

Lista 5 - Sobre integrais impróprias

(I) Calcule:

1. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^4} dx$	2. $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx$	3. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx$
4. $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$	5. $\int_0^{+\infty} \frac{x}{1+x^4} dx$	6. $\int_0^{+\infty} x e^{-3x} dx$
7. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx$	8. $\int_0^1 \ln x dx$	9. $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{2-x}} dx$
10. $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$	11. $\int_1^3 \frac{x^2}{\sqrt{x^3-1}} dx$	12. $\int_{-\infty}^0 x e^{-x^2} dx$

(II) Verifique se as seguintes integrais impróprias são convergentes ou divergentes, justificando:

1. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^6 + 7x^3 + 1} dx$	2. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{x^5 + x^2 + 1}} dx$
3. $\int_1^{+\infty} \frac{x^2 + 1}{3x^3 - 1} dx$	4. $\int_2^{+\infty} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^5} dx$
5. $\int_1^{+\infty} \frac{2x^2 + 1}{5x^3 + 2} dx$	6. $\int_1^{+\infty} \frac{\cos 7x}{x^3 + 1} dx$
7. $\int_5^{+\infty} \frac{x^5 - 3}{x^7 + 3x^5 - x^2} dx$	8. $\int_3^{+\infty} \frac{\ln x}{x \ln(x+1)} dx$
9. $\int_4^{+\infty} \frac{x^7 - x + 2}{x^8 + 2x + 1} dx$	10. $\int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{sen} 2x}{x} dx$
11. $\int_5^{+\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x^6 + 2x + 3}} dx$	12. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^4 + 2x^2 + 7} dx$

(A integral $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx$ é convergente se ambas as integrais $\int_{-\infty}^0 f(x) dx$ e $\int_0^{+\infty} f(x) dx$ são convergentes.)

(3) Considere a função $f : [1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \frac{1}{x}$.

Esboce o gráfico de f . Calcule a área da região $R = \{(x, y) : x \geq 1, 0 \leq y \leq f(x)\}$.

Calcule o volume do sólido que se obtém por rotação da região R em torno do eixo x .