UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO – PIRASSUNUNGA

# ZEB0562
# CÁLCULO NUMÉRICO

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

PROF. DR. JOSÉ A. RABI

DEPTO. ENGENHARIA DE BIOSSISTEMAS

USP FZEA

ZEB0562 – TÓPICO 04: PARTE 1/5

# SOLUÇÃO DE SISTEMAS LINEARES: INTRODUÇÃO

- SISTEMAS LINEARES: CONCEITOS BÁSICOS
- SISTEMAS LINEARES: FORMA MATRICIAL
- MATRIZ AUMENTADA E MATRIZ TRIANGULAR
- SOLUÇÃO POR SUBSTITUIÇÃO RETROATIVA

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

USP

FZEA

# Sistemas lineares: conceitos básicos

- Sistema linear de $n$ equações algébricas $n$ incógnitas:

$$\begin{array}{ccccccccc}
a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & \cdots & + & a_{1n}x_n & = & b_1 \\
a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & \cdots & + & a_{2n}x_n & = & b_2 \\
\vdots & & \vdots & & \cdots & & \vdots & & \vdots \\
a_{n1}x_1 & + & a_{n2}x_2 & + & \cdots & + & a_{nn}x_n & = & b_n
\end{array}$$

  – Forma matricial $\Rightarrow$ $\mathbf{A}\,\mathbf{x} = \mathbf{b}$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

**matriz dos coeficientes** **vetor das incógnitas** **termos independentes**

# Matriz aumentada e matriz triangular

- Matriz aumentada: $\tilde{\mathbf{A}} = [\mathbf{A}\ \mathbf{b}] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} & b_n \end{bmatrix}$

- Matriz triangular superior: $\begin{bmatrix} a'_{11} & a'_{12} & \cdots & a'_{1n} & b'_1 \\ 0 & a'_{22} & \cdots & a'_{2n} & b'_2 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a'_{nn} & b'_n \end{bmatrix}$
  - Solução via substituição retroativa (*back-substitution*)
  - Exemplo:

$$\begin{aligned} 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 &= 8 \\ 8x_2 + 2x_3 &= -7 \\ 6x_3 &= 3 \end{aligned} \xrightarrow{\text{substituição retroativa}} \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

USP FZEA