Lista 2. Distribuição Condicional Caso Contínuo. (sexta 18/09/2020)

Exercício 1. O tempo de vida X de uma lâmpada tem a distribuição exponencial com a taxa λ (assim, a média é $1/\lambda$). A taxa, ou a média, depende de processo de produção, que a população inteira pode ser caracterizada pela distribuição uniforme $U[0,1]$, $\lambda \sim U[0,1]$.

1. Descreve a densidade conjunta de tempo de vida X (da lâmpada) e taxa λ.
2. Achar a distribuição de X.

Exercício 2. Distribuição conjunta de duas v.a. X, Y é dada pela seguinte densidade

$$f(x,y) = \frac{n2a^2x^{n-1}}{y^{n+3}}, \quad x \in [0,y], \; y > a,$$

em que $a > 0, n \in \mathbb{N}$ são parâmetros fixos da distribuição. Achar a distribuição condicional de X dado $Y = y$, e $\mathbb{E}(X \mid Y = y)$, e consequentemente, achar a média de X usando a fórmula iterativa da esperança.

Exercício 3. (X, Y) coordenadas de um ponto uniformemente distribuído em retângulo Q

$$Q = \{(x,y) : \; |x| \leq 1, |y| \leq 3\}.$$

1. Achar a densidade condicional de X dado $Y = y$.
2. X e Y são independentes?
3. Achar a densidade de $Z = X + Y$.

Exercício 4. $X|p \sim \text{Geom}(p), i.e. \mathbb{P}(X = k) = (1-p)^{k-1}p, \; k = 1, 2, \ldots$. Supomos que $p \sim U[0,1]$. Achar a distribuição de X.

Referências

[1] S.M.Ross *Introduction to probability models.* Ninth Edition, Elsevier, 2007.