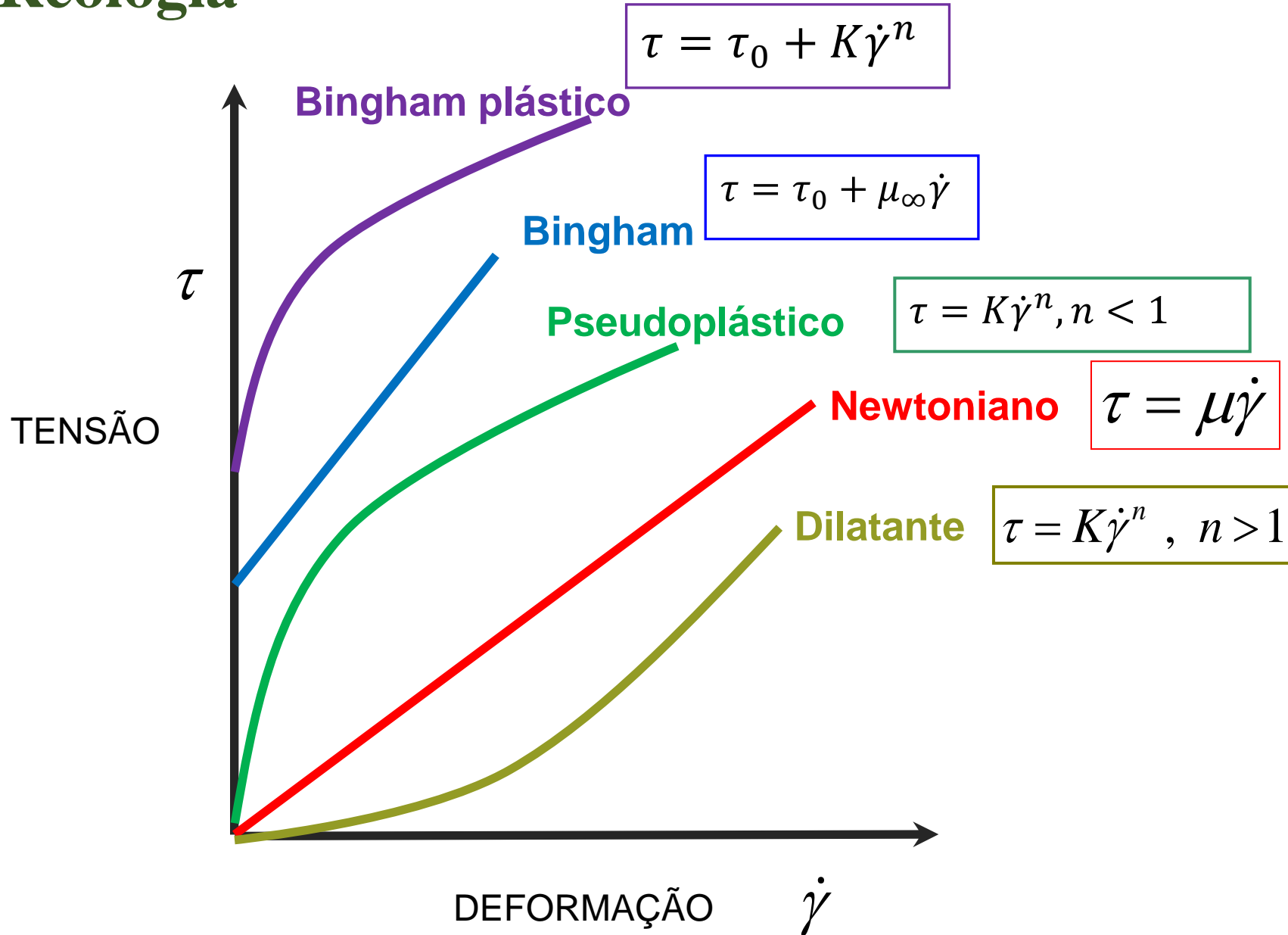
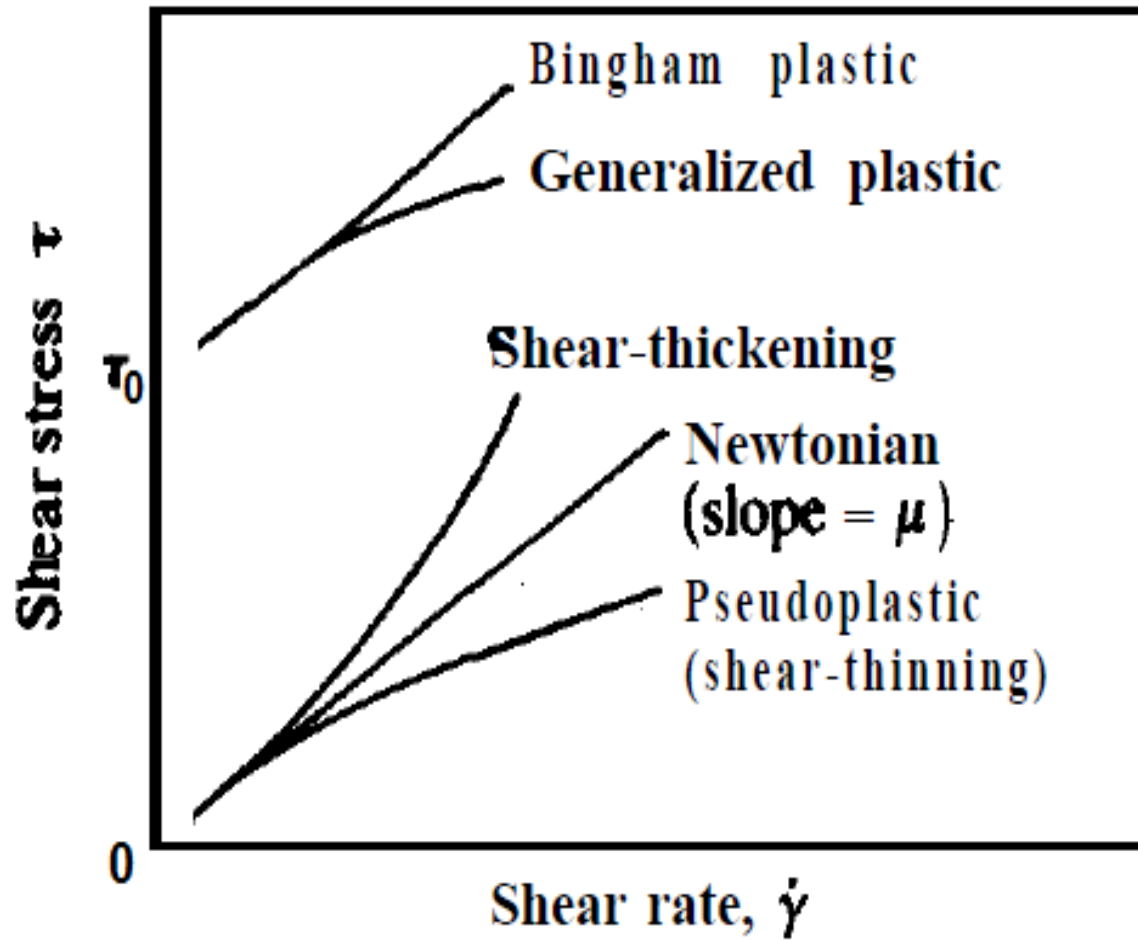
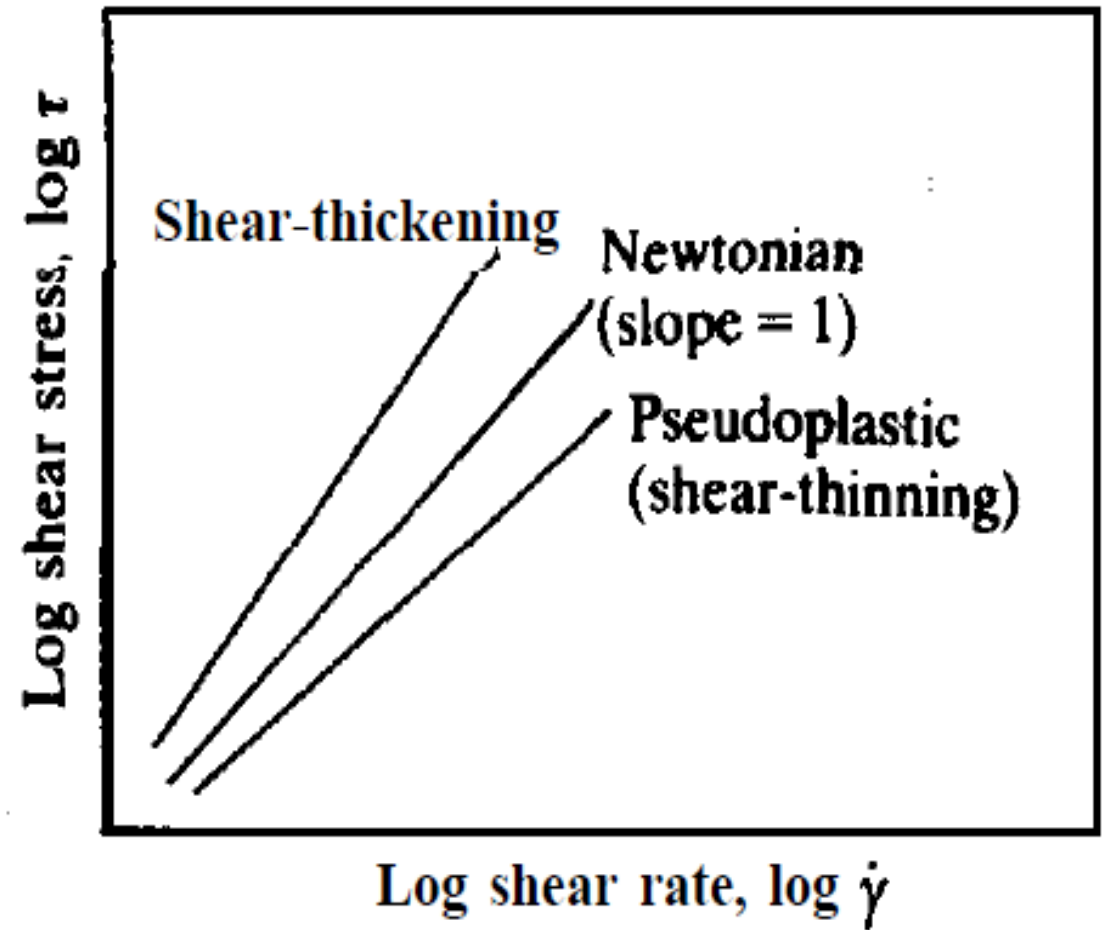


Diagrama de cisalhamento ilustrando o comportamento reológico típico de fluidos reais.

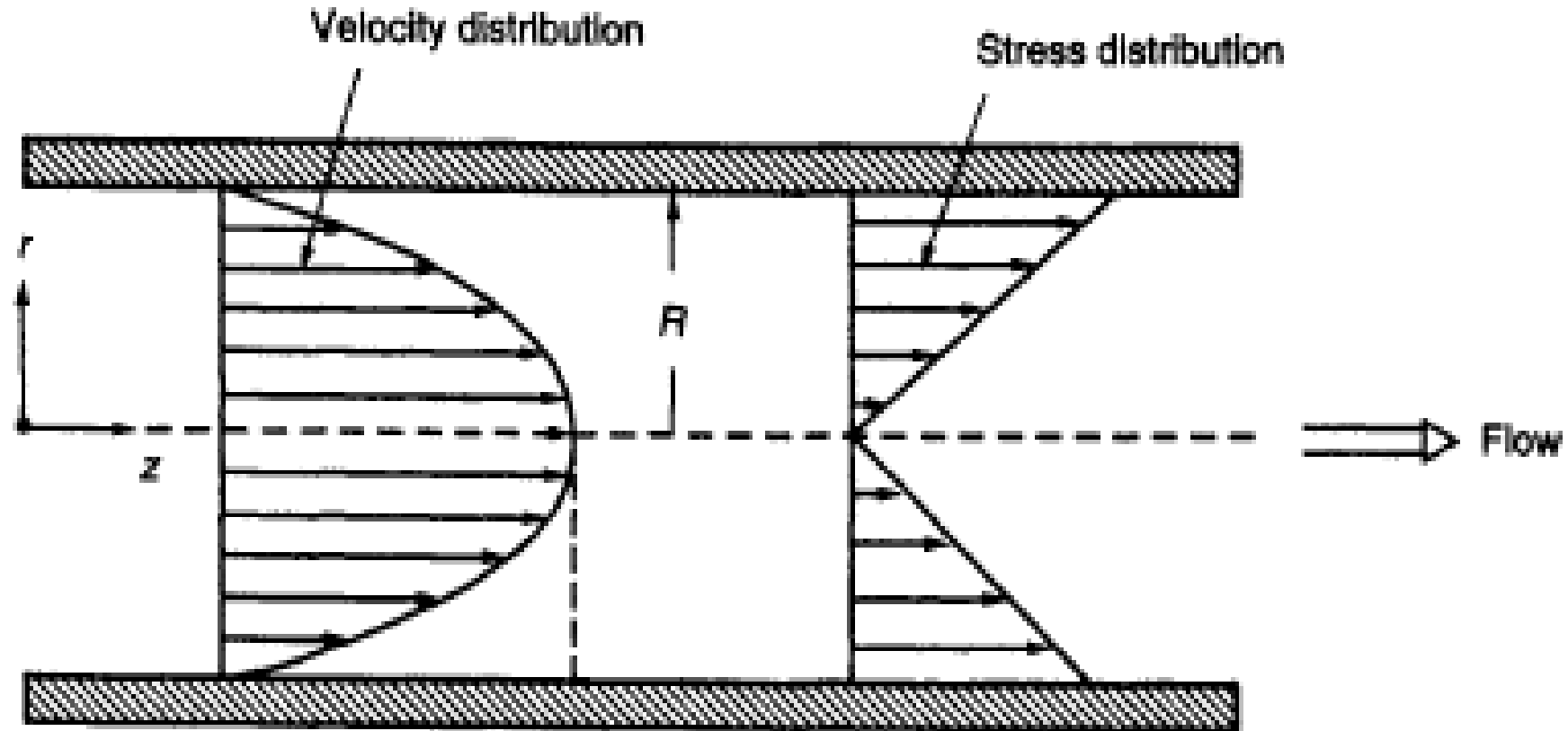


(a) Linear plot



(b) Log-log plot

Distribuições de tensão de cisalhamento e velocidade em um escoamento laminar completamente desenvolvido em tubulação.



Referência: CHHABRA, R. P.; RICHARDSON, J. F. Non-Newtonian Flow in Process Industries. Fundamentals and Engineering Applications. Figura 3.2. Oxford, Butterworth Heinemann, 1999.

Velocidade em um escoamento laminar completamente desenvolvido em tubulação.

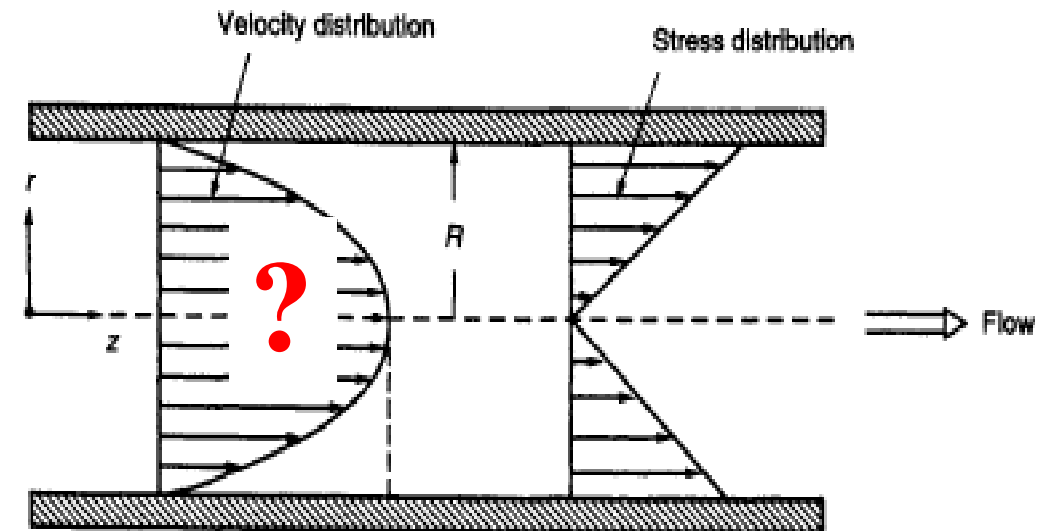
$$\rho \left(\cancel{\frac{\partial v_z}{\partial t}} + \cancel{v_r} \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \cancel{\frac{\partial v_z}{\partial \theta}} + \cancel{v_z} \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\tau_{rz})}{\partial r} + \frac{1}{r} \cancel{\frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta}} + \cancel{\frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}} + \cancel{\rho g_z}$$

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\tau_{rz})}{\partial r}$$

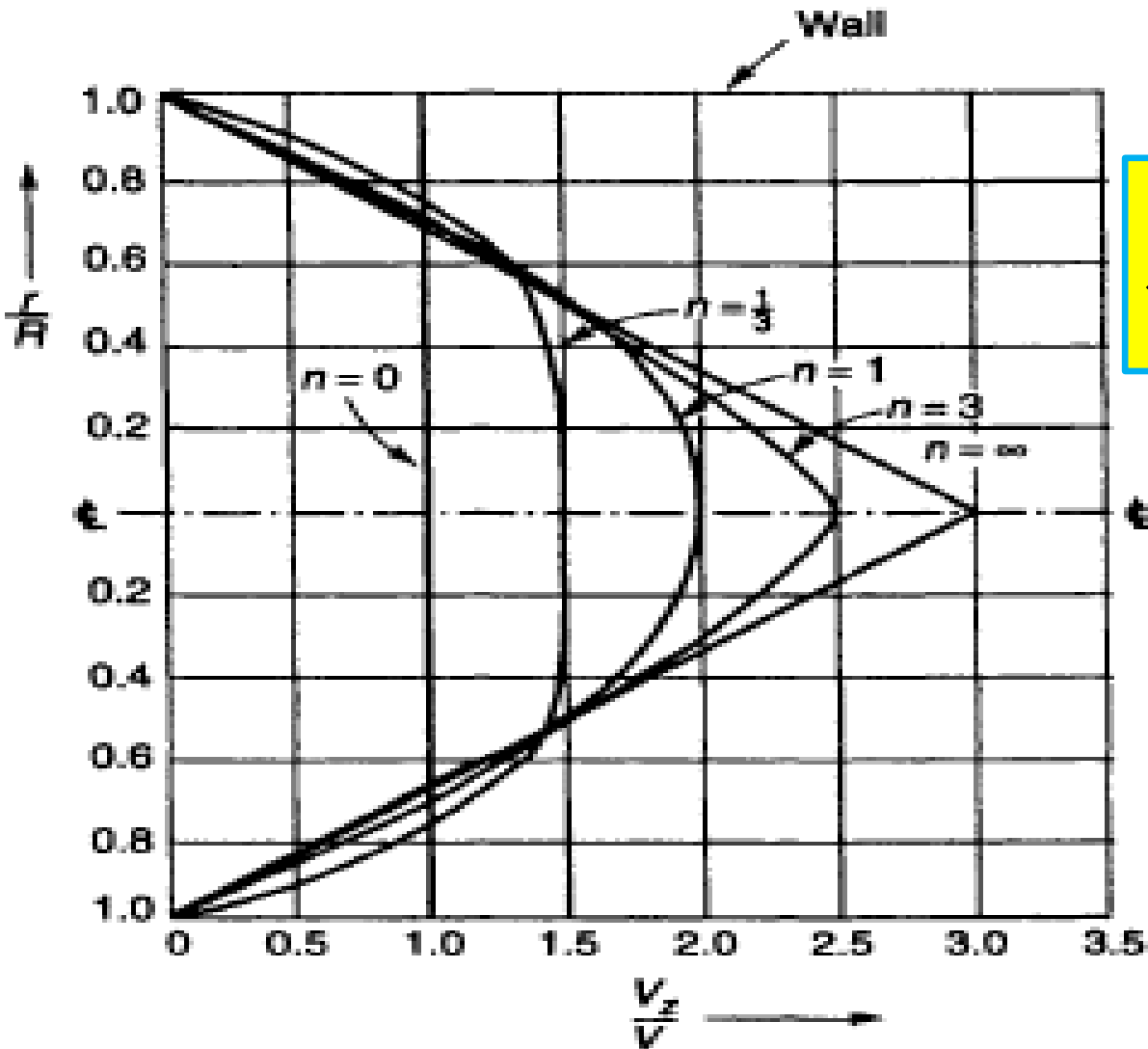
cte

$$\tau = k\dot{\gamma}^n = -k \left(-\frac{dv_z}{dr} \right)^n$$

$$-\frac{dp}{dz} = -\frac{\Delta p}{L} = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[rk \left(-\frac{dv_z}{dr} \right)^n \right]$$



Distribuição de velocidade para fluidos de lei de potência em regime laminar, em tubo.



$$v_z = \left(\frac{n}{n+1} \right) \left[\frac{1}{k} \left(\frac{-\Delta p}{L} \right) \frac{R}{2} \right]^{1/n} R \left\{ 1 - \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{(n+1)}{n}} \right\}$$

$$Q = \pi \left(\frac{n}{3n+1} \right) \left[\frac{1}{2k} \left(\frac{-\Delta p}{L} \right) \right]^{1/n} R^{\frac{(3n+1)}{n}}$$

$$\frac{v_{z,max}}{\bar{v}_z} = \frac{3n+1}{n+1}$$

Referência: CHHABRA, R. P.; RICHARDSON, J. F. Non-Newtonian Flow in Process Industries. Fundamentals and Engineering Applications. Figura 3.3. Oxford, Butterworth Heinemann, 1999.

Fator de Atrito de Fanning

Fluido Newtoniano

Regime laminar ($N_{Re} < 2100$)

$$f = \frac{16}{N_{Re}}$$

Regime turbulento ($N_{Re} > 4000$)

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 4 \log_{10}(N_{Re}\sqrt{f}) - 0,4$$

onde
$$N_{Re} = \frac{\rho v_b D}{\mu}$$

Fluido da Lei de Potência (Power Law)

$$\sigma = K(\dot{\gamma})^n$$

Regime laminar ($N_{Re,PL} < N_{Re,PL,critical}$)

$$f = \frac{16}{N_{Re,PL}}$$

onde
$$N_{Re,PL} = \left(\frac{D^n v_b^{2-n} \rho}{8^{n-1} K} \right) \left(\frac{4n}{3n+1} \right)^n$$

$$N_{Re,PL,critical} = \frac{6464n}{(1+3n)^2 \left(\frac{1}{2+n} \right)^{(2+n)/(1+n)}}$$

Propriedades reológicas de laticínios, peixes e carnes.

Product	T (°C)	n (-)	K (Pa·s ⁿ)	σ_c (Pa)	$\dot{\gamma}$ (s ⁻¹)
Cream, 10% fat	40	1.0	.00148	—	—
	60	1.0	.00107	—	—
	80	1.0	.00083	—	—
Cream, 20% fat	40	1.0	.00238	—	—
	60	1.0	.00171	—	—
	80	1.0	.00129	—	—
Cream, 30% fat	40	1.0	.00395	—	—
	60	1.0	.00289	—	—
	80	1.0	.00220	—	—
Cream, 40% fat	40	1.0	.00690	—	—
	60	1.0	.00510	—	—
	80	1.0	.00395	—	—
Milk, raw	0	1.0	.00344	—	—
	5	1.0	.00305	—	—
	10	1.0	.00264	—	—
	20	1.0	.00199	—	—
	25	1.0	.00170	—	—
	30	1.0	.00149	—	—
	35	1.0	.00134	—	—
	40	1.0	.00123	—	—

* %Fat

* %Protein

* %Moisture Content

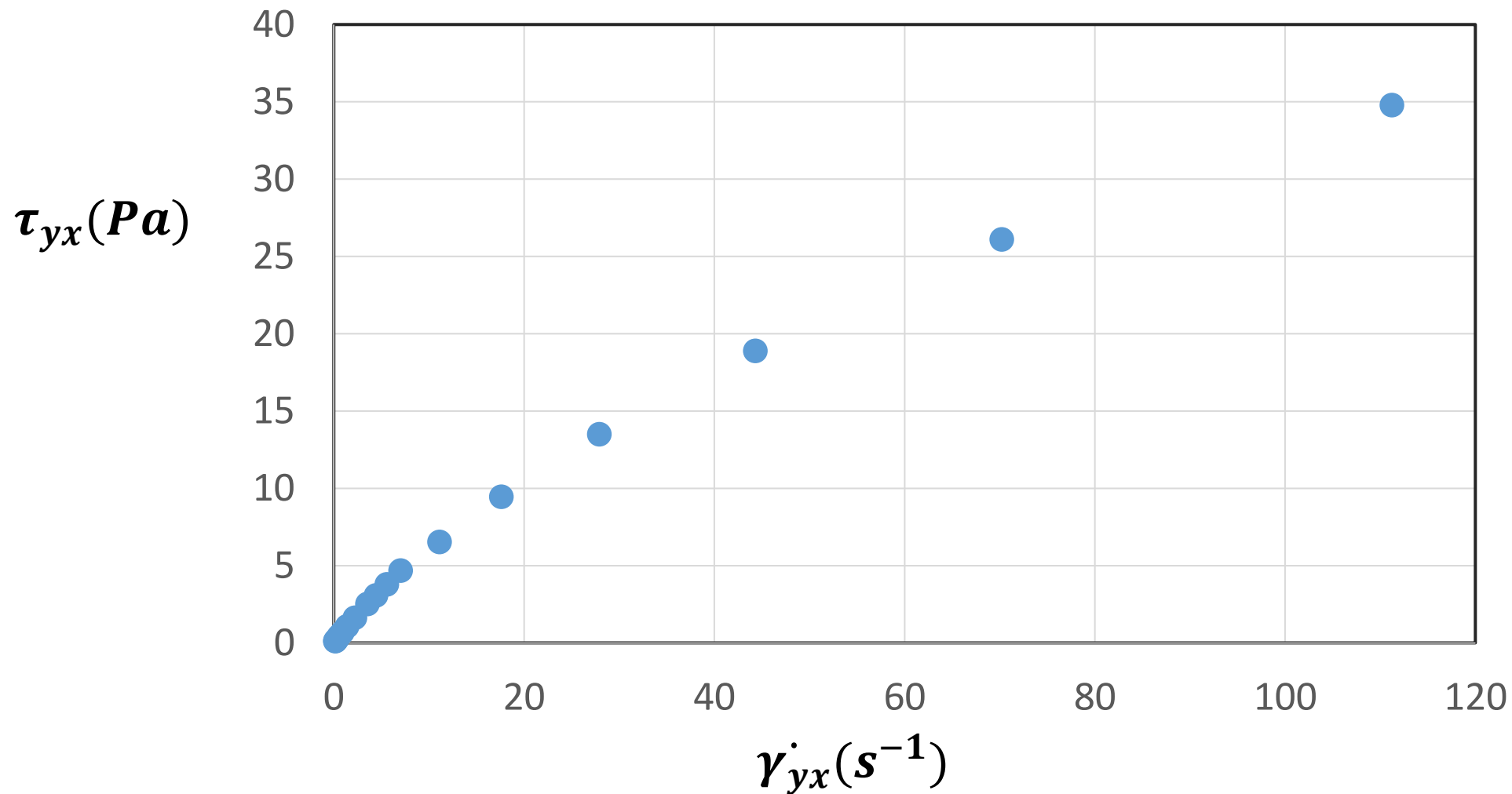
Propriedades reológicas de óleos e outros produtos.

Product	% Total solids	T (°C)	n (-)	K (Pa·s ⁿ)	σ_c (Pa)	$\dot{\gamma}$ (s ⁻¹)
Chocolate, melted		46.1	.574	.57	1.16	
Honey						
Buckwheat	18.6	24.8	1.0	3.86		
Golden Rod	19.4	24.3	1.0	2.93		
Sage	18.6	25.9	1.0	8.88		
Sweet Clover	17.0	24.7	1.0	7.20		
White Clover	18.2	25.2	1.0	4.80		
Mayonnaise		25	.55	6.4		30–1300
		25	.60	4.2		40–1100
Mustard		25	.39	18.5		30–1300
		25	.34	27.0		40–1100
Oils						
Castor		10	1.0	2.42		
		30	1.0	.451		
		40	1.0	.231		
		100	1.0	.0169		
Corn		38	1.0	.0317		
		25	1.0	.0565		
Cottonseed		20	1.0	.0704		
		38	1.0	.0306		

Uma solução polimérica foi estudada a uma temperatura constante de 291 K, sendo apresentados os dados de tensão de cisalhamento por taxa de deformação. (adaptado de Chhabra e Richardson – 2nd ed.)

$\dot{\gamma}_{yx}(s^{-1})$	$\tau_{yx}(Pa)$	$\dot{\gamma}_{yx}(s^{-1})$	$\tau_{yx}(Pa)$
0,140	0,120	4,43	3,08
0,176	0,140	5,57	3,79
0,222	0,170	7,02	4,68
0,352	0,280	11,1	6,53
0,557	0,446	17,6	9,46
0,883	0,690	27,9	13,5
1,40	1,08	44,3	18,9
2,22	1,63	70,2	26,1
3,52	2,53	111,2	34,8

Uma solução polimérica foi medida a uma temperatura constante de 291 K, sendo apresentados os dados de tensão de cisalhamento por taxa de deformação. (adaptado de Chhabra e Richardson – 2nd ed.)



Reologia

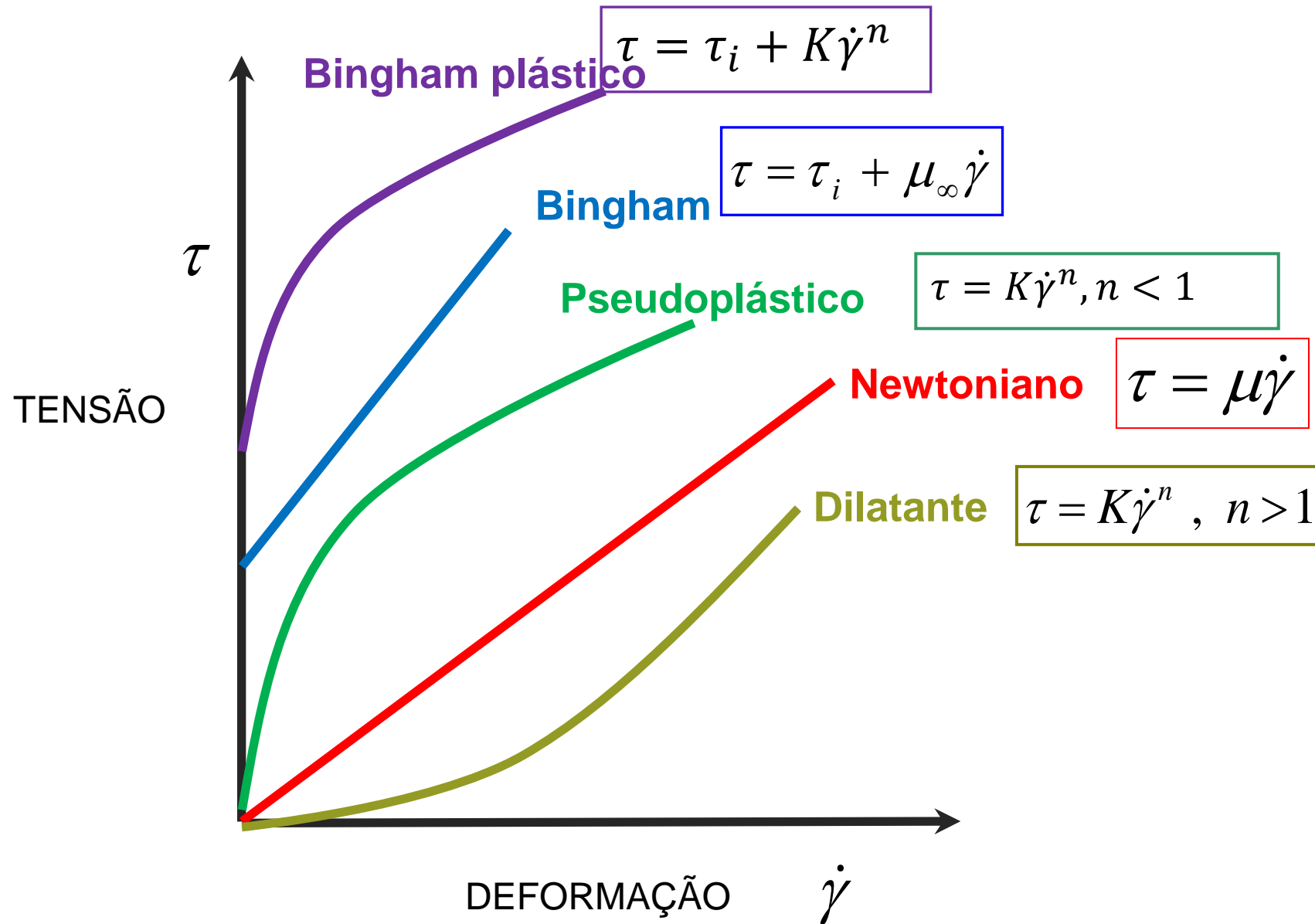
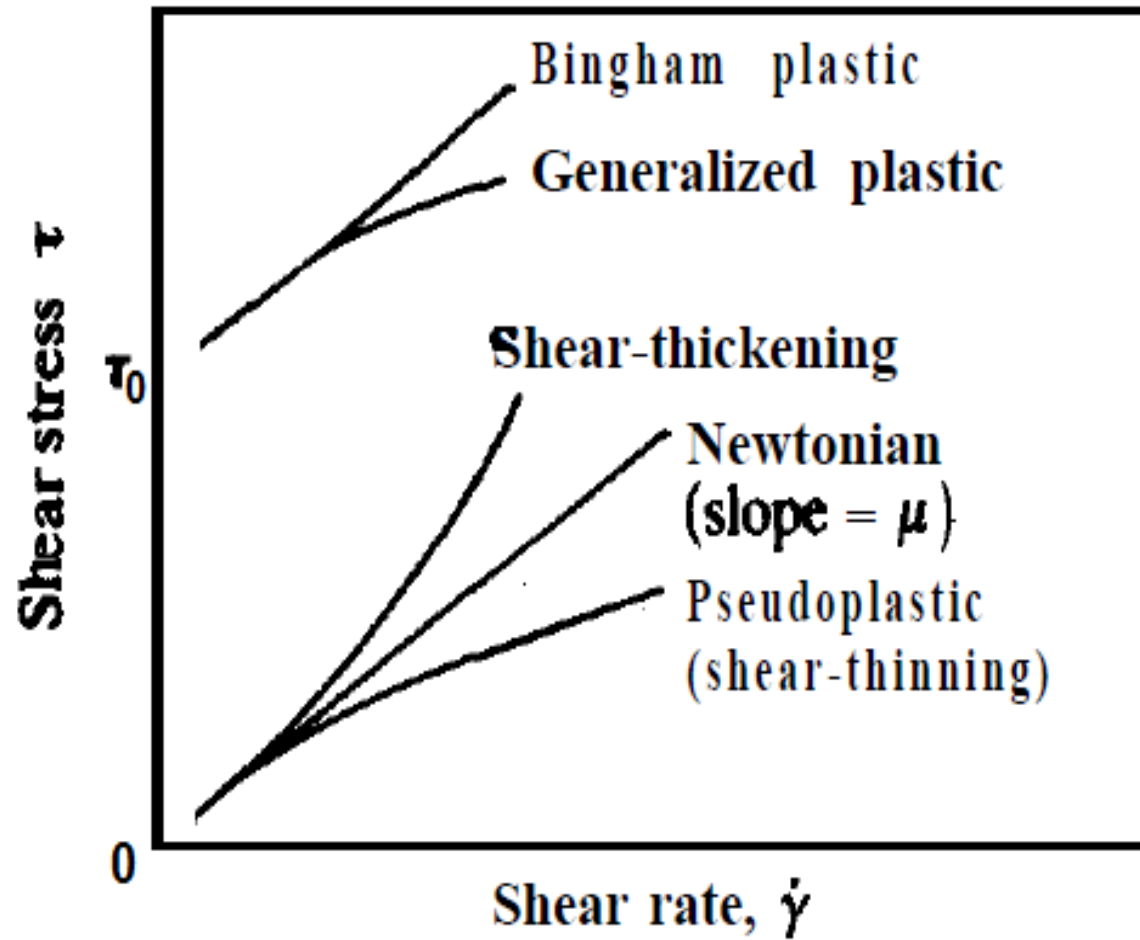
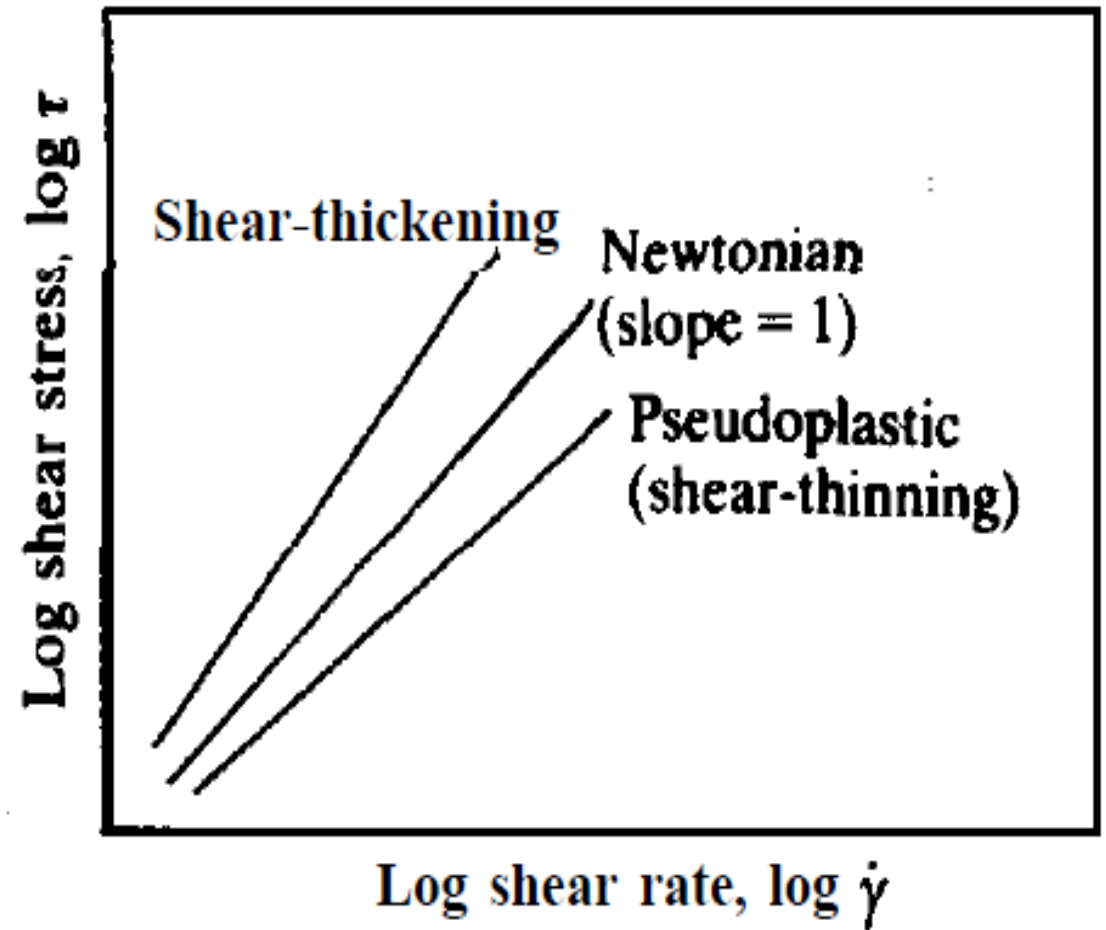


Diagrama básico de cisalhamento ilustrando o comportamento típico de fluidos reais.



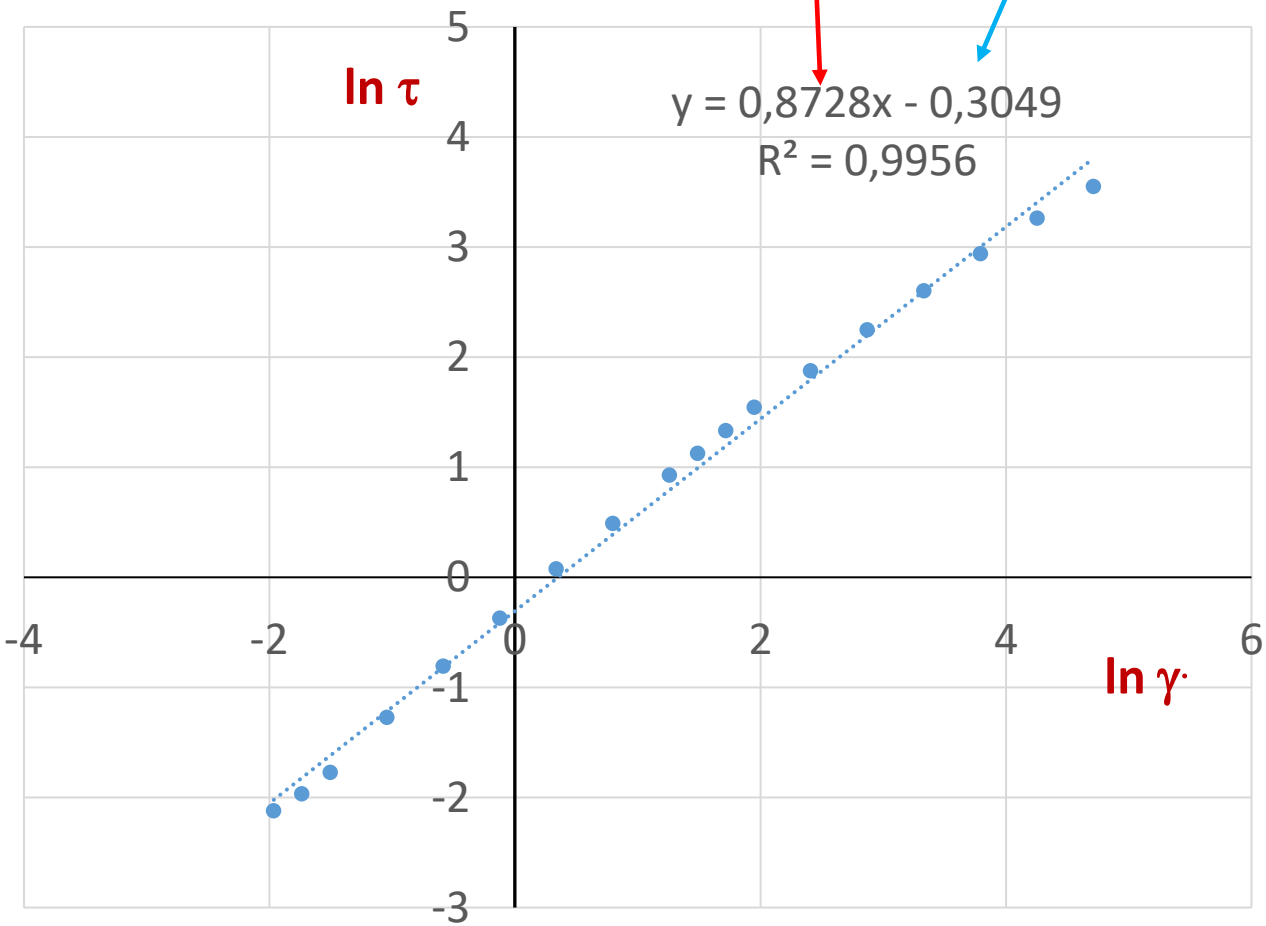
(a) Linear plot



(b) Log-log plot

$$\tau = K \dot{\gamma}^n, n < 1$$

$$\ln \tau = n \ln \dot{\gamma} + \ln K$$

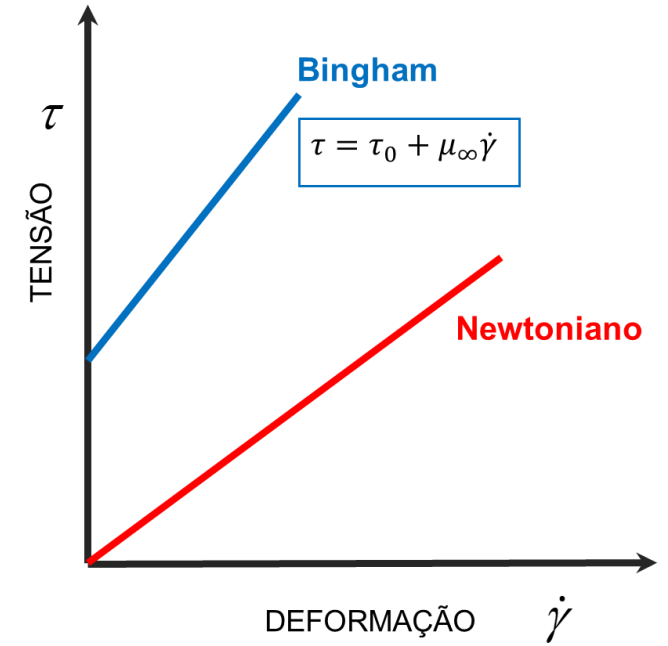
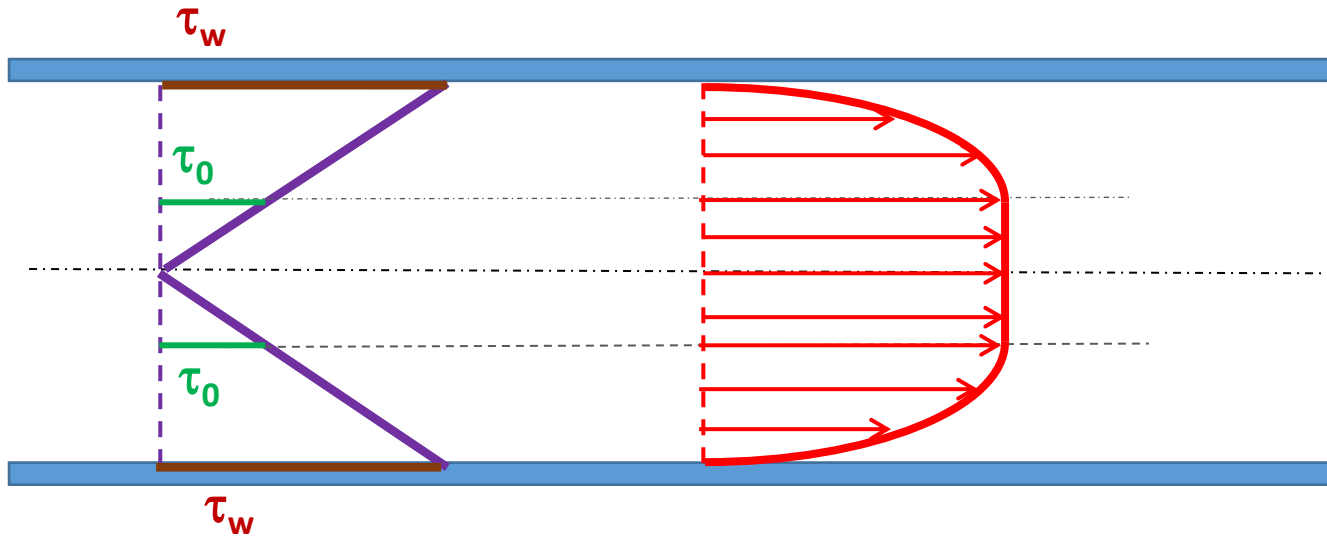


$$\tau = 0,737 \dot{\gamma}^{0,873}$$

$\dot{\gamma}_{yx}$ (s^{-1}) τ_{yx} (Pa)

x	y	lnx	lny
0,14	0,12	-1,96611	-2,12026
0,176	0,14	-1,73727	-1,96611
0,222	0,17	-1,50508	-1,77196
0,352	0,28	-1,04412	-1,27297
0,557	0,446	-0,58519	-0,80744
0,883	0,69	-0,12443	-0,37106
1,4	1,08	0,336472	0,076961
2,22	1,63	0,797507	0,48858
3,52	2,53	1,258461	0,928219
4,43	3,08	1,4884	1,12493
5,57	3,79	1,717395	1,332366
7,02	4,68	1,948763	1,543298
11,1	6,53	2,406945	1,876407
17,6	9,46	2,867899	2,247072
27,9	13,5	3,328627	2,60269
44,3	18,9	3,790985	2,939162
70,2	26,1	4,251348	3,261935
111,2	34,8	4,71133	3,549617

Distribuição de velocidade para fluido de Bingham regime laminar, em tubo.



$$\left\{ \begin{array}{l} |\tau| < |\tau_0| \Rightarrow \dot{\gamma} = 0 \\ |\tau| \geq |\tau_0| \Rightarrow \tau = \tau_0 + \mu_{\infty} \dot{\gamma} \end{array} \right.$$

(5) Duas placas planas paralelas e infinitas têm entre si um líquido não-newtoniano incompressível. A distância entre as placas é L e está totalmente preenchida pelo líquido. A placa superior é mantida com velocidade constante v_0 e a placa inferior está parada. O líquido segue a lei de potências tal que:

$$\tau_{yx} = -K \left(\frac{dv_x}{dy} \right)^n$$

K =índice de consistência, n =índice de comportamento

a) verificar o perfil de velocidades.

b) se a velocidade da placa superior for dobrada, de quanto aumenta a tensão de cisalhamento?

(5) Duas placas planas paralelas e infinitas têm entre si um líquido não-newtoniano incompressível. A distância entre as placas é L e está totalmente preenchida pelo líquido. A placa superior é mantida com velocidade constante v_0 e a placa inferior está parada.

$$\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho g_x,$$

$$\frac{d\tau_{xy}}{dy} = 0 \Rightarrow \tau_{xy} = \text{cte}$$

$$\tau = K \left| \frac{dv_x}{dy} \right|^{n-1} \left| \frac{dv_x}{dy} \right| = K \left(\frac{dv_x}{dy} \right)^n$$

(5) Duas placas planas paralelas e infinitas têm entre si um líquido não-newtoniano incompressível. A distância entre as placas é L e está totalmente preenchida pelo líquido. A placa superior é mantida com velocidade constante v_0 e a placa inferior está parada.

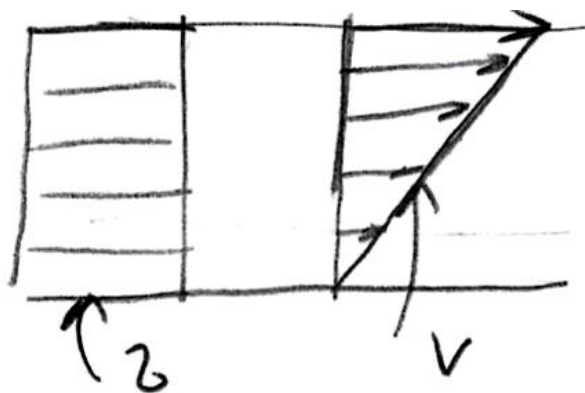
$$\tau = K \left| \frac{dv_x}{dy} \right|^{n-1} \left| \frac{dv_x}{dy} \right| = K \left(\frac{dv_x}{dy} \right)^n$$

$$\frac{\tau^{1/n}}{K} = \frac{dv}{dy} \Rightarrow v = \left(\frac{\tau^{1/n}}{K} \right) y + C ; \quad p/y = 0 \Rightarrow v = 0$$

$$\Rightarrow C = 0$$

$$v = \frac{\tau^{1/n}}{K} y$$

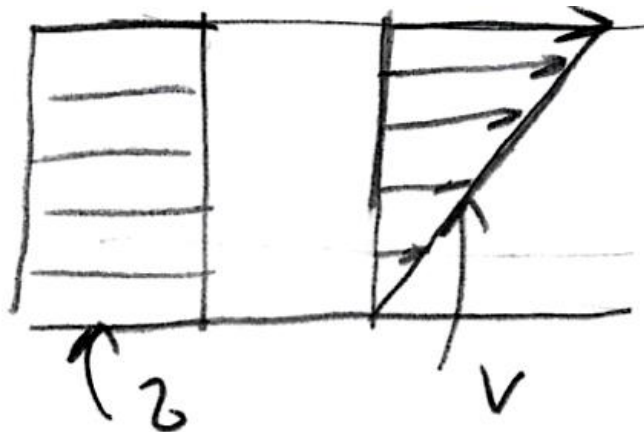
linear! ✓



(5) Duas placas planas paralelas e infinitas têm entre si um líquido não-newtoniano incompressível. A distância entre as placas é L e está totalmente preenchida pelo líquido. A placa superior é mantida com velocidade constante v_0 e a placa inferior está parada.

$$v = \frac{\tau^{1/n}}{K} y$$

linear! ✓



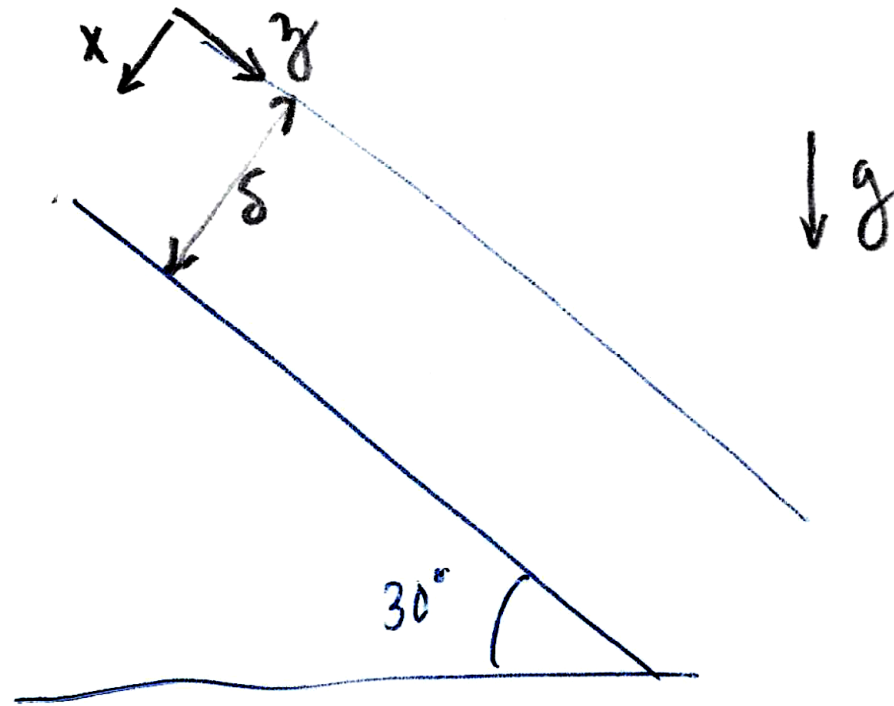
Se dobrar $v \Rightarrow v_2 = 2v_1$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\tau_2^{1/n}}{\tau_1^{1/n}} \Rightarrow$$

$$\tau_2^{1/n} = 2 \tau_1^{1/n}$$

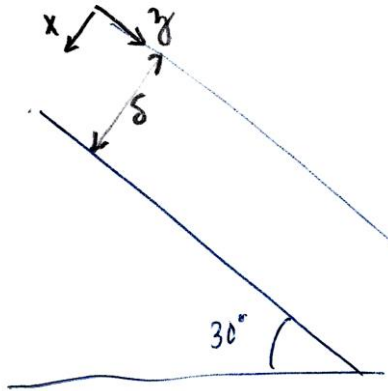
$$\tau_2 = 2^n \tau_1$$

(8) Considere o escoamento de um filme de um líquido plástico de Bingham com tensão de cisalhamento inicial τ_0 e viscosidade plástica η_B sobre uma placa plana inclinada de 30° em relação à horizontal. Determine a espessura limite do filme para que ocorra o escoamento. Dados: $\tau_0 = 70 \text{ dina/cm}^2$, $\eta_B = 1 \text{ cP}$ e $\rho = 1,4 \text{ g/cm}^3$.



Qual a máxima espessura δ para que o filme não escoe?

(8) Considere o escoamento de um filme de um líquido plástico de Bingham com tensão de cisalhamento inicial τ_0 e viscosidade plástica η_B sobre uma placa plana inclinada de 30° em relação à horizontal. Determine a espessura limite do filme para que ocorra o escoamento. Dados: $\tau_0 = 70 \text{ dina/cm}^2$, $\eta_B = 1 \text{ cP}$ e $\rho = 1,4 \text{ g/cm}^3$.



$$\rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \rho g_z.$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \rho g_z = 0 \Rightarrow \tau_{xz} = -\rho g (\sin 30^\circ) x + C; \quad p/x=0 \rightarrow \tau_{xz}=0 \Rightarrow C=0$$

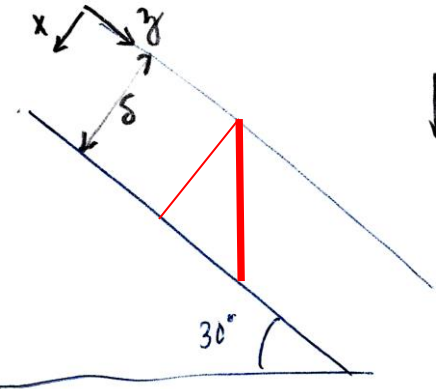
$\underbrace{\rho g \sin 30^\circ}_{g \sin 30^\circ}$

$$\tau_{xz} = -\rho g \sin 30^\circ x \rightarrow \tau_{xz} = -\rho g (\sin 30^\circ) \delta$$

$$\text{Se } |\tau_{xz}| < \tau_0 \rightarrow \text{não há escoamento} \Rightarrow \rho g (\sin 30^\circ) \delta < \tau_0 = 70$$

$$\delta < \frac{70}{1,4 \cdot 980 (\sin 30^\circ)} = 0,1 \text{ cm}$$

Perfil de velocidade para o caso em que a espessura do filme for : $\delta = 3 \delta_{\min}$



$\downarrow g$

$$p/ \quad \underline{x > 2 \delta_{\min} = 0,2 \text{ cm}} \Rightarrow \tau_{xz} = -\rho g (\sin 30^\circ) x = \eta \frac{dv_z}{dx}$$

$$v_z = -\frac{\rho g (\sin 30^\circ)}{\eta} \frac{x^2}{2} + C_1 \Rightarrow x = 3 \delta_{\min} = \delta = 0,3 \text{ cm} \rightarrow v_z = 0$$

$$C_1 = \frac{\rho g (\sin 30^\circ)}{\eta} \frac{\delta^2}{2} \rightarrow v_z = \frac{\rho g (\sin 30^\circ)}{2\eta} (\delta^2 - x^2)$$

$$\text{em } x = 2 \delta_{\min} = 0,2 \text{ cm} \rightarrow v_z = \frac{\rho g \sin 30^\circ}{2\eta} (0,09 - 0,04) = \underline{\underline{14 \text{ cm/s}}}$$

