



Laboratório de Instrumentação 2020

ANÁLISE DE FOURIER
DE SINAIS PERIÓDICOS

Análise de Fourier componentes espectrais

Síntese →

← Análise



Análise de Fourier tratamento de sinais



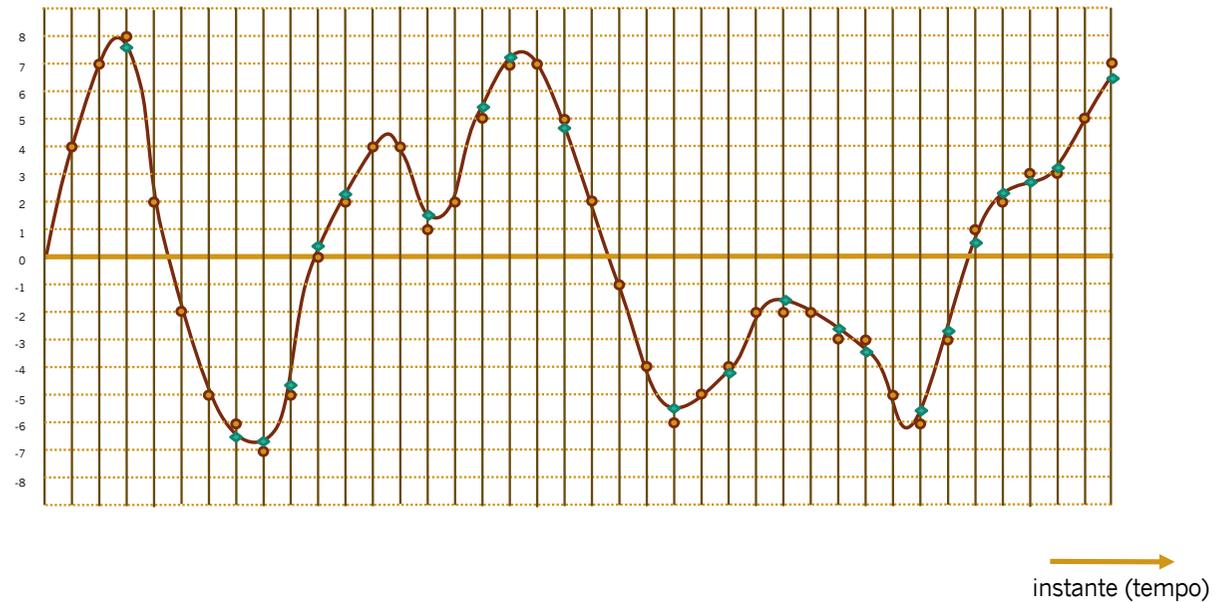
Análise de Fourier equalizadores



Conversão Analogico Digital

Conversão-AD: amostragem

discretização temporal (amostras/seg)
quantização (níveis discretos – Código binário)



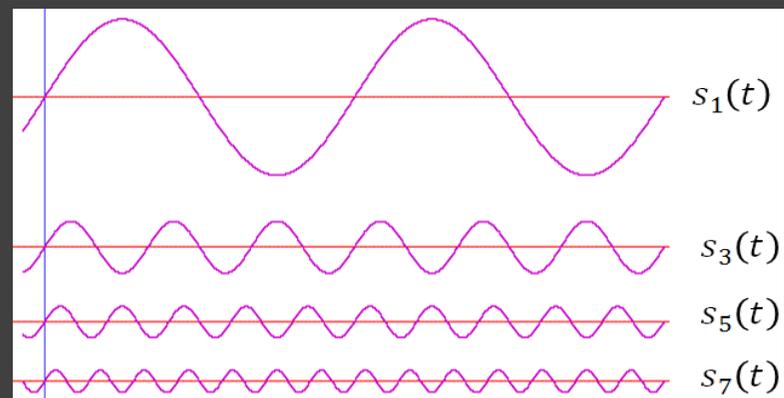
Composição spectral série de Fourier

$$s_1(t) = \text{sen}(\omega t)$$

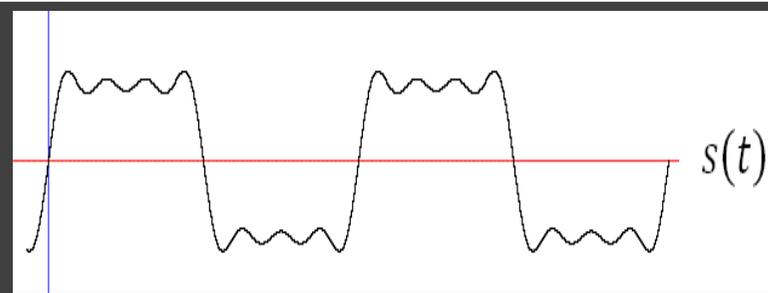
$$s_3(t) = \frac{1}{3}\text{sen}(3\omega t)$$

$$s_5(t) = \frac{1}{5}\text{sen}(5\omega t)$$

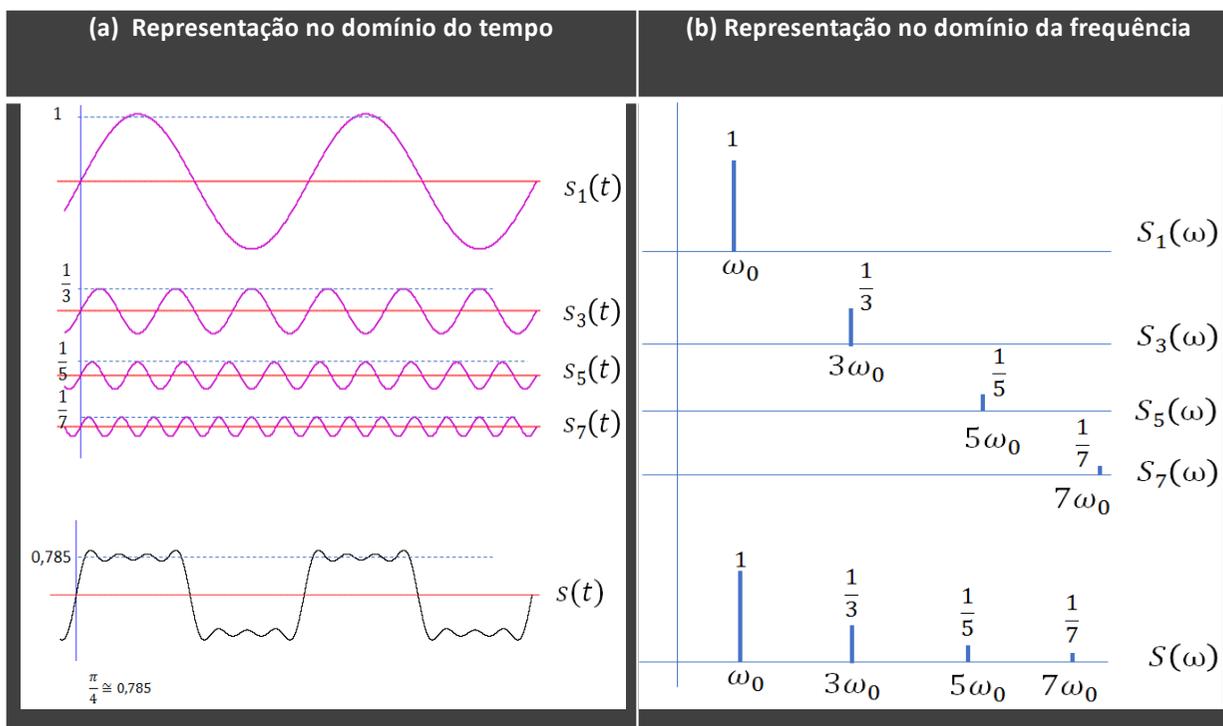
$$s_7(t) = \frac{1}{7}\text{sen}(7\omega t)$$



$$s(t) = \text{sen}(\omega t) + \frac{1}{3}\text{sen}(3\omega t) + \frac{1}{5}\text{sen}(5\omega t) + \frac{1}{7}\text{sen}(7\omega t)$$



Composição spectral transformada de Fourier



$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(k\omega_0 t) + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \text{sen}(k\omega_0 t)$$

$$a_k = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} s(t) \cos(k\omega_0 t) dt, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

$$b_k = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} s(t) \text{sen}(k\omega_0 t) dt, \quad k = 1, 2, \dots$$

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k [\cos(k\omega_0 t) + j \text{sen}(k\omega_0 t)] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_0 t}$$

$$c_k = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} s(t) e^{-jk\omega_0 t} dt.$$

$$s(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_0 t + \Phi_k)$$

Ferramentas para análise de sinais

domínios
tempo
&
frequência

$$s(t) \Leftrightarrow S(f)$$

SINAL	Periódico (Ilimitado em t)	Não Periódico (Limitado em t)
Contínuo	<ul style="list-style-type: none">• T: contínuo• F: discreto Série de Fourier	<ul style="list-style-type: none">• T: contínuo• F: contínuo Transformada de Fourier
Discreto	<ul style="list-style-type: none">• T: discreto• F: discreto Transformada Discreta de Fourier	<ul style="list-style-type: none">• T: discreto• F: contínuo Transformada de Fourier de tempo discreto

TDF

transposição de domínio

tempo (discreto)
amostras

<==>

frequência (discreto)
componentes espectrais

Profa Beth Galeazzo

**Série de Fourier de sinais contínuos
na Forma Complexa:**

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_o t}$$

$$c_n = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) e^{-jn\omega_o t} dt$$

Se $s(t)$ é uma função discreta e periódica no tempo, logo:

$$s[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk \frac{2\pi}{N} n}$$

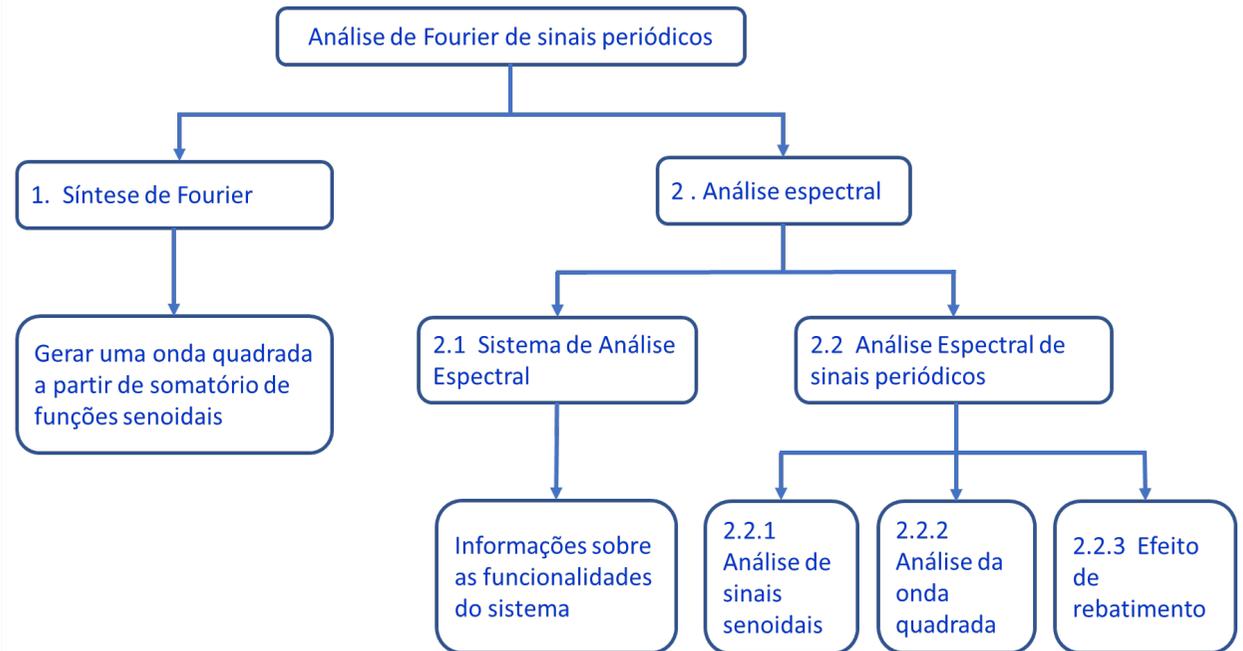
$$\frac{1}{T} \sum_{k=0}^{N-1} s(kT_a) e^{-jk\omega_o n T_a} T_a$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} s(kT_a) e^{-jk \frac{2\pi}{N} n}$$

$$\frac{T}{T_a} = N$$

$$\omega_o T_a = 2\pi \cdot \frac{T_a}{T} = 2\pi \cdot \frac{1}{N}$$

Procedimento Experimental

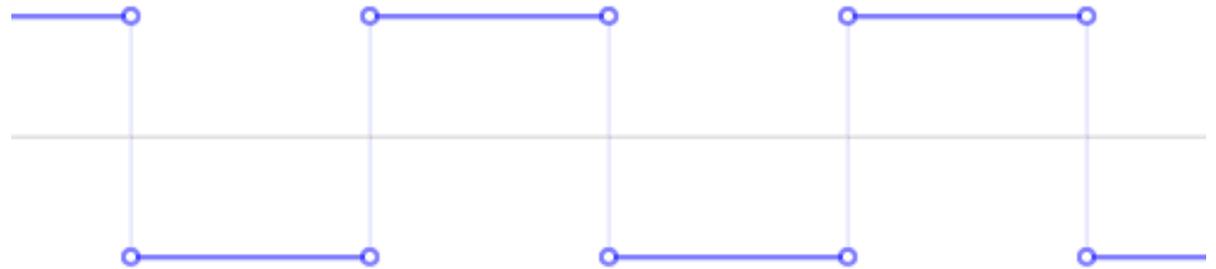


Procedimento Experimental

1. Síntese de Fourier

Gerar uma onda quadrada a partir de somatório de funções senoidais

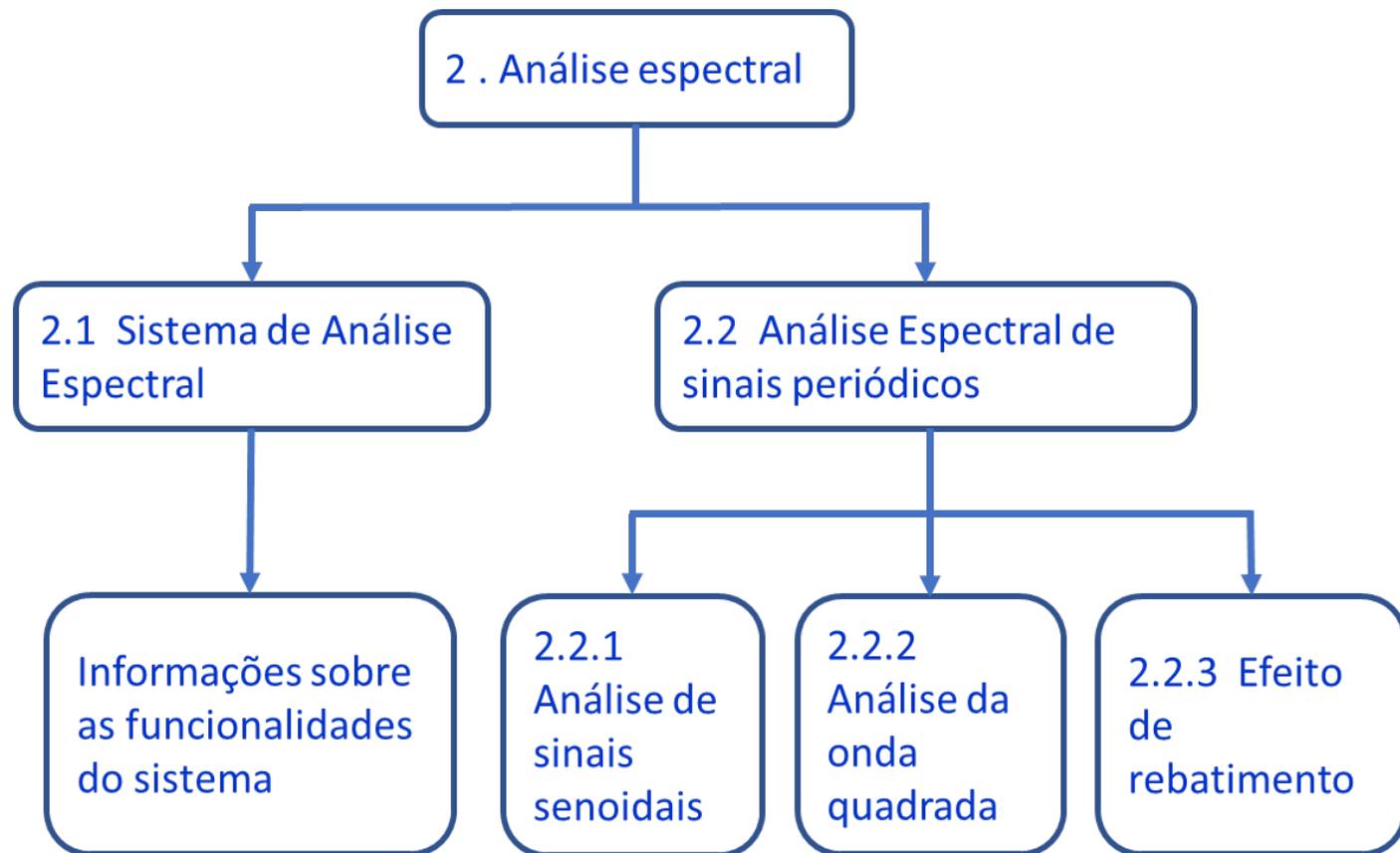
$$\begin{aligned}v(t) &= \frac{2A}{\pi} \text{sen}(\omega_0 t) \\ &+ \frac{2A}{3\pi} \text{sen}(3\omega_0 t) \\ &+ \frac{2A}{5\pi} \text{sen}(5\omega_0 t) \\ &+ \dots\end{aligned}$$



N = 0

Procedimento Experimental

Análise Espectral



Análise de Fourier

TFD

LABVIEW Geração

- Emulando o gerador
 - produz um sinal analógico periódico
- Onda senoidal / quadrada /

LABVIEW Amostragem

- Digitalização (amostragem & quantização)
- - Conversão analógico digital (CAD)

LABVIEW Análise pela TDF

- Análise do sinal (processo computacional)
 - Identificação das componentes espectrais

Procedimento Experimental

Análise Espectral

$$T_d = N T_a = N / f_a \rightarrow f_a = N / T_d$$

f : frequência do sinal

T :

exemplo

1,0 kHz

1,0 ms (1 ciclo)

f_a : frequência de amostragem

0,1 MHz (portanto 100 amostras)

T_a :

10,0 us

f_d :

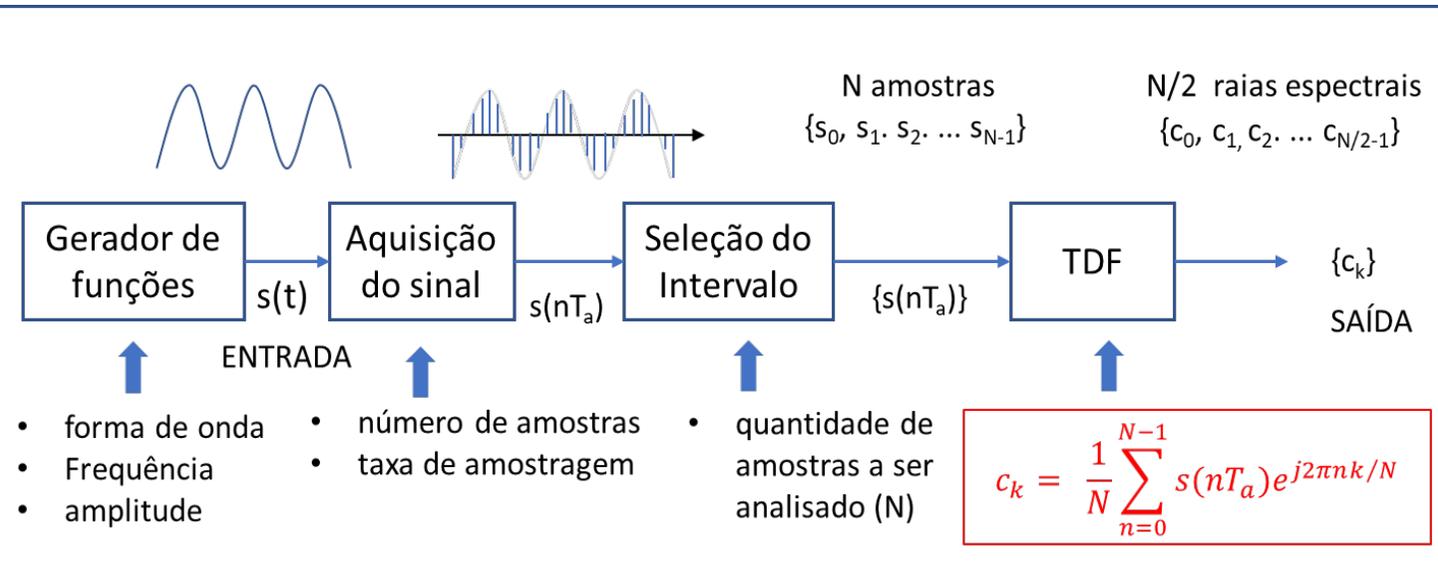
0,1 kHz

T_d : período da janela

10,0 ms (portanto 10 ciclos)

N : número total de amostras

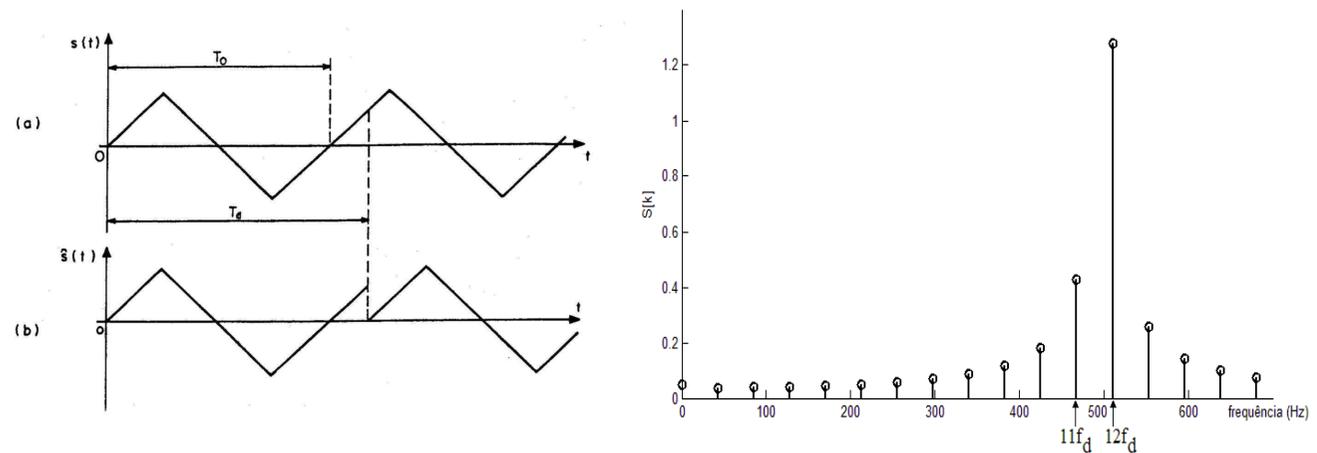
1.000 (100 / ciclo X 10 ciclos)



Erro de Vazamento

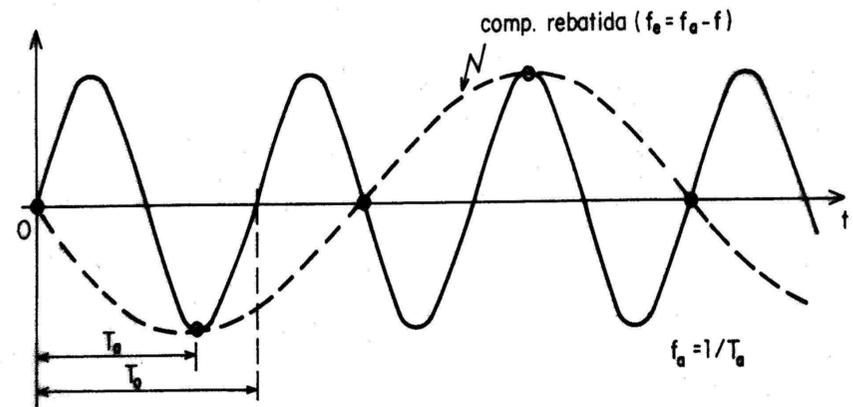
Se a janela não compreende um número inteiro de períodos do sinal analisado,

então surgem raias espectrais ao redor da verdadeira



Erro de Rebatimento

Se f_a (amostragem) é menor que o dobro de f (sinal), então o que se observa é um sinal rebatido com $f_r = f - f_a$



Fourier

Síntese

- exemplos

Análise

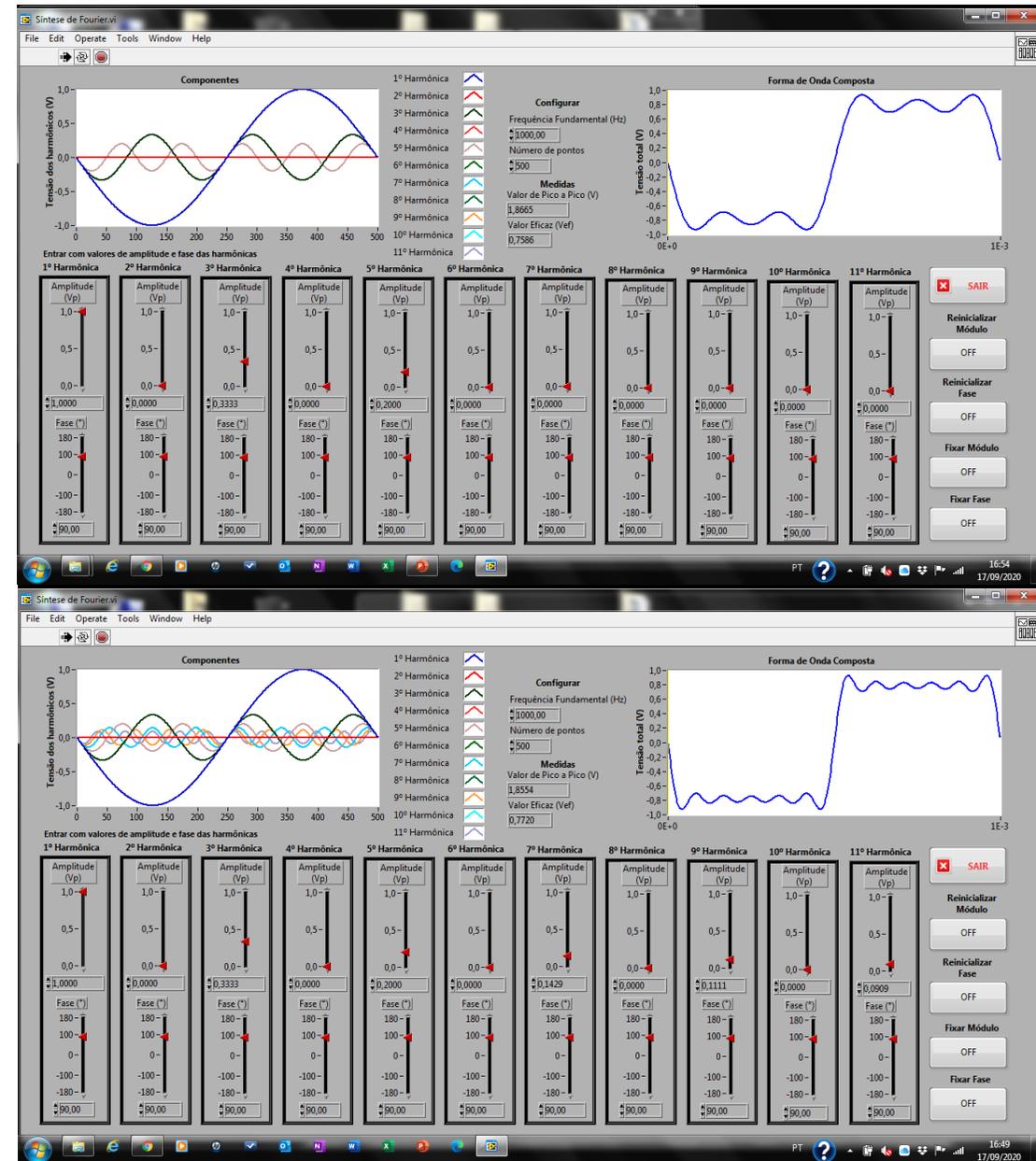
- exemplos

Síntese

Componentes harmônicas

3: 1ª 3ª 5ª

6: 1ª 3ª 5ª 7ª 9ª 11ª

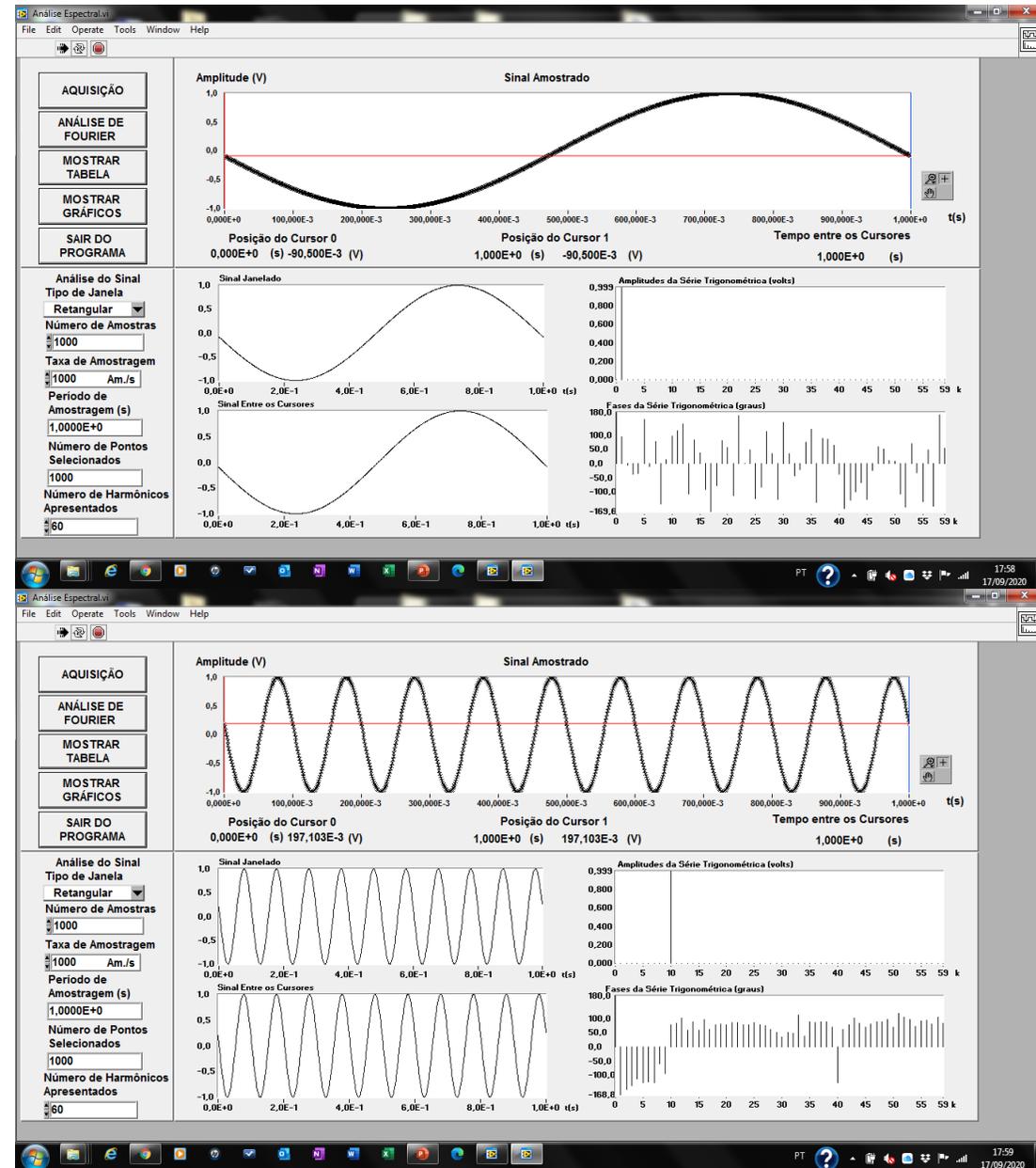


Análise

senoide

f_s : 1 Hz
 f_a : 1 kHz
N amostras: 1000
Janela: 1 período (1000 pontos)
K: 1 (1 Hz)

f_s : 10 Hz
 f_a : 1 kHz
N amostras: 1000
Janela: 10 períodos (1000 pontos)
K: 10 (10 Hz)



Análise

senoide

f_s : 10 Hz

f_a : 1 kHz

N amostras: 1000

Janela: 1 período (100 pontos)

K: 1 (10 Hz)

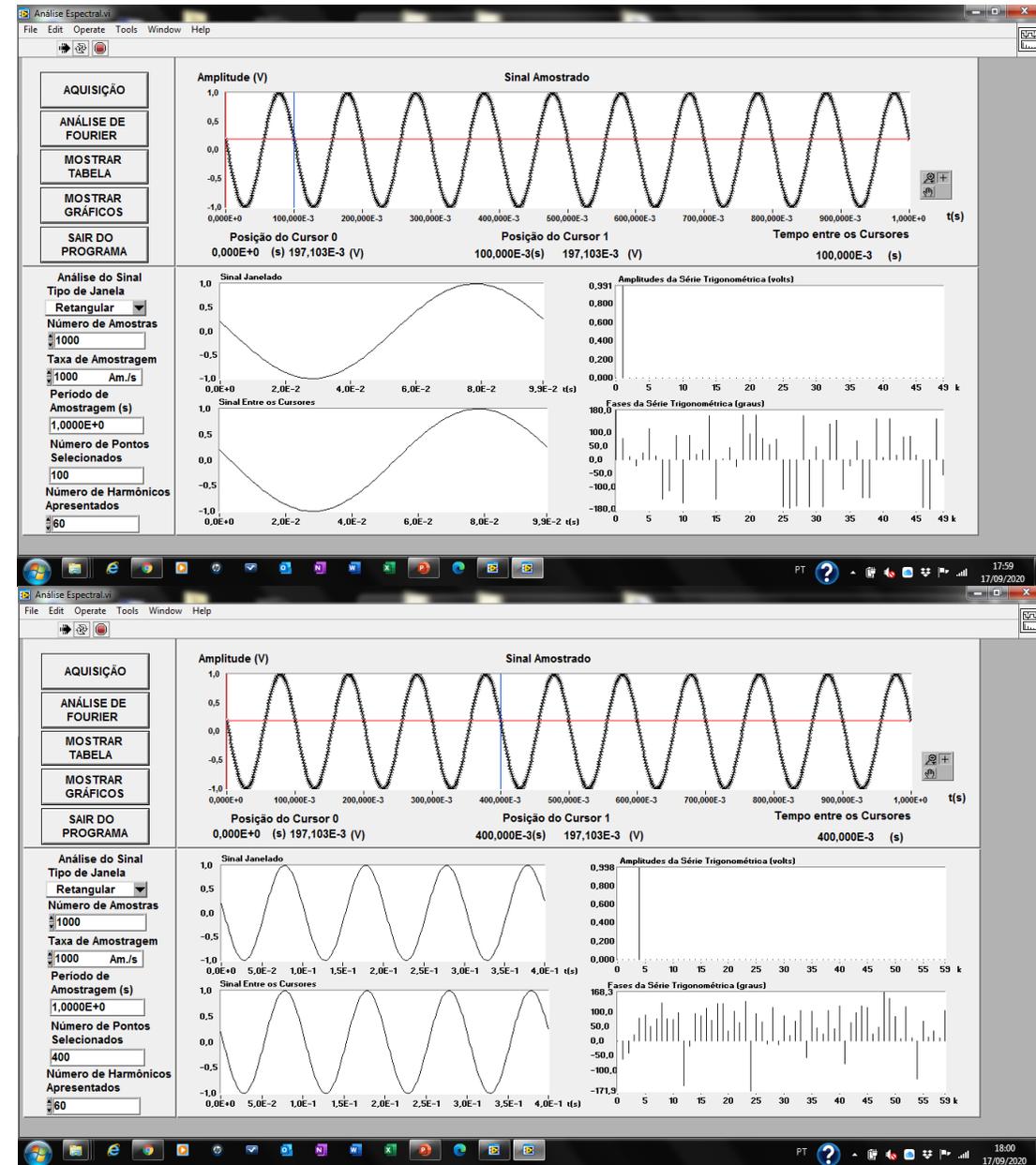
f_s : 10 Hz

f_a : 1 kHz

N amostras: 1000

Janela: 4 períodos (400 pontos)

K: 4 (10 Hz)



Análise

senoide

f_s : 10 Hz

f_a : 1 kHz

N amostras: 1000

Janela: 2 períodos (200 pontos)

K: 2 (10 Hz)

f_s : 10 Hz

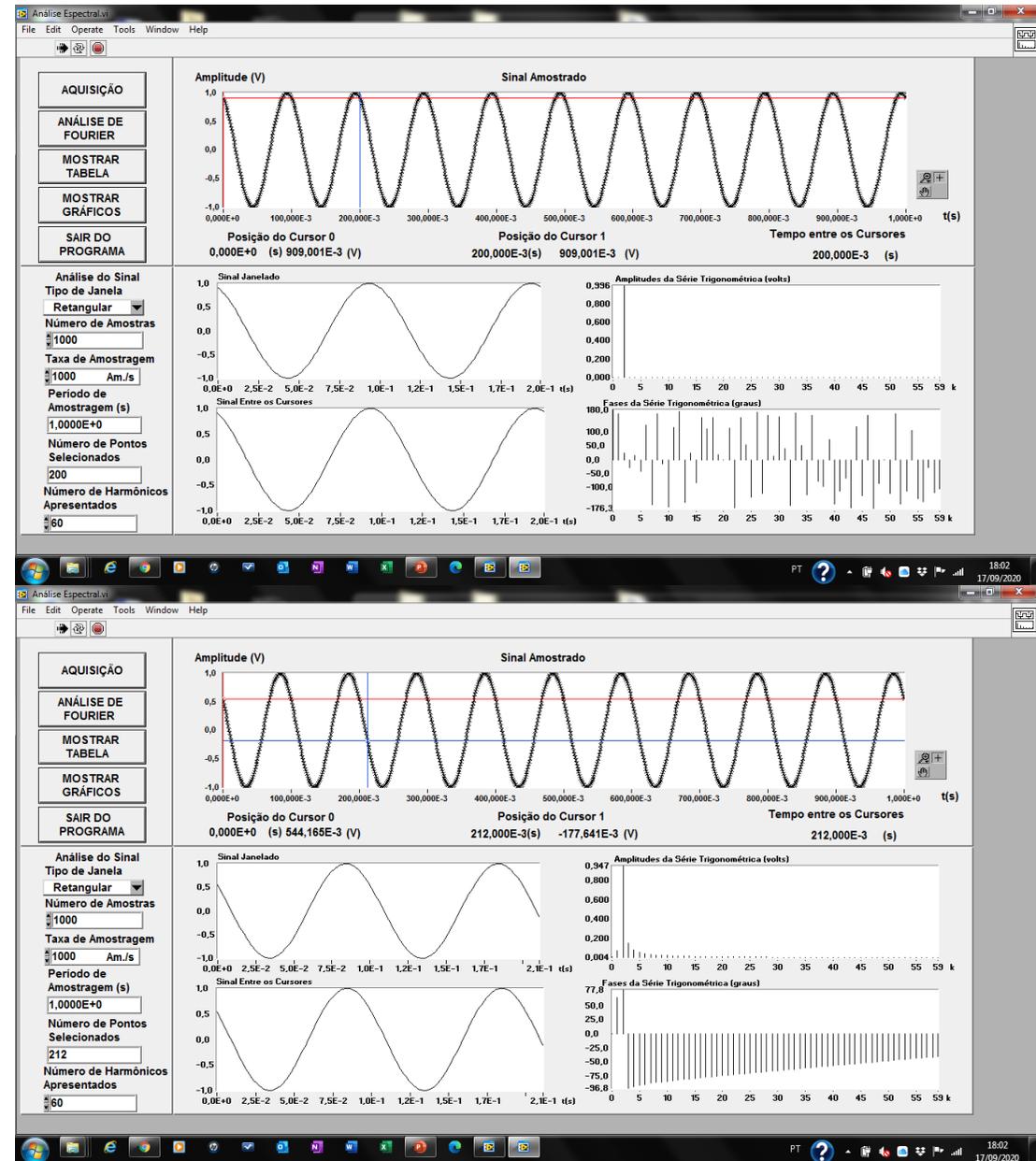
f_a : 1 kHz

N amostras: 1000

Janela: 2,12 períodos (212 pontos)

K: 2 (10 Hz)

- Efeito cerca



Análise

quadrada

f_s : 10 Hz

f_a : 1 kHz

N amostras: 1000

Janela: 1 período (100 pontos)

K: 1 3 5 7 9 ...

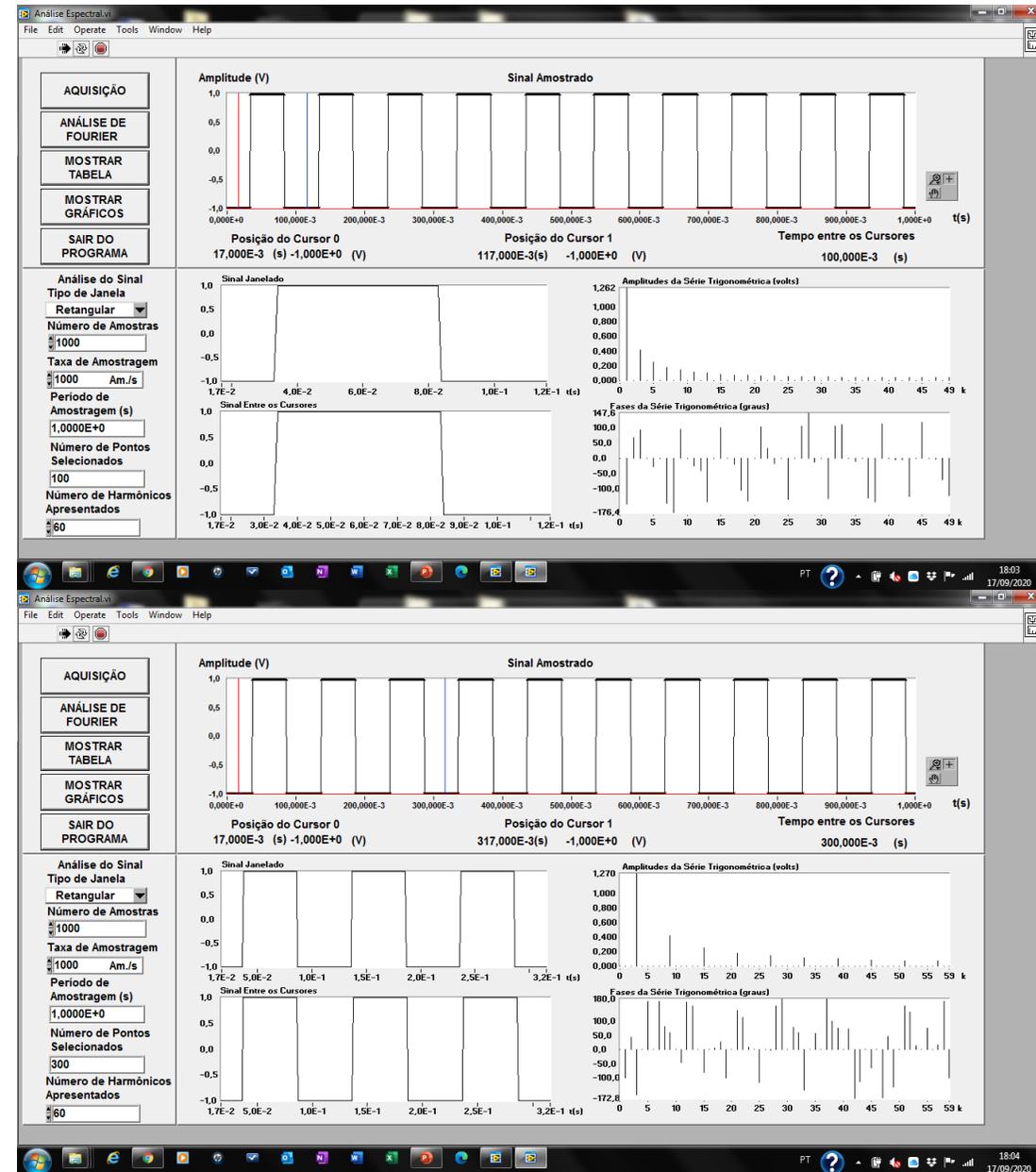
f_s : 10 Hz

f_a : 1 kHz

N amostras: 1000

Janela: 3 períodos (300 pontos)

K: 3 9 15 21 27 ...



Análise

quadrada

f_s : 10 Hz

f_a : 1 kHz

N amostras: 1000

Janela: 3 períodos (300 pontos)

K: 3 9 15 21 27

f_s : 10 Hz

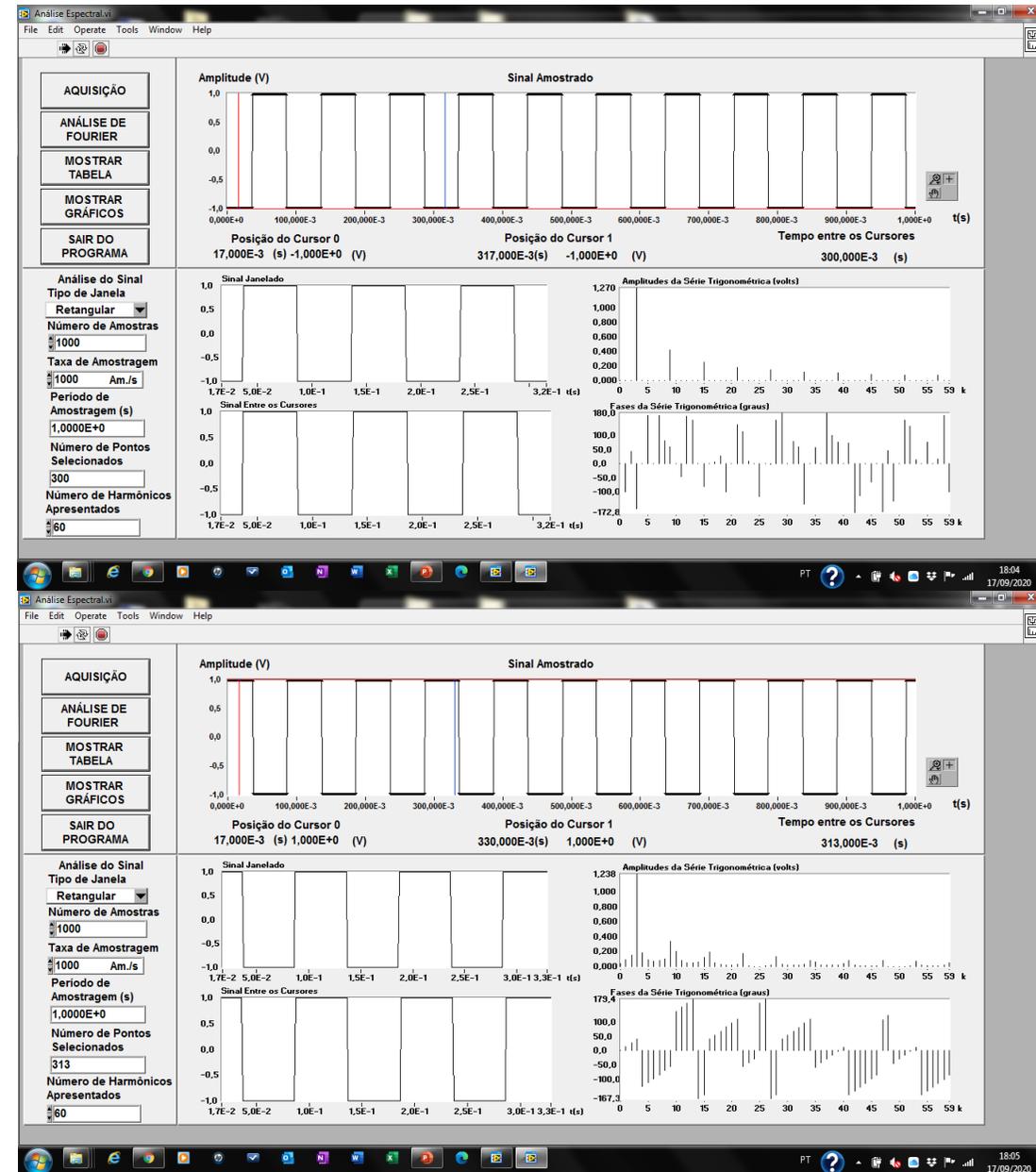
f_a : 1 kHz

N amostras: 1000

Janela: 3,13 períodos (313 pontos)

K: 3 9 15 21 27

- Efeito cerca



Análise de Fourier



SIMULAÇÃO LAB VIEW



DEMO

Conclusão