VETORES, PRODUTO ESCALAR E PRODUTO VETORIAL – PARTE 2

Cálculo II – Aula 5

Profa. Dra. Patricia Targon Campana

Grupo de Biomateriais e Espectroscopia

pcampana@usp.br

Sala 339C – Titanic

3091-8883

9 3775-3979

tumblr. sciencenebula.tumblr.com

facebook /Campana.PT

twitter @profaPCampana

Produto vetorial

Dado dois vetores não paralelos, **u** e **v** como podemos encontrar um novo vetor **w** perpendicular aos dois vetores dados?

O produto vetorial de $\mathbf{u} = (a_1, a_2, a_3)$ e $\mathbf{v} = (b_1, b_2, b_3)$ (num sistema de coordenadas cartesiano), denotado por $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$, é o vetor obtido pelo seguinte determinante formal:

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}.$$

Dados os vetores $\mathbf{u} = (a_1, a_2, a_3)$, $\mathbf{v} = (b_1, b_2, b_3)$ e $\mathbf{w} = (c_1, c_2, c_3)$ o produto vetorial possui as seguintes propriedades:

1. *Anti-simetria* $\mathbf{u} \times \mathbf{w} = -\mathbf{w} \times \mathbf{u}$
2. *Distributiva:* $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) \times \mathbf{w} = \mathbf{u} \times \mathbf{w} + \mathbf{v} \times \mathbf{w}$
3. *Produto misto* $\mathbf{u} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{w}) = (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{w} = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$
4. $\|\mathbf{u} \times \mathbf{v}\|^2 = \|\mathbf{u}\|^2 \|\mathbf{v}\|^2 - |\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|^2$
5. $\|\mathbf{u} \times \mathbf{v}\| = \|\mathbf{u}\| \|\mathbf{v}\| \operatorname{sen}(\theta)$, *onde* θ *é o ângulo entre os vetores* $\mathbf{u}$ *e* $\mathbf{v}$.

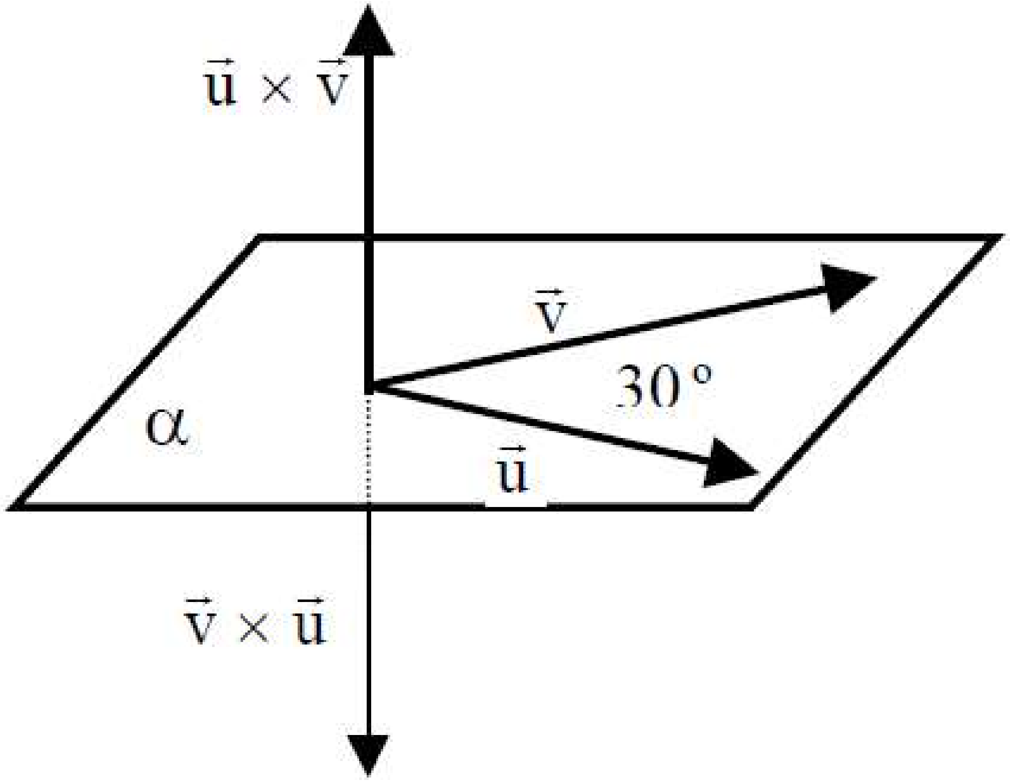
Exemplo: Sejam **u** e **v** vetores num mesmo plano, onde |u| = 2 e |v| = (3), e (u,v) = 30.

Calculando: A = | **u** x **v** |

$$\vec{u} \times \vec{v}\,| = |\,\vec{u}\,||\,\vec{v}\,|\,\text{sen}\,30^{o} = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{3}$$

e *B* = |**v** x **u**|

$$|\,\vec{v} \times \vec{u}\,| = |\,\vec{v}\,||\,\vec{u}\,|\,\text{sen}\,30^{o} = \sqrt{3} \cdot 2 \cdot \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{3}$$



$\vec{u} \times \vec{v}$
$\vec{v}$
$30°$
α
$\vec{u}$
$\vec{v} \times \vec{u}$

BEspec

Referências

- Neuhauser, Claudia, 1962. Calculus for biology and medicine
- Hughes-Hallett, Deborah. 2014 Applied calculus
- Hughes-Hallett, Deborah. 2017. Multivariable calculus
- Geometria Analítica e Vetorial - Daniel Miranda, Rafael Grisi, Sinuê Lodovici