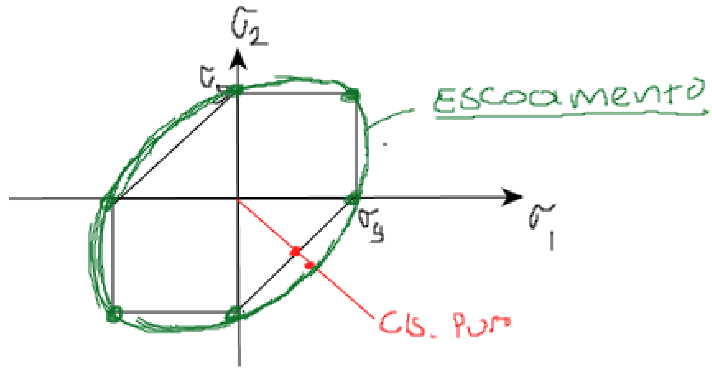
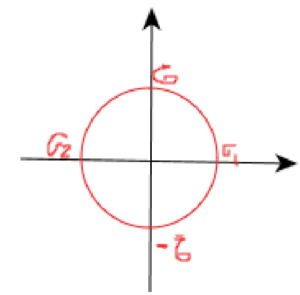
Máxima tensão de cisalhamento
"para um estado de tensão qualquer, ocorre escoamento se a máxima tensão de cisalhamento for a mesma do ensaio de tração"

$$\boxed{\tau_{max} = \tau_{max_{ET}} = \frac{\sigma_y}{2}}$$

- Cisalhamento puro (Plano)

$$\Rightarrow \begin{cases} \tau_y = 0{,}5\ \sigma_y & \text{(critério)} \\ \underline{\tau_y = 0{,}58\ \sigma_y} & \text{(experimental)} \end{cases}$$



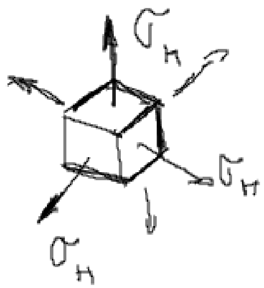


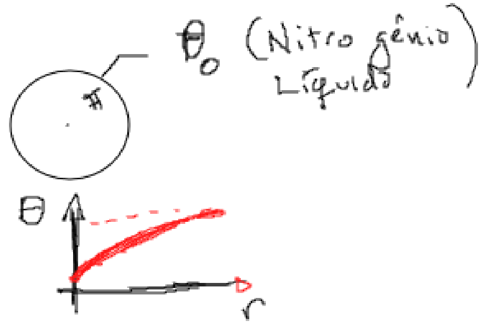
O critério de máxima tensão de cisalhamento é conservador para previsão do escoamento.
Ainda bastante usado em projetos por norma.

O escoamento é um fenômeno mais complexo do que o descrito pelo critério.
Deve haver alguma grandeza que seja mais representativa do fenômeno escoamento do que a tensão de cisalhamento.

Resultados experimentais relevantes:

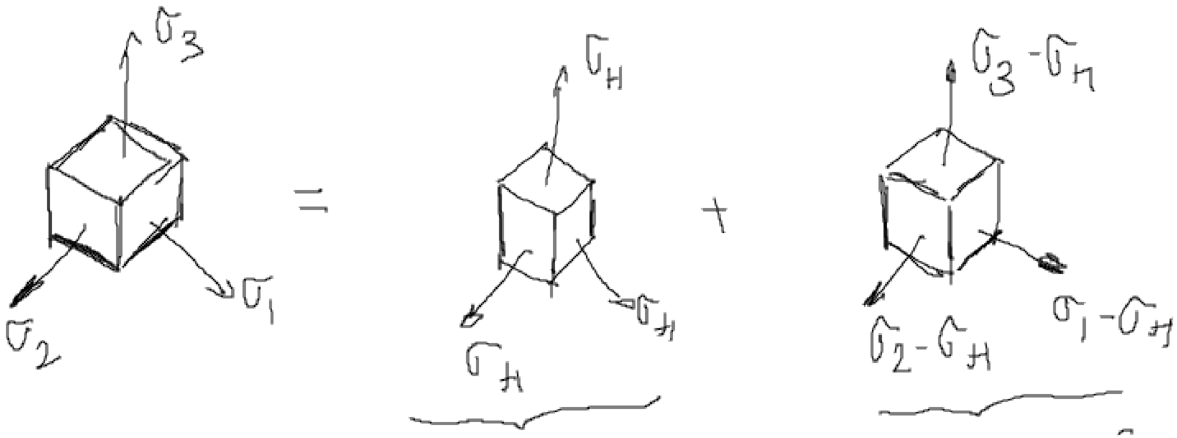
Não há escoamento para um estado de tensão hidrostático (onde há apenas deformação volumétrica)
- Bridgman (1930)
- Joffé (1927)





No centro da esfera: Não escoa mesmo que $\sigma_H >> \sigma_y$

- Distorção (mudança de forma)



$$\boxed{\sigma_H = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}}$$

Def. Volumétrica — Distorção

Hidrostático — Deviatórico

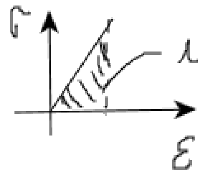
⇒ Máxima energia de distorção

"Ocorre escoamento se a energia de distorção associada a um estado de tensão for igual a energia de distorção no ensaio de tração no escoamento"

Lei de Hooke

- Mat. elástico linear

$$u = \frac{1}{2}\sigma\varepsilon$$



u = energia de deformação

$$u = \frac{1}{2}(\sigma_1\varepsilon_1 + \sigma_2\varepsilon_2 + \sigma_3\varepsilon_3)$$

Lembrando:

$$\underbrace{\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)}{E}}$$

Mat. isotrópico

Energia de deformação (total)

$$\underline{u = \frac{1}{2E}\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)\right]}$$

$$u = u_v + u_d$$

$u_v \Rightarrow$ def. volumétrica

$u_d \Rightarrow$ def. distorção

$\boxed{u_v \Rightarrow \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_H}$ apenas def. volumétrica $\Rightarrow$ <u>estado hidrostático</u>

$$u_v = \frac{3\sigma_H^2}{2E}(1-2\nu)$$

$$\sigma_H = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

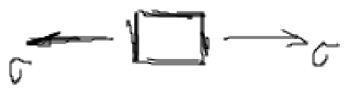
$$u_v = \frac{(1-2\nu)}{6E}\left(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + 2\sigma_1\sigma_2 + 2\sigma_1\sigma_3 + 2\sigma_2\sigma_3\right)$$

$$u_d = u - u_v \quad \Bigg| \quad \boxed{u_d = \frac{1+\nu}{3E}\left[\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_1-\sigma_3)^2}{2}\right]}$$

Se $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$

$$u_d = 0$$

Ensaio de Tração (σ_y)



$\sigma_1 = \sigma_y$

$\sigma_2 = \sigma_3 = 0$

$$\boxed{u_{d_{ET_y}} = \frac{1+\nu}{3E} \cdot \sigma_y^2}$$

⇒ Energia de distorção Ensaio de tração - escoamento

$$\left[\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_1-\sigma_3)^2}{2}\right] = \sigma_y^2$$

ou $\boxed{\sqrt{\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_1+\sigma_3)^2}{2}} = \sigma_y}$

⇒ Tensão de Von-Mises

σ_{VM}

Critério da máxima energia de distorção - critério de Von Mises - Hencky

"Haverá escoamento se, para um estado de tensão qualquer, a energia de distorção for igual a energia de distorção no escoamento registrado no ensaio de tração"

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_1-\sigma_3)^2}{2}}$$

- Comportamento elástico - Linear
- isotrópico

P/ não haver escoamento

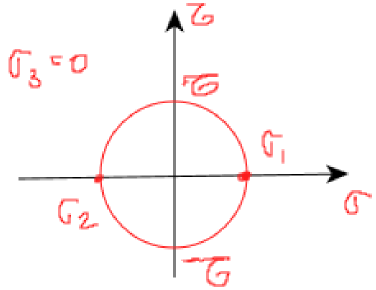
$$\boxed{\sigma_{VM} < \sigma_{ey}}$$

Software de Elem. Finitos

$$\sigma_{equ} = \sqrt{(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_1-\sigma_3)^2 + (\sigma_1-\sigma_3)^2}$$

$$\sigma_{VM}^2 = \frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_1-\sigma_3)^2 + (\sigma_1-\sigma_3)^2}{2}$$

Cisalhamento puro (estado plano)



$\sigma_1 = \tau$

$\sigma_2 = -\tau$

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_1-\sigma_3)^2}{2}}$$

$$\sigma_{VM_{cp}} = \sqrt{\frac{4\tau^2 + \tau^2 + \tau^2}{2}}$$

$$\sigma_{VM_{cp}} = \sqrt{3} \cdot \tau$$

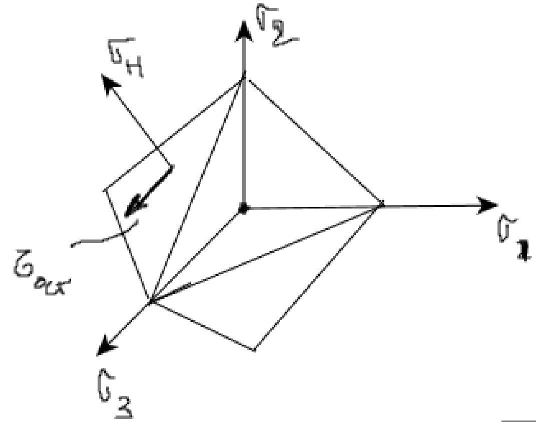
No escoamento

$$\sigma_{VM_{cp_y}} = \sigma_y \Rightarrow \sqrt{3}\,\tau_y = \sigma_y$$

$$\tau_y = \frac{\sqrt{3}}{3}\sigma_y \cong 0{,}577\,\sigma_y \checkmark$$

O critério de máxima energia de distorção é o que prevê de forma mais próxima os resultados experimentais para escoamento

O escoamento ocorre no plano onde atua a tensão ocataédrica



$$\tau_{oct} = \frac{1}{3}\left[\sqrt{(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_1-\sigma_3)^2}\right]$$

$$\tau_{oct_y} = \frac{\sqrt{2}}{3}\,\sigma_y$$

$$\sigma_H = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

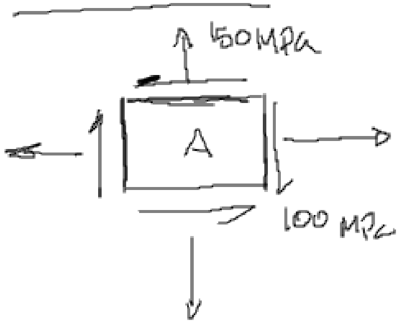
$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_1-\sigma_3)^2}{2}}$$

1. invariante tensor das tensões

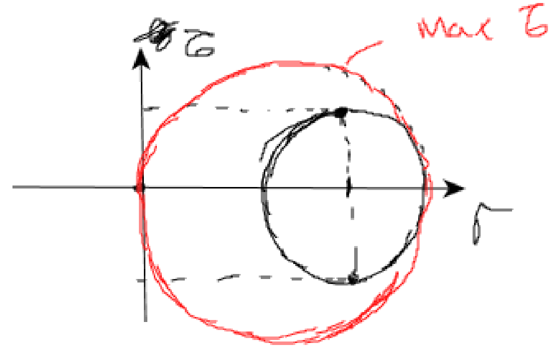
2: invariante .

$$[\sigma_1] = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$

Exercício



$$\boxed{\sigma_y = 200 \text{ MPa}}$$



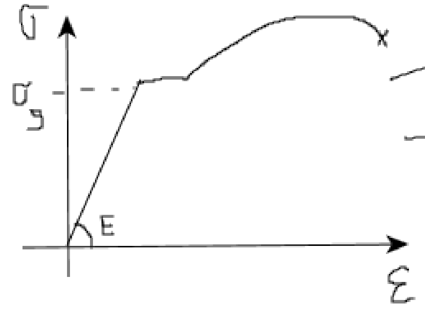
$\sigma_1 = 250$ MPa

$\sigma_2 = 50$ MPa

$\sigma_3 = 0$

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\frac{(250-50)^2 + (50-0)^2 + 250^2}{2}} = 229 \text{ MPa}$$

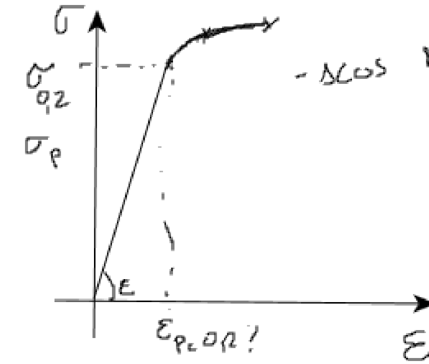
$> \sigma_y$ | escoa



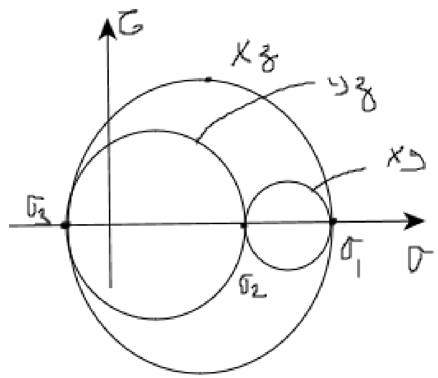
— Aços baixo C

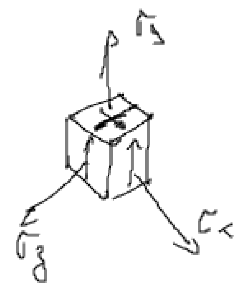
— Ligas não ferrosas

- Latão
- Bronze
- alumínio



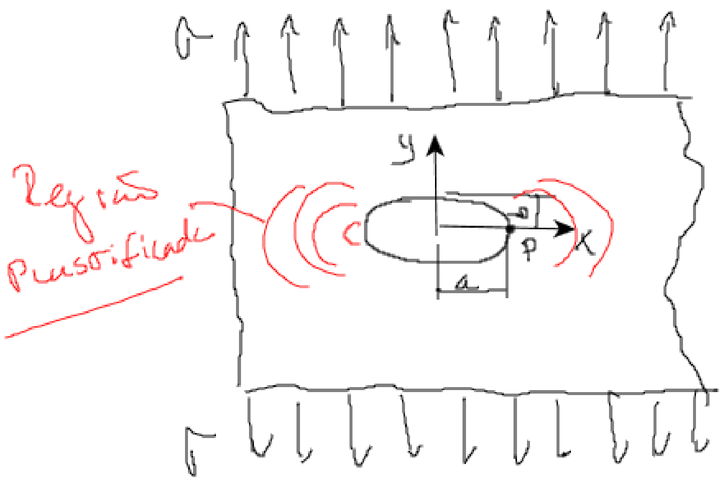
- Aços Médio C





Fratura frágil em materiais que apresentam comportamento dúctil no ensaio de tração

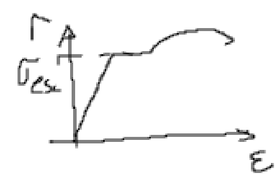
- Mecânica da fratura
  - Defeitos ("trinca")



conc. de tensão

$$\sigma_{p_{max}} = \left(1 + 2\frac{a}{b}\right)\cdot\sigma$$

$$b \rightarrow 0 \Rightarrow \sigma_p \rightarrow \infty$$



Plastificação total da peça

ou

Propagação rápida da trinca s/ def plástica

Ao plastificar a tensão na extremidade do defeito fica finita.