

# Microeconomia

## Preferências e Utilidade

Prof. Fabio Barbieri

# 3 - Ordenamento de Preferências

- **RELAÇÕES DE PREFERÊNCIAS**

- Dado um conjunto de duas cestas  $x^1$  e  $x^2$ , dizemos que para um certo consumidor,  $x^1$  é pelo menos tão boa quanto  $x^2$ . Representamos essa relação da seguinte maneira:

$$x^1 \succsim x^2$$

- Se  $x^1$  for pelo menos tão boa quanto  $x^2$  e  $x^2$  tão boa quanto  $x^1$ , dizemos que  $x^1$  é indiferente a  $x^2$ :

$$x^1 \sim x^2 \leftrightarrow [x^1 \succsim x^2 \wedge x^2 \succsim x^1]$$

- Se  $x^1$  for pelo menos tão boa quanto  $x^2$ , mas o inverso não for válido, dizemos que  $x^1$  é estritamente preferida a  $x^2$ :

$$x^1 \succ x^2 \leftrightarrow [x^1 \succsim x^2 \wedge \neg(x^2 \succsim x^1)].$$

# Lógica Simbólica

- Proposições:  $p, q, \dots A, B, \dots$
- Operadores:
  - e ( $\wedge$ ), ou ( $\vee$ ), não ( $\neg$ ), se...então... ( $\rightarrow$ ), se e somente se ( $\leftrightarrow$ )
- Proposições:  $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$
- Tabelas Verdade:

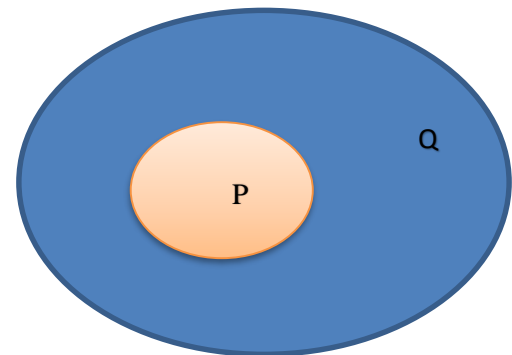
P	$\neg P$
V	F
F	V

P	Q	$P \rightarrow Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

P	Q	$P \wedge Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

P	Q	$P \vee Q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F



## Axiomas da Teoria da Escolha Do Consumidor

- i) preferências **completas**:  $A \succcurlyeq B \vee B \succcurlyeq A$
- ii) as preferências são **reflexivas**:  $A \succcurlyeq A$
- é teorema derivado de (i) se tomarmos B igual a A
- iii) as preferências são **transitivas**: se  $A \succcurlyeq B \wedge B \succcurlyeq C \rightarrow A \succcurlyeq C$
- (i) e (iii) definem *preferências racionais*.
- iv) as preferências são **contínuas**: os conjuntos de cestas melhores que A e piores que A são fechados
- v) as preferências são **monotônicas**: se a cesta A contém mais de um produto e pelo menos a mesma quantidade dos outros, A será preferida a B.

## Axiomas da Teoria da Escolha Do Consumidor

- Detalhamento:

**Axioma 4:** (Monotonicidade fraca)  $\forall (x^1, x^2) \in X \ (x^1 \geq x^2 \rightarrow x^1 \succsim x^2)$ .

(Monotonicidade estrita)  $\forall (x^1, x^2) \in X \ (x^1 \gg x^2 \rightarrow x^1 \succ x^2)$ .

(Monotonicidade forte)  $\forall (x^1, x^2) \in X \ [(x^1 \geq x^2 \wedge x^1 \neq x^2) \rightarrow x^1 \succ x^2]$ .

**Axioma 4':** (Não-saciedade local)  $\forall x^0 \in X \wedge \forall \varepsilon > 0, \exists x \in B_\varepsilon(x^0) \cap X \rightarrow x \succ x^0$ .

(ou seja,  $\|x - x^0\| < \varepsilon$ )

Bola aberta: uma bola aberta de centro  $x^0$  e raio  $\varepsilon > 0$  é o

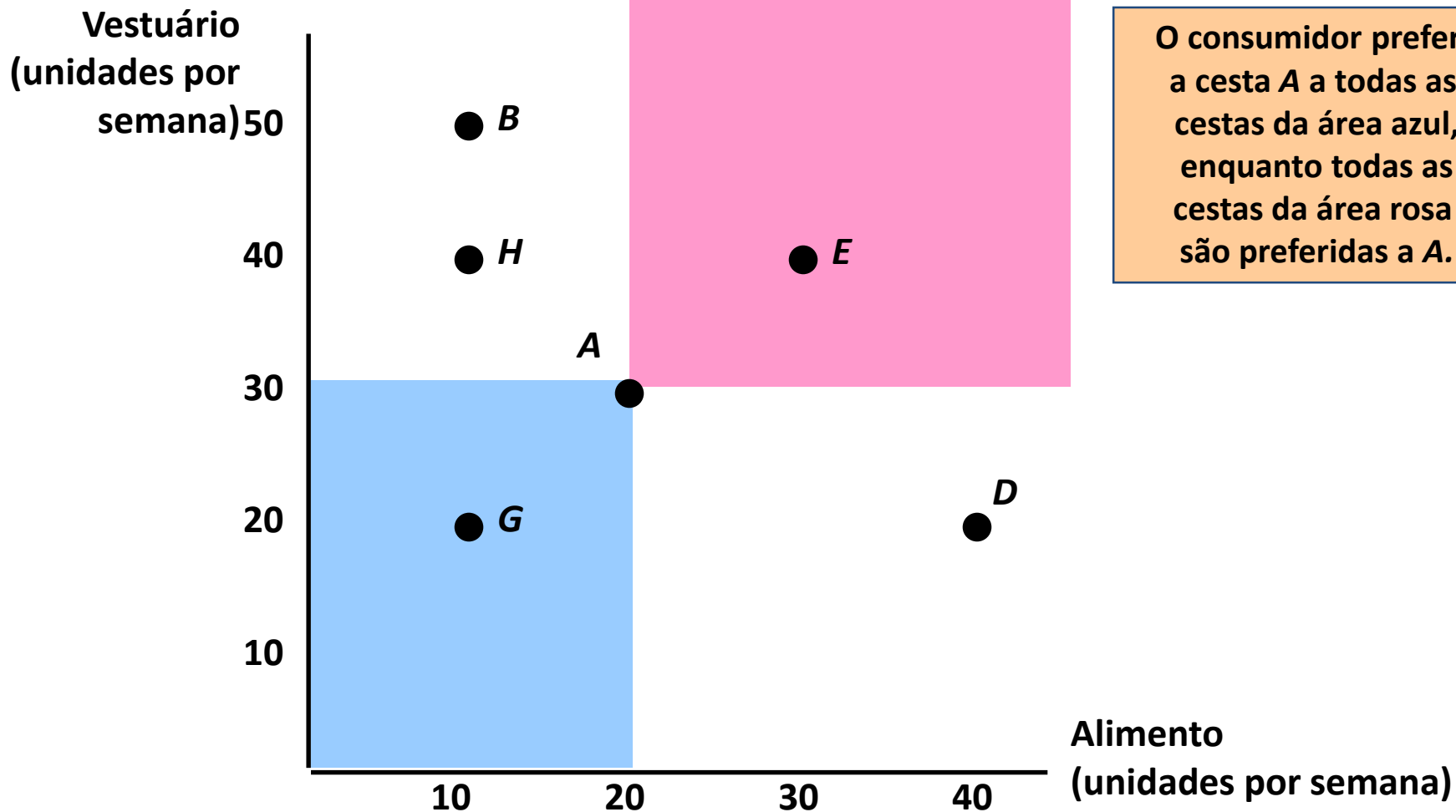
subconjunto  $B_\varepsilon(x^0) = \{x \in \mathbb{R}^n : d(x^0, x) < \varepsilon\}$  de  $\mathbb{R}^n$ , sendo

$$d(x^0, x) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i^0 - x_i)^2} \quad \text{a norma euclidiana.}$$

# Curva de Indiferença

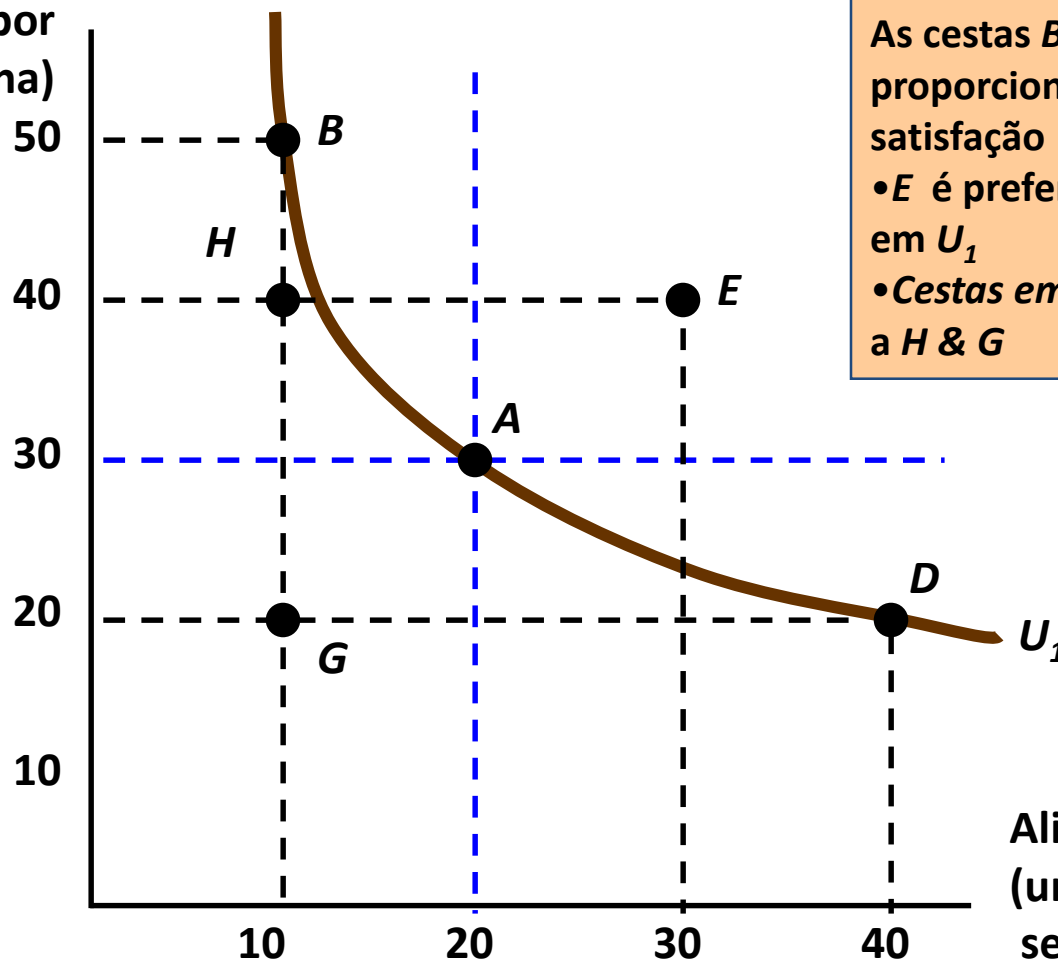
- Uma **curva de indiferença** representa todas as combinações de cestas de mercado que proporcionam o mesmo nível de satisfação a uma pessoa.

# Monotonicidade



# Indiferença

Vestuário  
(unidades por  
semana)



As cestas  $B$ ,  $A$ , &  $D$   
proporcionam a mesma  
satisfação

- $E$  é preferida a qualquer cesta em  $U_1$
- Cestas em  $U_1$  são preferidas a  $H$  &  $G$

Alimento  
(unidades por  
semana)



# Curva de Indiferença

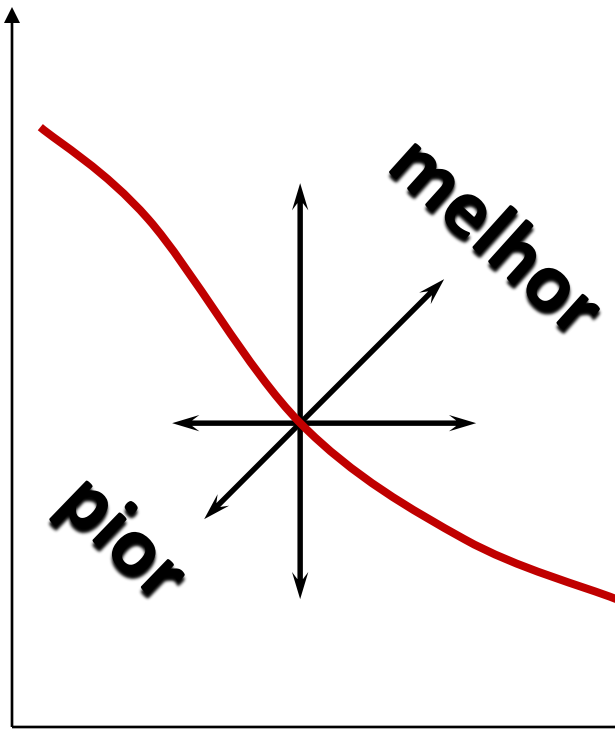
- Se valer monotonicidade, a curva de indiferença apresenta inclinação negativa, da esquerda para a direita.
  - Uma inclinação positiva violaria a premissa de que uma quantidade maior de mercadoria é preferida a uma menor.
- Qualquer cesta de mercado localizada acima e à direita de uma curva de indiferença é preferida a qualquer cesta de mercado localizada sobre a curva de indiferença.

# Inclinação das Curvas de Indiferença

- Quando mais de uma mercadoria for sempre preferido, a mercadoria é um bem.
- Se cada mercadoria é um bem, então as curvas de indiferença são negativamente inclinadas.

# Inclinação das Curvas de Indiferença

**bem 2**



**Dois bens** →  
**uma curva de  
indiferença  
negativamente  
inclinada.**

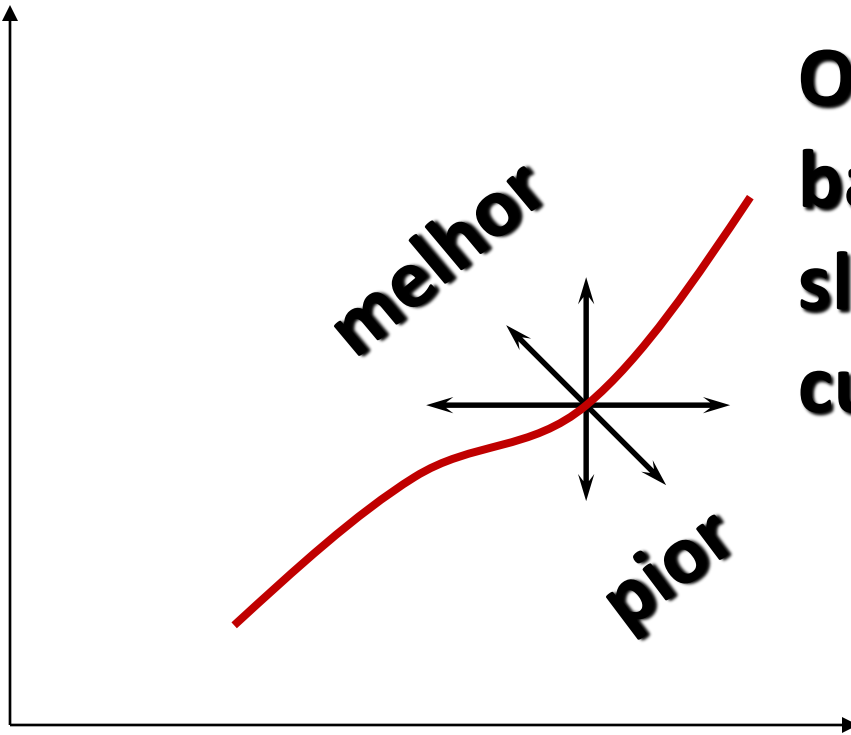
**bem 1**

# Inclinação das Curvas de Indiferença

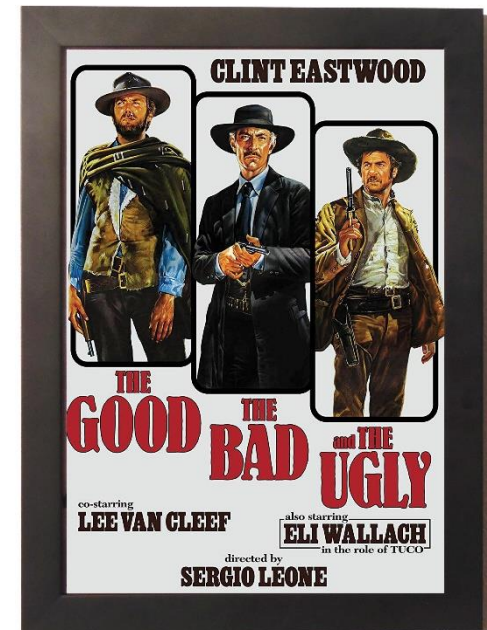
- Se menos de uma mercadoria é sempre preferido, então a mercadoria é um mal
- exemplo:
- $X_1 = \text{lixo}$
- $X_2 = \text{cerveja}$

# Inclinação das Curvas de Indiferença

**Good 2**



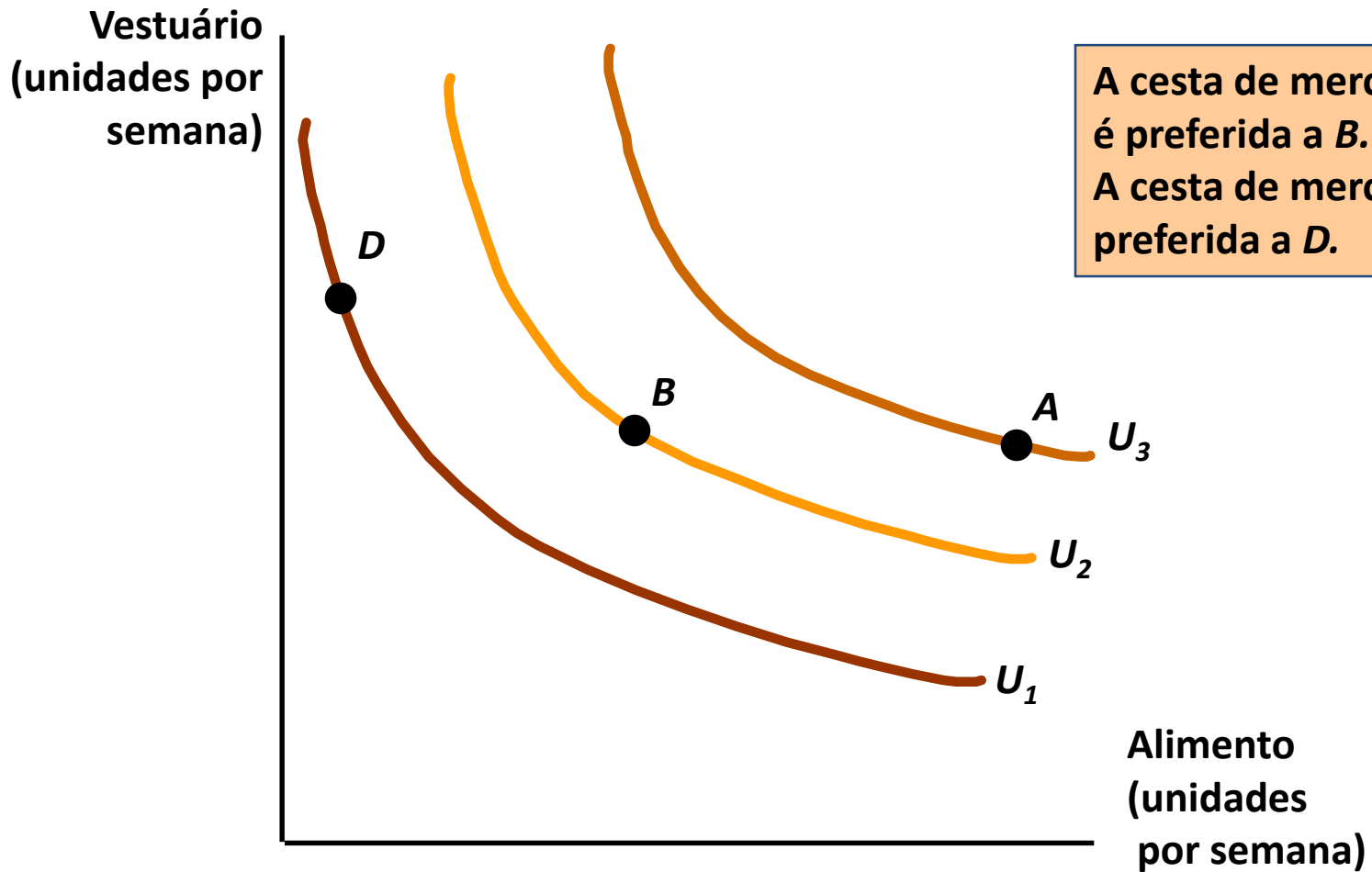
**One good and one bad → a positively sloped indifference curve.**



# Mapa de Indiferença

- Um **mapa de indiferença** é um conjunto de curvas de indiferença que descrevem as preferências de uma pessoa com relação a todas as combinações de duas mercadorias.
  - Cada curva de indiferença no mapa mostra as cestas de mercado entre as quais a pessoa é indiferente.

# Mapa de indiferença



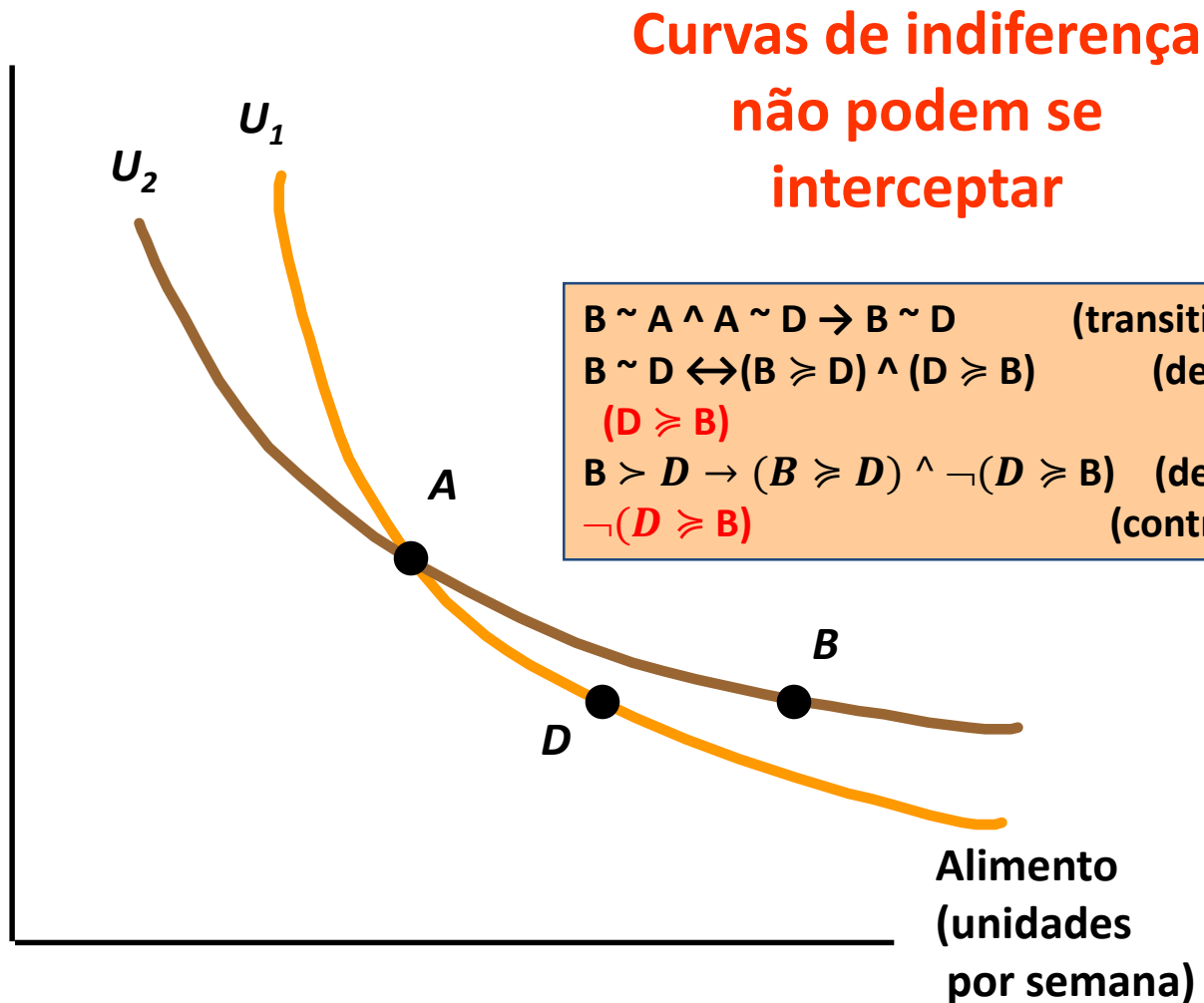
# Curva de indiferença

- as curvas de indiferença não podem se interceptar.
  - Qual axioma é violado?



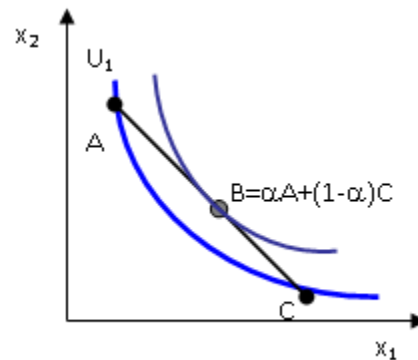
# Preferências do Consumidor

Vestuário  
(unidades por  
semana)

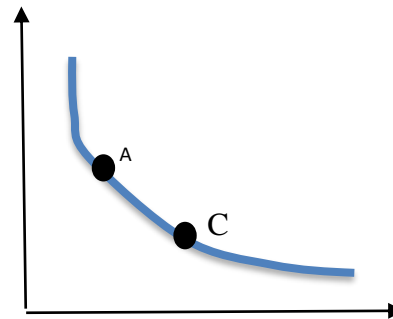


## Axiomas da Teoria da Escolha Do Consumidor

- vi) as preferências são estritamente **convexas**: dadas duas cestas  $A$  e  $C$ , como no gráfico abaixo, uma combinação linear das duas,  $B$ , é preferida a  $A$  (e a  $C$ ):



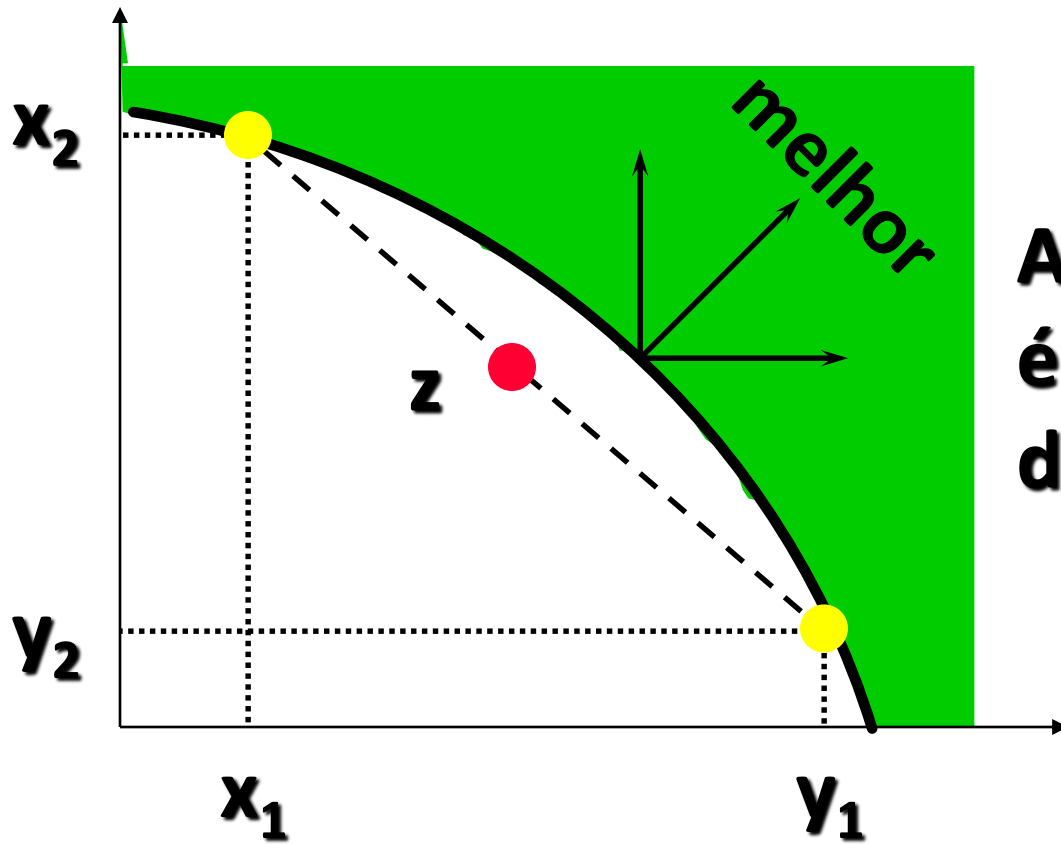
- vi') as preferências são **convexas**: dadas duas cestas  $A$  e  $C$ , como no gráfico abaixo, uma combinação linear das duas,  $B$ , é fracamente preferida a  $A$ :



# Convexidade

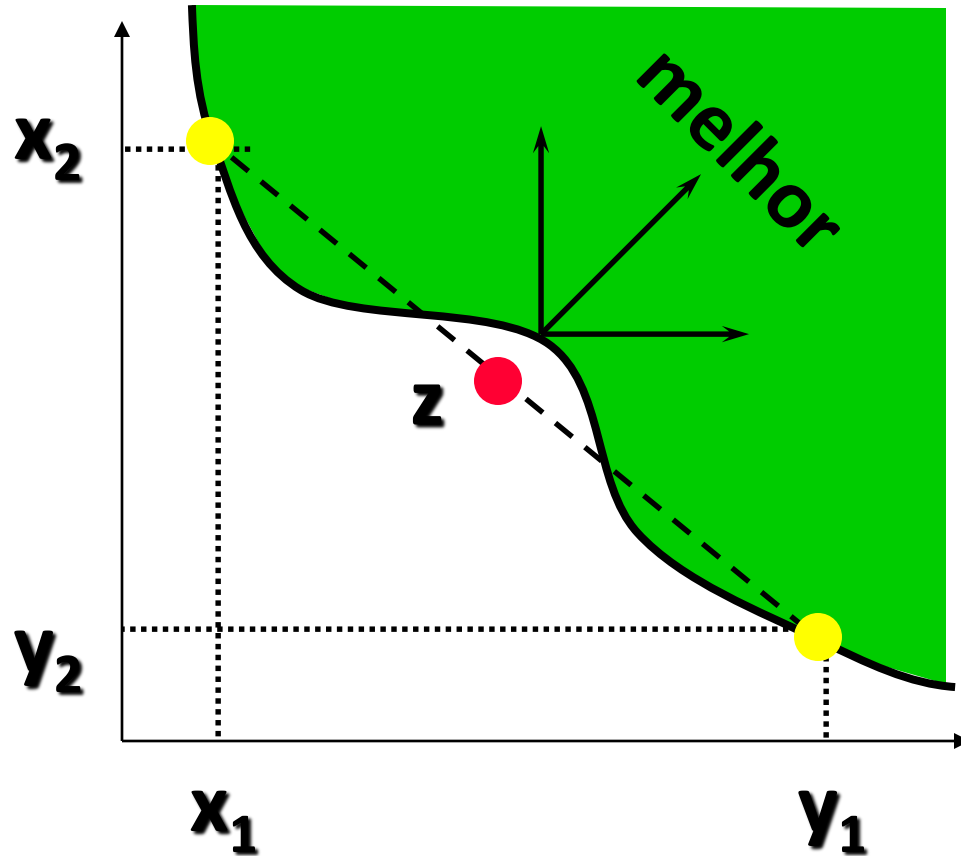
- As curvas de indiferença são convexas porque à medida que maiores quantidades de uma mercadoria são consumidas, espera-se que o consumidor esteja disposto a abrir mão de cada vez menos unidades de uma segunda mercadoria para obter unidades adicionais da primeira.
- Os consumidores preferem uma cesta de mercado balanceada
- Violação: preferências côncavas

# Preferências concavas



**A cesta z  
é menos preferida  
do que x ou y**

# Mais preferências não convexas



**A mistura  $z$   
é menos preferida  
do que  $x$  ou  $y$ .**

# Utilidade

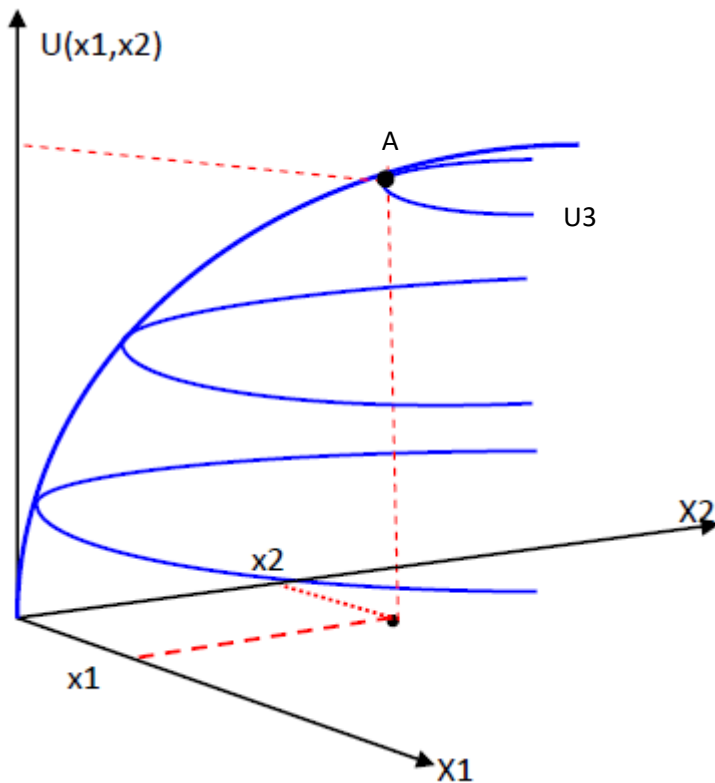
- O ordenamento de preferências é representado por meio de **funções utilidade**. Essas são funções algébricas, definidas sobre todas as cestas, que atribuem a cada cesta um valor:  $U(x_1, x_2)$
- *Exemplo:* A função utilidade  $U(x_1, x_2) = x_1 + x_2$  quando aplicada a duas cestas
  - $A$  e  $B$ ,  $A = (2,3)$ ,  $B = (0,1)$ , gera os seguintes valores:
  - $U(A) = 2 + 3 = 5$
  - $U(B) = 0 + 1 = 1$
- Utilidade cardinal x ordinal
- Transformação monotônica crescente:
  - Não altera o ordenamento
  - Exemplo:  $V = 2U = 2(x_1 + x_2)$ , tal que  $V(A) = 10$  e  $V(B) = 2$

# Recapitulando: elementos da teoria da escolha

- campo de escolha (X):
  - Quais são as opções disponíveis? Cestas A, B
- restrição orçamentária
  - Quais opções cabem no orçamento?
- função objetivo
  - ordenamento:  $A \succcurlyeq B$
  - axiomas:
    - completude, transitividade, continuidade, monotonicidade, convexidade
  - utilidade: representação operacional
- - pressuposto comportamental
  - maximização de utilidade

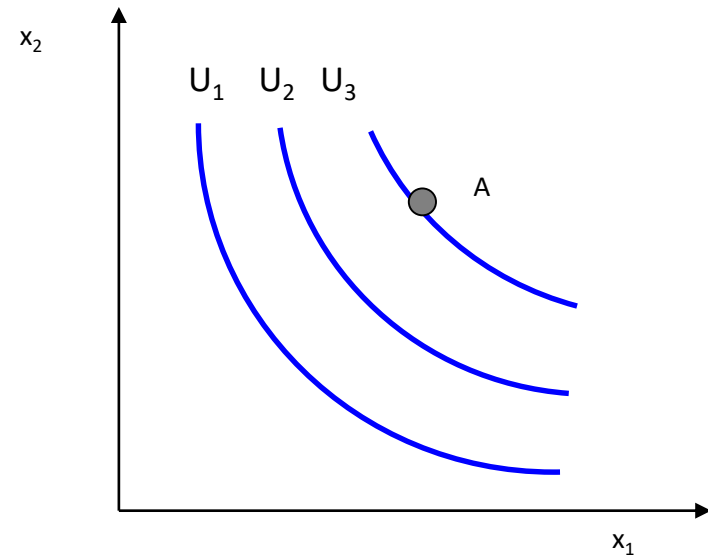
# Função utilidade: representação gráfica

## Função Utilidade



## Curvas de Nível

- Curvas de indiferença: *locus* das cestas que têm a mesma utilidade

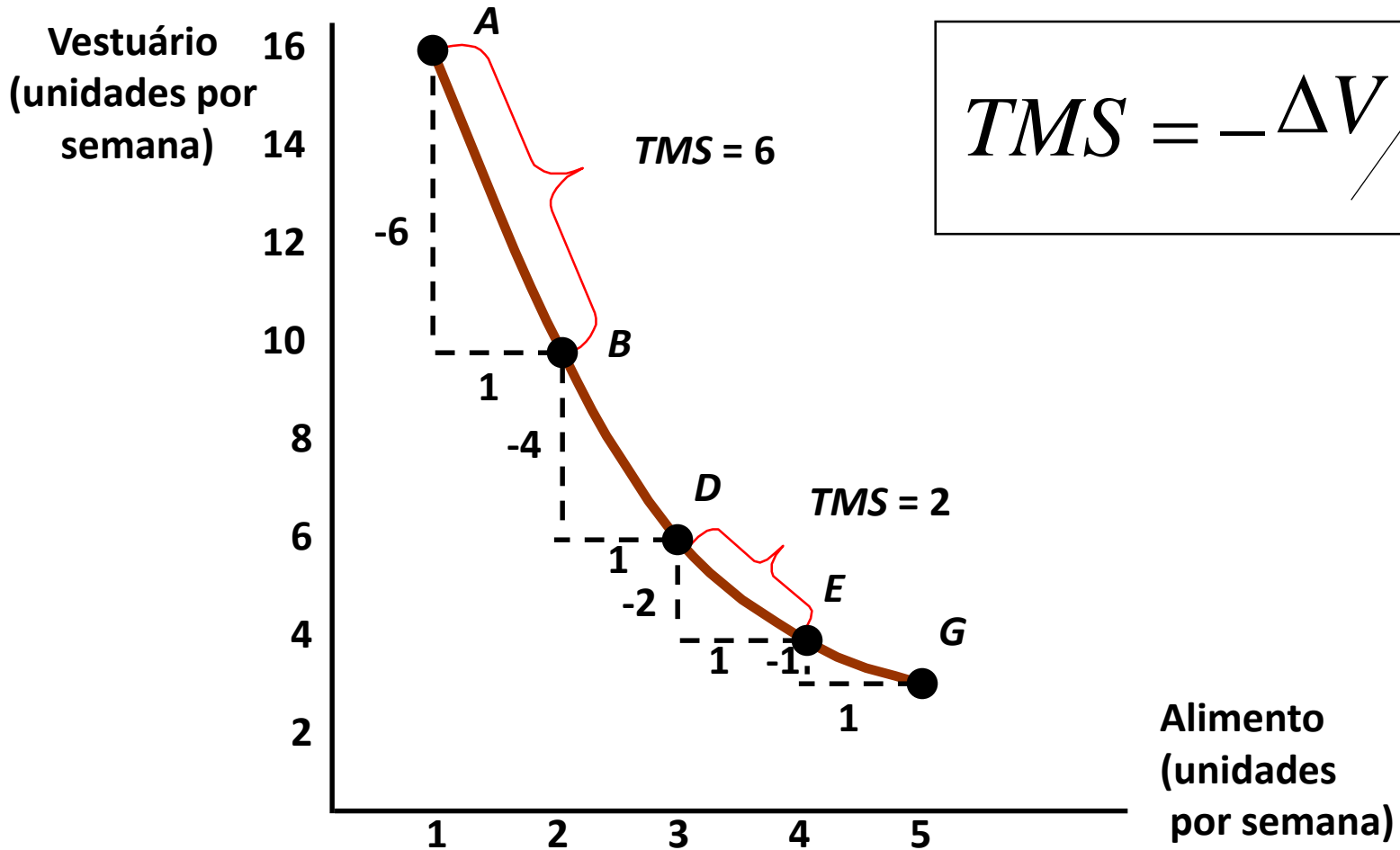




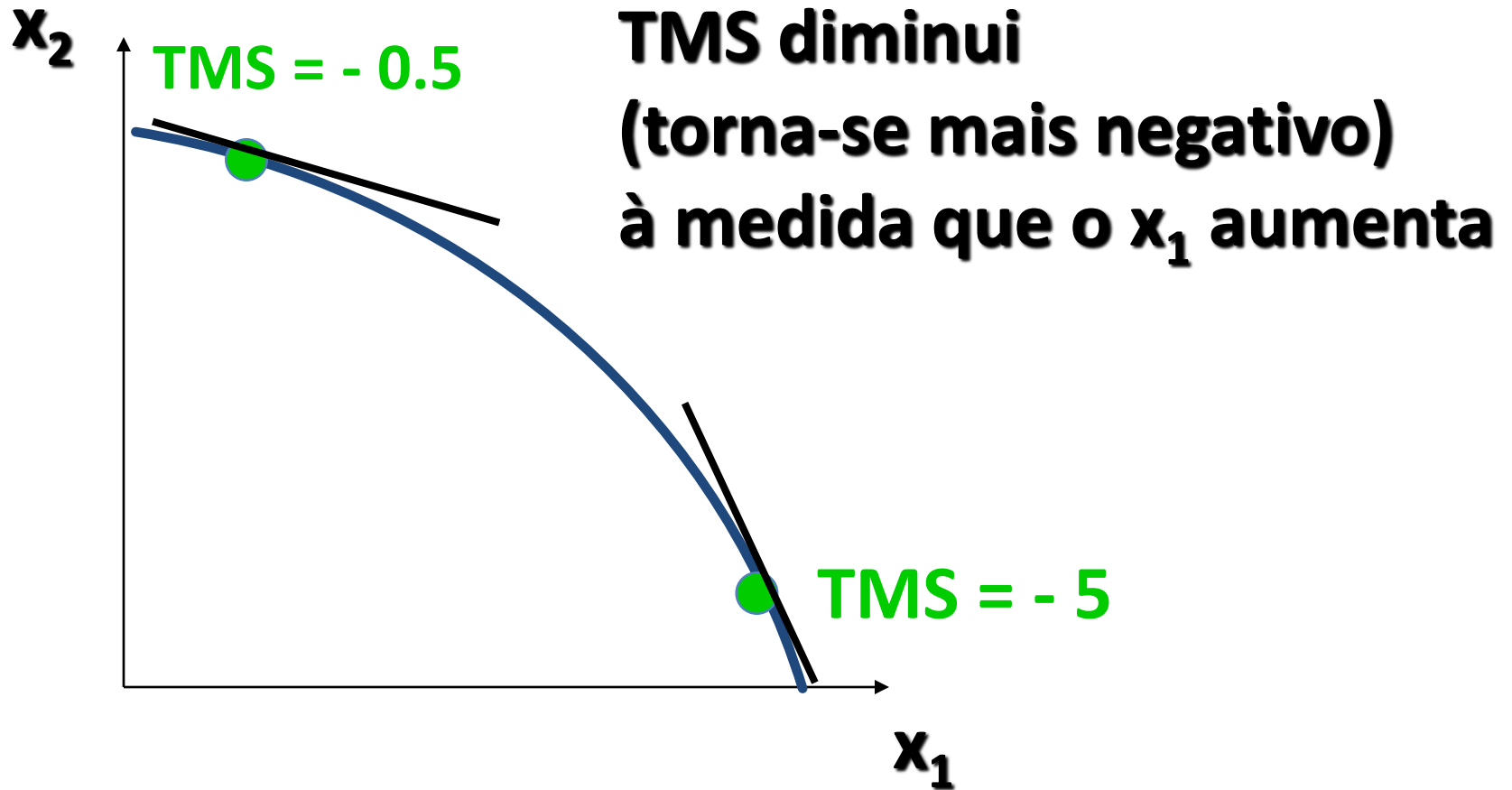
# Taxa Marginal de Substituição

- A **Taxa Marginal de Substituição (TMS)** mede a quantidade de uma mercadoria de que o consumidor está disposto a desistir para obter mais de outra.
  - É medida pela inclinação da curva de indiferença (curva de nível da função utilidade).

# Taxa Marginal de Substituição



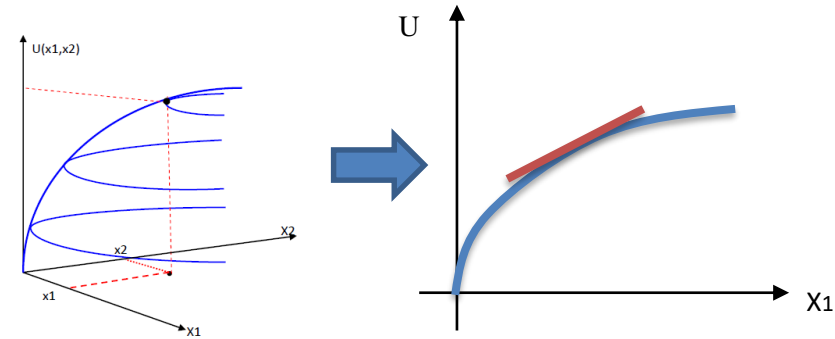
# TMS e preferências côncavas



# Utilidade Marginal e Taxa Marginal de Substituição

- Utilidade Marginal (UMg):

$$UMg_x = \frac{\partial U}{\partial x}$$



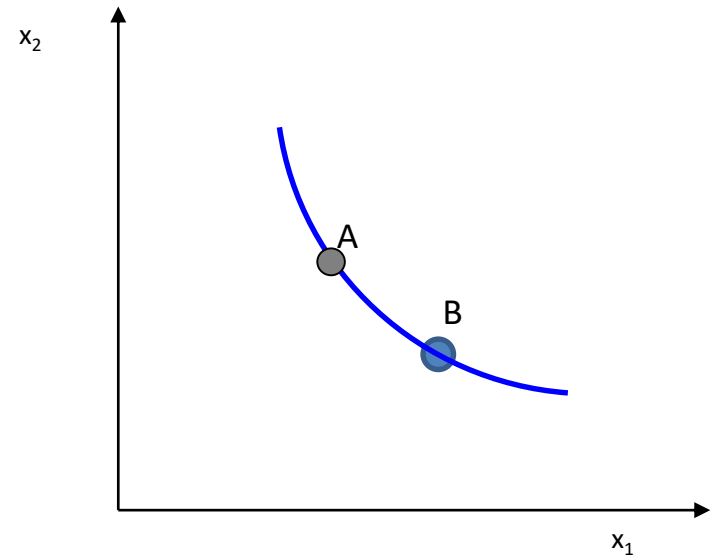
- Taxa Marginal de Substituição (TMS):

- Movimento ao longo da curva de indiferença não altera a utilidade:

$$dU = 0 \rightarrow \frac{\partial U}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial U}{\partial x_2} dx_2 = 0.$$

Rearranjando, temos:

$$TMS = \frac{dx_2}{dx_1} = \frac{UMg_1}{UMg_2}$$



# Curva de Indiferença $U(V,A)=VA = 25$

Vestuário  
(unidades por  
semana)

## Funções de Utilidade & Curvas de Indiferença

Suponha:  $U = A.V$

Cesta de mercado  $U = A.V$

$$C \quad 25 = 2,5(10)$$

$$A \quad 25 = 5(5)$$

$$B \quad 25 = 10(2,5)$$

15

10

5

2.5

0

2.5

5

10

15

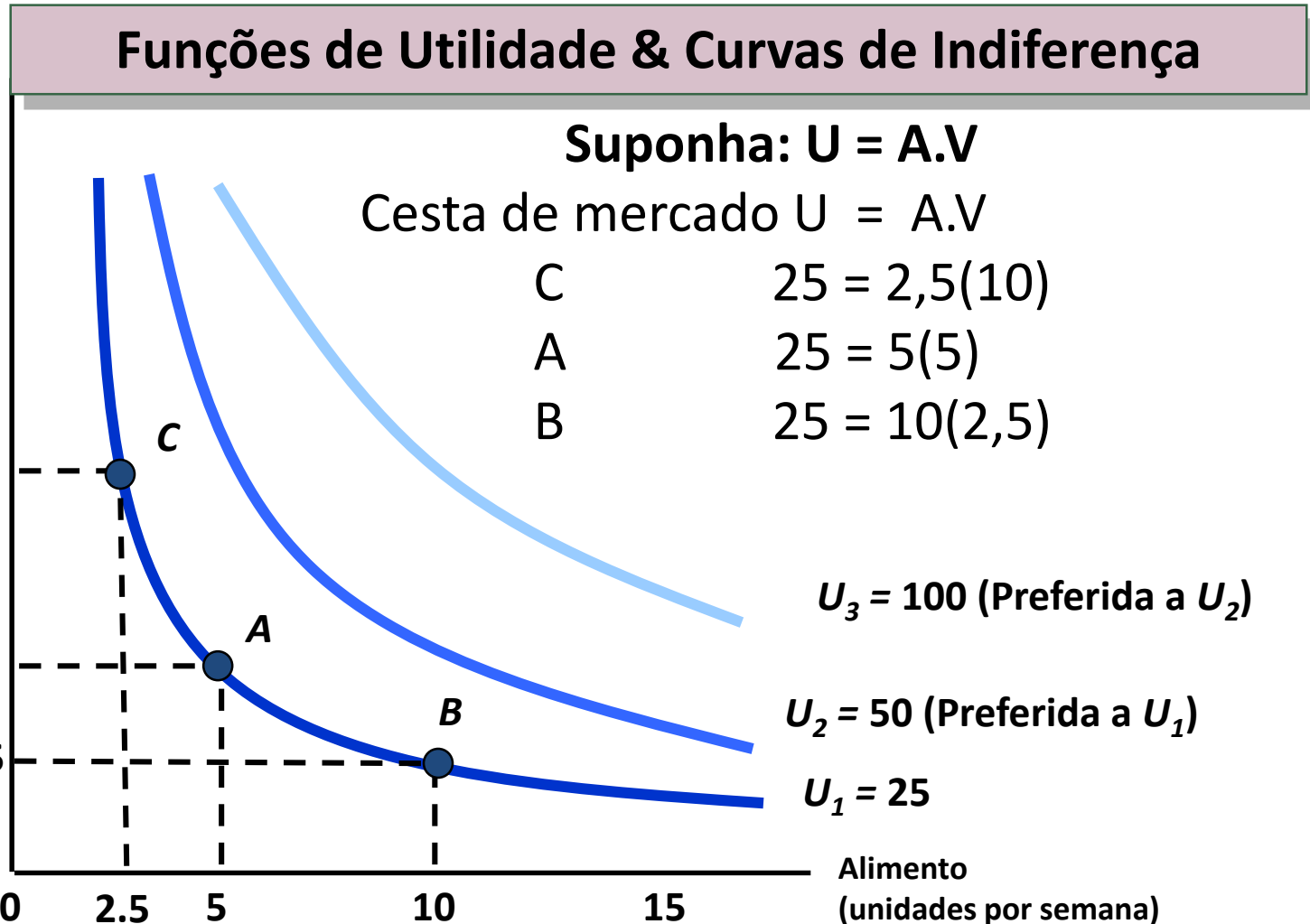
$U_3 = 100$  (Preferida a  $U_2$ )

$U_2 = 50$  (Preferida a  $U_1$ )

$U_1 = 25$

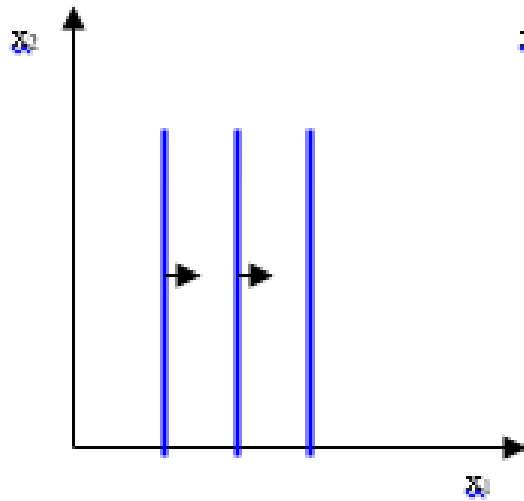
Alimento

(unidades por semana)

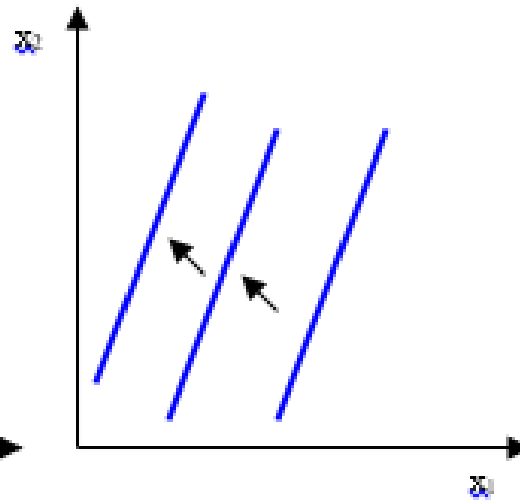


# Exercício: relacione o formato das curvas de indiferença com o tipo de preferências

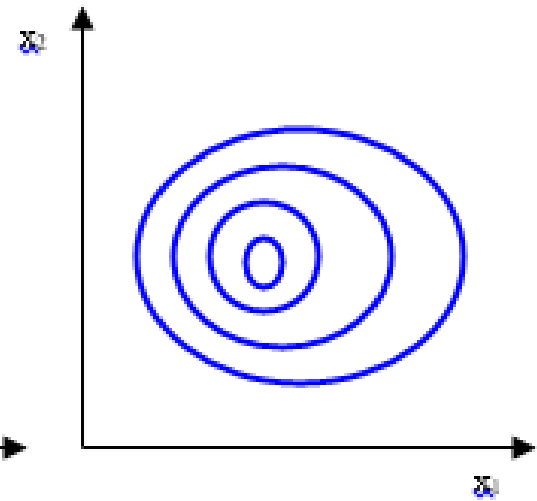
- Tipo I



- Tipo II



- Tipo III

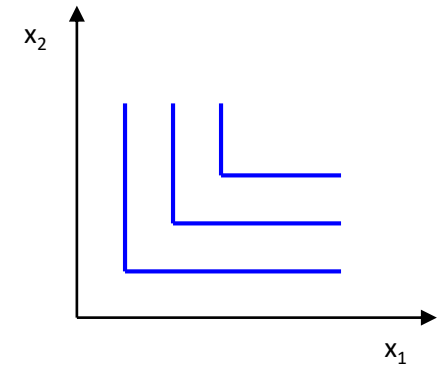


# Funções Utilidade mais Usadas

- FUNÇÃO UTILIDADE COMPLEMENTOS PERFEITOS:

- $U(x_1, x_2) = \min\{ax_1, bx_2\}$ ,  $a$  e  $b$  constantes. Os dois bens só são úteis se consumidos em conjunto e em certa proporção fixa. Repare que na quina da curva de indiferença não se define a TMS.

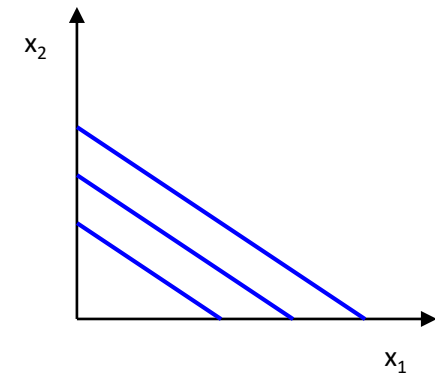
- exemplo:  $U(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$



- FUNÇÃO UTILIDADE SUBSTITUTOS PERFEITOS:

- $U(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$ ,  $a$  e  $b$  constantes. Os dois bens podem ser substituídos um pelo outro, de modo que a TMS é constante, não decrescente.

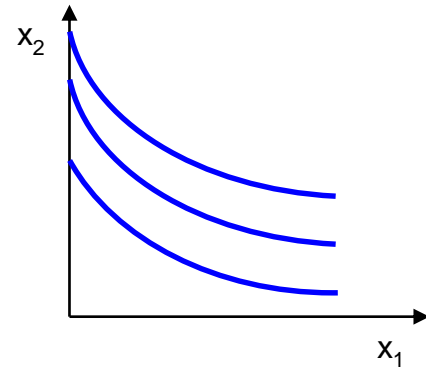
- exemplo:  $U(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$



# Funções Utilidade Usadas mais Usadas

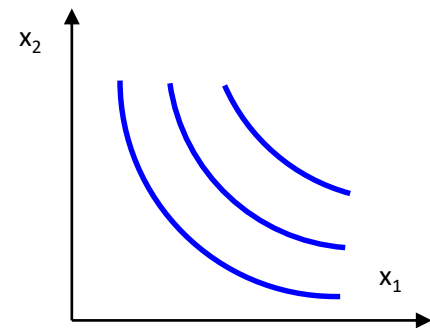
- FUNÇÃO UTILIDADE QUASE LINEAR:

- $U(x_1, x_2) = V(x_1) + x_2$
- exemplos:
- $U(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$
- $U(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + x_2$
- Neste tipo de função, a TMS depende apenas da quantidade do bem 1.



- FUNÇÃO UTILIDADE COBB-DOUGLAS:

- $U(x_1, x_2) = x_1^a x_2^{1-a}$ ,  $a$  constante.
- exemplo: a transformação monótona  $V = \ln(U)$  representa as mesmas preferências e é mais fácil de manipular algebricamente:
- $V(x_1, x_2) = \ln(x_1^a x_2^{1-a}) = a \ln x_1 + (1-a) \ln x_2$





# Funções Utilidade Mais Usadas

- FUNÇÃO UTILIDADE CES (constant elasticity of substitution):

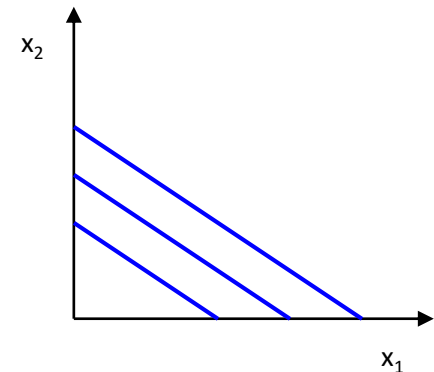
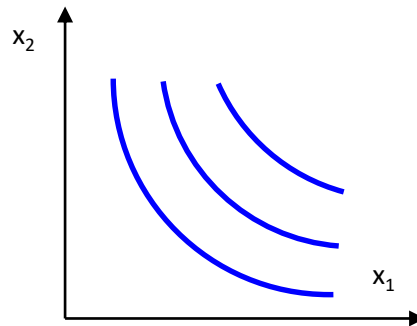
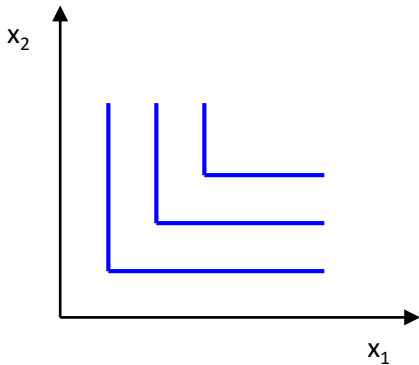
- $$U = (x_1^\rho + x_2^\rho)^{1/\rho}$$

- $$TMS = \frac{UMgx_1}{UMgx_2} = \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^{\rho-1}$$

- $\rho = -\infty$

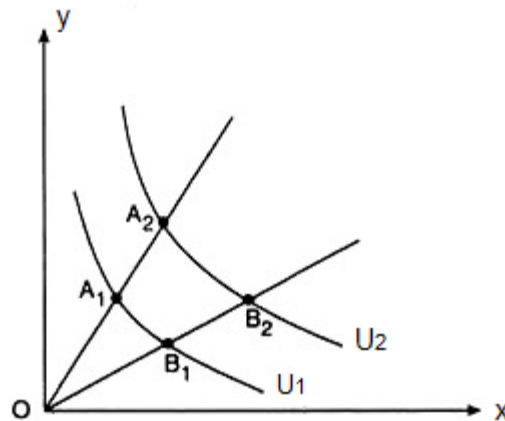
$\rho \rightarrow 0$

$\rho = 1$



# Função Utilidade Homotética

- Uma função  $f(x)$  é homogênea de grau  $k$  se  $f(t.x) = t^k.f(x)$ , sendo  $t$  uma constante
- Uma função é homotética se for transformação monótona de função homogênea de grau 1
- Exemplo:  $U = X^\beta Y^{(1-\beta)}$
- Exercício: das funções estudadas anteriormente, quais são homotéticas?



# 4 – Pressuposto Comportamental

Considere  $B$  o conjunto orçamentário, isto é, todas as cestas que não violam a restrição orçamentária:  $\sum_{i=1}^m p_i x_i \leq r$

- O consumidor escolhe uma cesta de consumo maximizadora de utilidade dentre as cestas que ele pode comprar, ou seja, escolhe uma cesta de consumo  $A^*$  tal que  $U(A^*) \geq U(X)$  para todo  $X \in B$ .