

5.7 FASORES — RELAÇÕES FASORIAIS

Consideremos a excitação complexa

$$\dot{v} = V_m e^{j\omega t + \theta} \quad (5.69)$$

que pode ser escrita como segue:

$$\dot{v} = \sqrt{2} \cdot V e^{j\omega t} \cdot e^{j\theta} \quad (5.70)$$

onde:

$$\dot{V} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \text{ é o valor eficaz da tensão } v(t).$$

Verificamos nas seções anteriores que podemos eliminar o termo $e^{j\omega t}$ na resolução das equações para a obtenção da resposta. Desta forma, a tensão complexa \dot{v} pode ser representada apenas pela expressão

$$\dot{V} = V \cdot e^{j\theta} \text{ ou } \dot{V} = V \angle \theta \quad (5.71)$$

que é denominado *fasor* da tensão $v(t)$.

Este procedimento introduz simplificações substanciais na resolução de circuitos elétricos em corrente alternada.

De forma análoga, a grandeza

$$\dot{I} = I \cdot e^{j\phi} \text{ ou } \dot{I} = I \angle \phi \quad (5.72)$$

representa o fasor da corrente $i(t)$.

A relação

$$\dot{Z} = \frac{\dot{V}}{\dot{I}} \quad (5.73)$$

e denominada *impedância* do elemento em corrente alternada, medida em ohms.

E o seu inverso, ou seja,

$$\dot{Y} = \frac{1}{Z} = \frac{\dot{I}}{\dot{V}}$$

é denominado *admitância* do elemento em corrente alternada, sendo medida em siemens (S).

Para os elementos usuais da teoria de circuitos, temos:

5.7.1 Resistor

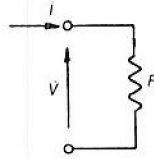


Fig. 5.10 Resistor.

Se $\dot{V} = V e^{j\theta}$, da lei de Ohm obtemos:

$$\dot{I} = \frac{V}{R} e^{j\theta} = \frac{V}{R} \angle \theta \quad (5.74)$$

logo, a impedância do resistor é dada por:

$$\dot{Z} = \frac{\dot{V}}{\dot{I}} = R \quad (5.75)$$

5.7.2 Indutor

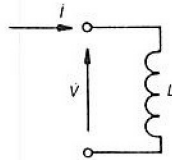


Fig. 5.11 Indutor.

Se $\dot{V} = V \angle \theta$, resulta que (ver Seç. 5.2.2):

$$\dot{I} = \frac{V}{\omega L} \angle \theta - \pi/2 \quad (5.76)$$

logo, a impedância do indutor é dada por:

$$\dot{Z} = \frac{\dot{V}}{\dot{I}} = \frac{V \angle \theta}{\frac{V}{\omega L} \angle \theta - \pi/2} = \omega L \angle \pi/2$$

ou, finalmente:

$$Z = jX_L \quad (5.77)$$

onde o termo

$$X_L = \omega L \quad (5.78)$$

é denominado reatância do indutor.

5.7.3 Capacitor

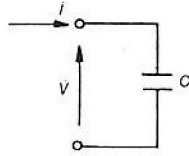


Fig. 5.12 Capacitor.

Se $\dot{V} = V \angle \theta$, resulta que (ver Seç. 5.2.3):

$$\dot{i} = \frac{V}{\frac{1}{\omega C}} \angle \theta + \pi/2 \quad (5.79)$$

logo, a impedância do capacitor é dada por:

$$\dot{Z} = \frac{\dot{V}}{\dot{i}} = \frac{V \angle \theta}{\frac{V}{\frac{1}{\omega C}} \angle \theta + \pi/2} = \frac{1}{\omega C} \angle -\pi/2$$

ou, finalmente,

$$\dot{Z} = -jX_c \quad (5.80)$$

onde o termo

$$X_c = \frac{1}{\omega C} \quad (5.81)$$

é denominado reatância do capacitor.

Em vista do já exposto, um circuito em corrente alternada pode ser resolvido aplicando-se as mesmas técnicas usadas na resolução de circuitos em corrente contínua, lembrando apenas que as grandezas — tais como corrente e tensão — são agora grandezas complexas.

Como exemplo, suponhamos que se deseja calcular a corrente em um circuito *RL*-série em corrente alternada, aplicando a técnica fasorial.

A Fig. 5.13 mostra o circuito com as grandezas reais, ou seja, no domínio do tempo:

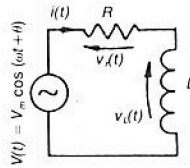


Fig. 5.13 Circuito RL -série — domínio do tempo.

Para resolvermos aplicando a técnica fasorial, transformamos o circuito, utilizando as seguintes regras:

- Substituímos as fontes de tensão reais, pelos seus respectivos fasores.
- Substituímos todos os elementos pelas suas respectivas impedâncias.

Desta forma, o circuito da Fig. 5.13, representado na forma complexa, ou no domínio da freqüência, reduz-se a:

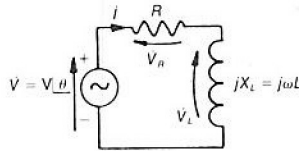


Fig. 5.14 Circuito RL -série — domínio da freqüência.

- Determinamos as respostas aplicando as técnicas já conhecidas de resolução de circuitos.

Para o exemplo em questão, podemos escrever:

$$\dot{V} = \dot{V}_R + \dot{V}_L \quad (5.82)$$

Lembrando que:

$$\frac{\dot{V}_R}{\dot{I}} = R \quad \text{ou} \quad \dot{V}_R = R\dot{I}$$

e

$$\frac{\dot{V}_L}{\dot{I}} = jX_L \quad \text{ou} \quad \dot{V}_L = jX_L\dot{I}$$

podemos escrever:

$$\dot{V} = R\dot{I} + jX_L\dot{I}$$

ou

$$\dot{V} = (R + jX_L)\dot{I} \quad (5.83)$$

que resulta:

$$\dot{I} = \frac{\dot{V}}{R + jX_L}$$

Lembrando que na forma polar podemos escrever:

$$R + jX_L = \sqrt{R^2 + X_L^2} \angle \arctan \frac{X_L}{R} \quad (5.84)$$

ou, ainda,

$$R + jX_L = Z \angle \psi$$

onde

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \text{ é impedância do circuito}$$

e

$$\psi = \arctan \frac{\omega L}{R} \text{ é a sua defasagem}$$

resulta:

$$i = \frac{V \angle \theta}{Z \angle \psi} = \frac{V}{Z} \angle \theta - \psi \quad (5.85)$$

O termo $I = \frac{V}{Z} = \frac{V}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$ é o valor eficaz da corrente alternada.

É importante, neste ponto, o leitor comparar o resultado aqui obtido, que, sem dúvida, é relativamente simples, com aquele obtido nas expressões (5.48) e (5.49); é óbvio que os resultados são idênticos.

5.8 DIAGRAMA DE FASORES

5.8.1 Representação gráfica de um número complexo

Dado o número complexo

$$\dot{A} = a + jb$$

ele pode ser representado no diagrama cartesiano como segue:

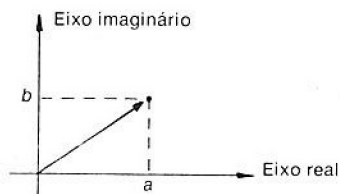


Fig. 5.15 Representação de um número complexo no diagrama cartesiano.

Na forma polar, o mesmo número \dot{A} é expresso por:

$$\dot{A} = A \angle \theta$$

onde

$$A = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (5.86)$$

e

$$\theta = \text{arc tg } \frac{b}{a} \quad (5.87)$$

cuja representação no diagrama polar é a seguinte:

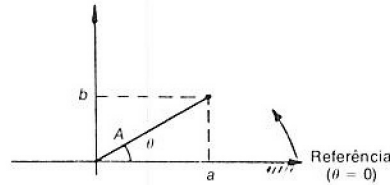


Fig. 5.16 Representação de um número complexo na forma polar.

É claro que a projeção do segmento A na referência (eixo horizontal) corresponde à parte real do número complexo.

Como o fasor nada mais é que um número complexo, sua representação gráfica num diagrama polar é denominada diagrama de fasores. Assim, a grandeza fasorial

$$\dot{V} = V \cdot e^{j\theta} = V \angle \theta$$

será representada graficamente como segue:

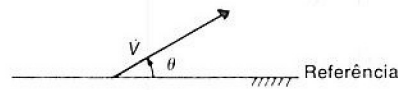


Fig. 5.17 Representação gráfica de \dot{V} .

ou seja, por uma flecha de comprimento (módulo) V, que é o valor eficaz da grandeza, formando um ângulo θ com a referência, que é um eixo adotado arbitrariamente. Assim, os diagramas de fasores para tensões e correntes para os circuitos analisados são representados por:

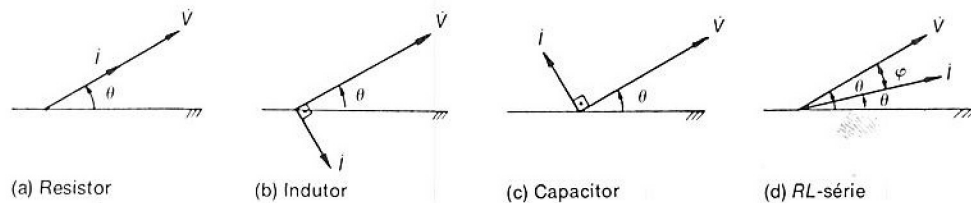


Fig. 5.18 Diagrama de fasores para tensão e corrente.

Como exemplo, vamos determinar a corrente e traçar o diagrama de fasores do circuito da Fig. 5.19.

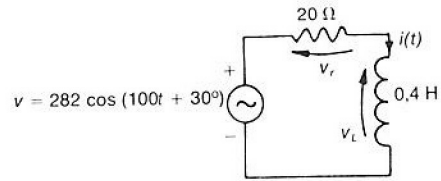


Fig. 5.19 Circuito em análise.

Seguindo o procedimento já indicado, vamos traçar o circuito no domínio da frequência; assim, temos:

Se

$$v(t) = 282 \cos(100t + 30^\circ)$$

então:

$$V = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{282}{\sqrt{2}} = 200 \text{ V}$$

e

$$\theta = 30^\circ \text{ com } \omega = 100 \text{ rad/s}$$

logo, o fasor da tensão será:

$$\dot{V} = 200 \angle 30^\circ$$

As impedâncias de cada elemento são dadas por:

Impedância do resistor: $R = 20 \Omega$

Impedância do indutor: $jX_L = j\omega L = j100 \times 0,4 = j40 \Omega$

Assim, no domínio da frequência, temos:

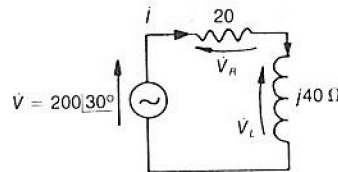


Fig. 5.20 Circuito em análise no domínio da frequência.

Aplicando a lei de Kirchoff das malhas, resulta que:

$$\dot{V} = \dot{V}_R + \dot{V}_L$$

ou

$$200\angle 30^\circ = 20\dot{I} + j40\dot{I}$$

que nos fornece

$$\dot{I} = \frac{200\angle 30^\circ}{20 + j40}$$

transformando o numerador para a forma polar, obtém-se

$$\dot{I} = \frac{200\angle 30^\circ}{44,7\angle 63^\circ}$$

resultando, finalmente,

$$\dot{I} = 4,5\angle -33^\circ \quad (\text{A})$$

Então:

$$\dot{V}_R = 20\dot{I} = 90\angle -33^\circ \quad (\text{V})$$

e

$$\dot{V}_L = j40\dot{I} = j40 \times 4,5\angle -33^\circ = 40\angle 90^\circ \cdot 4,5\angle -33^\circ = 180\angle 57^\circ \quad (\text{V})$$

O diagrama de fasores correspondente está indicado na Fig. 5.21.

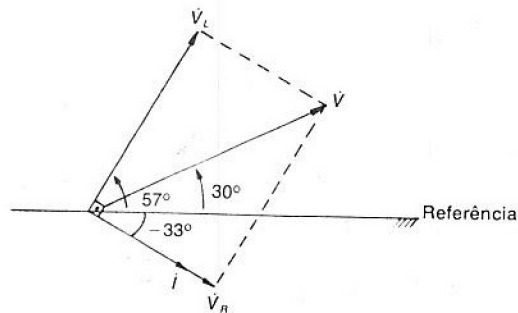


Fig. 5.21 Diagrama de fasores.

A partir da representação fasorial, podemos determinar as grandezas em função como segue:

Sendo

$$\dot{I} = 4,5\angle -33^\circ$$

temos que

$$I_{\text{m}} = \sqrt{2}I = \sqrt{2} \times 4,5 \text{ ou } I_{\text{m}} = 6,4 \text{ A}$$

$$\phi = -33^\circ$$

Logo:

$$i(t) = 6,4 \cos (100t - 33^\circ) \text{ (A)}$$

Analogamente:

$$v_R(t) = 127 \cos (100t - 33^\circ) \text{ (V)}$$

e

$$v_L(t) = 254 \cos (100t + 57^\circ) \text{ (V)}$$

5.9 INFLUÊNCIA DA FREQUÊNCIA NOS PARÂMETROS R , L e C

A resistência ôhmica de um condutor aumenta com a frequência em vista do efeito pelicular, ou seja, em corrente alternada a densidade de corrente em um condutor é maior junto à superfície e menor junto ao seu eixo. Mas, em frequências baixas, como é o caso das redes de distribuição domiciliares e industriais, o efeito pelicular é muito pequeno e em condutores de pequena seção transversal ele é desprezível. Em vista disso, consideraremos a resistência ôhmica independente da frequência, desde que esta seja relativamente baixa.

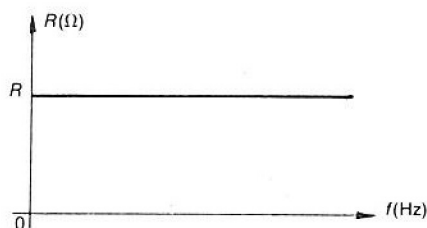


Fig. 5.22 Variação da resistência com a frequência.

Consideraremos agora a influência da frequência nas reatâncias indutiva e capacitiva.

$$\text{Reatância indutiva: } X_L = \omega \cdot L = 2\pi \cdot fL$$

$$\text{Reatância capacitiva: } X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot fC}$$

que, representadas graficamente, resultam:

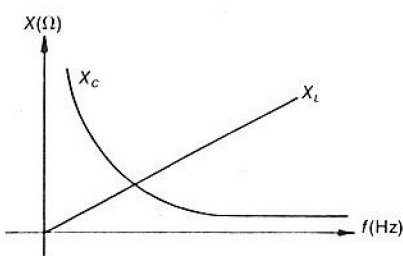


Fig. 5.23 Variação das reatâncias indutivas e capacitivas com a frequência.

5.10 ANÁLISE DOS CIRCUITOS RL, RC E RLC-SÉRIE NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

5.10.1 Circuito RL

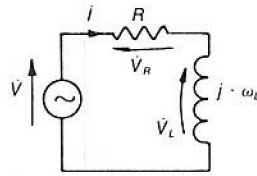


Fig. 5.24 Circuito RL-série — domínio da frequência.

Para este circuito, temos:

$$\dot{V} = R\dot{I} + j\omega \cdot L\dot{I}$$

Sendo $\dot{Z} = \frac{\dot{V}}{\dot{I}}$, a impedância do circuito RL-série é dada por:

$$Z = R + j\omega \cdot L$$

ou

$$Z = R + jX_L$$

na forma polar, escrevemos:

$$\dot{Z} = Z \angle \psi \quad (5.88)$$

onde:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \quad (5.89)$$

e

$$\psi = \text{arc tg} \left(\frac{X_L}{R} \right) \quad (5.90)$$

Nota. ψ é o ângulo de fase da impedância e fornece a defasagem entre a tensão V e a corrente I .

Em função da frequência, temos:

$$Z = \sqrt{R^2 + 4\pi^2 f^2 L^2} \quad (5.91)$$

que, representada graficamente, resulta:

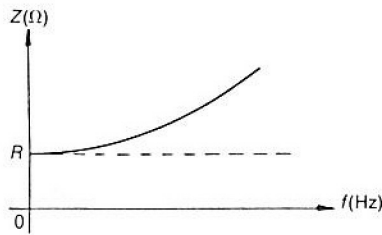


Fig. 5.25 Variação da impedância do circuito RL -série em função da frequência.

Para a defasagem, podemos escrever:

$$\psi = \text{arc tg} \left(\frac{X_L}{R} \right)$$

e, sendo, $X_L = 2\pi \cdot fL$, resulta:

$$\psi = \text{arc tg} \left(\frac{2\pi \cdot fL}{R} \right) \quad (5.92)$$

que, representada graficamente, resulta:

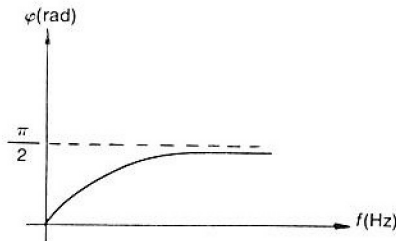


Fig. 5.26 Variação de ψ com a frequência.

5.10.2 Circuito RC -série

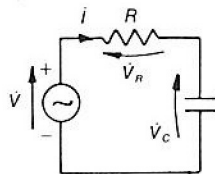


Fig. 5.27 Circuito RC -série — domínio de frequência.

Para este circuito, temos:

$$\hat{V} = R\hat{I} - j \frac{1}{\omega C} \hat{I}$$

que nos fornece

$$\dot{Z} = \frac{\dot{V}}{\dot{I}} = R - j \frac{1}{\omega C}$$

ou, ainda,

$$\dot{Z} = R - jX_C \quad (5.93)$$

Na forma polar,

$$\dot{Z} = Z \angle \psi$$

onde

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} \quad (5.94)$$

e

$$\psi = \text{arc tg} \left(\frac{-X_C}{R} \right) = - \text{arc tg} \left(\frac{X_C}{R} \right) \quad (5.95)$$

Em função da frequência, resulta:

$$Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{4\pi^2 f^2 C^2}} \quad (5.96)$$

e

$$\psi = - \text{arc tg} \left(\frac{1}{2\pi \cdot fC \cdot R} \right) \quad (5.97)$$

que, representada graficamente, nos fornece:

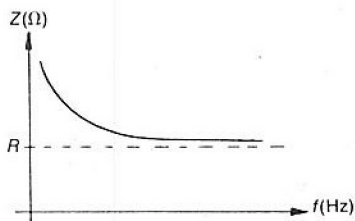


Fig. 5.28 Variação da impedância do circuito RC-série em função da frequência.

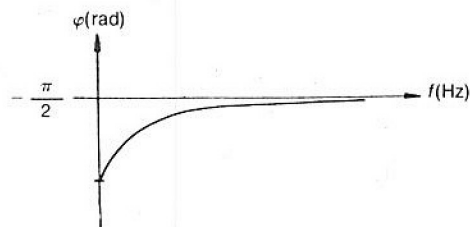


Fig. 5.29 Variação de ψ com a frequência.

5.10.3 Circuito RLC-série

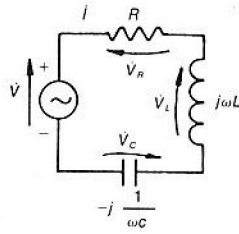


Fig. 5.30 Circuito RLC-série — domínio da frequência.

Para este circuito, temos:

$$\dot{V} = \dot{V}_R + \dot{V}_L + \dot{V}_C$$

ou, ainda:

$$\dot{V} = R\dot{I} + j\omega \cdot L\dot{I} - j \frac{1}{\omega C} \dot{I} \quad (5.98)$$

Sendo $\dot{Z} = \frac{\dot{V}}{\dot{I}}$, resulta

$$\dot{Z} = R + j\omega \cdot L - j \frac{1}{\omega C}$$

ou, ainda,

$$\dot{Z} = R + j(X_L - X_C) \quad (5.99)$$

Fazendo

$$X = X_L - X_C$$

resulta

$$\dot{Z} = R + jX$$

na forma polar temos:

$$\dot{Z} = Z \underline{\psi}$$

com

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (5.100)$$

e

$$\psi = \text{arc tg} \left(\frac{X}{R} \right) = \text{arc tg} \left(\frac{X_L - X_C}{R} \right) \quad (5.101)$$

É claro que

Se $X_L > X_C$, temos $X > 0$ e o circuito é indutivo, com a corrente atrasada da tensão.

Se $X_L < X_C$, temos $X < 0$ e o circuito é capacitivo, com a corrente adiantada da tensão.

Se $X_L = X_C$, temos $X = 0$ e o circuito é resistivo; diz-se, neste caso, que o circuito está em ressonância.

5.10.3.1 CÁLCULO DA FREQUÊNCIA DE RESSONÂNCIA

Na ressonância temos:

$$X_L = X_C$$

que nos fornece

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

resultando

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

e sendo $\omega = 2\pi \cdot f_r$, onde f_r é a frequência em que ocorre a ressonância, obtemos, finalmente:

$$f_r = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} \quad (5.102)$$

A relação entre a reatância indutiva X_L e a resistência ôhmica R do circuito, na frequência de ressonância, é denominada "fator de qualidade" ou "índice de mérito" do circuito na ressonância.

Assim, temos:

$$Q_0 = \frac{X_{Lr}}{R} = \frac{2\pi \cdot f_r L}{R}$$

e, substituindo f_r pelo seu valor obtido em (5.99), resulta que:

$$Q_0 = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (5.103)$$

É claro que, na ressonância, a tensão no resistor V_R é igual à tensão aplicada ao circuito. Devido a este fato, podemos escrever:

$$V_R = R \cdot I_m = V$$

onde I_m é a corrente do circuito na ressonância.

Isto posto, resulta que:

$$V_L = X_L \cdot I_m = \frac{X_L}{R} V = Q_0 V$$

ou, ainda,

$$V_L = Q_0 V$$

$$V_C = X_C I_m = \frac{X_C}{R} V$$

ou, ainda,

$$V_C = Q_0 V$$

Portanto, sendo $V_L = V_C$ na ressonância e somando-se ao fato que Q_0 pode assumir qualquer valor, inclusive maior que a unidade, as tensões no indutor e no capacitor podem resultar bem maiores que a tensão aplicada ao circuito.

Podemos definir ainda a banda passante, ou largura de faixa do circuito, como sendo a amplitude do intervalo de frequências cujas frequências extremas são aquelas nas quais tem-se $Z = R \sqrt{2}$. Sejam f_1 e f_2 as frequências extremas da banda passante, demonstra-se que:

$$Q_0 = \frac{f_r}{f_2 - f_1} \quad (5.104)$$

$$f_r = \sqrt{f_1 \cdot f_2} \quad (5.105)$$

5.10.3.2 DIAGRAMA DE FASORES PARA O CIRCUITO RLC-SÉRIE

Circuito indutivo: $X_L > X_C$

Neste caso, temos:

$$V_L > V_C \quad \text{e} \quad 0^\circ < \psi < 90^\circ$$

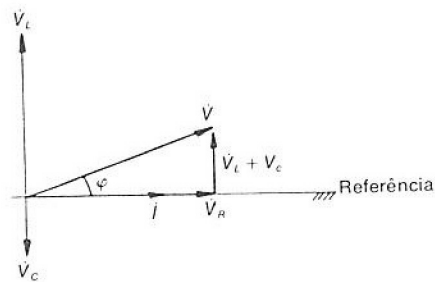


Fig. 5.31 Diagrama de fasores RLC-série ($X_L > X_C$).

Circuito capacitivo: $X_L < X_C$

Neste caso, temos:

$$V_L < V_C \quad \text{e} \quad -90^\circ < \psi < 0^\circ$$

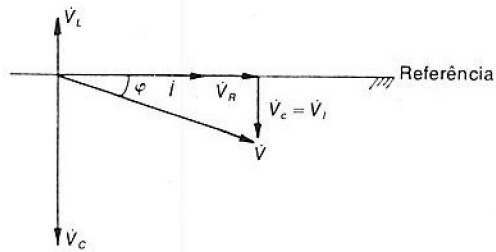


Fig. 5.32 Diagrama de fasores RLC -série ($X_L < X_C$).

Circuito resistivo: $X_L = X_C$
 Neste caso, temos:

$$V_L = V_C \text{ e } \psi = 0^\circ$$

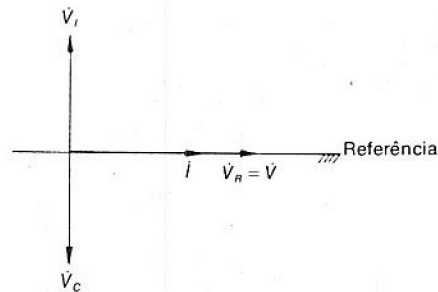


Fig. 5.33 Diagrama de fasores RLC -série ($X_L = X_C$).

A influência da frequência no valor de impedância está indicada na Fig. 5.34, cujo resultado foi obtido a partir da expressão:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(2\pi \cdot fL - \frac{1}{2\pi \cdot fC}\right)^2}$$

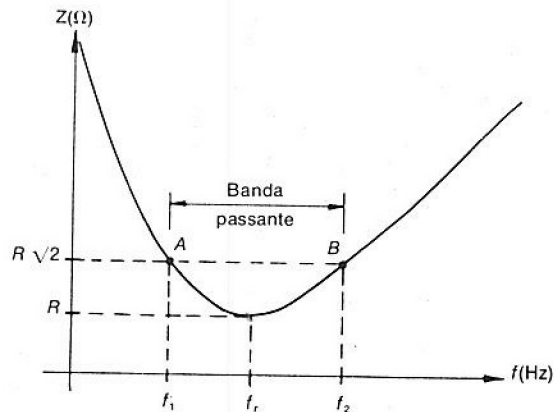


Fig. 5.34 Variação de Z com a frequência — circuito RLC -série.

Considerando agora a admitância do circuito, temos:

$$Y = \frac{1}{Z}$$

ou, ainda,

$$Y = \frac{1}{\sqrt{R^2 + \left(2\pi \cdot fL - \frac{1}{2\pi \cdot fC}\right)^2}}$$

que, representada graficamente, resulta:

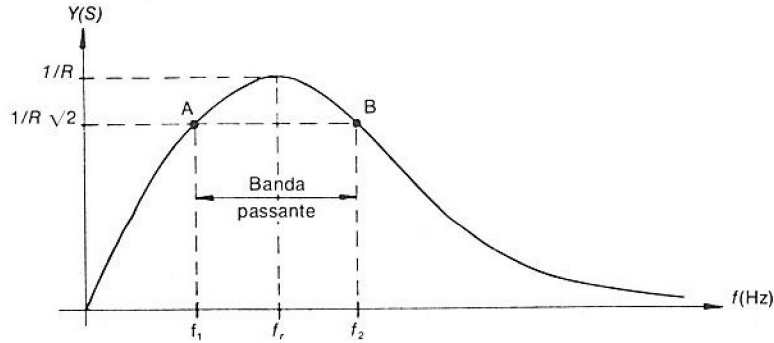


Fig. 5.35 Variação de Y com a frequência — circuito RLC -série.

A defasagem é obtida da expressão (5.98) como segue:

$$\psi = \text{arc tg} \left(\frac{X_L - X_C}{R} \right)$$

ou, ainda,

$$\psi = \text{arc tg} \left(\frac{2\pi \cdot fL - \frac{1}{2\pi \cdot fC}}{R} \right) \quad (5.106)$$

que, representada graficamente, resulta:

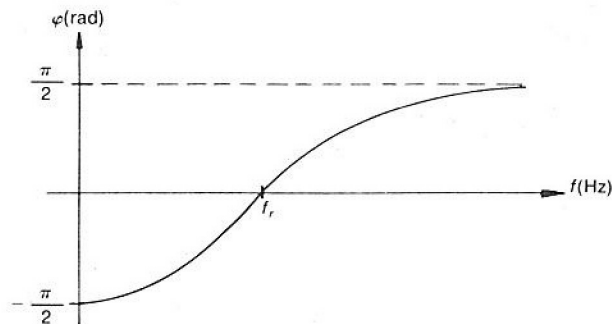


Fig. 5.36 Variação de ψ com a frequência — circuito RLC -série.

5.10.4 Circuito RL-paralelo

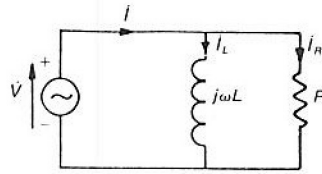


Fig. 5.37 Circuito RL-paralelo.

Da primeira lei de Kirchoff, temos:

$$\dot{I} = \dot{I}_L + \dot{I}_R \quad (5.107)$$

que resulta:

$$\dot{i} = \frac{\dot{V}}{j\omega L} + \frac{\dot{V}}{R} \quad (5.108)$$

Portanto,

$$\dot{Z} = \frac{\dot{V}}{\dot{I}} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L}} = \frac{j\omega L R}{R + j\omega L} \quad (5.109)$$

que pode ser reescrita como segue:

$$\dot{Z} = \frac{\omega^2 L^2 R}{R^2 + \omega^2 L^2} + j \frac{\omega L \cdot R^2}{R^2 + \omega^2 L^2} \quad (5.110)$$

A admitância é dada por:

$$\dot{Y} = \frac{1}{\dot{Z}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} \quad (5.111)$$

Sendo $G = \frac{1}{R}$ a condutância, e chamando $B_L = \frac{1}{\omega L}$ de susceptância do indutor, resulta que:

$$\dot{Y} = G - jB_L \quad (5.112)$$

É claro que G e B_L são expressos em siemens (S).
O ângulo de fase da impedância é dado por:

$$\psi = \text{arc tg} \left(\frac{R}{\omega L} \right) \quad (5.113)$$

e da admitância:

$$\psi' = - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{R}{\omega L} \right) \quad (5.114)$$

É evidente que $\psi = -\psi'$.

A Fig. 5.38 mostra o diagrama de fasores do circuito RL -paralelo.

O comportamento da admitância em função da frequência é obtido a partir da expressão

$$\dot{Y} = \frac{1}{R} - j \frac{1}{\omega L} \quad (5.115)$$

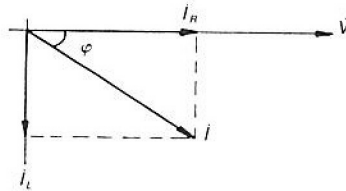


Fig. 5.38 Diagrama de fasores — circuito RL -paralelo.

que, na forma polar, resulta:

$$\dot{Y} = Y |\psi'$$

onde:

$$Y = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{4\pi^2 \cdot f^2 L^2}} \quad (5.116)$$

e

$$\psi' = - \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{R}{2\pi \cdot fL} \right) \quad (5.117)$$

que, representado graficamente, resulta:

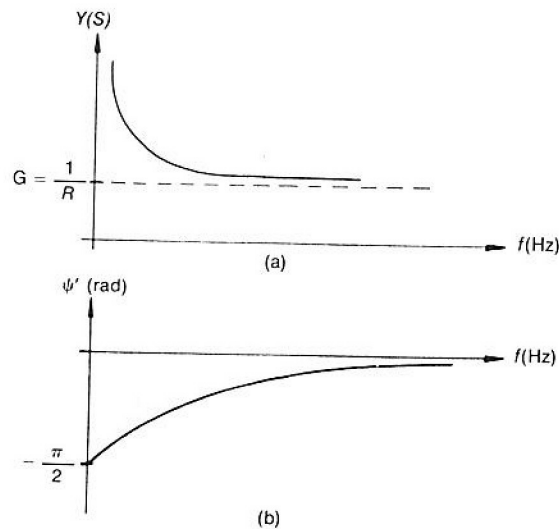


Fig. 5.39 Variação com a frequência — (a) admitância; (b) ângulo de fase de admitância.

5.10.5 Circuito RC-paralelo

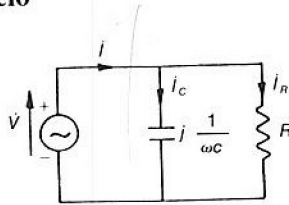


Fig. 5.40 Circuito RC-paralelo.

Da primeira lei de Kirchoff, temos:

$$i = i_C + i_R \quad (5.118)$$

que resulta:

$$i = \frac{\dot{V}}{-j \frac{1}{\omega C}} + \frac{\dot{V}}{R} \quad (5.119)$$

Portanto,

$$\dot{Z} = \frac{\dot{V}}{i} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{-j \frac{1}{\omega C}}} = \frac{1}{G + j \cdot \omega C} \quad (5.120)$$

Considerando a admitância, obtemos:

$$\dot{Y} = \frac{1}{R} + \frac{1}{-j \frac{1}{\omega C}} = \frac{1}{R} + j \cdot \omega C \quad (5.121)$$

Sendo $G = \frac{1}{R}$ a condutância, e chamando $B_C = 1 / \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{X_C}$ de susceptância do capacitor, podemos escrever:

$$\dot{Y} = G + j \cdot B_C \quad (5.122)$$

Na forma polar:

$$\dot{Y} = Y \angle \psi'$$

onde

$$Y = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \omega^2 C^2} \quad (5.123)$$

e

$$\psi' = \text{arc tg} (\omega C \cdot R) \quad (5.124)$$

que, representado graficamente, resulta:

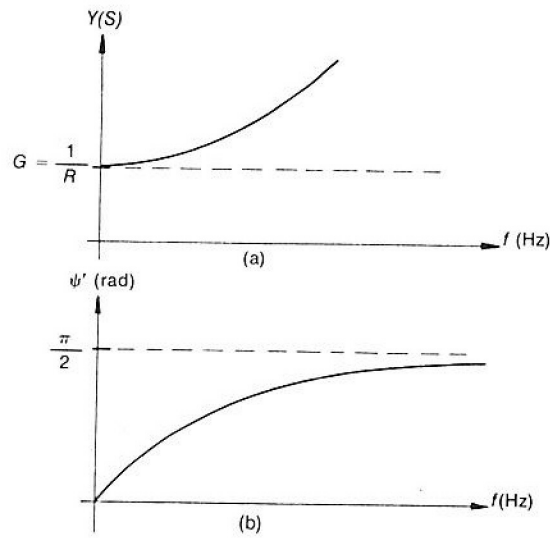


Fig. 5.41 Variação com a frequência — (a) admitância; (b) ângulo de fase da admitância

A Fig. 5.42 mostra o diagrama de fasores para o circuito RC -paralelo.

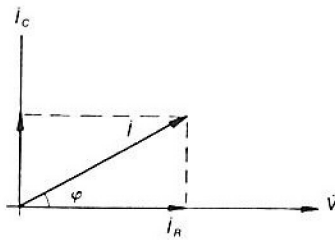


Fig. 5.42 Diagrama de fasores — circuito RC -paralelo.

5.10.6 Circuito RLC-paralelo

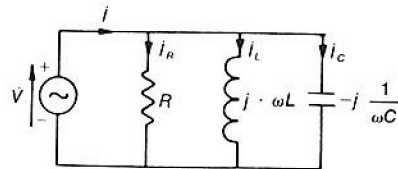


Fig. 5.43 Circuito RLC -paralelo.

Pela lei de Kirchoff das correntes:

$$\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_L + \dot{I}_C \quad (5.125)$$

ou, ainda,

$$\dot{I} = \frac{\dot{V}}{R} + \frac{\dot{V}}{j \cdot \omega L} + \frac{\dot{V}}{-j \frac{1}{\omega C}} \quad (5.126)$$

resultando, para a admitância:

$$\dot{Y} = G + j \cdot B \quad (5.127)$$

onde:

$$G = \frac{1}{R} \text{ (condutância)}$$

$$B = B_C - B_L \text{ (susceptância)}$$

Na forma polar:

$$\dot{Y} = Y \angle \psi' \quad (5.128)$$

com

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2} \quad (5.129)$$

e

$$\psi' = \text{arc tg } \frac{B}{G} \quad (5.130)$$

5.10.6.1 CÁLCULO DA FREQUÊNCIA DE RESSONÂNCIA

A ressonância se dá quando o circuito é puramente resistivo, para isto devemos ter:

$$B_C = B_L$$

que resulta:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

finalmente,

$$f_r = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}$$

cujo resultado é idêntico ao já obtido anteriormente.

Analogamente, para o circuito *RLC*-paralelo definimos como fator de qualidade ou índice de mérito a relação:

$$Q_0 = \frac{R}{X_{Lr}}$$

ou, ainda,

$$Q_0 = R \sqrt{\frac{C}{L}}$$

5.10.6.2 DIAGRAMA DE FASORES PARA O CIRCUITO RLC-PARALELO

Circuito capacitivo: $B_C > B_L$

Neste caso, temos:

$$I_C > I_L \text{ e } 0^\circ < \psi' < 90^\circ$$

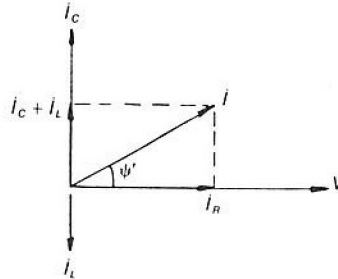


Fig. 5.44 Diagrama de fasores — circuito *RLC*-paralelo ($B_C > B_L$)

Circuito indutivo: $B_C < B_L$

Neste caso, temos:

$$I_L > I_C \text{ e } -90^\circ < \psi' < 0^\circ$$

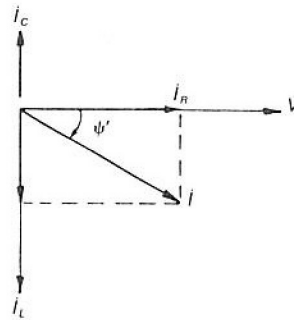


Fig. 5.45 Diagrama de fasores — circuito *RLC*-paralelo ($B_C < B_L$)

Circuitos resistivos (ressonância): $B_C = B_L$

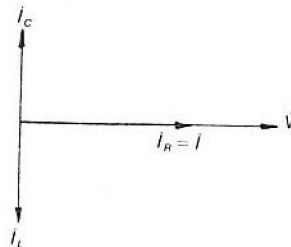


Fig. 5.46 Diagrama de fasores — circuito *RLC*-paralelo ($B_C = B_L$).

A influência da frequência e no valor da admitância está indicada na Fig. 5.47, cujo resultado foi obtido a partir da expressão:

$$Y = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(2\pi \cdot fC - \frac{1}{2\pi \cdot fL}\right)^2}$$

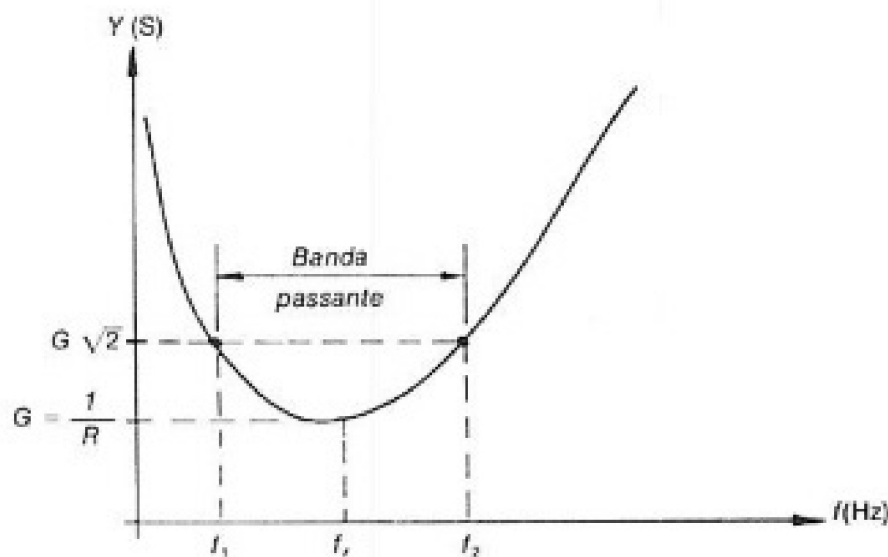


Fig. 5.47 Variação de Y com a frequência — circuito RLC -paralelo.

A influência da frequência no ângulo de fase da admitância está indicada na Fig. 5.48, cujo resultado foi obtido a partir da expressão:

$$\psi' = \text{arc tg} \left(2\pi \cdot fRC - \frac{R}{2\pi \cdot fL}\right)$$

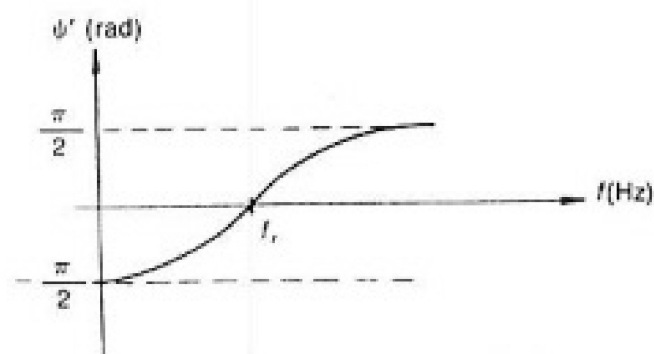


Fig. 5.48 Variação de ψ' com a frequência — circuito RLC -paralelo.