



SAA0169

Sistemas de Controle de Aeronaves II

Sistemas de Controle Aplicados à Aviação

Parte 2

Prof. Dr. Jorge Henrique Bidinotto

jhbidi@sc.usp.br

- Equações para Relação de Amplitude e Fase

- RF Aplicado à Dinâmica Longitudinal

- RF Aplicado à Dinâmica Látero-direcional

- Equações para Relação de Amplitude e Fase
- RF Aplicado à Dinâmica Longitudinal
- RF Aplicado à Dinâmica Látero-direcional

i) FT de ganho K:

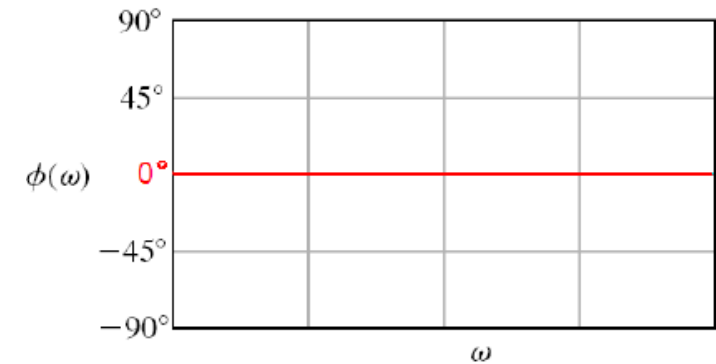
$$G(s) = K$$

- O módulo é dado por:

$$|G(s)| = 20 \log(K)$$

- O ângulo de fase (ou fase) é dado por:

$$\angle G(s) = 0^\circ$$



FONTE: Dorf, R. C.; Bishop, R. H. (2012)

ii) Polos na origem:

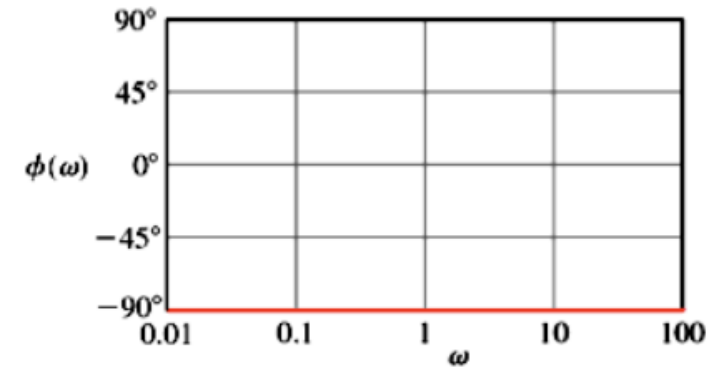
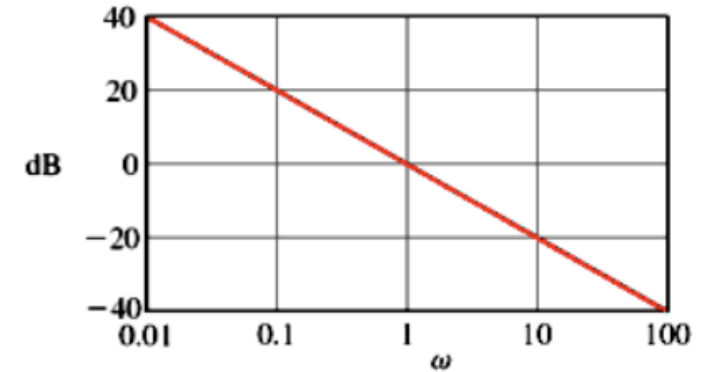
Corresponde ao caso de um integrador, com FT: $G(\omega) = \frac{1}{i\omega}$

- O módulo é dado por:

$$|G(s)| = 20 \log \left| \frac{1}{s} \right| = -20 \log \omega [dB]$$

- O ângulo de fase (ou fase) é dado por:

$$\angle G(s) = -90^\circ$$



FONTE: Dorf, R. C.; Bishop, R. H. (2012)

iii) Zeros na origem:

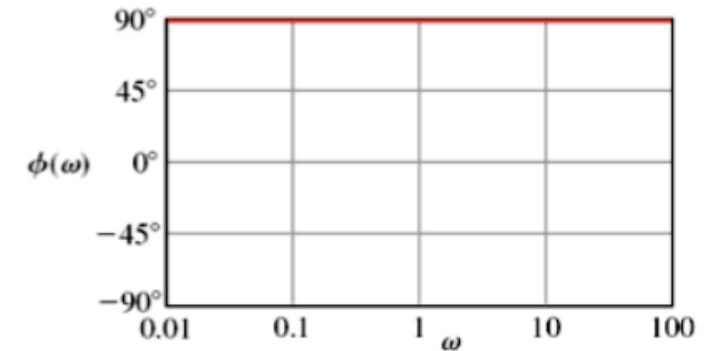
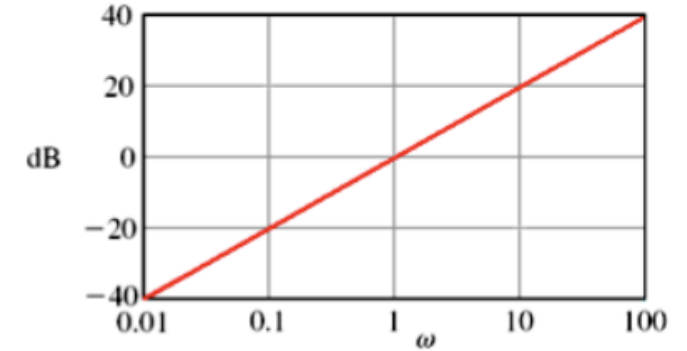
Corresponde ao caso de um integrador, com FT: $G(\omega) = i\omega$

- O módulo é dado por:

$$|G(\omega)| = 20 \log|s| = 20 \log\omega \text{ [dB]}$$

- O ângulo de fase (ou fase) é dado por:

$$\angle G(s) = 90^\circ$$



FONTE: Dorf, R. C.; Bishop, R. H. (2012)

iv) Polo real:

Corresponde ao caso de um sistema com dinâmica de 1.a ordem no denominador,

com FT: $G(\omega) = \frac{1}{\tau i\omega + 1}$

- O módulo é dado por:

$$|G(s)| = 20 \log \left| \frac{1}{\tau s + 1} \right| = -20 \log \sqrt{(\tau\omega)^2 + 1} [dB]$$

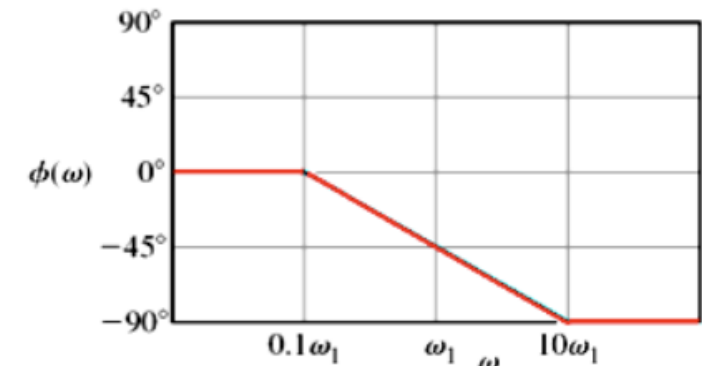
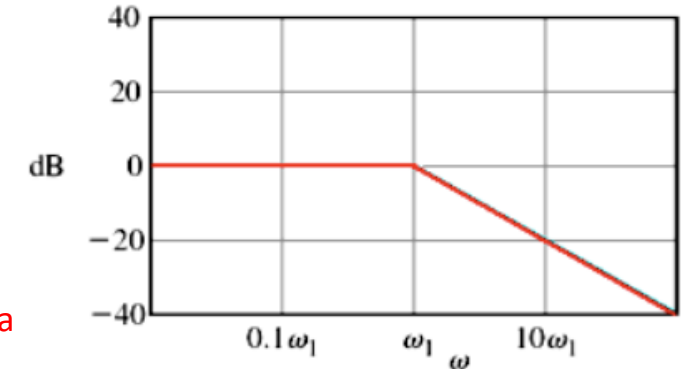
Frequência de corte:

$$\omega_1 = \frac{1}{\tau}$$

Queda de 20 dB/década

- O ângulo de fase (ou fase) é dado por:

$$\angle G(s) = -\arctan(\tau\omega)$$



FONTE: Dorf, R. C.; Bishop, R. H. (2012)

iv) Polo real:

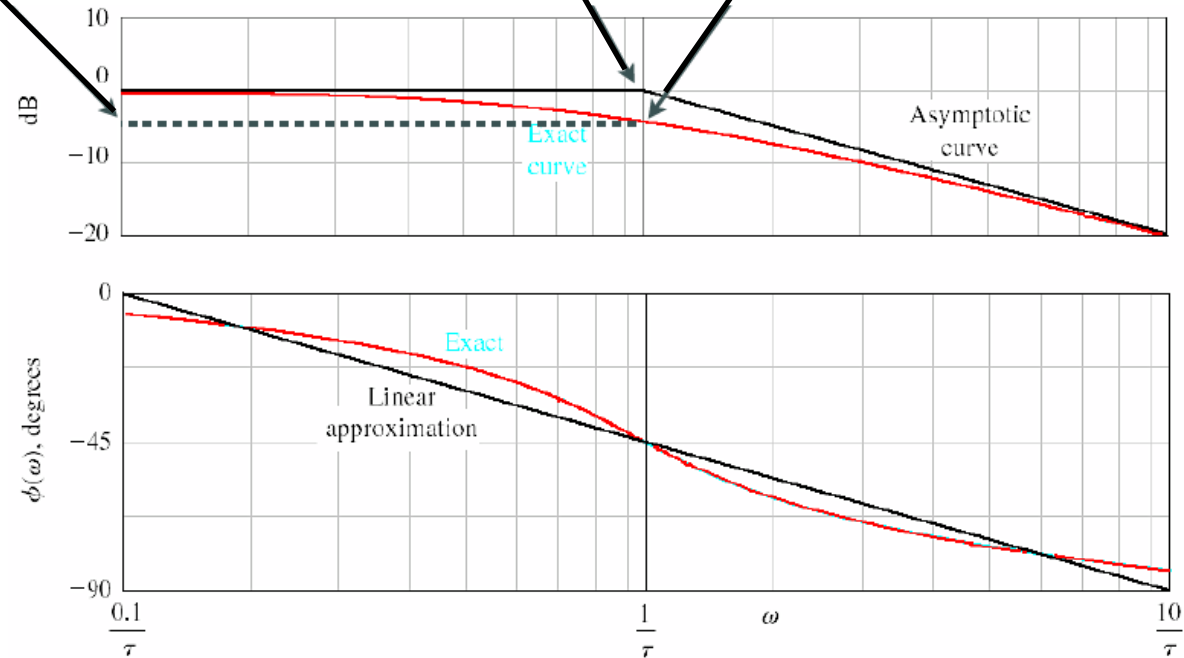
Corresponde ao caso de um sistema com dinâmica de 1.a ordem no denominador,

com FT: $G(\omega) = \frac{1}{\tau i\omega + 1}$

Na frequência de corte,
o módulo diminui 3 dB

Correção para menos

Não há pico



FONTE: Dorf, R. C.; Bishop, R. H. (2012)

v) Zero real:

Corresponde ao caso de um sistema com dinâmica de 1.a ordem no numerador, com

$$FT: G(\omega) = \tau s + 1$$

- O módulo é dado por:

$$|G(\omega)| = 20 \log|\tau s + 1| = 20 \log\sqrt{(\tau\omega)^2 + 1} [dB]$$

- O ângulo de fase (ou fase) é dado por:

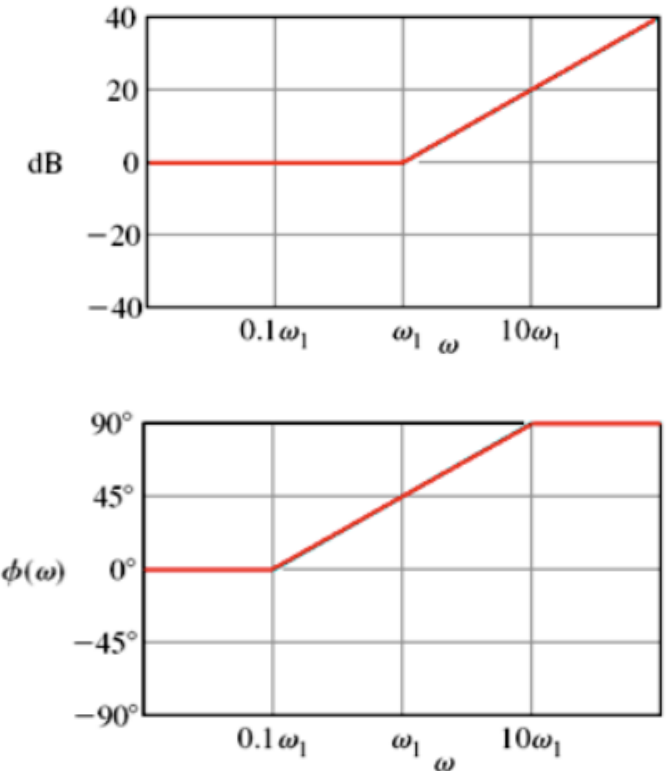
$$\angle G(s) = \arctan(\tau\omega)$$

Frequência de corte:

$$\omega_1 = \frac{1}{\tau}$$

Aumento de 20 dB/décac

O módulo aumenta 3 dB na frequência de corte



FONTE: Dorf, R. C.; Bishop, R. H. (2012)

vi) Polos complexos:

Corresponde ao caso de um sistema com dinâmica de 2.a ordem no denominador, com FT:

$$|G(s)| = \frac{\omega_n^2}{(i\omega)^2 + 2\zeta\omega_n(i\omega) + \omega_n^2} = \frac{1}{\left(i\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 + 2\zeta\left(i\frac{\omega}{\omega_n}\right) + 1} = \frac{1}{(ir)^2 + 2\zeta(ir) + 1}$$

$r = \frac{\omega}{\omega_n}$

- O módulo é dado por:

$$|G(\omega)| = -20 \log \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}$$

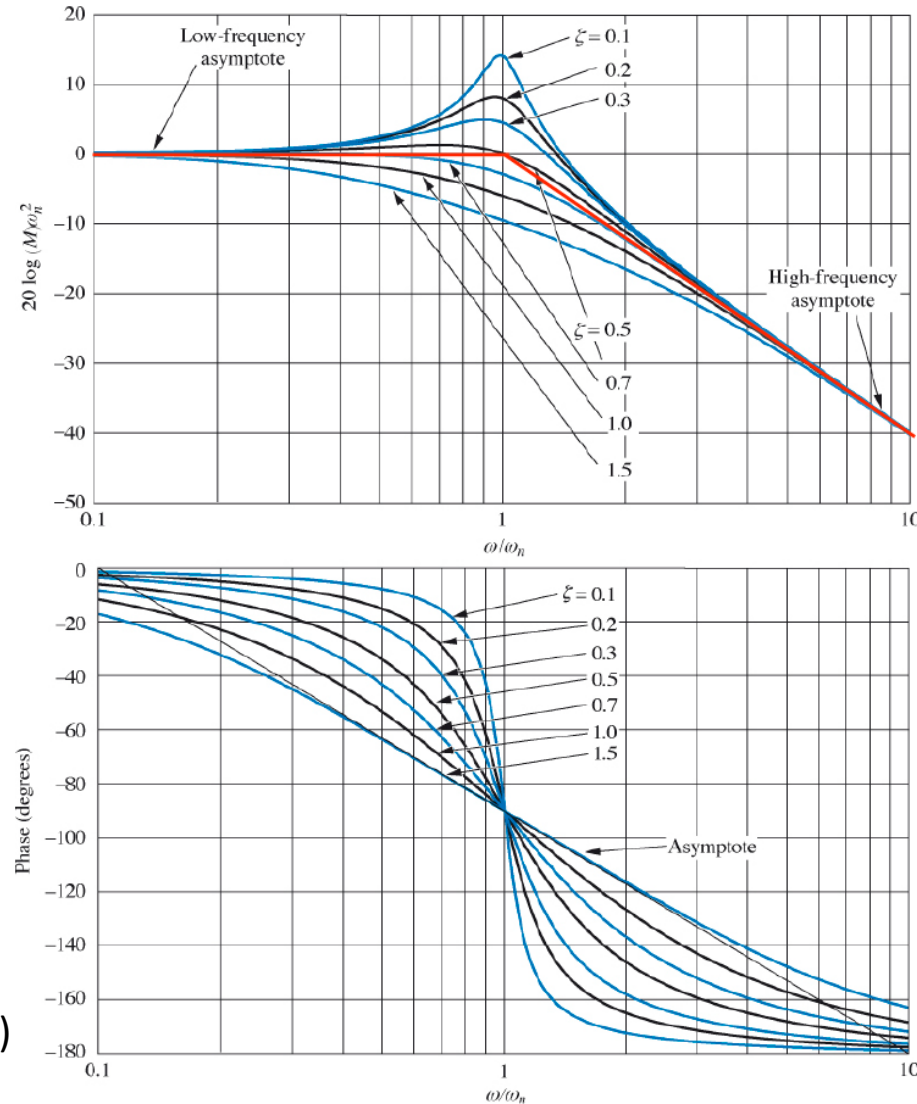
- O ângulo de fase (ou fase) é dado por:

Parte Re Parte Im

$$\angle G(\omega) = -\arctan \frac{\left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right)}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)}$$

Parte Re Parte Im

vi) Polos complexos:



Correção de valores é encontrada em tabelas e/ou gráficos

Pico ocorre em uma frequência menor que a natural

Ocorrência de pico para valores de fator de amortecimento menor que aproximadamente 0,7

Assíntotas se cruzam na frequência de corte igual à frequência natural não amortecia

Queda de 40 dB/década

FONTE: Dorf, R. C.; Bishop, R. H. (2012)

Exemplo: esboçar o gráfico de RF a partir da seguinte FT:

$$G(s) = \frac{5(0,1i\omega + 1)}{(i\omega)(0,5i\omega + 1) \left[\left(\frac{\omega}{50}\right)^2 + 0,6i\left(\frac{\omega}{50}\right) + 1 \right]}$$

Quais sistemas podem ser observados na FT?

- Ganho K:

$$20\log 5 = 14 [dB]$$

- Polo em zero:

$$\frac{1}{i\omega}$$

- Polo em -2:

$$\frac{1}{0,5i\omega + 1}$$

- Zero em -10:

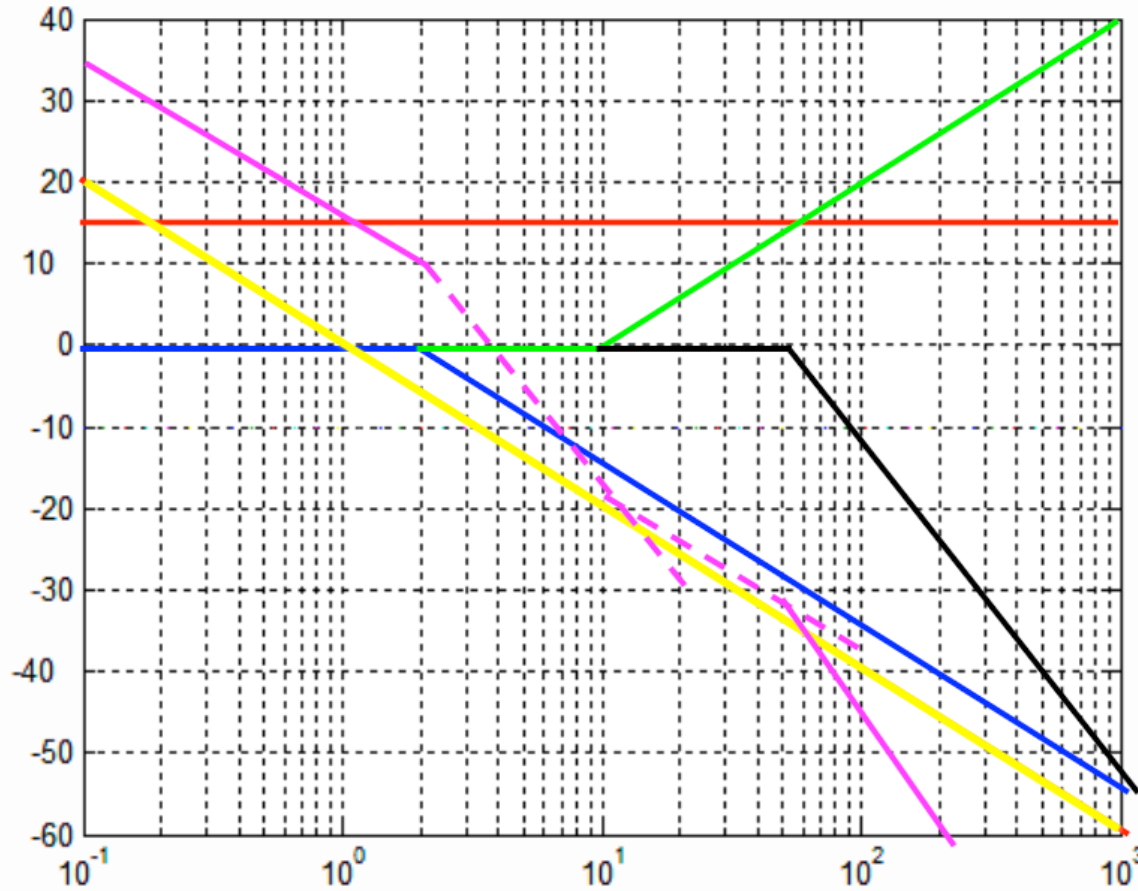
$$0,1i\omega + 1$$

- Polos complexos:

$$\frac{1}{\left(\frac{\omega}{50}\right)^2 + 0,6i\left(\frac{\omega}{50}\right) + 1}$$

$$\begin{aligned} \omega_n &= 50 \text{ rad/s} \\ \zeta &= 0,3 \end{aligned}$$

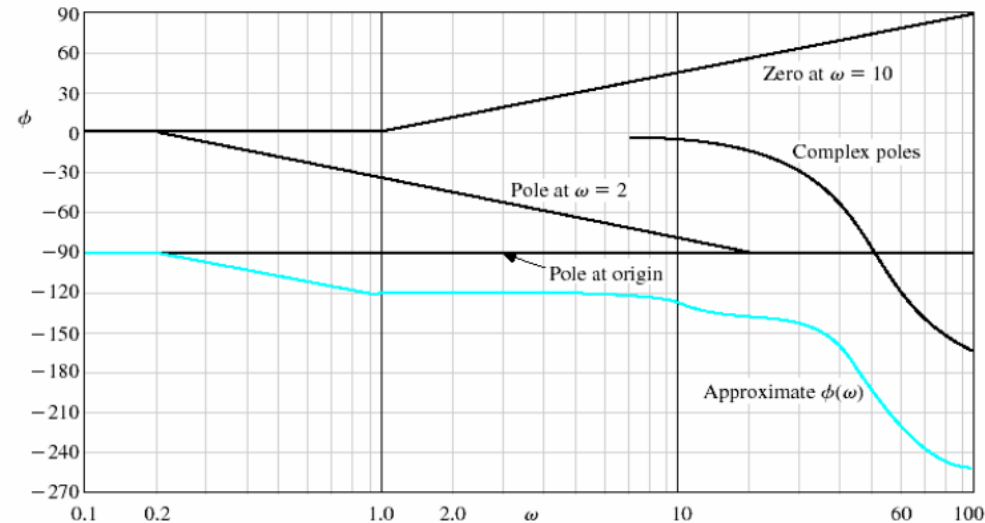
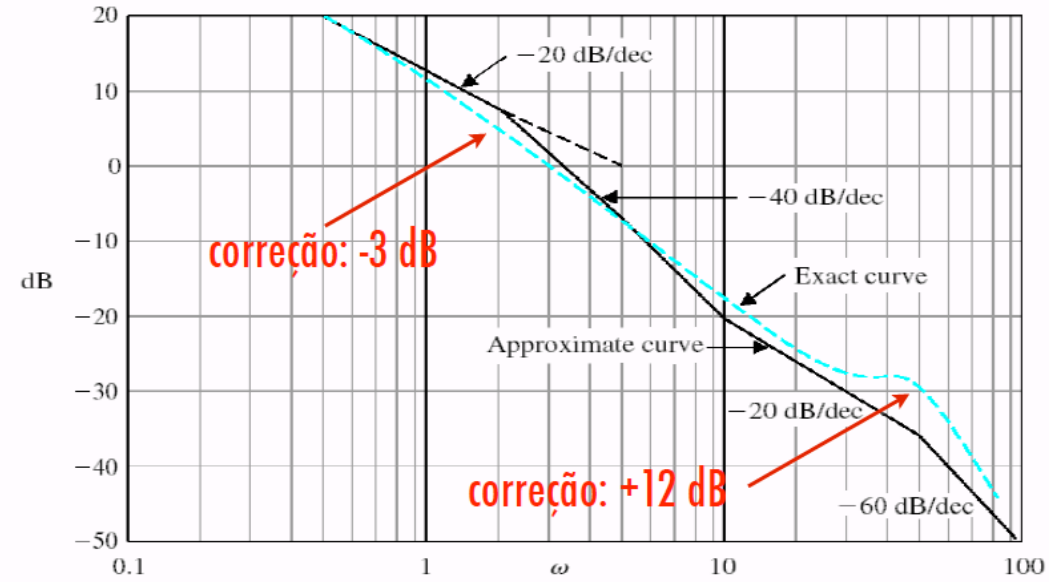
Equações para Relação de Amplitude e Fase



- Ganho K
- Polo em zero
- Polo em -2
- Zero em -10
- Polos complexos
- Soma

FONTE: Dorf, R. C.; Bishop, R. H. (2012)

Equações para Relação de Amplitude e Fase



FONTE: Dorf, R. C.; Bishop, R. H. (2012)

- Equações para Relação de Amplitude e Fase
- RF Aplicado à Dinâmica Longitudinal
- RF Aplicado à Dinâmica Látero-direcional

- A equação característica de uma aeronave (denominador da FT) em seu movimento longitudinal é expressa da seguinte forma:

$$(s^2 + 2\zeta_p\omega_p s + \omega_p^2)(s^2 + 2\zeta_s\omega_s s + \omega_s^2)$$

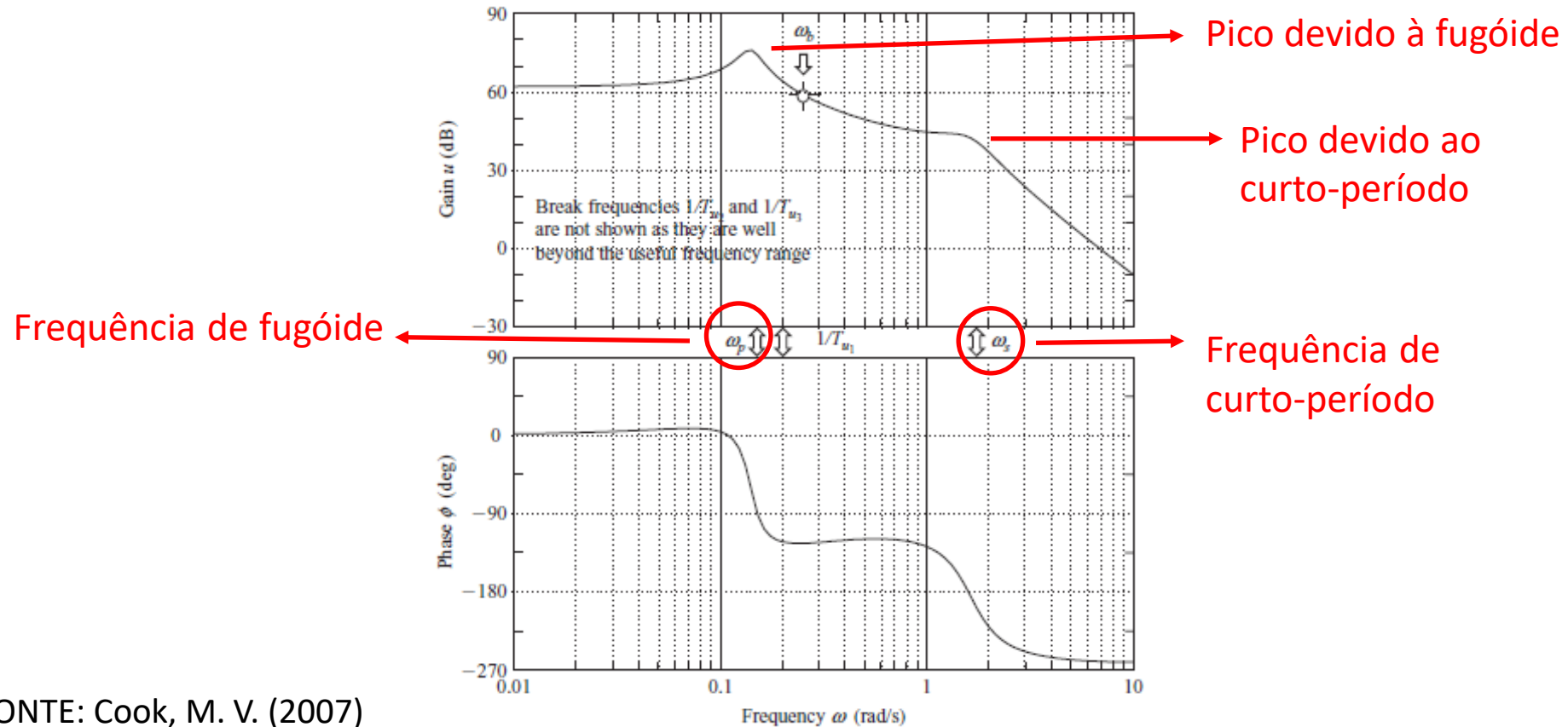
Razão de amortecimento da fugóide

Frequência Natural da fugóide

Razão de amortecimento do curto-período

Frequência Natural do curto-período

- O perfil típico de um Diagrama de Bode aplicado à Dinâmica Longitudinal de uma aeronave é o seguinte:



FONTE: Cook, M. V. (2007)

- Para uma análise mais aplicada, serão estudados alguns diagramas da aeronave A-7 Corsair

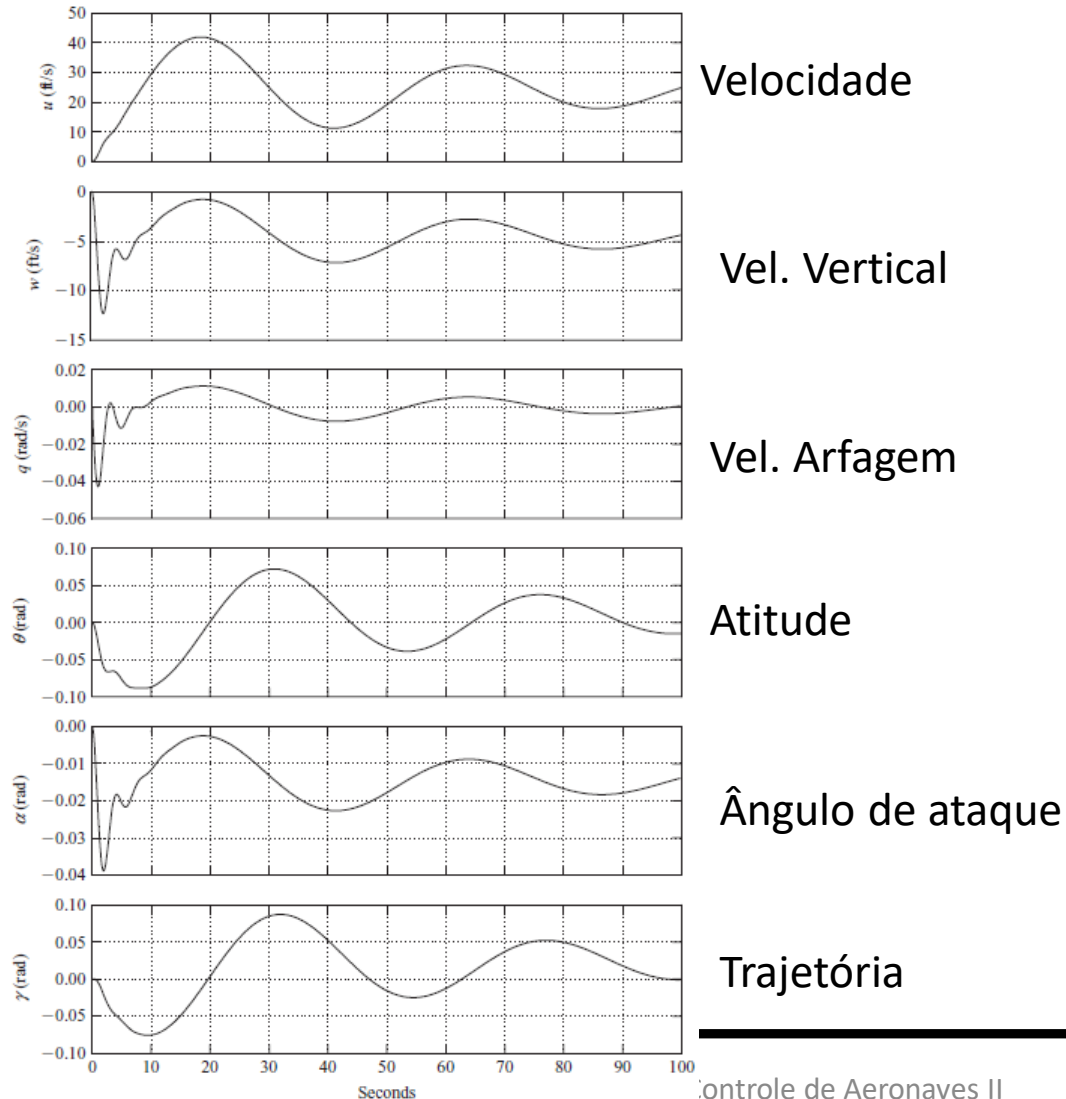


FONTE: nara.getarchives.net



FONTE: aviationtrivia.org

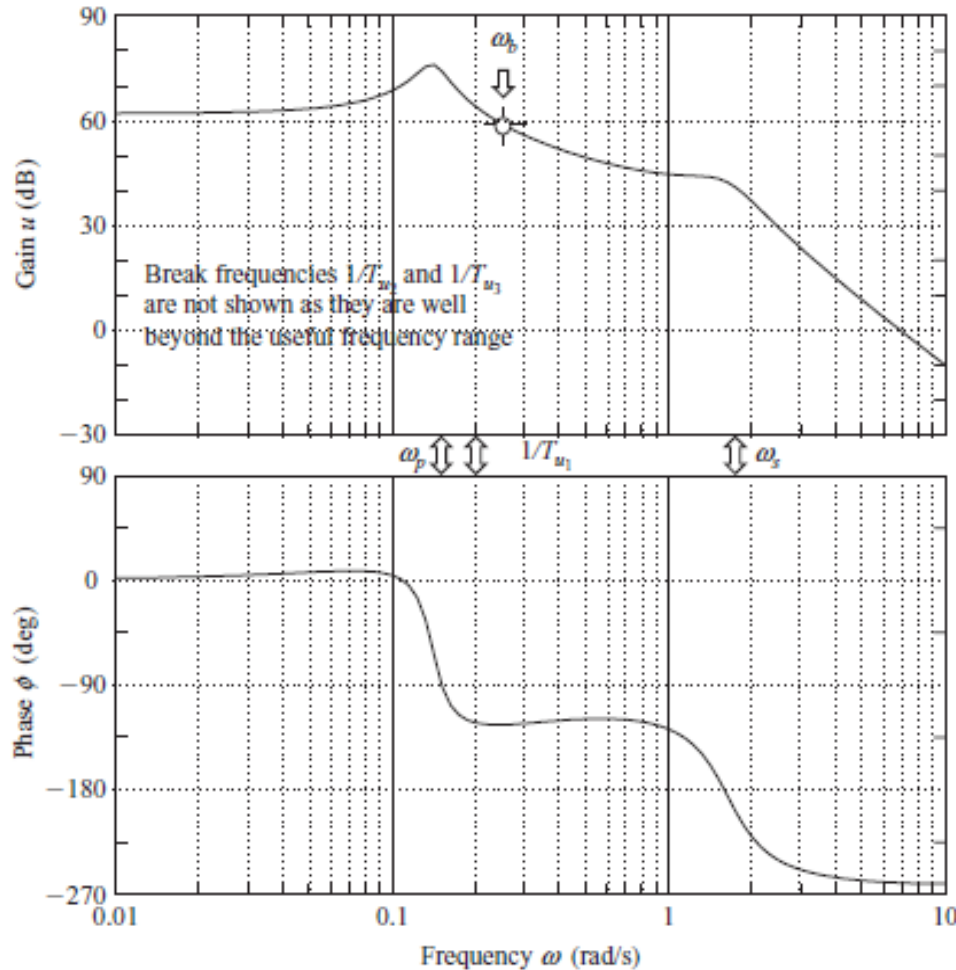
- Respostas em função do tempo a uma deflexão de 1° de profundor



- É possível ver claramente a fugóide (longo período, pouco amortecido) e o curto-período (muito amortecido, alta frequência)

FONTE: Cook, M. V. (2007)

- Diagrama de velocidade em função da deflexão de profundor

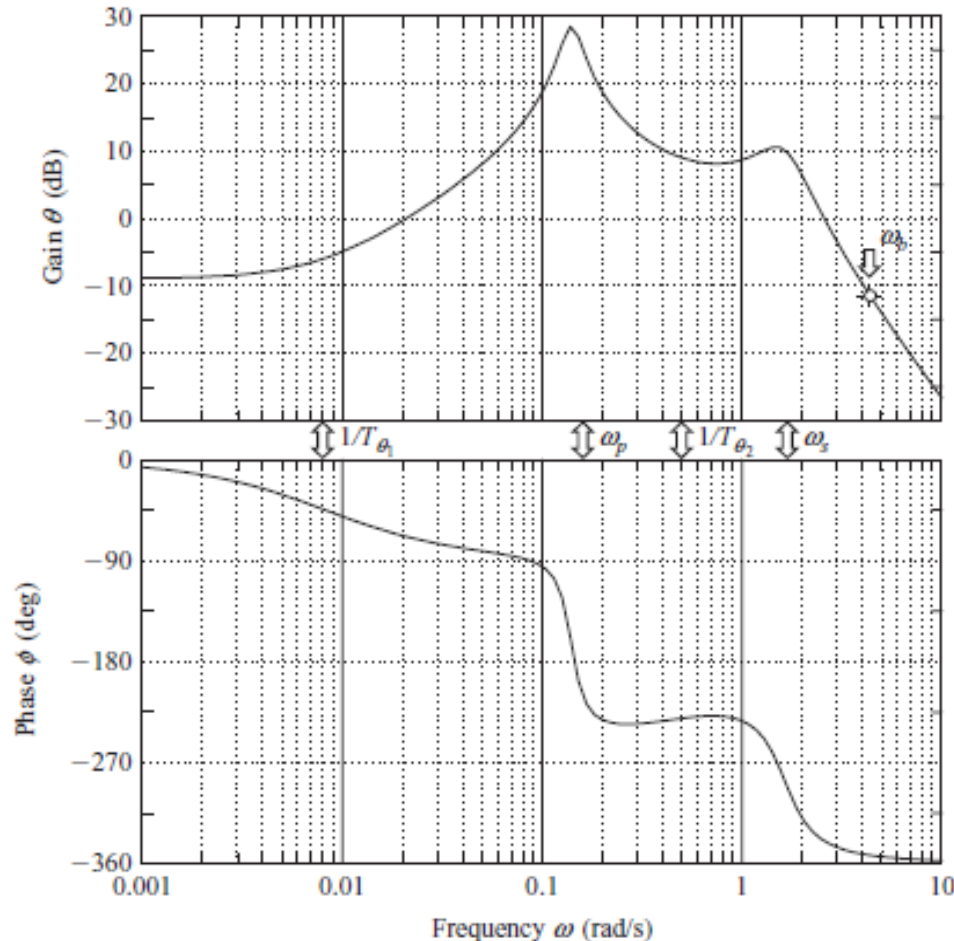


- Como esperado, o amortecimento é menor em fugóide do que em curto-período
- Cada um dos modos apresenta uma resposta de um sistema de segunda ordem
- O sistema é estável?

$$\frac{u(s)}{\eta(s)} = \frac{0.00381(s + 0.214)(s + 135.93)(s + 598.3)}{(s^2 + 0.033s + 0.02)(s^2 + 0.902s + 2.666)}$$

FONTE: Cook, M. V. (2007)

- Diagrama de atitude em função da deflexão de profundor

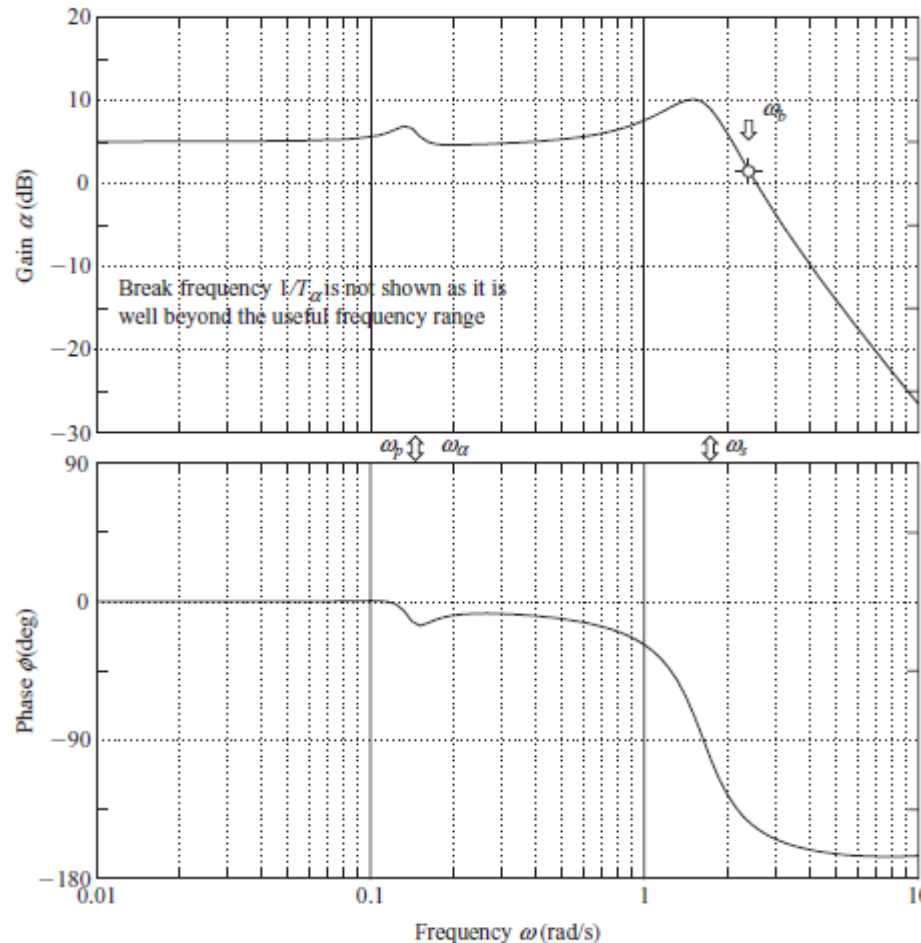


- Apresenta resposta efetiva a frequências mais baixas
- Possui banda passante que engloba os dois modos de movimento
- Novamente, o modo de fugóide é menos amortecido que o de curto período

$$\frac{\theta(s)}{\eta(s)} = \frac{4.516(s - 0.008)(s + 0.506)}{(s^2 + 0.033s + 0.02)(s^2 + 0.902s + 2.666)}$$

FONTE: Cook, M. V. (2007)

- Diagrama de ângulo de ataque em função da deflexão de profundor



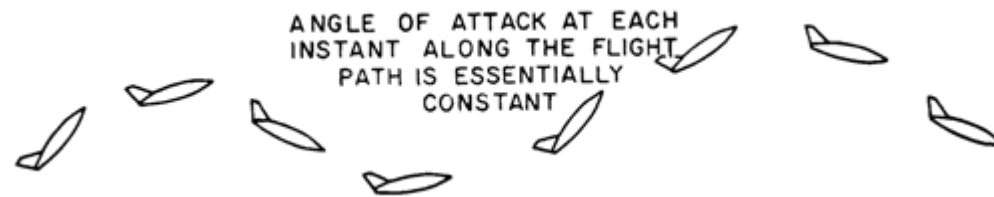
- Possui resposta praticamente constante a frequências menores que a de curto-período
- Possui um zero próximo à frequência de fugaide, minimizando o efeito do seu amortecimento

$$\frac{\alpha(s)}{\eta(s)} = \frac{0.077(s^2 + 0.042s + 0.02)(s + 59.016)}{(s^2 + 0.033s + 0.02)(s^2 + 0.902s + 2.666)}$$

FONTE: Cook, M. V. (2007)

- Diferenças entre trajetória e ângulo de ataque nos dois modos de movimento

Fugóide



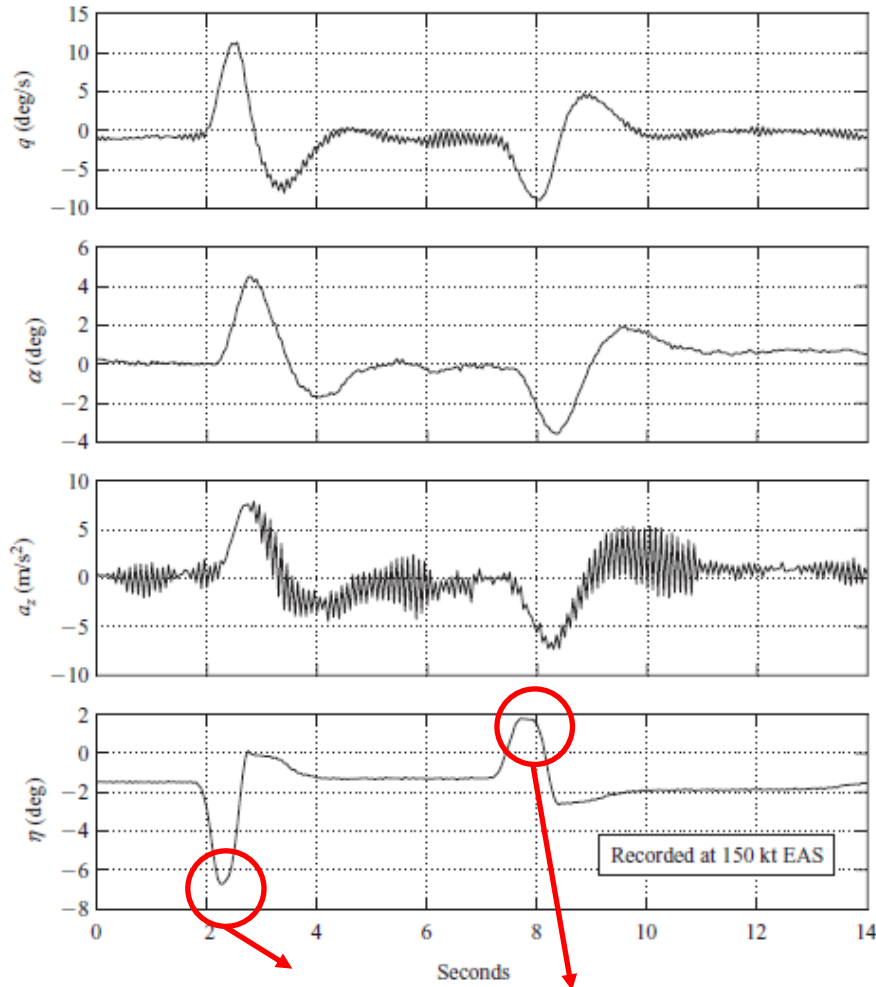
Curto-período



FONTE: Cook, M. V. (2007)

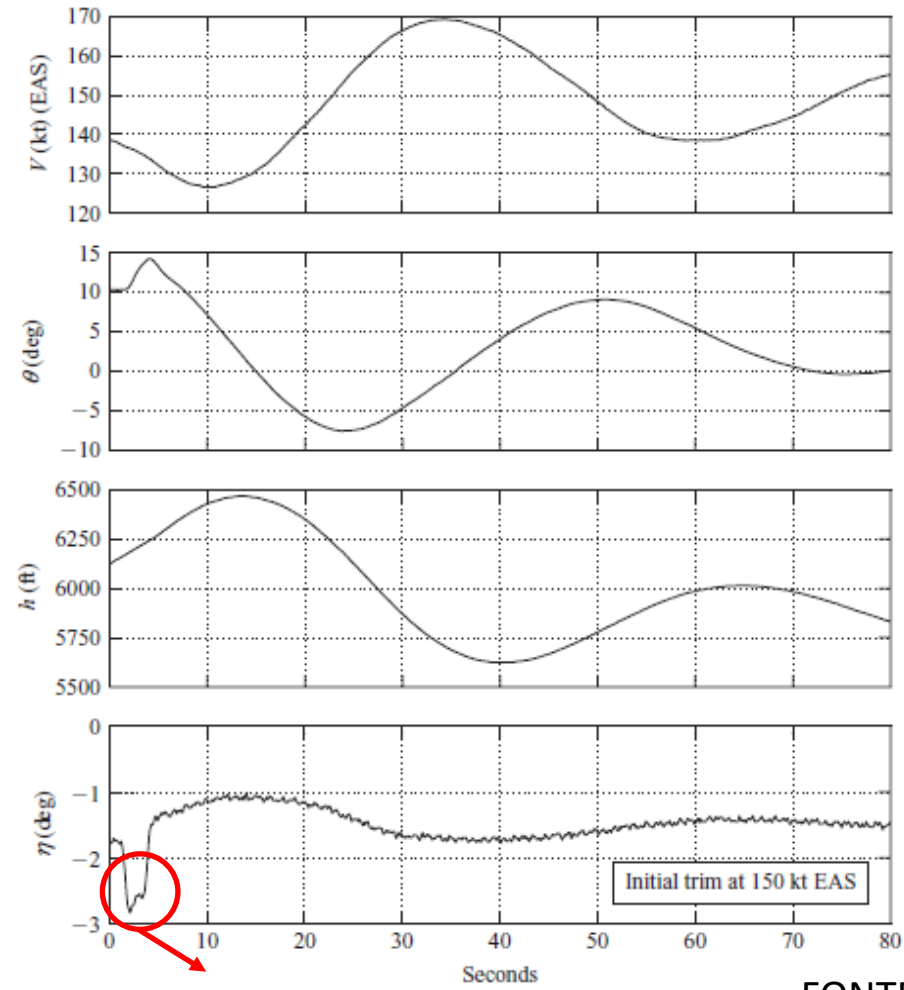
- Como esses modos de movimento são praticamente desacoplados, é possível atuar em um deles com pouca influência no outro
- Uma forma de se fazer isso, de acordo com os diagramas já apresentados, é com inputs de profundor de durações diferentes
- Neste caso, a atuação no curto-período se deu com inputs de menos de 1 segundo, enquanto que para atuar em fugóide, os inputs foram de quase 5 segundos

Curto-período



Deflexão de profundor

Fugóide



Deflexão de profundor

FONTE: Cook, M. V. (2007)

- Equações para Relação de Amplitude e Fase
- RF Aplicado à Dinâmica Longitudinal
- RF Aplicado à Dinâmica Látero-direcional

- Em geral, a equação característica de uma aeronave (denominador da FT) em seu movimento látero-direcional é expressa da seguinte forma:

$$(s + (1/T_s))(s + (1/T_r))(s^2 + 2\zeta_d\omega_d s + \omega_d^2)$$

Constante de tempo da espiral

Constante de tempo do rolamento

Razão de amortecimento do dutch-roll

Frequência Natural do dutch-roll

- Para uma análise mais aplicada, serão estudados alguns diagramas da aeronave Douglas DC-8

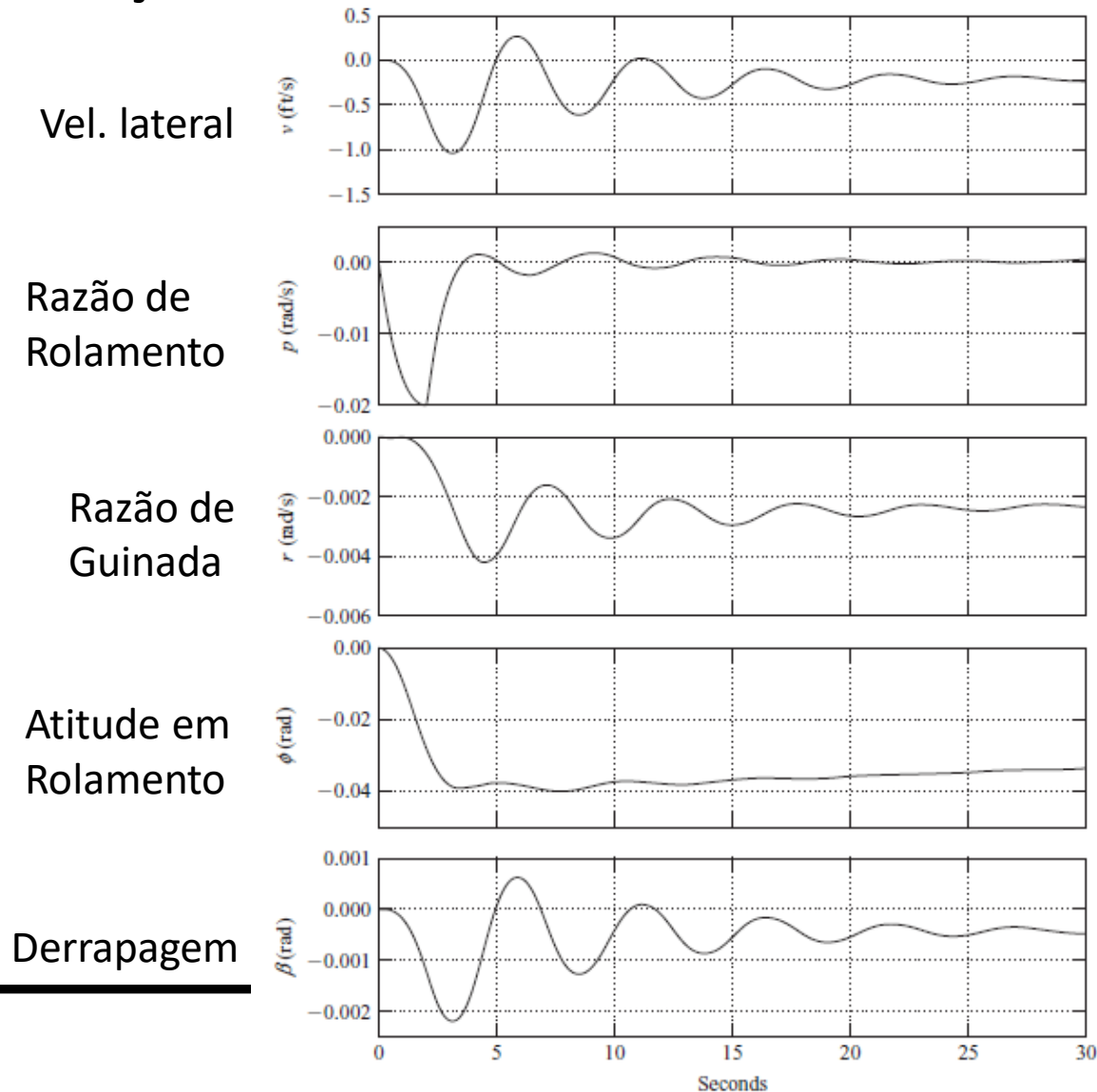


FONTE: airlineratings.com



FONTE: Wikipedia

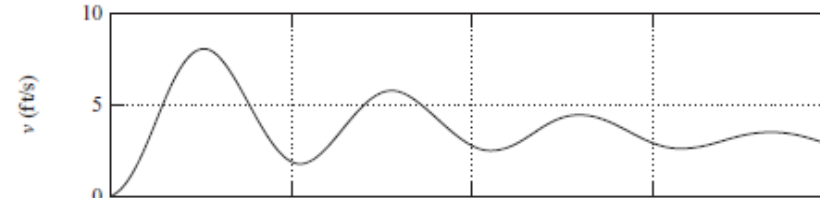
- Respostas em função do tempo a uma deflexão de 1° de aileron por 2 segundos



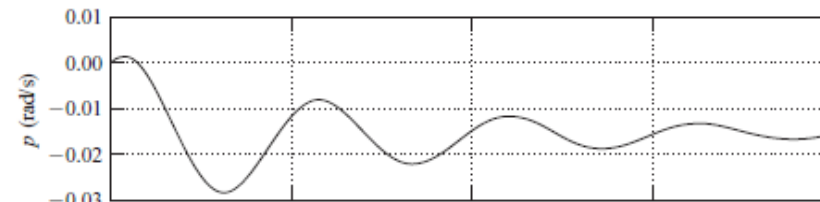
FONTE: Cook, M. V. (2007)

- Respostas em função do tempo a uma deflexão de 1° de leme

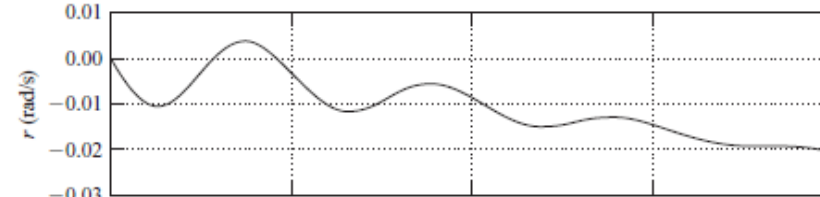
Vel. lateral



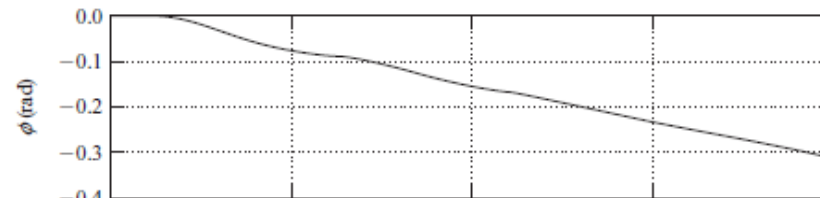
Razão de Rolamento



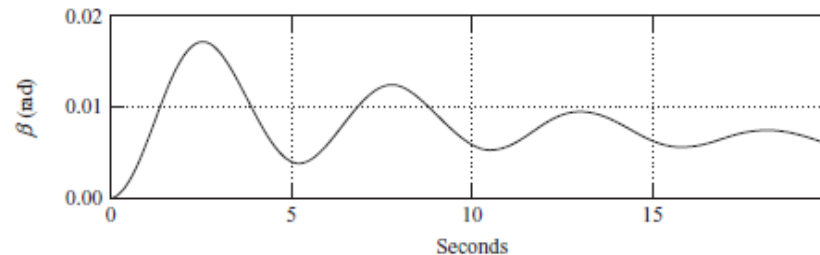
Razão de Guinada



Atitude em Rolamento



Derrapagem



FONTE: Cook, M. V. (2007)

- Dos gráficos anteriores, é possível se obter 10 FTs, porém apenas 4 delas são de maior importância no estudo de dinâmica látero-direcional:

$$\frac{\phi(s)}{\xi(s)} = \frac{-1.62(s^2 + 0.362s + 1.359)}{(s + 0.0065)(s + 1.329)(s^2 + 0.254s + 1.433)} \text{ rad/rad (deg/deg)}$$

Rolamento devido à deflexão de aileron

$$\frac{\beta(s)}{\xi(s)} = \frac{0.0188(s + 0.197)(s - 7.896)}{(s + 0.0065)(s + 1.329)(s^2 + 0.254s + 1.433)} \text{ rad/rad (deg/deg)}$$

Derrapagem devido à deflexão de aileron

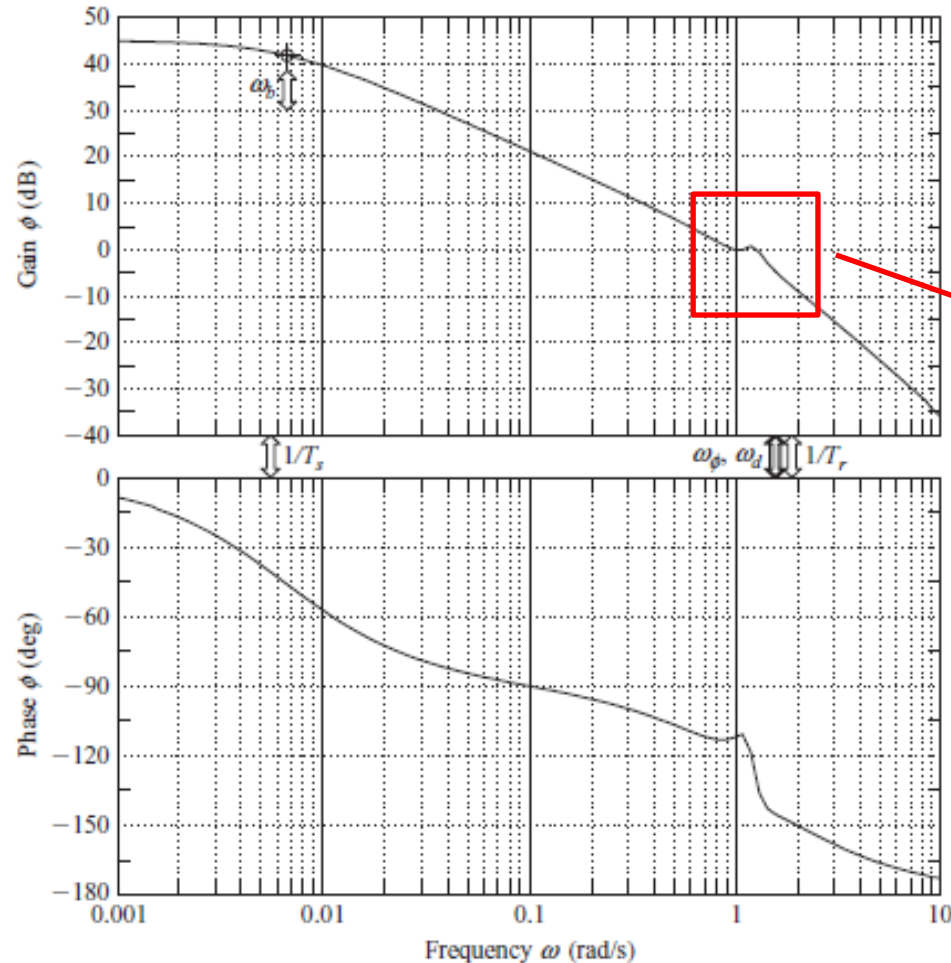
$$\frac{r(s)}{\zeta(s)} = \frac{-0.864(s + 1.335)(s^2 - 0.03s + 0.109)}{(s + 0.0065)(s + 1.329)(s^2 + 0.254s + 1.433)} \text{ rad/s/rad (deg/s/deg)}$$

Razão de guinada devido à deflexão de leme

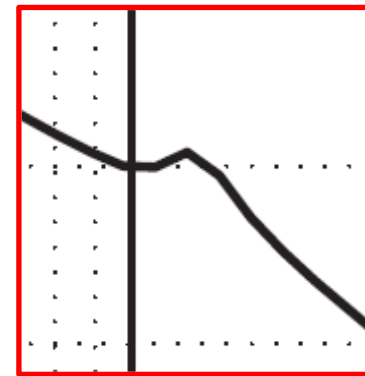
$$\frac{p(s)}{\zeta(s)} = \frac{0.392s(s + 1.85)(s - 2.566)}{(s + 0.0065)(s + 1.329)(s^2 + 0.254s + 1.433)} \text{ rad/s/rad (deg/s/deg)}$$

Razão de rolamento devido à deflexão de leme

- Rolamento devido à deflexão de aileron



$$\frac{\phi(s)}{\xi(s)} = \frac{-1.62(s^2 + 0.362s + 1.359)}{(s + 0.0065)(s + 1.329)(s^2 + 0.254s + 1.433)}$$

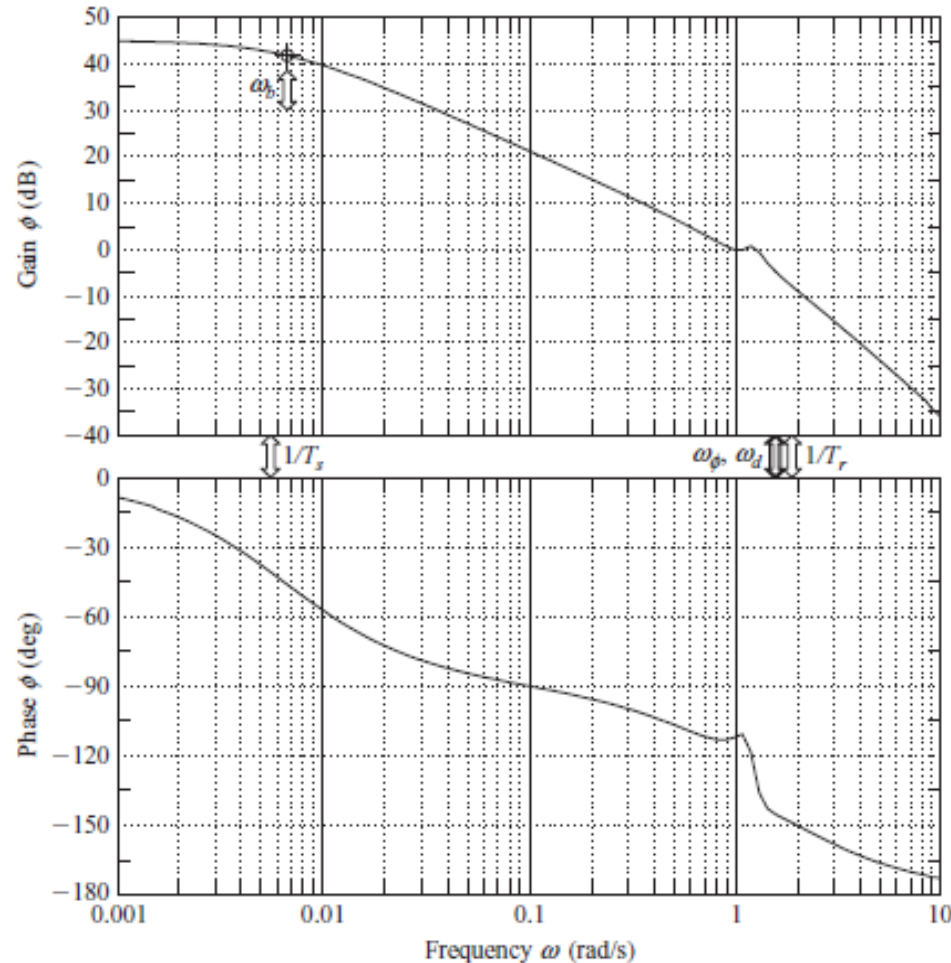


Um pico (sist. de 2.a ordem) e uma mudança de inclinação da curva (sist. de 1.a ordem)

- O pico apresenta a resposta em Dutch-Roll e a mudança de inclinação corresponde à resposta em Rolamento

FONTE: Cook, M. V. (2007)

- Rolamento devido à deflexão de aileron

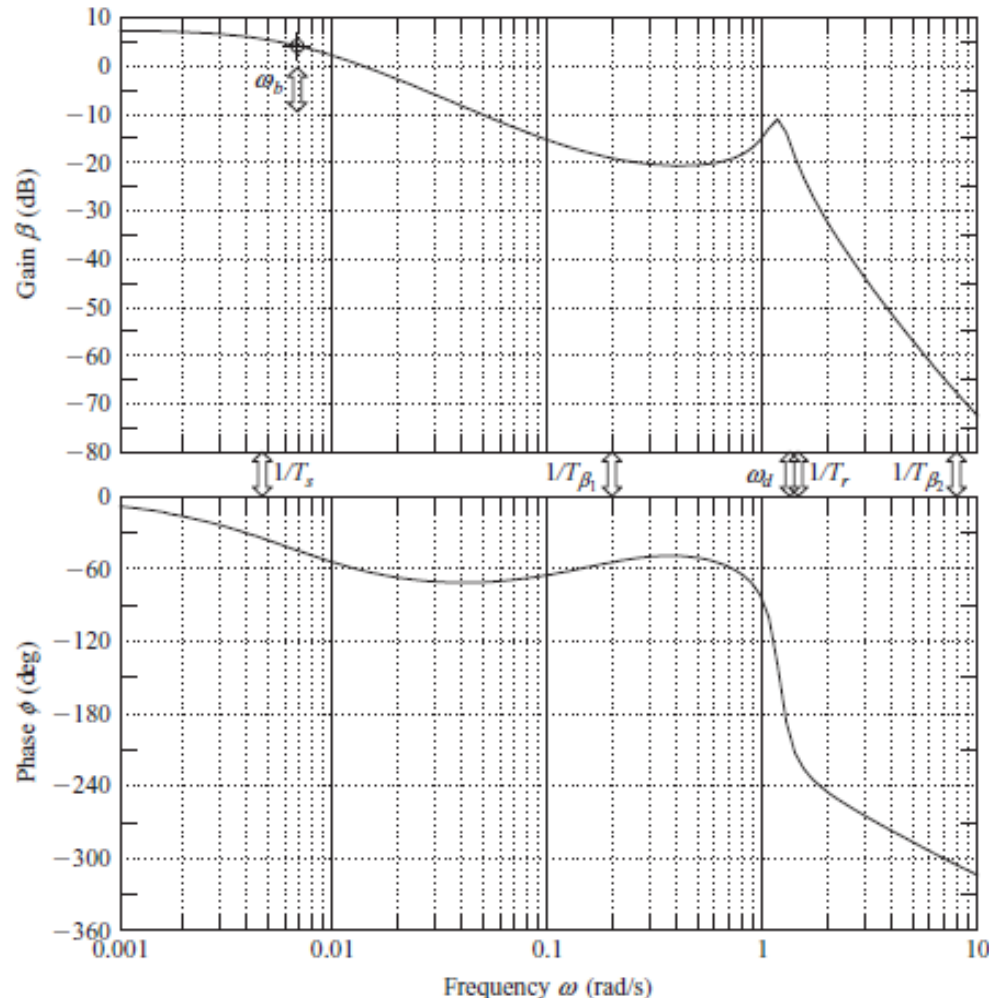


$$\frac{\phi(s)}{\xi(s)} = \frac{-1.62(s^2 + 0.362s + 1.359)}{(s + 0.0065)(s + 1.329)(s^2 + 0.254s + 1.433)}$$

- As constantes de tempo de espiral e rolamento surgem em pontos do gráfico com formatos de pólos reais
- A banda passante mostra que o controle neste caso seria efetivo apenas em espiral
- O pico de Dutch-roll mostra que, para essa função, o sistema é subamortecido, o que pode ser confirmado nos gráficos em função do tempo

FONTE: Cook, M. V. (2007)

- Derrapagem devido à deflexão de aileron

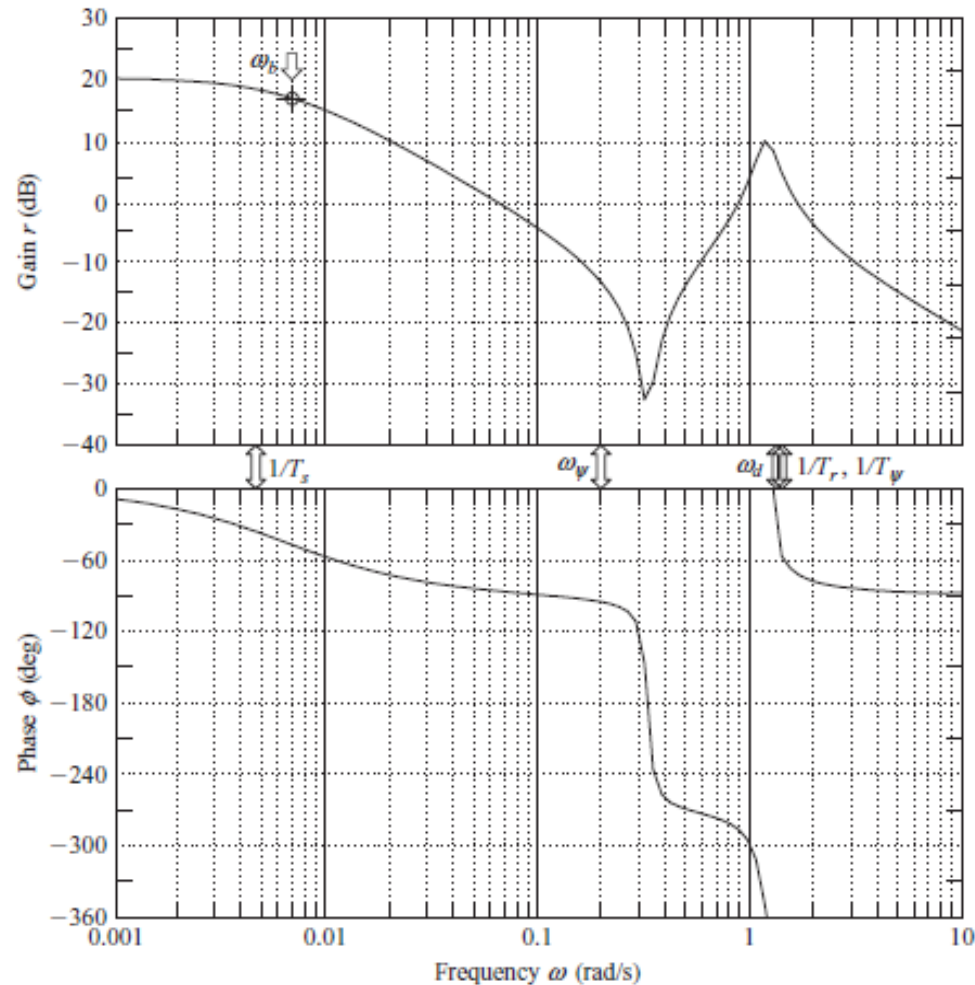


$$\frac{\beta(s)}{\xi(s)} = \frac{0.0188(s + 0.197)(s - 7.896)}{(s + 0.0065)(s + 1.329)(s^2 + 0.254s + 1.433)}$$

- Neste caso, a resposta em derrapagem possui duas constantes de tempo gerando zeros reais
- O Dutch-Roll possui as mesmas características do caso anterior. Porém o pico é mais pronunciado devido à escala do gráfico
- A banda passante mostra que o controle neste caso seria efetivo apenas em espiral

FONTE: Cook, M. V. (2007)

- Razão de Guinada devido à deflexão de leme

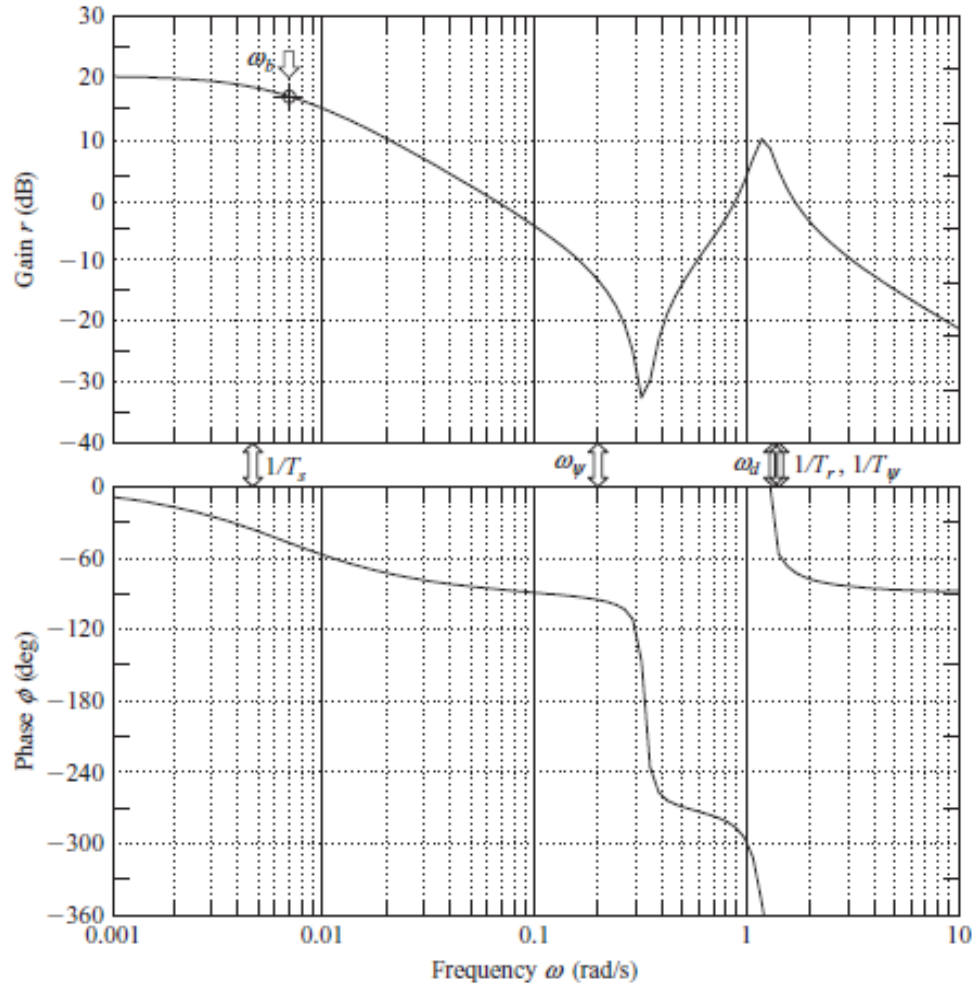


$$\frac{r(s)}{\zeta(s)} = \frac{-0.864(s + 1.335)(s^2 - 0.03s + 0.109)}{(s + 0.0065)(s + 1.329)(s^2 + 0.254s + 1.433)}$$

- Neste caso, a resposta possui uma antirressonância causada pela entrada
- O Dutch-Roll possui as mesmas características do caso anterior. Porém o pico é mais pronunciado devido à escala do gráfico
- A banda passante mostra que o controle neste caso seria efetivo apenas em espiral

FONTE: Cook, M. V. (2007)

- Razão de Guinada devido à deflexão de leme

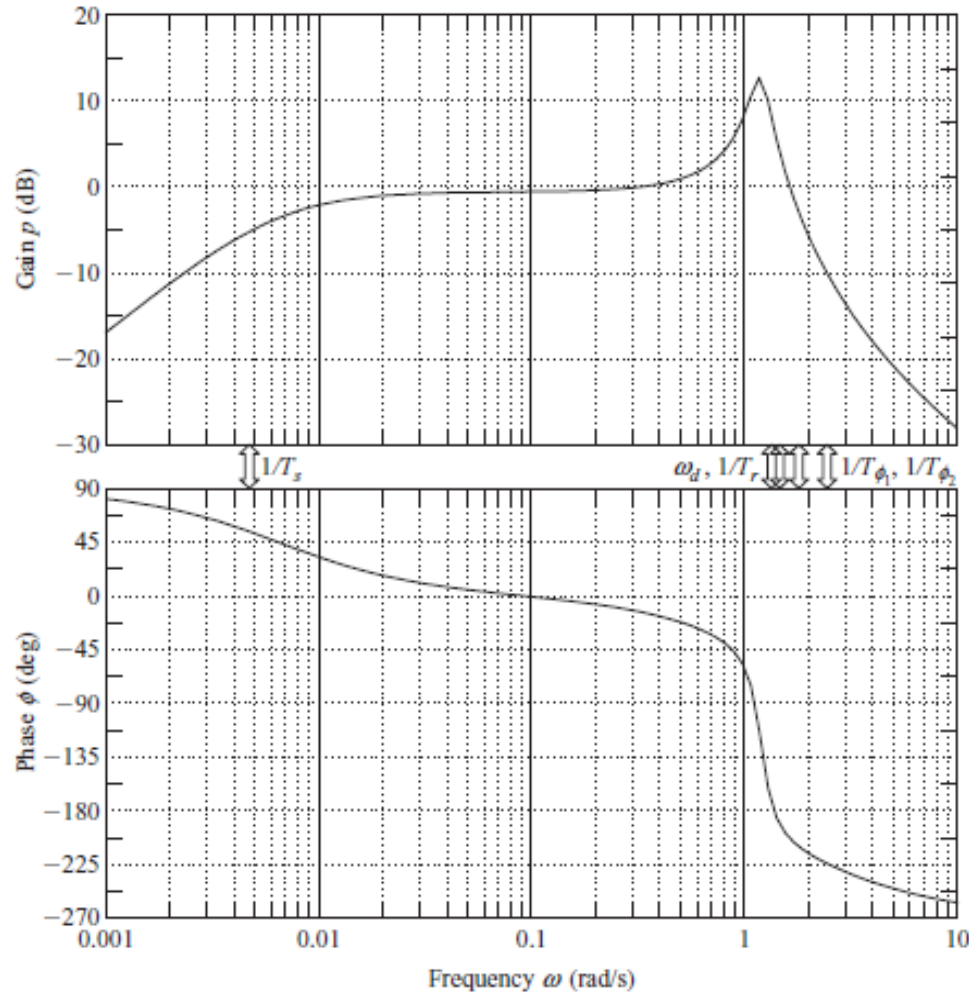


$$\frac{r(s)}{\zeta(s)} = \frac{-0.864(s + 1.335)(s^2 - 0.03s + 0.109)}{(s + 0.0065)(s + 1.329)(s^2 + 0.254s + 1.433)}$$

- Se o piloto defletir lentamente o leme, ele terá uma resposta efetiva (alto ganho), com diferença de fase pequena. Conforme aumenta a velocidade da deflexão, a efetividade da resposta vai diminuindo até atingir um mínimo a aproximadamente 0,35 rad/s, onde possui diferença de fase de 180°. Se continuar aumentando a velocidade da deflexão, a efetividade volta a aumentar e sua diferença de fase chega a 360° = 0°.

FONTE: Cook, M. V. (2007)

- Razão de Rolamento devido à deflexão de leme

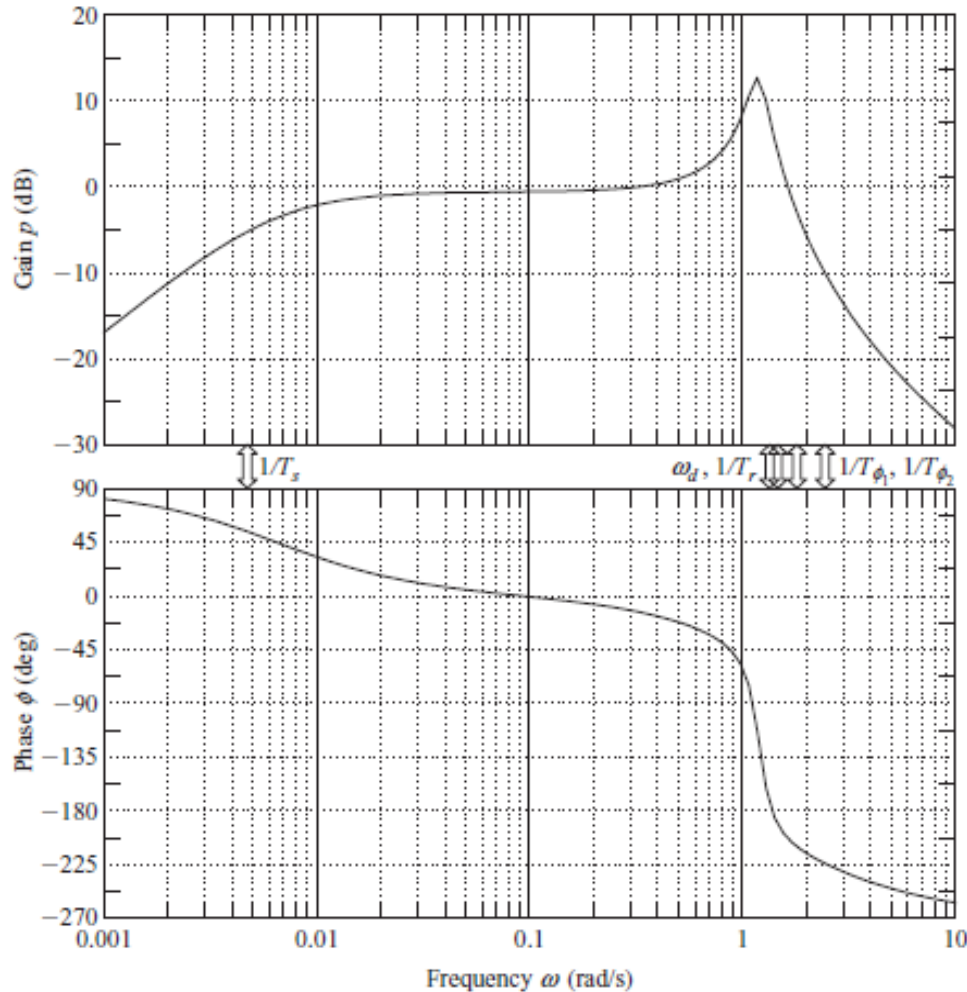


$$\frac{p(s)}{\zeta(s)} = \frac{0.392s(s + 1.85)(s - 2.566)}{(s + 0.0065)(s + 1.329)(s^2 + 0.254s + 1.433)}$$

- Neste caso, a resposta possui dois zeros reais
- O Dutch-Roll possui as mesmas características do caso anterior. Porém o pico é mais pronunciado devido à escala do gráfico

FONTE: Cook, M. V. (2007)

- Razão de Rolamento devido à deflexão de leme



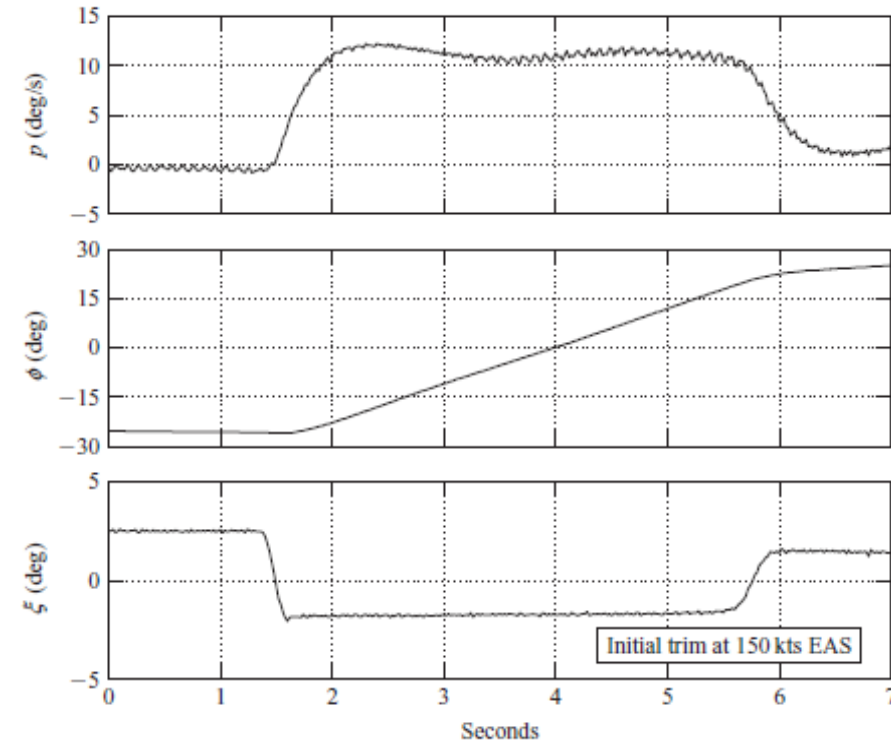
$$\frac{p(s)}{\zeta(s)} = \frac{0.392s(s + 1.85)(s - 2.566)}{(s + 0.0065)(s + 1.329)(s^2 + 0.254s + 1.433)}$$

- Esta função apresenta um caso de movimentos acoplados, já que em uma deflexão de leme não é esperado que haja rolamento. Em deflexões muito lentas, de fato o ganho é muito pequeno, aumentando conforme a velocidade da entrada cresce

FONTE: Cook, M. V. (2007)

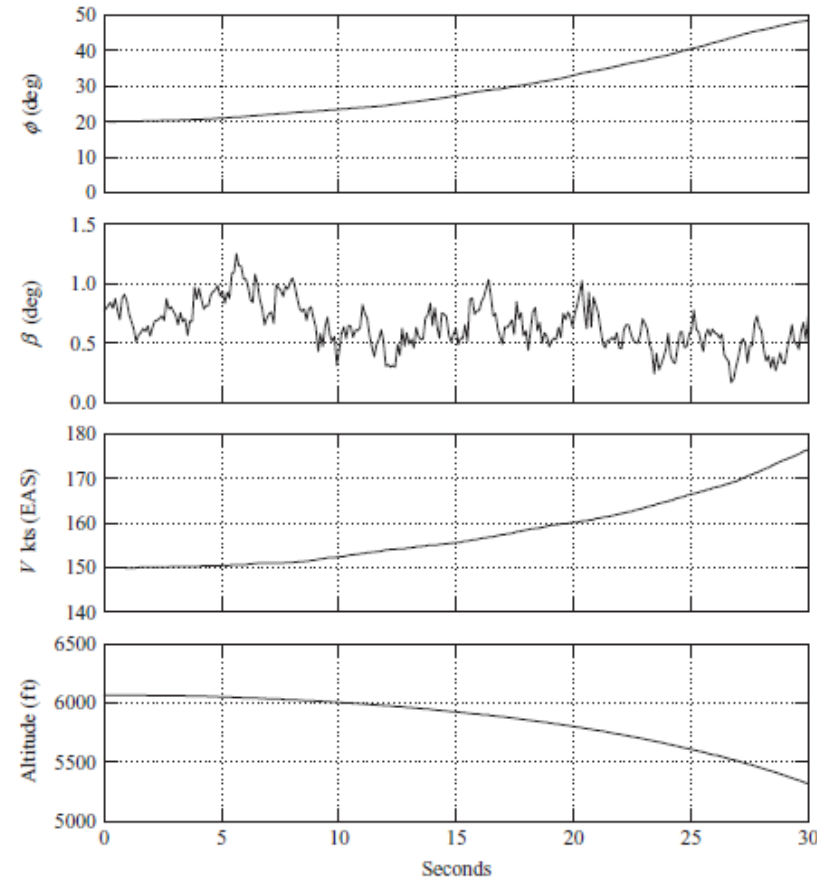
- Considerações sobre dinâmica látero-direcional:
- Em geral, nota-se que o modo de espiral possui uma constante de tempo muito maior ($1/T$ menor) que os outros modos, o que indica que é um movimento de resposta lenta
- Logo, é aceitável que esse movimento seja instável, assim como o movimento de fugóide, já que ele não afeta a qualidade de voo da aeronave
- A frequência natural de Dutch-Roll e a frequência de corte de rolamento apresentam valores parecidos, indicando uma tendência a acoplamento
- Diferente do caso longitudinal, os modos de movimento possuem uma tendência maior de acoplamento, em especial o dutch-roll e o rolamento

- Considerações sobre dinâmica látero-direcional:
- Existem técnicas porém para se excitá-los alterando minimamente os outros
- Para se excitar o modo de rolamento, a maneira mais adequada é uma deflexão curta de aileron, na forma quadrada



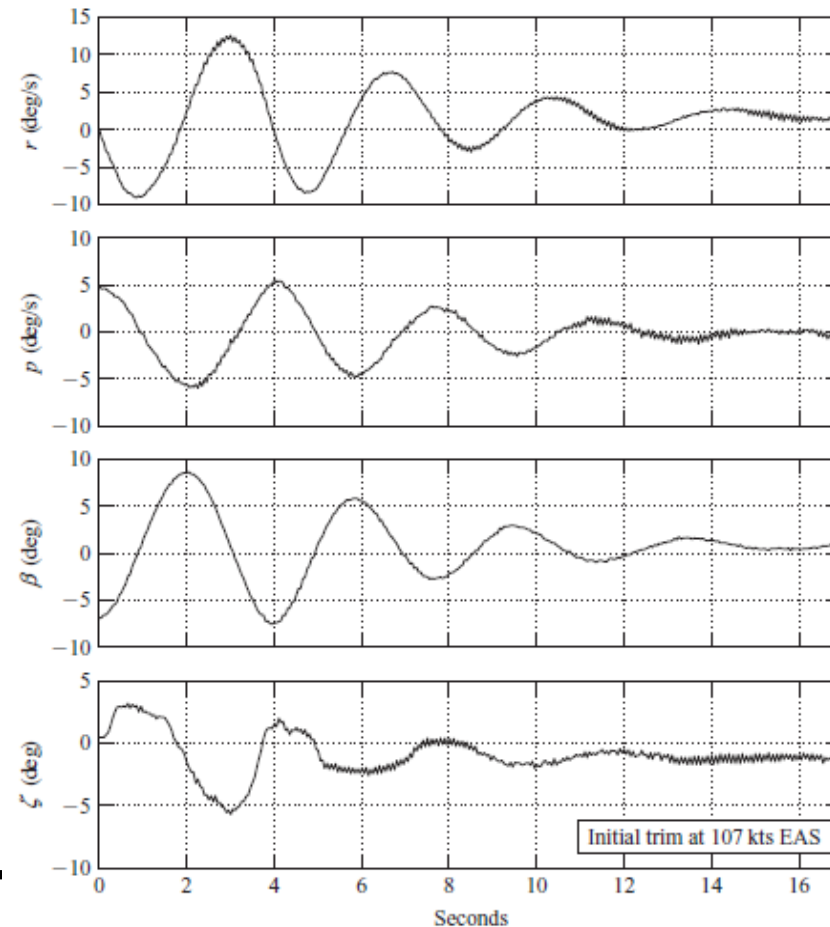
FONTE: Cook, M. V. (2007)

- Considerações sobre dinâmica látero-direcional:
- Para excitação do modo de espiral, basta uma entrada pulso no leme



FONTE: Cook, M. V. (2007)

- Considerações sobre dinâmica látero-direcional:
- A melhor forma de se excitar o Dutch-Roll é através de um “doublet” de leme



FONTE: Cook, M. V. (2007)