



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia de Sistemas Eletrônicos - PSI

PSI324 – Laboratório de Instrumentação Elétrica

Experiência 3 – Análise de Fourier de sinais periódicos

15/09/2020

Aula Online: 8h às 10hs

Prof. Leopoldo Yoshioka / Manuel Cid

Na aula passada aprendemos sobre **conversão AD** e aquisição de **dados** no computador.

Hoje vamos conhecer uma das ferramentas mais poderosas da engenharia elétrica e computação que é a **Análise de Fourier**.

Ambos temas estão relacionados com uma das coisas mais importantes que está acontecendo no **mundo de hoje**:

Transformação digital.

Com o advento do computador, Internet e dispositivos móveis o mundo passou a conviver com dois espaços:

espaço **físico** ou mundo real

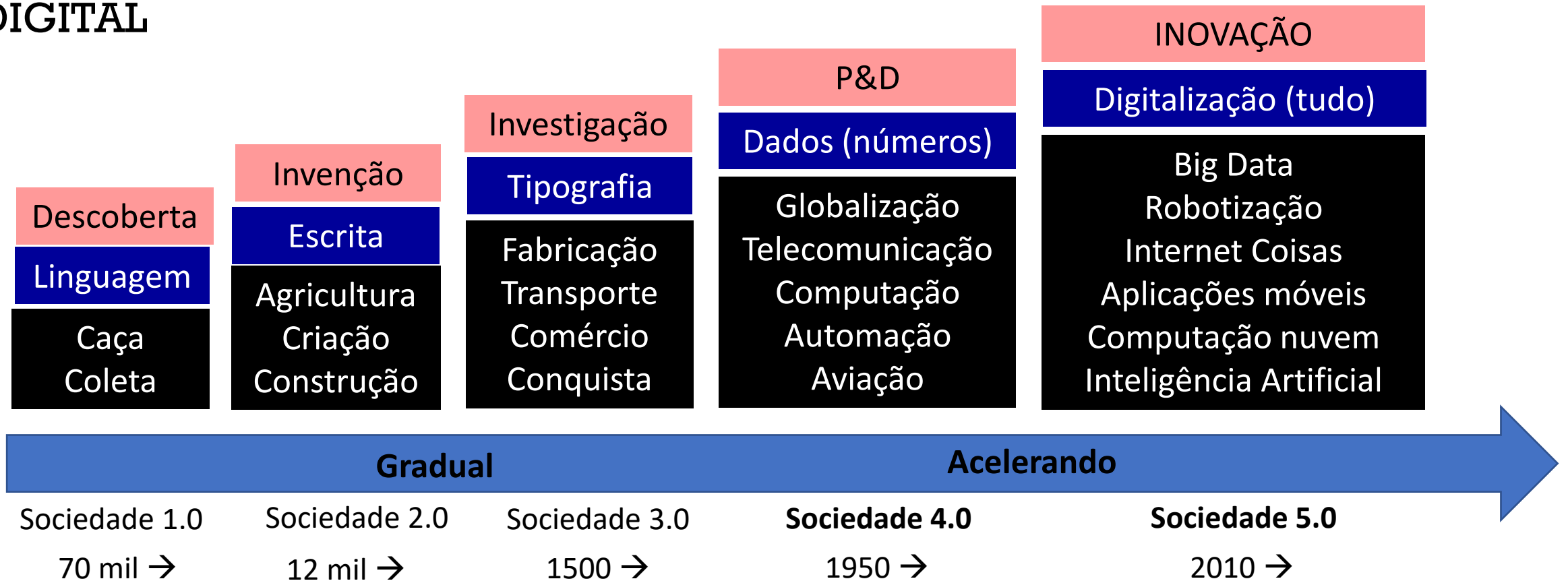
espaço **virtual** (digital) ou cibernético

A transformação digital é o processo em que espaço virtual começa a ganhar relevância, e com a velocidade cada vez maior.



SOCIEDADE DIGITAL

Ao longo da história a Transformação da Sociedade vem ocorrendo de forma **gradual**, lentamente, mas está se **acelerando**.



Aceleração: comparando o tempo que as tecnologias levaram para alcançar 50 milhões de usuários:

Avião:	64 anos	Computador:	14 anos
Automóvel:	62 anos	Celular:	12 anos
Eletricidade:	46 anos	Internet:	7 anos
Cartão Crédito:	28 anos	Facebook:	4 anos
Televisão:	22 anos	WeChat:	1 ano
Caixa Eletrônico:	18 anos	PokemonGo:	19 dias

Visual Capitalist: <https://www.visualcapitalist.com/how-long-does-it-take-to-hit-50-million-users/>

Empresas de maior valor de mercado em 2000 (3) e 2018 (7):

Top 12 em 2018 Val. Merc.

Apple \$896

Google \$782

Microsoft \$682

Amazon \$629

Tencent \$540

Facebook \$521

Berkshire Hathawy \$519

Alibaba \$467

Johnson & Johnson #395

JP Morgan \$389

Exxon Mobil \$371

Wal-Mart \$310

\$6.501

Top 12 em 2000 Val. Merc.

General Electric \$474

Exxon Mobil \$302

Pfizer \$290

Citigroup \$287

Cisco \$275

Walmart \$267

Microsoft \$231

AIG \$229

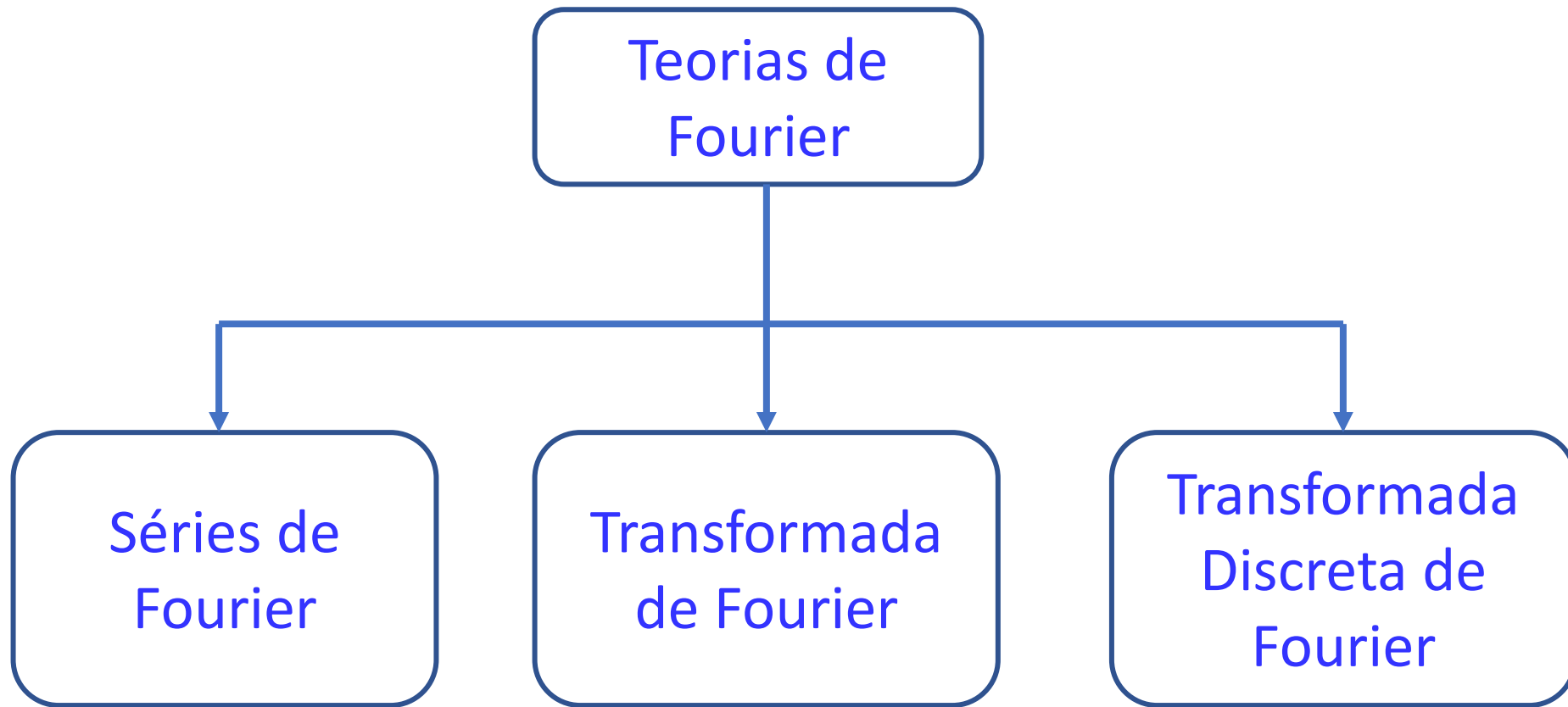
Merck \$216

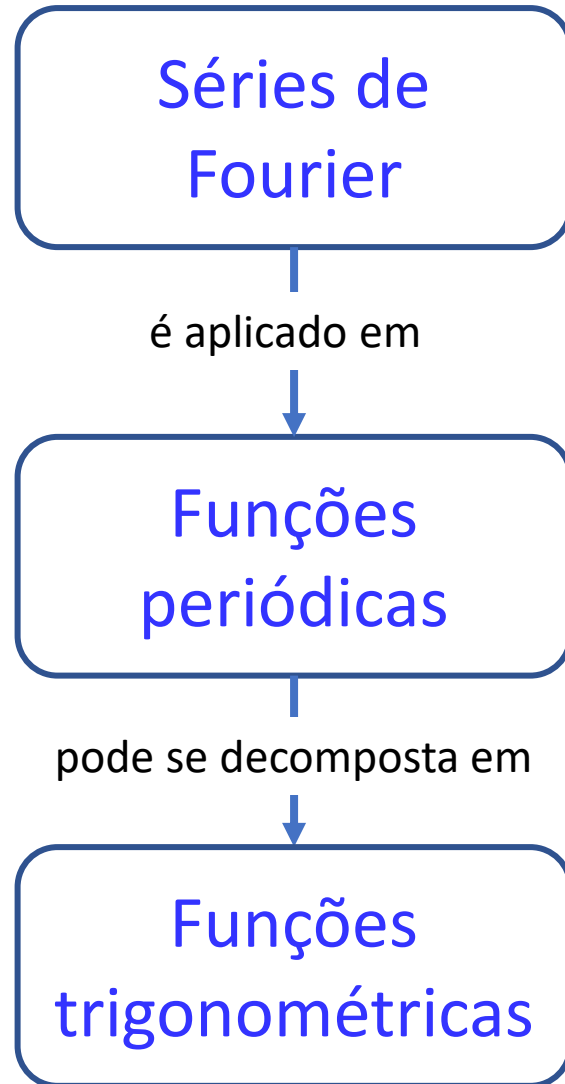
Intel \$202

Johnson & Johnson \$181

Coca-Cola \$164

\$3.118



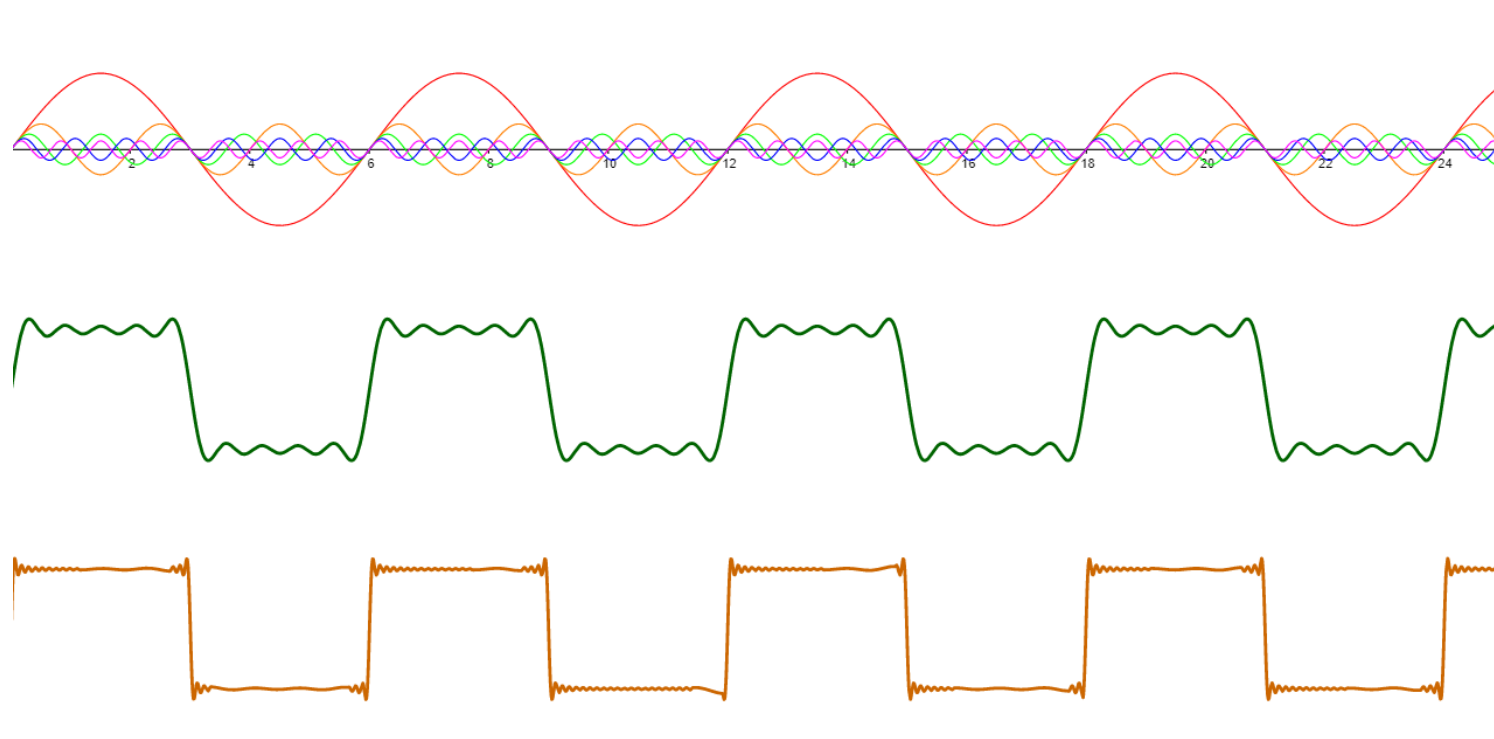


Mas, qual é a vantagem de decompor em funções trigonométricas?



As funções trigonométricas possuem várias **propriedades** que **facilitam** enormemente a resolução de **problemas complexos**.

Exemplo: onda quadrada



<https://www.geogebra.org/m/wUanseCs>

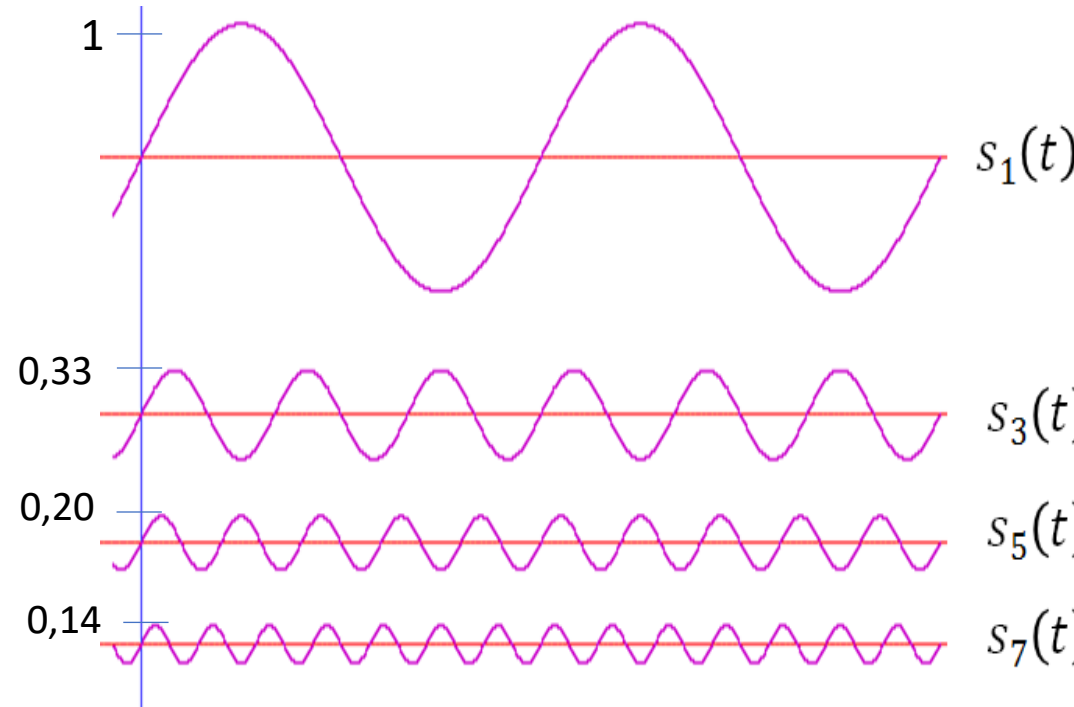
$$s_1(t) = \text{sen}(\omega_0 t)$$

$$s_3(t) = \frac{1}{3} \text{sen}(3\omega_0 t)$$

$$s_5(t) = \frac{1}{5} \text{sen}(5\omega_0 t)$$

$$s_7(t) = \frac{1}{7} \text{sen}(7\omega_0 t)$$

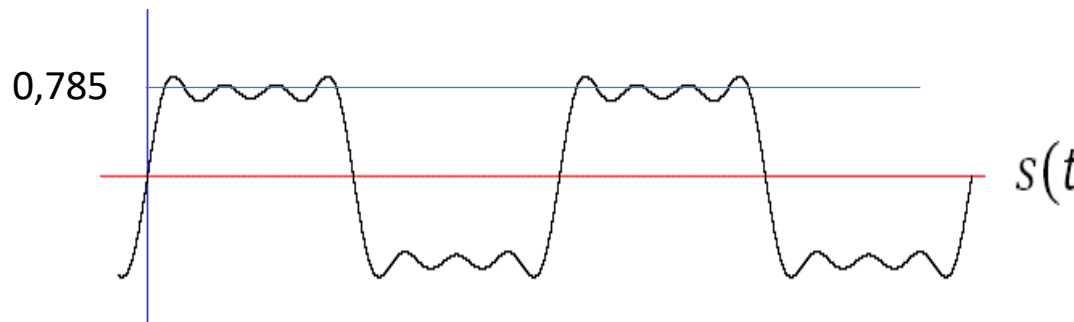
$$s(t) = \text{sen}(\omega_0 t) + \frac{1}{3} \text{sen}(3\omega_0 t) + \frac{1}{5} \text{sen}(5\omega_0 t) + \frac{1}{7} \text{sen}(7\omega_0 t)$$



Fundamental
1ª harmônica

3ª harmônica
3ª harmônica

7ª harmônica

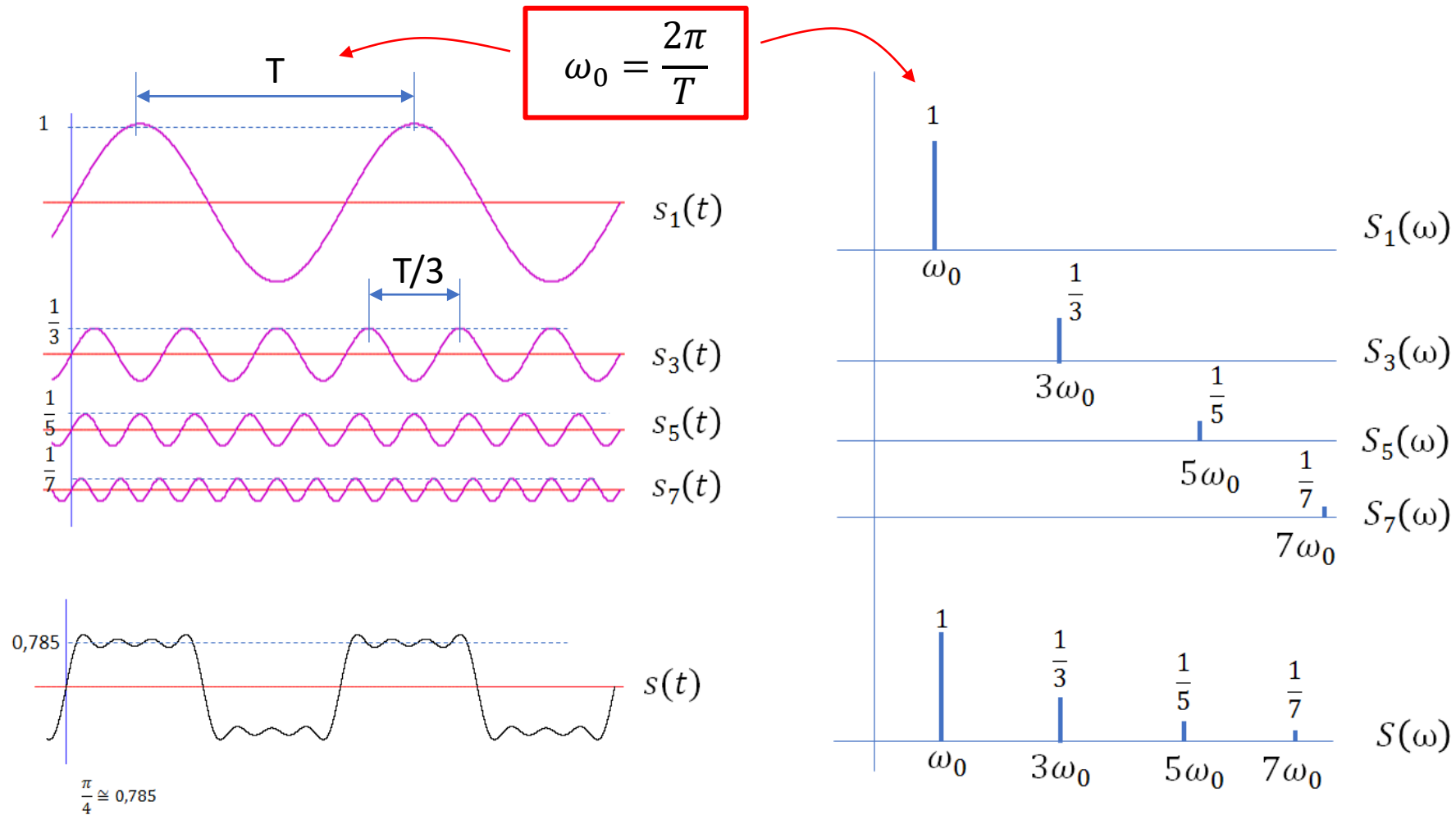


$$A_h = \frac{4A}{\pi \cdot h}$$

A é a amplitude (pico)

$$A_1 = \frac{4 \cdot 0,785}{\pi \cdot 1} = 1$$

Representação no domínio do tempo e domínio da frequência

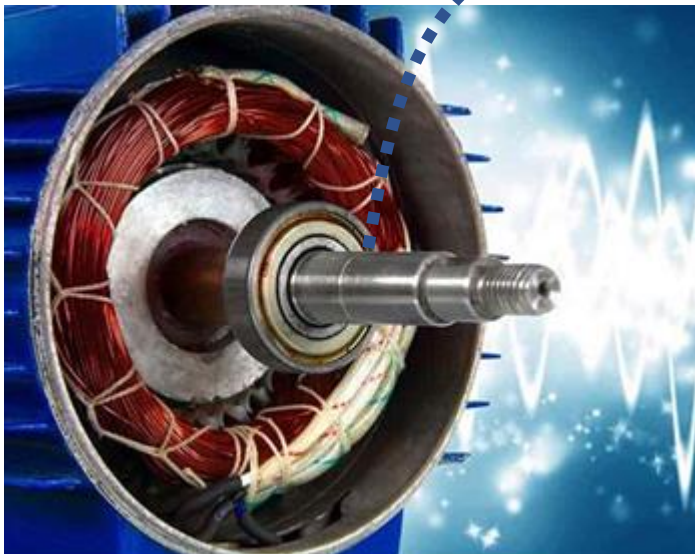


domínio do tempo

domínio da frequência

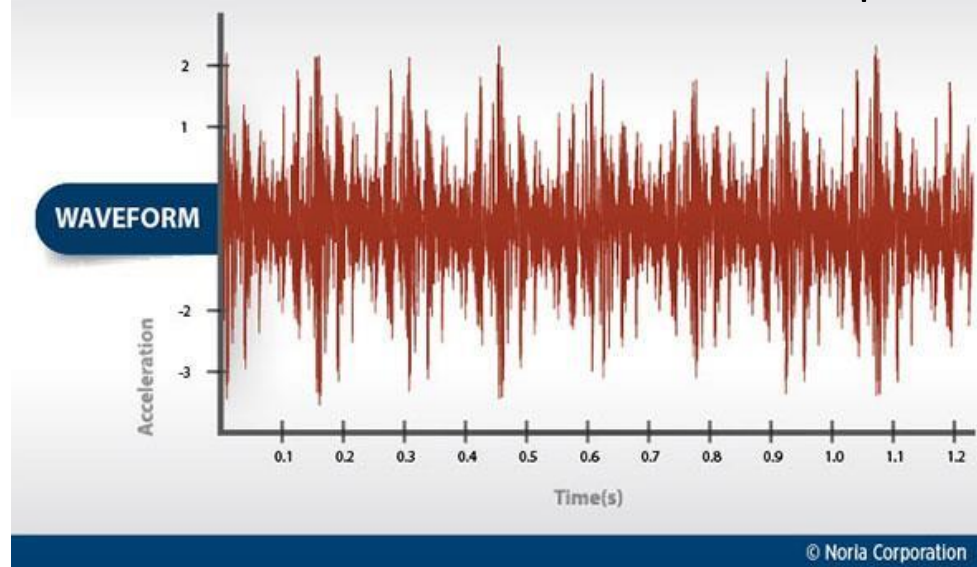
Exemplo 2: análise de vibrações

acelerômetro



<https://www.reliableplant.com/vibration-analysis-31569>

Domínio do tempo

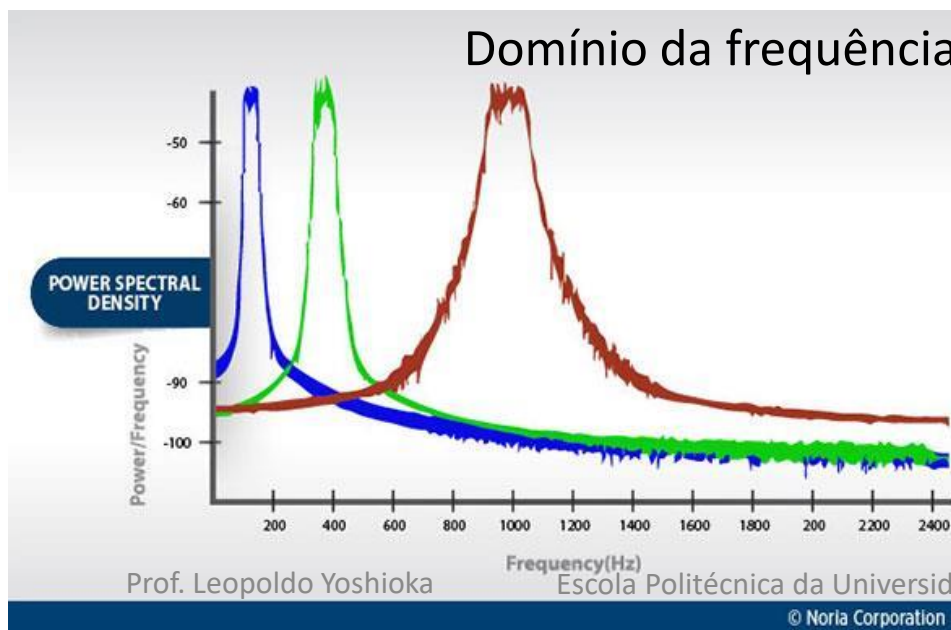


(difícil interpretar)



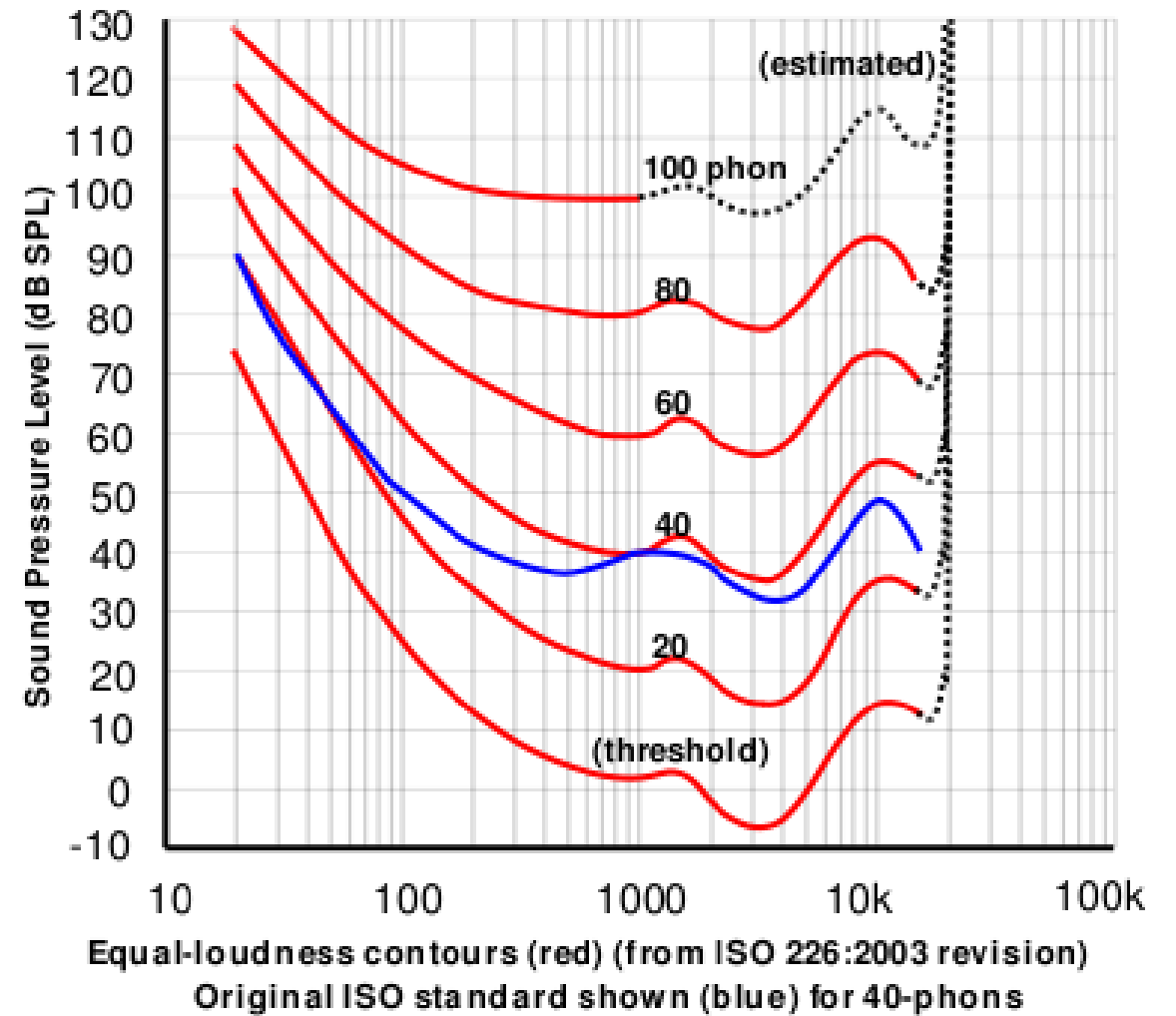
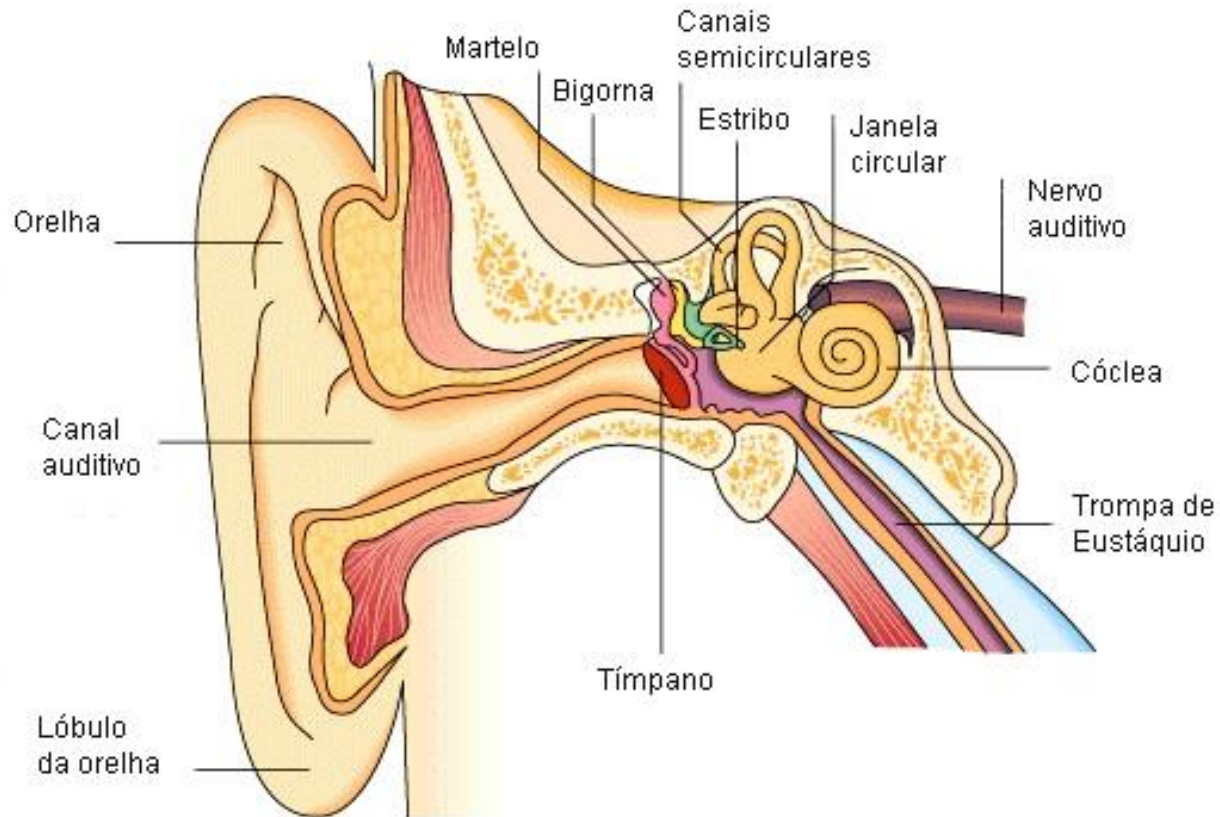
Transformada de Fourier (FFT)

Domínio da frequência

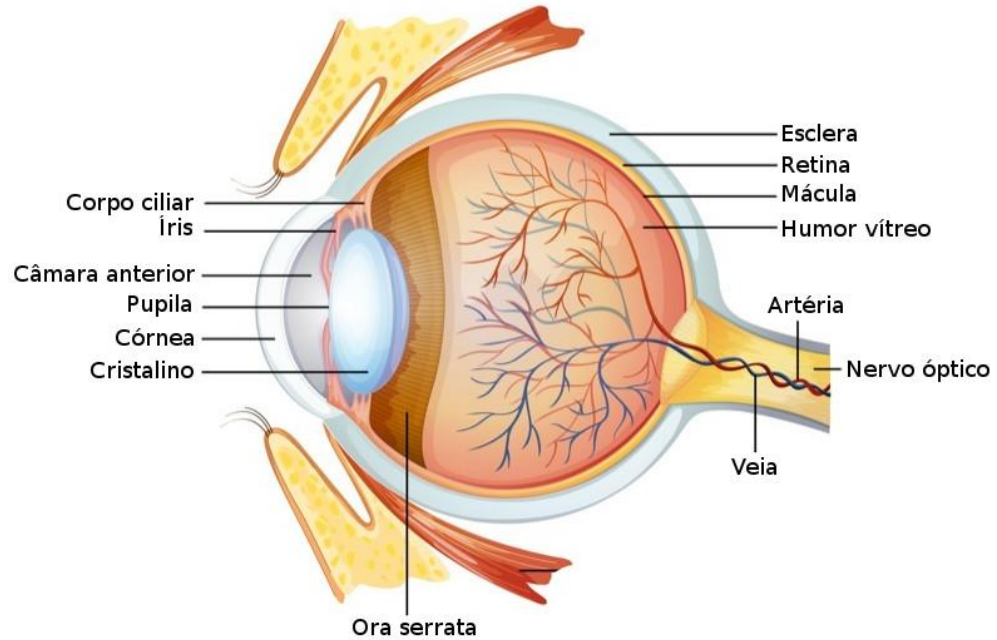


- Desbalanceamento
- Falha no rolamento
- Desalinhamento
- Ressonância
- Falha do motor elétrico
- Eixo torto
- Falha na transmissão
- Velocidade crítica

Exemplo 3: sistema auditivo

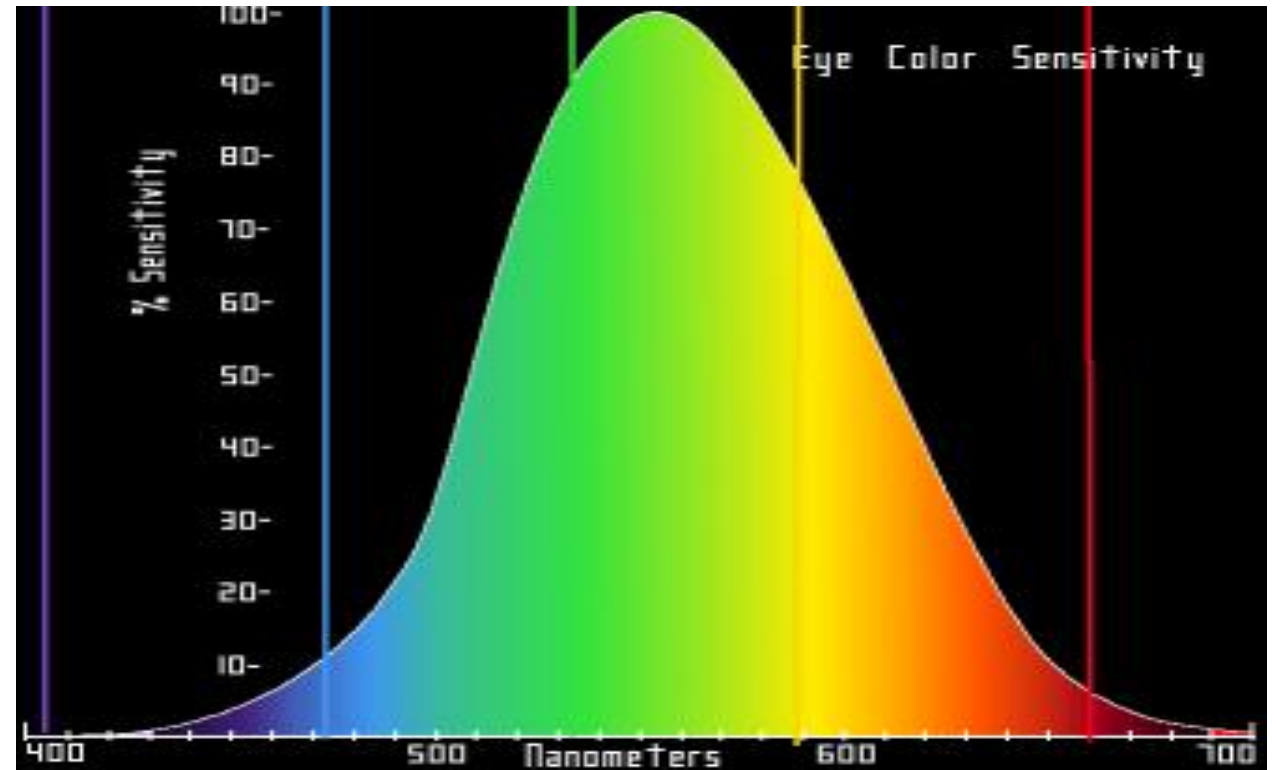


Exemplo 4: visão



<https://www.infoescola.com/visao/globo-ocular/>

Max em 560 nm



<https://scienceblogs.com/builtonfacts/2013/01/29/the-human-eye-optimized-for-sunlight-maybe>

3 formas de representação da série de Fourier:

“Retangular”

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(k\omega_0 t) + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \text{sen}(k\omega_0 t)$$

“Complexa”

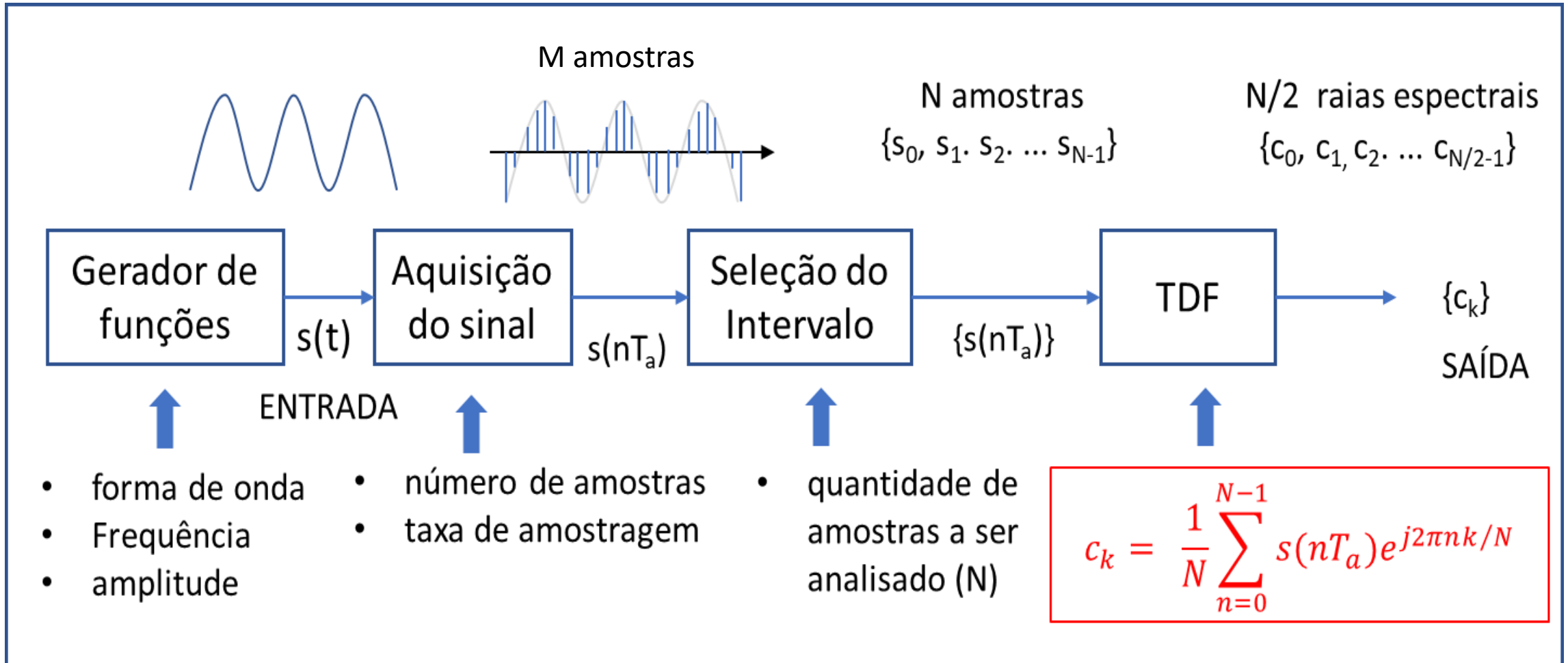
$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k [\cos(k\omega_0 t) + j\text{sen}(k\omega_0 t)] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_0 t} \quad e^{jx} = \cos(x) + j\text{sen}(x)$$

“Polar”

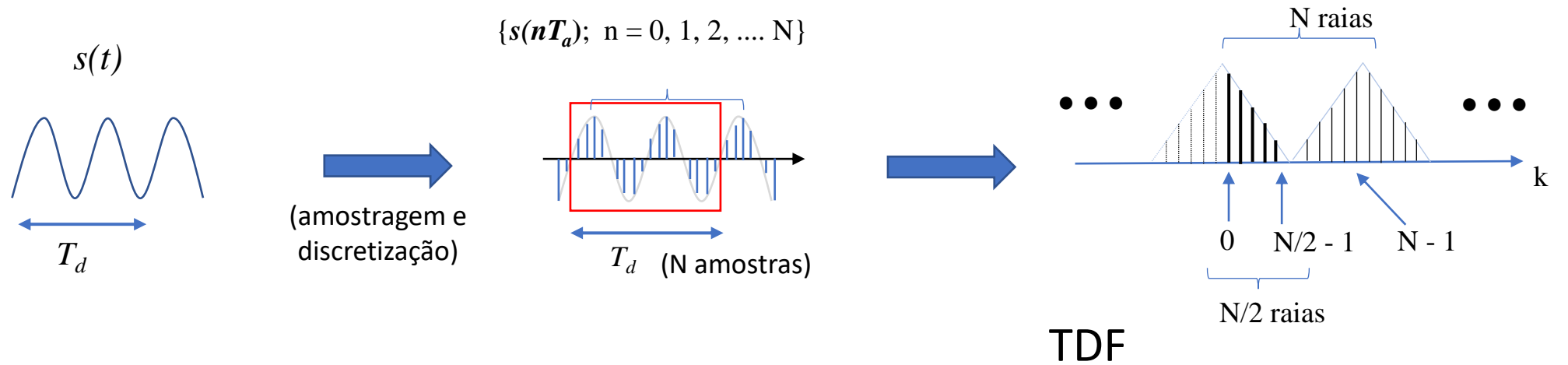
$$s(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_0 t + \Phi_k)$$

$$\hat{A}_k = A_k e^{j\Phi_k}$$

Processo de análise espectral:



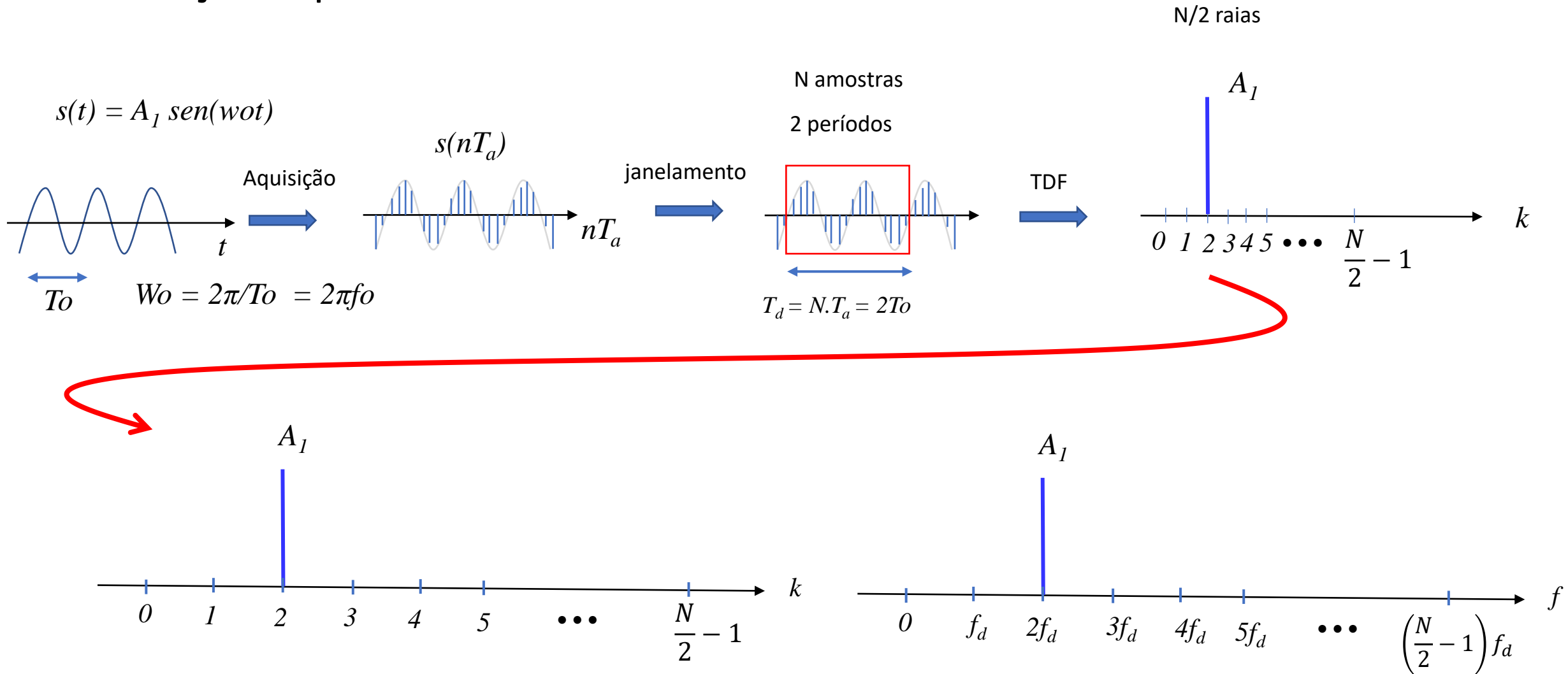
Cálculo dos coeficientes espectrais (raias) através da TDF:



$$c_k = \frac{1}{T_d} \int_0^{T_d} s(t) e^{jk\omega_d t} dt \cong \frac{1}{T_d} \sum_{n=0}^{N-1} s(nT_a) e^{j2\pi f_d n k T_a T_a} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} s(nT_a) e^{j2\pi n k / N} \quad (19)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, N/2 - 1$$

Resolução espectral da TDF:



Onde, $f_d = \frac{1}{T_d}$ é a resolução espectral

Exemplo:

- Senóide
- 5kHz
- 6Vpp

- 100k amostras/s
- 100 amostras

- 2 períodos (400 μ s)
- 40 amostras

