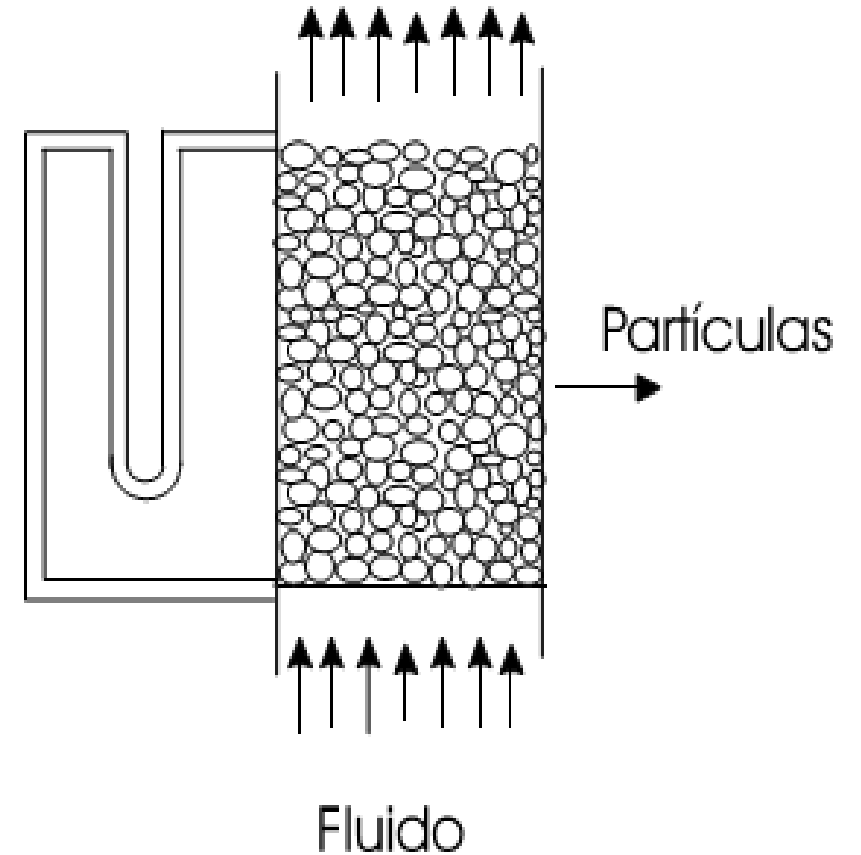


PQI 3203: FENÔMENOS DE TRANSPORTE I

ESCOAMENTO EM MEIO POROSO (ATRAVÉS DE LEITO DE PARTÍCULAS)

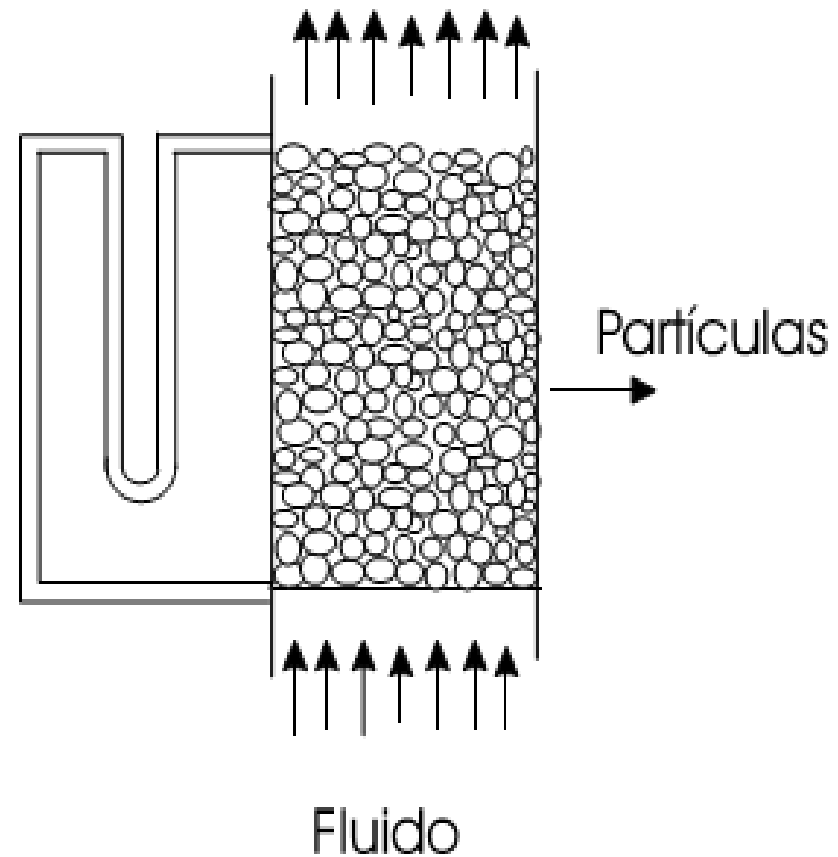
Um **leito poroso** pode ser um leito composto por um conjunto de partículas immobilizadas ou matriz porosa.

Filtros, leito catalítico, solo, membrana, leito de secagem,



PQI 3203: FENÔMENOS DE TRANSPORTE I

ESCOAMENTO EM MEIO POROSO



PQI 3203: FENÔMENOS DE TRANSPORTE I

ESCOAMENTO ATRAVÉS DE LEITO DE PARTÍCULAS

Torna-se importante determinar a perda de **energia mecânica** no escoamento do fluido por esse leito.

Para tanto, algumas **definições fundamentais** sobre características de partículas são necessárias.



PQI 3203: FENÔMENOS DE TRANSPORTE I

DEFINIÇÕES:

a) Superfície específica de uma partícula: s_v .

$$s_v = \frac{s_p}{v_p} = \frac{\text{área da superfície da partícula}}{\text{volume de uma partícula}} \quad (\text{eq1})$$



PQI 3203: FENÔMENOS DE TRANSPORTE I

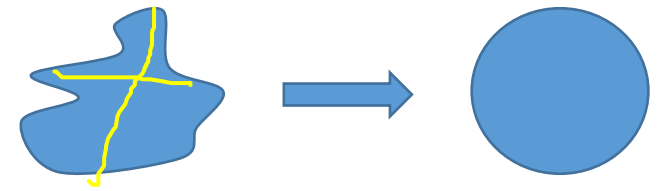
No caso de uma partícula esférica, tem-se:

$$S_v = \frac{4\pi R^2}{(\frac{4}{3})\pi R^3} = \frac{3}{R} = \frac{6}{D} \quad (\text{eq2})$$

R é o raio da esfera e D é o diâmetro da esfera.

Para uma partícula não esférica, pode-se associar um diâmetro efetivo a essa partícula não esférica:

$$D_{ef} = \frac{6}{s_v} \quad (\text{eq3})$$



D_{ef} é o diâmetro efetivo de uma partícula não esférica.



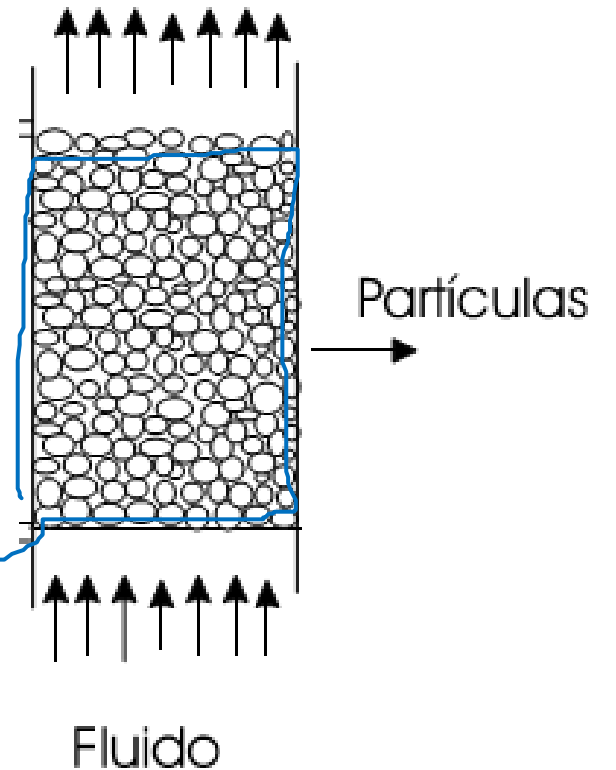
PQI 3203: FENÔMENOS DE TRANSPORTE I

ESCOAMENTO ATRAVÉS DE LEITO DE PARTÍCULAS

b) Porosidade de um leito de partículas: ε

Define-se porosidade como a relação entre o volume de vazios do leito, V_V , e o volume total do leito, V_L .

$$\varepsilon = \frac{V_V}{V_L} \quad (\text{eq4})$$



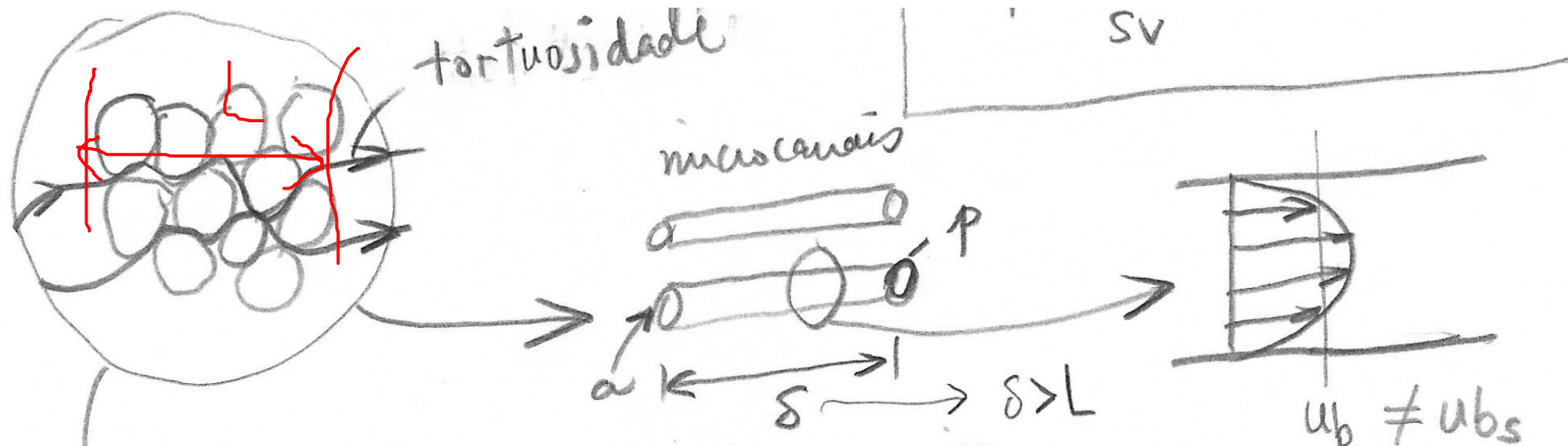
PQI 3203: FENÔMENOS DE TRANSPORTE I

c) Raio hidráulico: r_H .

O **raio hidráulico**, é um parâmetro importante no dimensionamento de canais, tubos dutos e outros componentes de escoamento. É comumente empregado para se estimar o raio de tubos e canais com secção transversal não-circular.

Para um leito de partículas, define-se o **raio hidráulico** como a relação entre a área de escoamento e o perímetro molhado, que é igual ao volume de vazios do leito, V_V , (por onde escoo o fluido) e a área total da superfície de partículas, s_{ptotal} , que compõem o leito.

$$r_H = \frac{V_V}{s_{ptotal}} \quad (\text{eq5})$$



PQI 3203: FENÔMENOS DE TRANSPORTE I

Da equação para a porosidade, ε , tem-se:

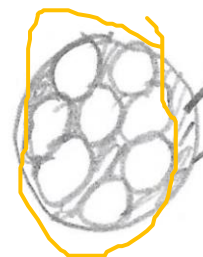
$$V_V = \varepsilon V_L \quad (\text{eq6})$$

$$\varepsilon = \frac{V_V}{V_L} \quad (\text{eq7})$$

$$1 - \varepsilon = \frac{V_L - V_V}{V_L} = \frac{V_P}{V_L}$$

V_P = volume de partículas do leito

Num leito com N_p pa:

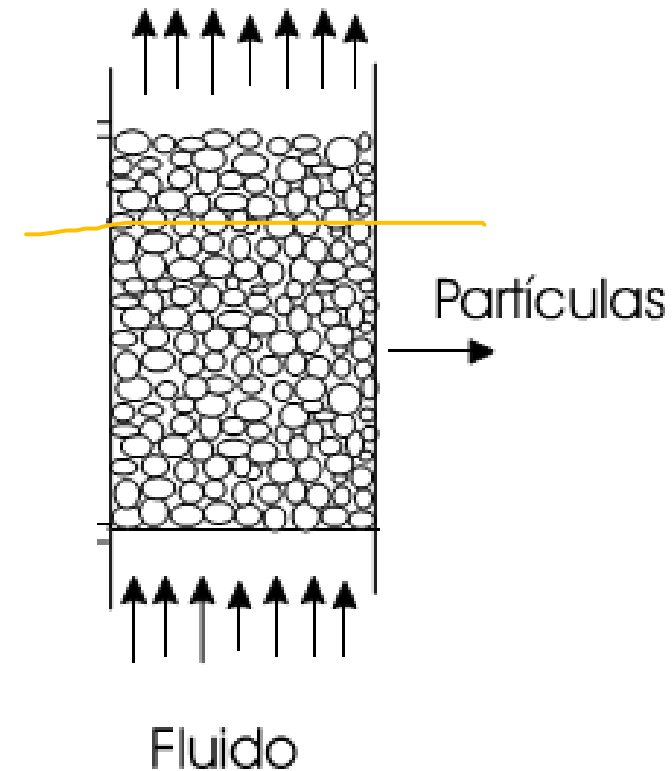


A vazia
A total

vel. partícula

$$u_{bs} \cdot A_{TOT} = u_b \cdot A_{VAF} \Rightarrow$$

$$u_{bs} = \varepsilon u_b$$



PQI 3203: FENÔMENOS DE TRANSPORTE I

Volume total de partículas em função do volume de uma partícula:

$$V_p = N_p \cdot v_p \quad (\text{eq9})$$

$$S_{\text{ptotal}} = N_p \cdot S_p \quad (\text{eq10})$$

Da eq8 e eq9:

$$1 - \varepsilon = \frac{V_L - V_V}{V_L} = \frac{V_P}{V_L} \quad (\text{eq8})$$

$$V_L = \frac{V_P}{1 - \varepsilon} = \frac{N_P v_p}{1 - \varepsilon} \quad (\text{eq11})$$



PQI 3203: FENÔMENOS DE TRANSPORTE I

Assim, pode-se escrever a equação para o raio hidráulico como sendo:

$$r_H = \frac{V_V}{S_{ptotal}} = \frac{\varepsilon V_L}{S_{ptotal}} = \frac{\varepsilon N_p V_p}{1-\varepsilon} \frac{1}{N_p S_p} = \left(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \right) \frac{1}{S_v} \quad (\text{eq12})$$

Para uma partícula genérica, usando a eq3: $D_{ef} = \frac{6}{S_v}$

$$r_H = \left(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \right) \frac{D_{ef}}{6} \quad (\text{eq13})$$



PQI 3203: FENÔMENOS DE TRANSPORTE I

d) Número de Reynolds para escoamento ao redor de partículas: Re_p

$$Re_p = \frac{D_{eq} v_b \rho}{\mu} \quad (\text{eq14})$$

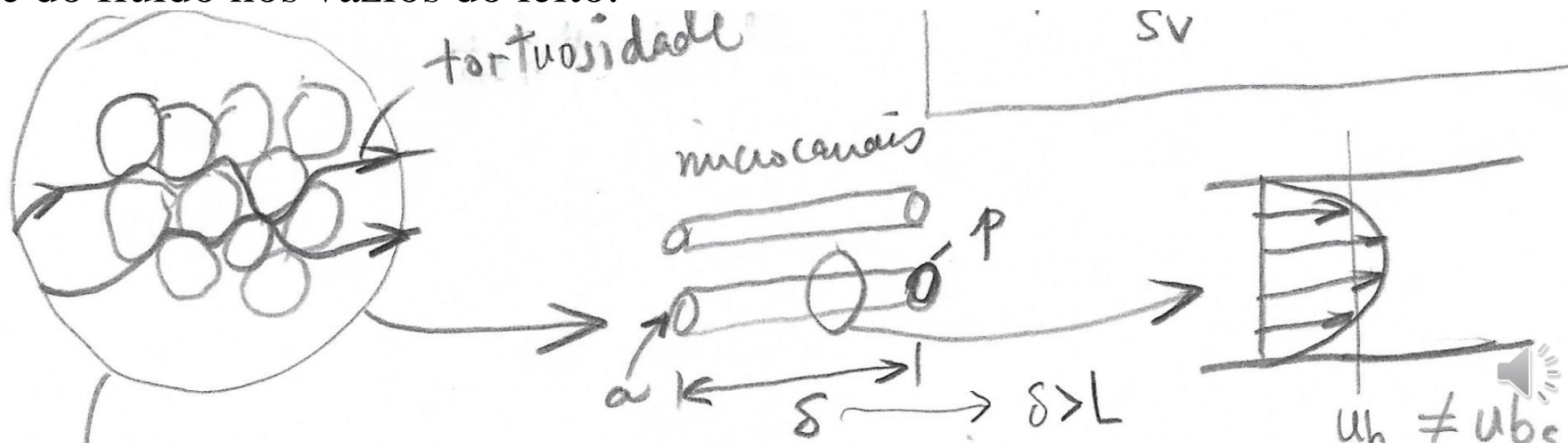
D_{eq} é o diâmetro equivalente por onde o fluido escoar e é definido como:

$$D_{eq} = 4r_H \quad (\text{eq15})$$

Assim:

$$Re_p = \frac{4r_H v_b \rho}{\mu} = \frac{4}{6} \frac{D_{ef} v_b \rho}{\mu} \left(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \right) \quad (\text{eq16})$$

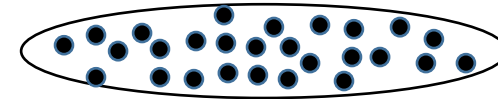
v_b é a velocidade do fluido nos vazios do leito.



PQI 3203: FENÔMENOS DE TRANSPORTE I

Para se determinar essa velocidade, considere-se que:

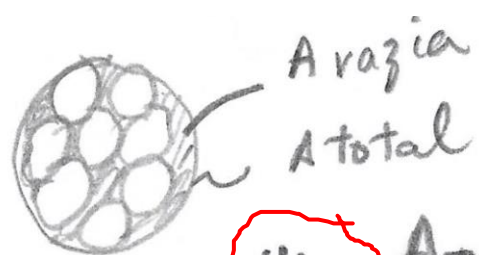
Considerando A_i a área de vazios de uma fatia do leito:



A é a área da mesma fatia do leito vazio:



vel. por vazio



$u_{bs} \cdot A_{TOT} = u_b \cdot A_{VAF} \Rightarrow u_{bs} = \epsilon u_b$

The diagram shows a hand-drawn cross-section of a bed slice with particles. Labels indicate A_{vazia} (void area) and A_{total} (total area). The equation $u_{bs} \cdot A_{TOT} = u_b \cdot A_{VAF} \Rightarrow u_{bs} = \epsilon u_b$ is written below, with u_{bs} and u_b circled in red. The term A_{VAF} is labeled as *vel. por vazio*.



PQI 3203: FENÔMENOS DE TRANSPORTE I

Para a fatia com partículas:

$$v_b = \frac{\dot{q}}{A_i} \quad (\text{eq17})$$

\dot{q} = vazão de fluido que escoar no leito.

Essa velocidade é de difícil determinação.



PQI 3203: FENÔMENOS DE TRANSPORTE I

ESCOAMENTO ATRAVÉS DE LEITO DE PARTÍCULAS

A velocidade do fluido no leito vazio, chamada de **velocidade superficial** ou velocidade de leito vazio, v_{bs} , que é simples de se calcular, é:

$$v_{bs} = \frac{\dot{q}}{A} \quad (\text{eq18})$$



PQI 3203: FENÔMENOS DE TRANSPORTE I

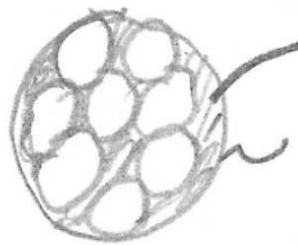
Fazendo-se a relação entre as duas velocidades (eq18 e eq17):

$$\frac{v_{bs}}{v_b} = \frac{\dot{q} (A_i \times h)}{A \dot{q}} \quad (\text{eq19})$$

Em que h é a altura do leito de partículas.

O termo $A_i \times h$ corresponde ao volume de vazios do leito, V_v .

O termo $A \times h$ corresponde o volume do leito, V_L .



A vazia
A total

vel. partícula

$$u_{bs} \cdot A_{TOT} = u_b \cdot A_{VAZ} \Rightarrow u_{bs} = \epsilon u_b$$



PQI 3203: FENÔMENOS DE TRANSPORTE I

Assim:

$$\frac{v_{bs}}{v_b} = \frac{V_V}{V_L} = \varepsilon \quad (\text{eq20})$$

Portanto:

$$v_b = \frac{v_{bs}}{\varepsilon} \quad (\text{eq21})$$

Desta forma, o número de Reynolds pode ser escrito como:

$$\text{Re}_p = \frac{4 D_{ef} v_{bs} \rho}{6 \mu (1 - \varepsilon)} \quad (\text{eq22})$$



PQI 3203: FENÔMENOS DE TRANSPORTE I

e) A perda de energia mecânica, lwf , num tubo, já foi vista e é:

$$lwf = \frac{2fLv_b^2}{D_H} \quad (\text{eq23})$$

$$r_H = \left(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \right) \frac{D_{ef}}{6}$$

Expressando-se o fator de atrito, f , a partir da equação 23 e substituindo-se o diâmetro hidráulico e a velocidade v_b pela velocidade superficial v_{bs} , obtém-se:

$$lwf = \frac{2fLv_b^2}{D_H} = \frac{2fLv_{bs}^2}{4r_H\varepsilon^2} = \frac{2.6.fLv_{bs}^2}{4D_{ef}\varepsilon^2} \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \right) = \frac{3.fLv_{bs}^2}{D_{ef}\varepsilon^3} (1-\varepsilon)$$

$$f = \frac{D_{ef}lwf\varepsilon^3}{3Lv_{bs}^2(1-\varepsilon)} \quad (\text{eq24})$$



PQI 3203: FENÔMENOS DE TRANSPORTE I

Ergun definiu:

$$\text{Re}_p = \frac{D_{ef} v_{bs} \rho}{\mu} \left(\frac{1}{1-\varepsilon} \right) \quad (\text{eq25})$$

e

$$f_p = \frac{D_{ef} l_w f \varepsilon^3}{L v_{bs}^2 (1-\varepsilon)} \quad (\text{eq26})$$



PQI 3203: FENÔMENOS DE TRANSPORTE I

ESCOAMENTO ATRAVÉS DE LEITO DE PARTÍCULAS

Para escoamento laminar num leito de partículas ($Re_p < 1,0$):

-para um tubo, na situação de escoamento laminar: $f = \frac{16}{Re}$

-para o espaço entre as partículas, o valor deve ser maior e experimentalmente observou-se que:

$$f_p = \frac{150}{Re_p} \quad (\text{eq27})$$

Esta é a equação de Kozeny-Carman.



PQI 3203: FENÔMENOS DE TRANSPORTE I

ESCOAMENTO ATRAVÉS DE LEITO DE PARTÍCULAS

Para escoamento turbulento num leito de partículas ($Re_p > 10^4$):

-para uma tubulação, em escoamento completamente rugoso, sabe-se que o fator de atrito permanece constante e independente do número de Reynolds.

-no caso de um leito de partículas:

$$f_p = 1,75 \quad (\text{eq28})$$

Esta é a equação de Burke-Plummer.



PQI 3203: FENÔMENOS DE TRANSPORTE I

ESCOAMENTO ATRAVÉS DE LEITO DE PARTÍCULAS

Para toda a faixa de número de Reynolds, Ergun propôs a equação

$$f_p = \frac{150}{Re_p} + 1,75 \quad (\text{eq29})$$

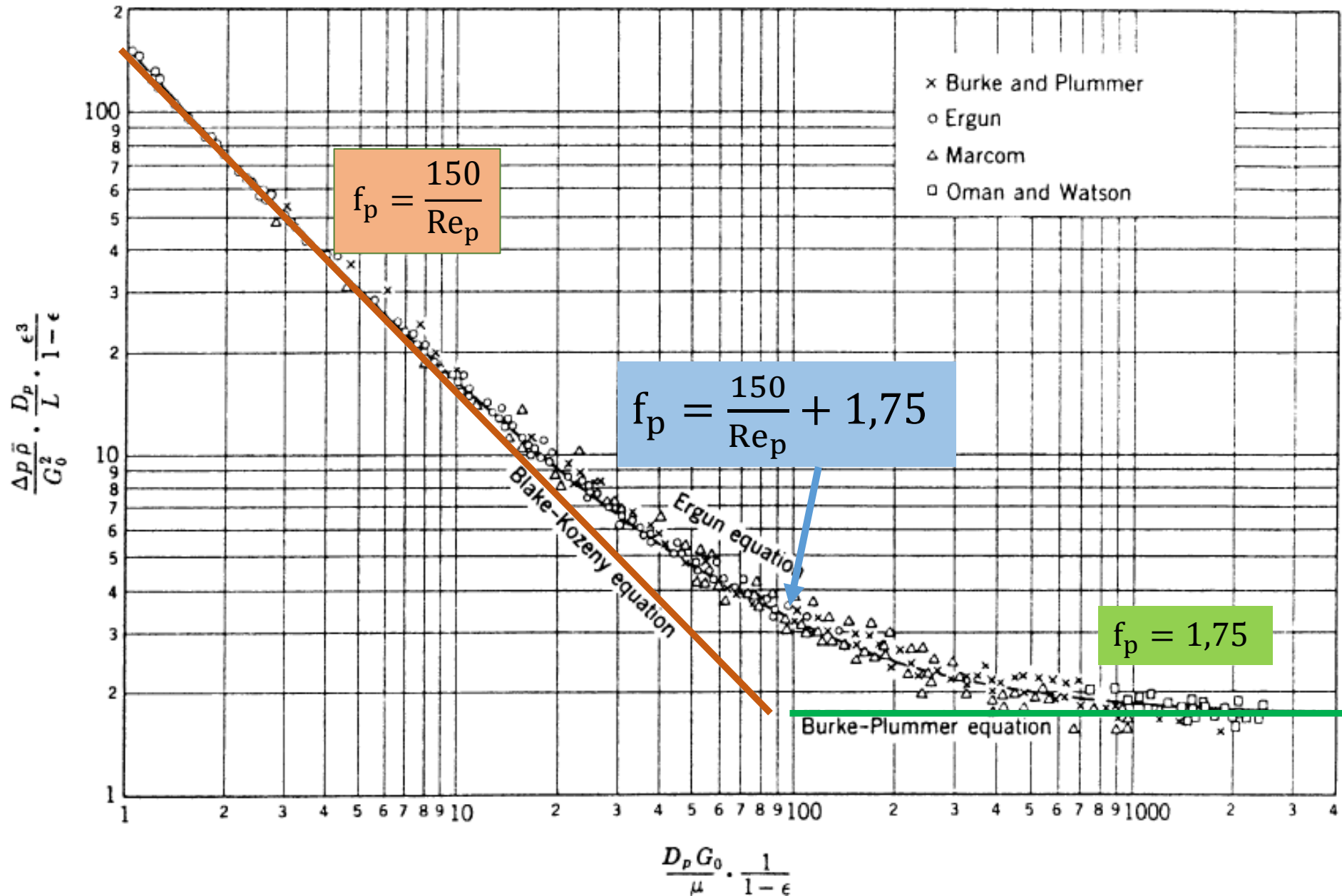
Em que:

$$f_p = \frac{D_{ef} l w f \varepsilon^3}{L v_{bs}^2 (1 - \varepsilon)} \quad (\text{eq26})$$

O leito de partículas é considerado como uma singularidade.



PQI 3203: FENÔMENOS DE TRANSPORTE I



PQI 3203: FENÔMENOS DE TRANSPORTE I

Para escoamento viscoso ($Re_p < 1,0$):

$$f_p = \frac{150}{Re_p} + 1,75 = f_p = \frac{D_{ef} l w f \epsilon^3}{L v_{bs}^2 (1-\epsilon)}$$

$$Re_p = \frac{D_{ef} v_{bs} \rho}{\mu} \left(\frac{1}{1-\epsilon} \right)$$

$$\frac{150 \mu (1-\epsilon)}{D_{ef} v_{bs} \rho} = \frac{D_{ef} l w f \epsilon^3}{L v_{bs}^2 (1-\epsilon)} \Rightarrow \frac{150 \mu (1-\epsilon)^2 L v_{bs}}{\rho \epsilon^3 D_{ef}^2} = l w f \quad \text{le} \quad l w f = - \frac{\Delta P}{\rho}$$

$$v_{bs} = \frac{\rho}{\mu} \frac{\epsilon^3 D_{ef}^2}{150 (1-\epsilon)^2} \frac{l w f}{L} \Rightarrow v_{bs} = - \frac{1}{\mu} \frac{\epsilon^3 D_{ef}^2}{150 (1-\epsilon)^2} \frac{\Delta P}{L}$$

Equação de Darcy : $v_{bs} = - \frac{k \Delta P}{\mu L}$ permeabilidade

