

Microeconomia

Preferências e Utilidade

Prof. Fabio Barbieri

3 - Ordenamento de Preferências

- **RELAÇÕES DE PREFERÊNCIAS**

- Dado um conjunto de duas cestas x^1 e x^2 , dizemos que para um certo consumidor, x^1 é pelo menos tão boa quanto x^2 . Representamos essa relação da seguinte maneira:

$$x^1 \succeq x^2$$

- Se x^1 for pelo menos tão boa quanto x^2 e x^2 tão boa quanto x^1 , dizemos que x^1 é indiferente a x^2 :

$$x^1 \sim x^2 \leftrightarrow [x^1 \succeq x^2 \wedge x^2 \succeq x^1]$$

- Se x^1 for pelo menos tão boa quanto x^2 , mas o inverso não for válido, dizemos que x^1 é estritamente preferida a x^2 :

$$x^1 \succ x^2 \leftrightarrow [x^1 \succeq x^2 \wedge \neg(x^2 \succeq x^1)].$$

Lógica Simbólica

- Proposições: $p, q, \dots A, B, \dots$
- Operadores:
 - e (\wedge), ou (\vee), não (\neg), se...então... (\rightarrow), se e somente se (\leftrightarrow)
- Proposições: $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$
- Tabelas Verdade:

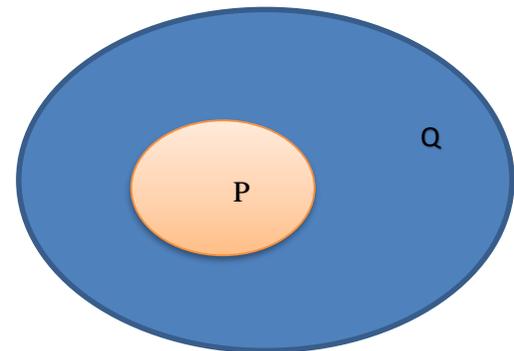
P	$\neg P$
V	F
F	V

P	Q	$P \rightarrow Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

P	Q	$P \wedge Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

P	Q	$P \vee Q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F



Axiomas da Teoria da Escolha Do Consumidor

- i) preferências **completas**: $A \succcurlyeq B \vee B \succcurlyeq A$
- ii) as preferências são **reflexivas**: $A \succcurlyeq A$
- é teorema derivado de (i) se tomarmos B igual a A
- iii) as preferências são **transitivas**: se $A \succcurlyeq B \wedge B \succcurlyeq C \rightarrow A \succcurlyeq C$
- (i) e (iii) definem *preferências racionais*.
- iv) as preferências são **contínuas**: os conjuntos de cestas melhores que A e piores que A são fechados
- v) as preferências são **monotônicas**: se a cesta A contém mais de um produto e pelo menos a mesma quantidade dos outros, A será preferida a B.

Axiomas da Teoria da Escolha Do Consumidor

- Detalhamento:

Axioma 4: (Monotonicidade fraca) $\forall (x^1, x^2) \in X \ (x^1 \geq x^2 \rightarrow x^1 \succsim x^2)$.

(Monotonicidade estrita) $\forall (x^1, x^2) \in X \ (x^1 \gg x^2 \rightarrow x^1 \succ x^2)$.

(Monotonicidade forte) $\forall (x^1, x^2) \in X \ [(x^1 \geq x^2 \wedge x^1 \neq x^2) \rightarrow x^1 \succ x^2]$.

Axioma 4': (Não-saciedade local) $\forall x^0 \in X \wedge \forall \varepsilon > 0, \exists x \in B_\varepsilon(x^0) \cap X \rightarrow x \succ x^0$.

(ou seja, $\|x - x^0\| < \varepsilon$)

Bola aberta: uma bola aberta de centro x^0 e raio $\varepsilon > 0$ é o

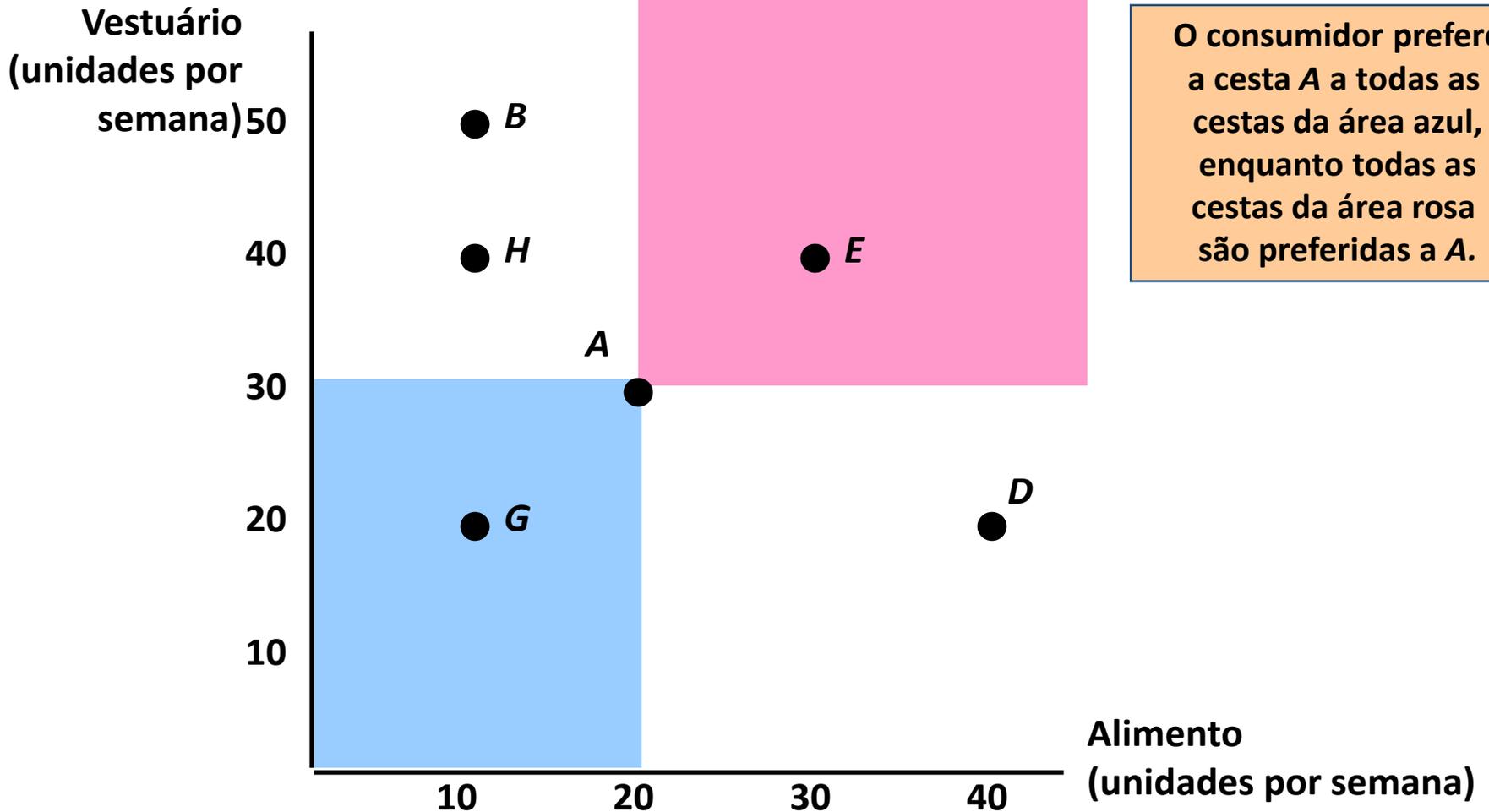
subconjunto $B_\varepsilon(x^0) = \{x \in \mathbb{R}^n : d(x^0, x) < \varepsilon\}$ de \mathbb{R}^n , sendo

$$d(x^0, x) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i^0 - x_i)^2} \quad \text{a norma euclidiana.}$$

Curva de Indiferença

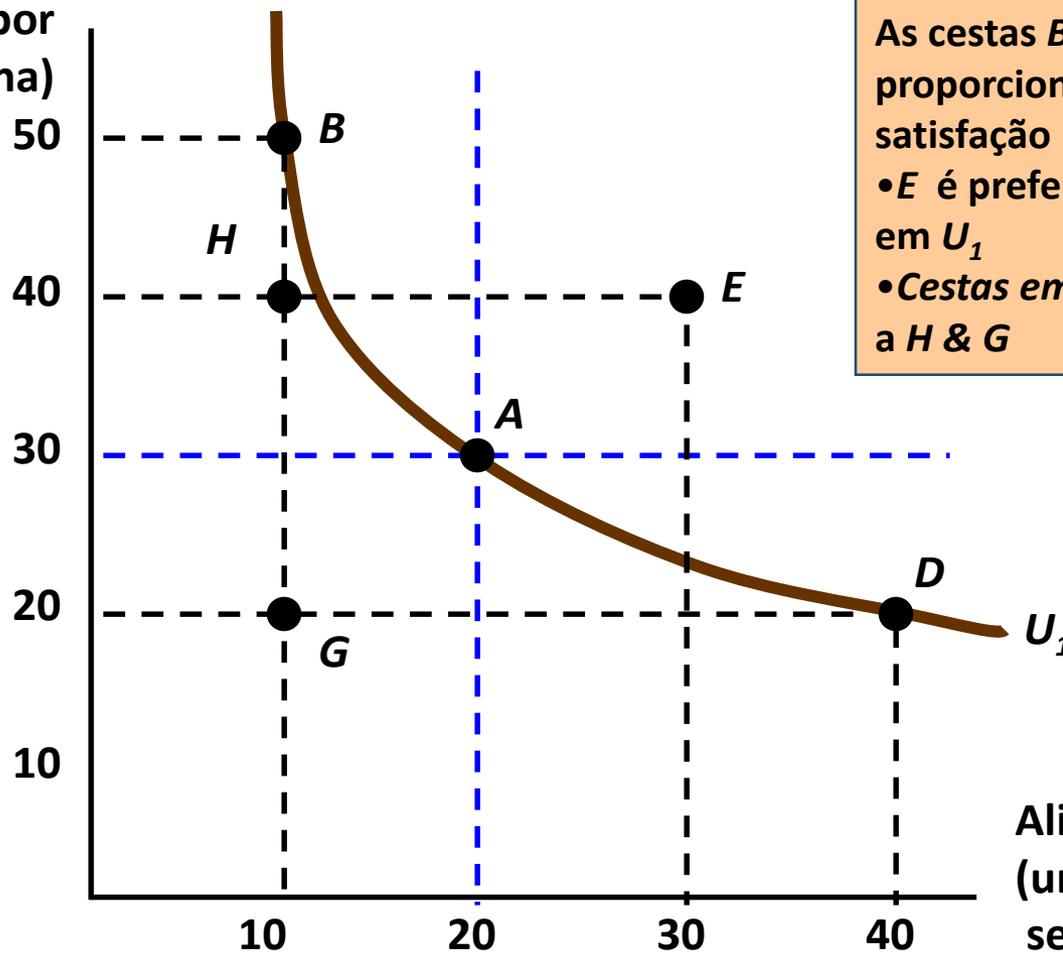
- Uma **curva de indiferença** representa todas as combinações de cestas de mercado que proporcionam o mesmo nível de satisfação a uma pessoa.

Monotonicidade



Indiferença

Vestuário
(unidades por
semana)



As cestas B , A , & D
proporcionam a mesma
satisfação

- E é preferida a qualquer cesta em U_1
- Cestas em U_1 são preferidas a H & G

Alimento
(unidades por
semana)

Curva de Indiferença

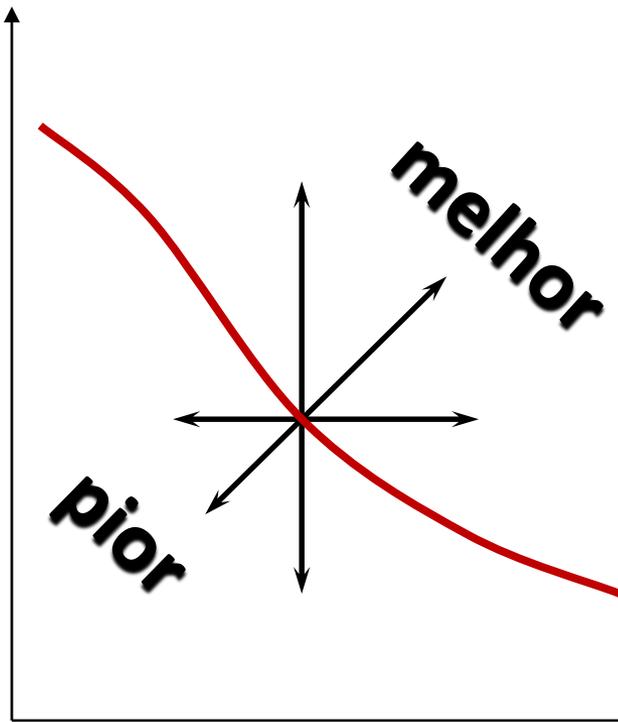
- Se valer monotonicidade, a curva de indiferença apresenta inclinação negativa, da esquerda para a direita.
 - Uma inclinação positiva violaria a premissa de que uma quantidade maior de mercadoria é preferida a uma menor.
- Qualquer cesta de mercado localizada acima e à direita de uma curva de indiferença é preferida a qualquer cesta de mercado localizada sobre a curva de indiferença.

Inclinação das Curvas de Indiferença

- Quando mais de uma mercadoria for sempre preferido, a mercadoria é um bem.
- Se cada mercadoria é um bem, então as curvas de indiferença são negativamente inclinadas.

Inclinação das Curvas de Indiferença

bem 2



Dois bens →
uma curva de
indiferença
negativamente
inclinada.

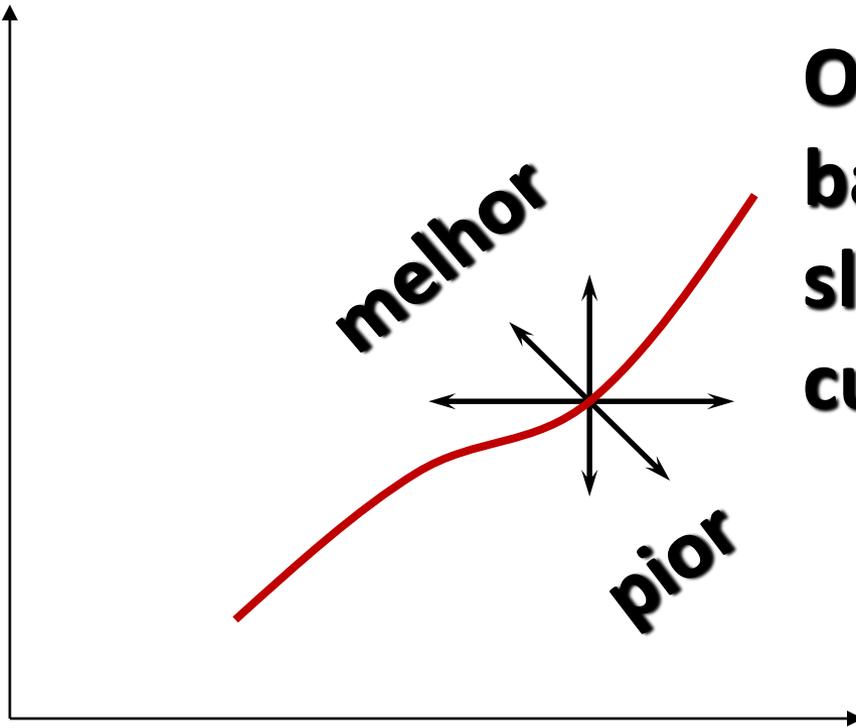
bem 1

Inclinação das Curvas de Indiferença

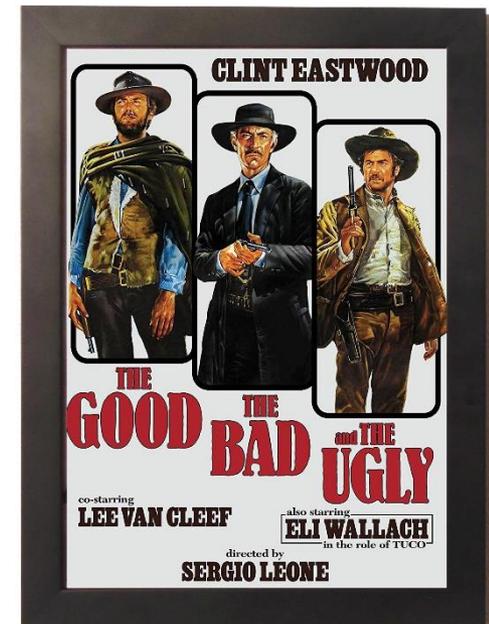
- Se menos de uma mercadoria é sempre preferido, então a mercadoria é um mal
- exemplo:
- $X_1 = \text{lixo}$
- $X_2 = \text{cerveja}$

Inclinação das Curvas de Indiferença

Good 2



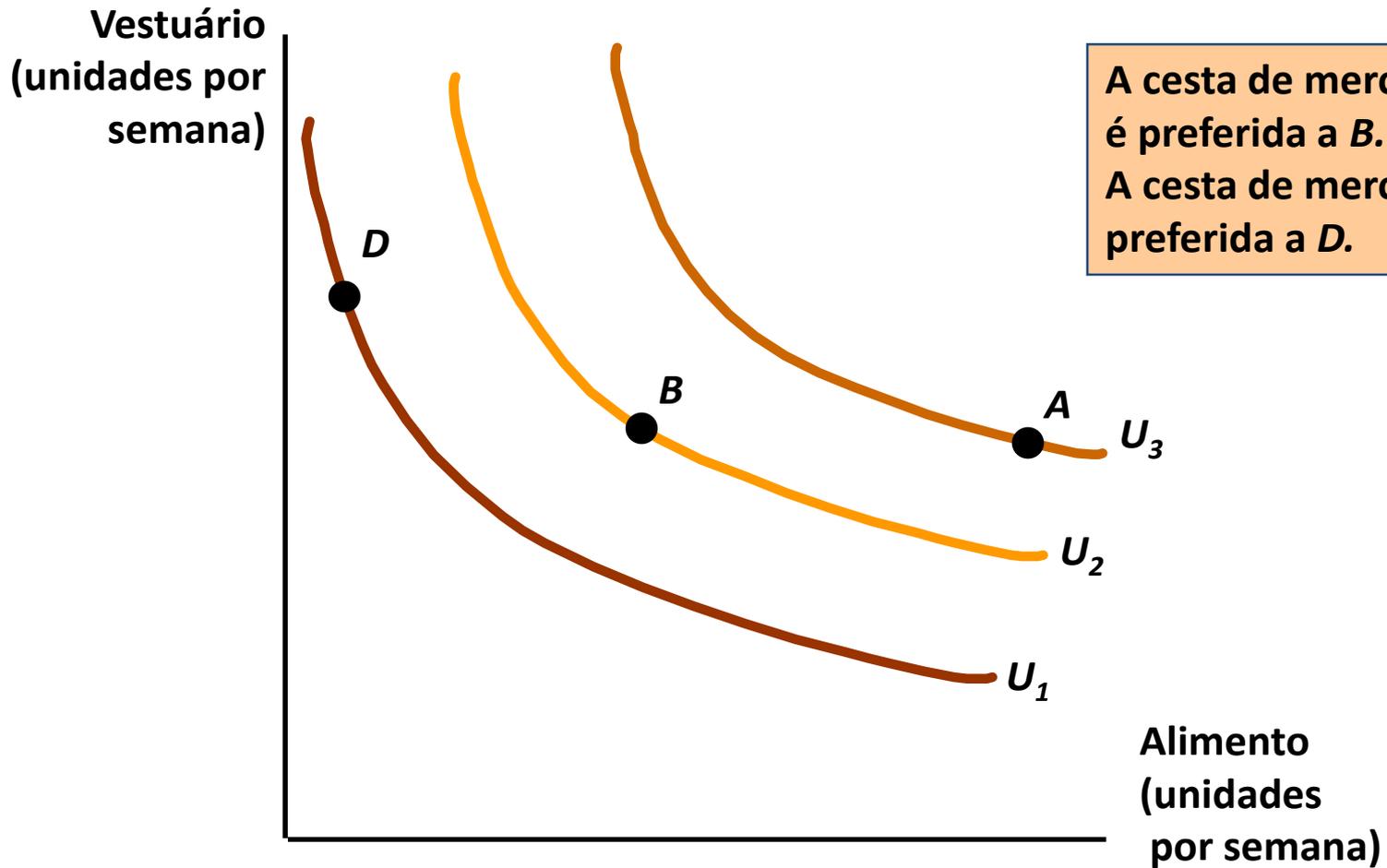
One good and one bad → a positively sloped indifference curve.



Mapa de Indiferença

- Um **mapa de indiferença** é um conjunto de curvas de indiferença que descrevem as preferências de uma pessoa com relação a todas as combinações de duas mercadorias.
 - Cada curva de indiferença no mapa mostra as cestas de mercado entre as quais a pessoa é indiferente.

Mapa de indiferença

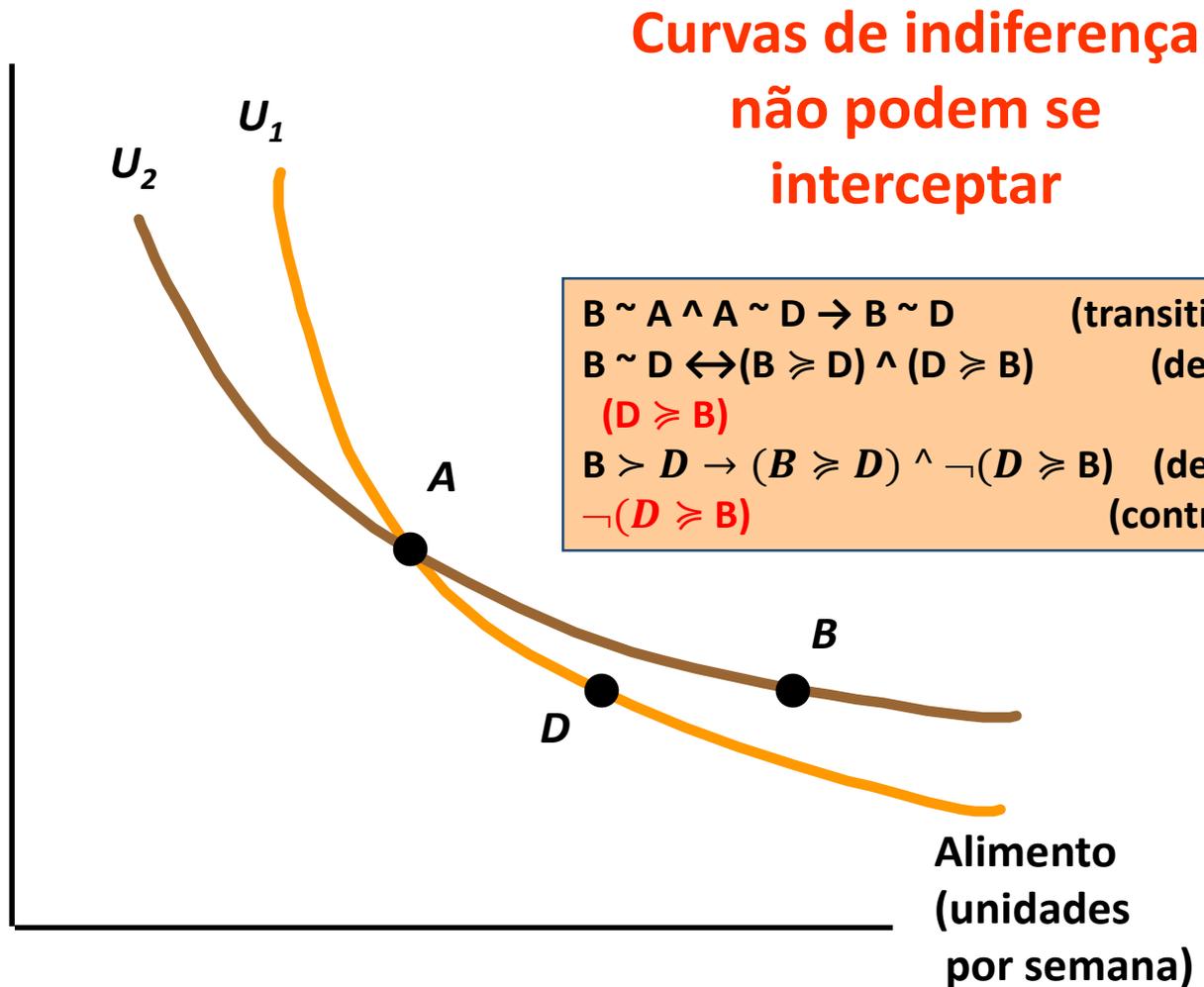


Curva de indiferença

- as curvas de indiferença não podem se interceptar.
 - Qual axioma é violado?

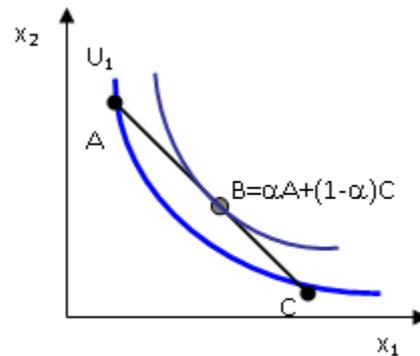
Preferências do Consumidor

Vestuário
(unidades por
semana)

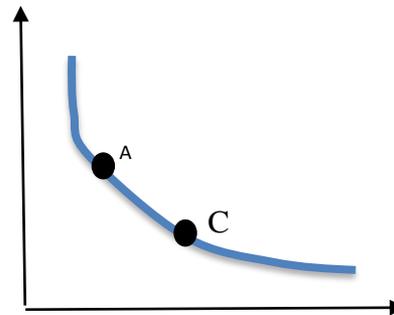


Axiomas da Teoria da Escolha Do Consumidor

- vi) as preferências são estritamente **convexas**: dadas duas cestas A e C , como no gráfico abaixo, uma combinação linear das duas, B , é preferida a A (e a C):



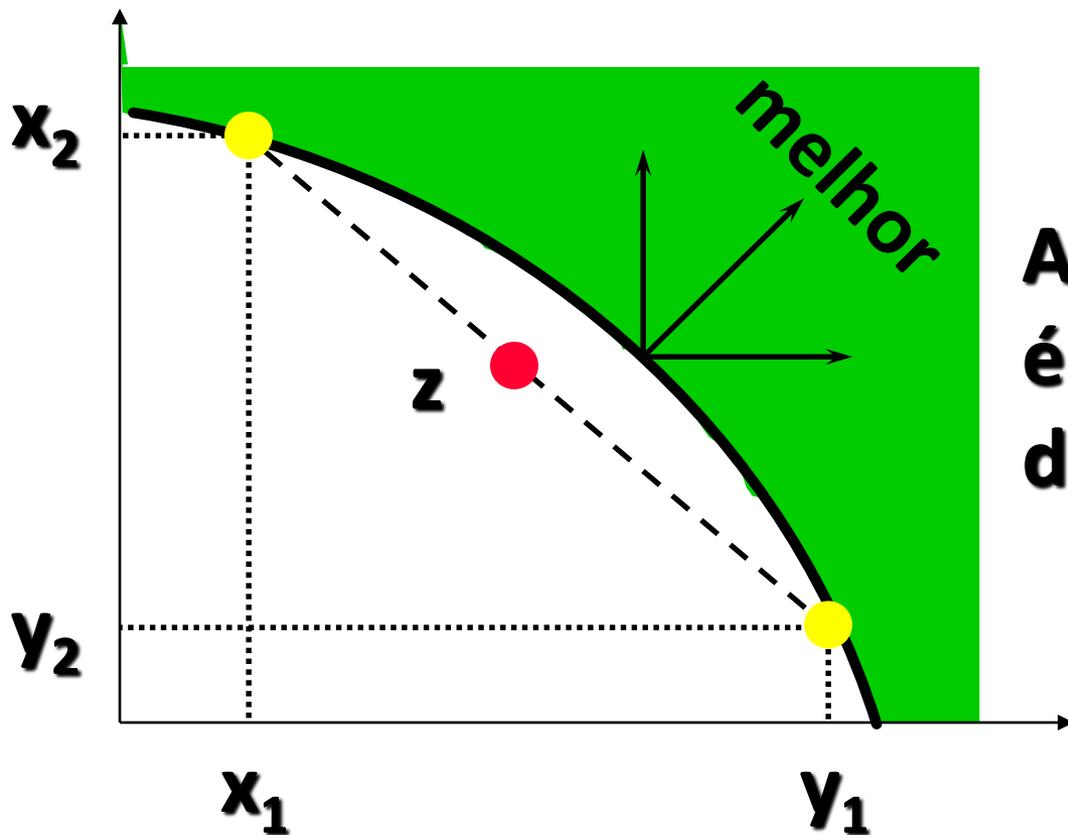
- vi') as preferências são **convexas**: dadas duas cestas A e C , como no gráfico abaixo, uma combinação linear das duas, B , é fracamente preferida a A :



Convexidade

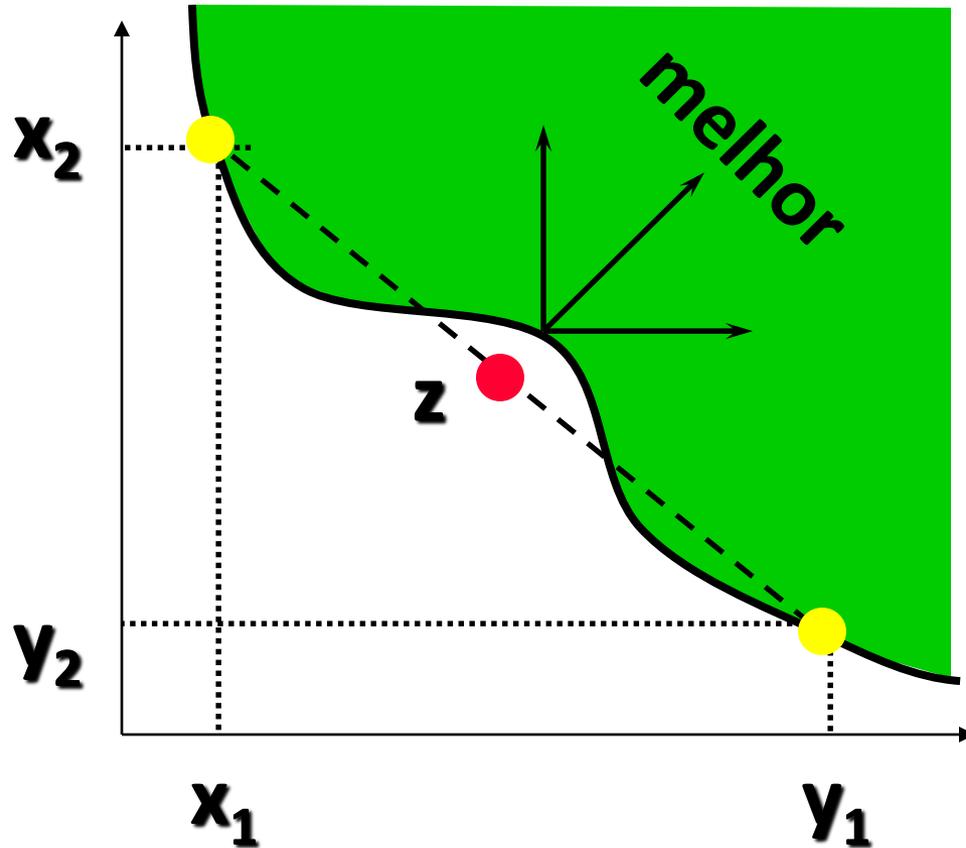
- As curvas de indiferença são convexas porque à medida que maiores quantidades de uma mercadoria são consumidas, espera-se que o consumidor esteja disposto a abrir mão de cada vez menos unidades de uma segunda mercadoria para obter unidades adicionais da primeira.
- Os consumidores preferem uma cesta de mercado balanceada
- Violação: preferências côncavas

Preferências concavas



**A cesta z
é menos preferida
do que x ou y**

Mais preferências não convexas



**A mistura z
é menos preferida
do que x ou y .**

Utilidade

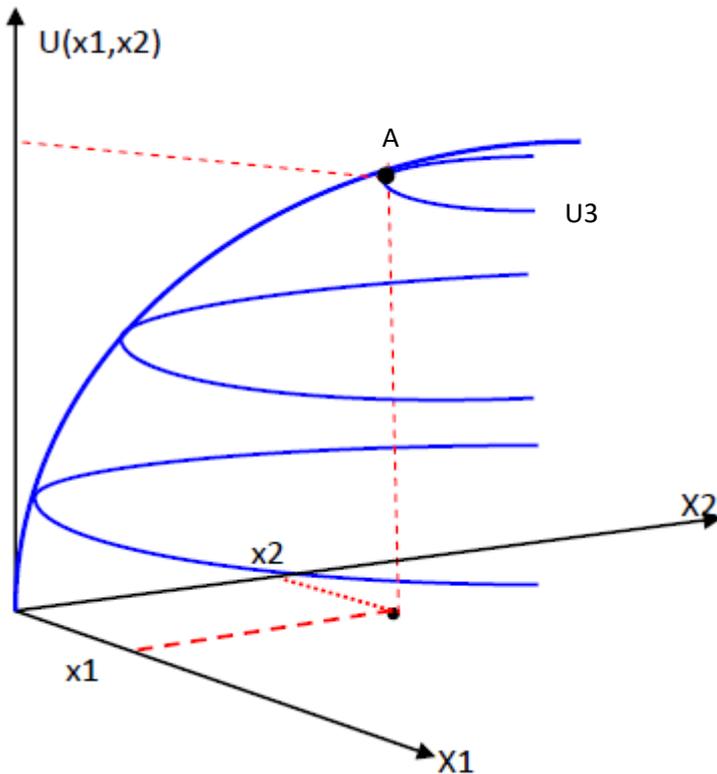
- O ordenamento de preferências é representado por meio de **funções utilidade**. Essas são funções algébricas, definidas sobre todas as cestas, que atribuem a cada cesta um valor: $U(x_1, x_2)$
- *Exemplo:* A função utilidade $U(x_1, x_2) = x_1 + x_2$ quando aplicada a duas cestas
 - A e B , $A = (2,3)$, $B = (0,1)$, gera os seguintes valores:
 - $U(A) = 2 + 3 = 5$
 - $U(B) = 0 + 1 = 1$
- Utilidade cardinal x ordinal
- Transformação monotônica crescente:
 - Não altera o ordenamento
 - Exemplo: $V = 2U = 2(x_1 + x_2)$, tal que $V(A) = 10$ e $V(B) = 2$

Recapitulando: elementos da teoria da escolha

- campo de escolha (X):
 - Quais são as opções disponíveis? Cestas A, B
- restrição orçamentária
 - Quais opções cabem no orçamento?
- função objetivo
 - ordenamento: $A \succcurlyeq B$
 - axiomas:
 - completude, transitividade, continuidade, monotonicidade, convexidade
 - utilidade: representação operacional
- - pressuposto comportamental
 - maximização de utilidade

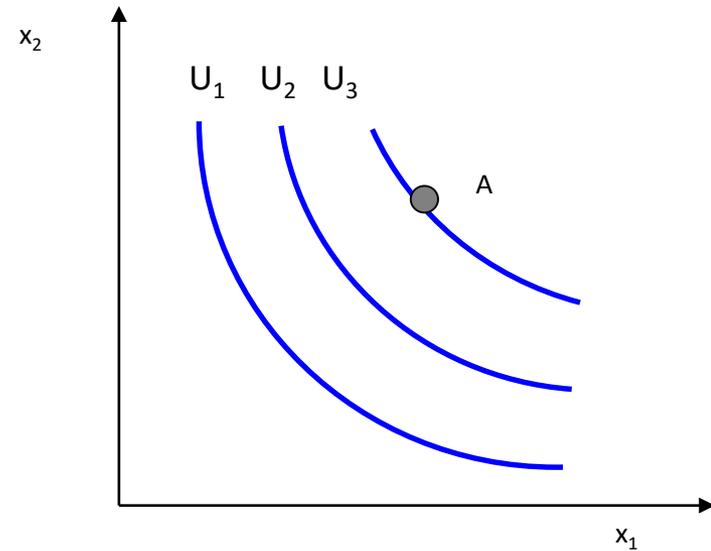
Função utilidade: representação gráfica

Função Utilidade



Curvas de Nível

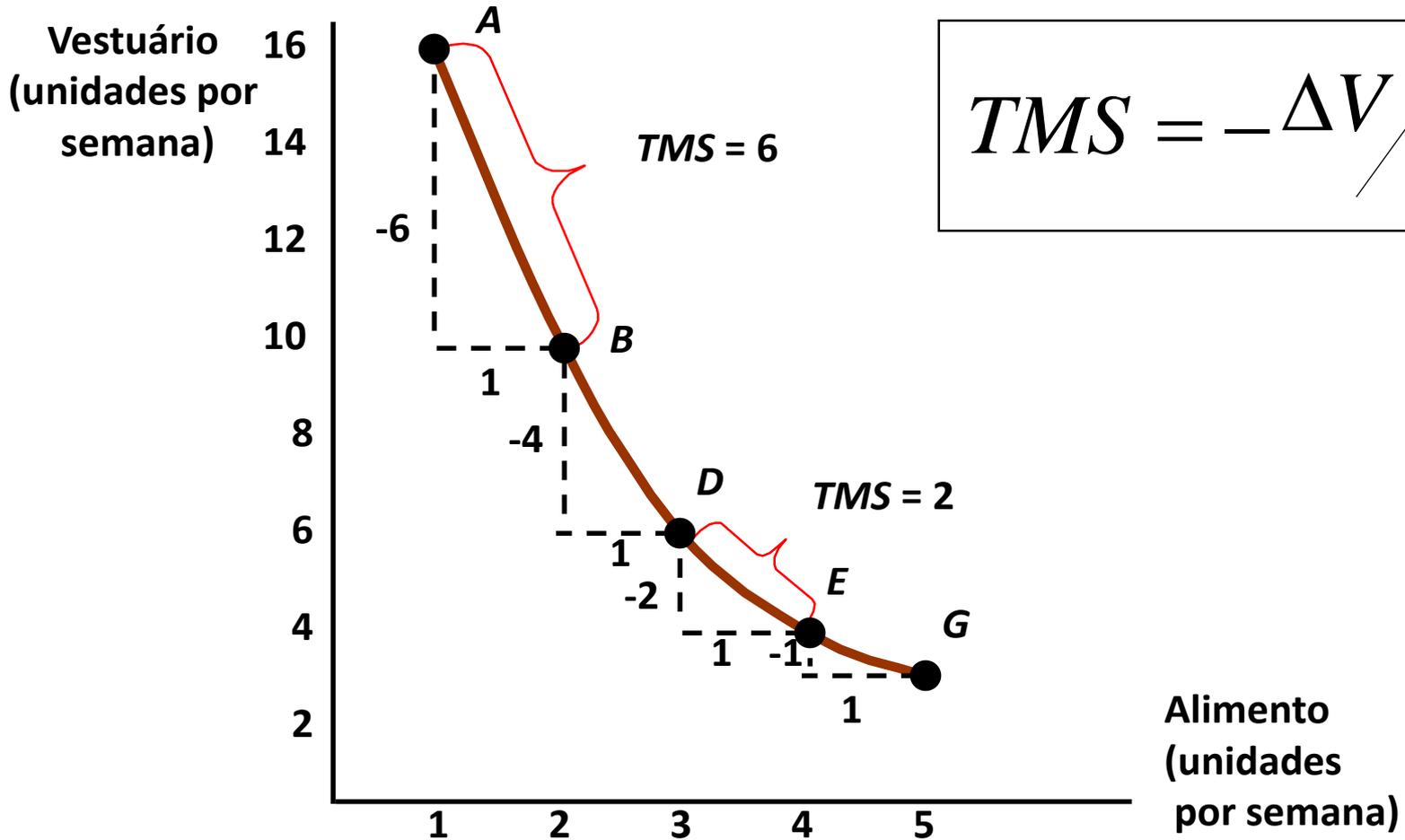
- Curvas de indiferença: *locus* das cestas que têm a mesma utilidade



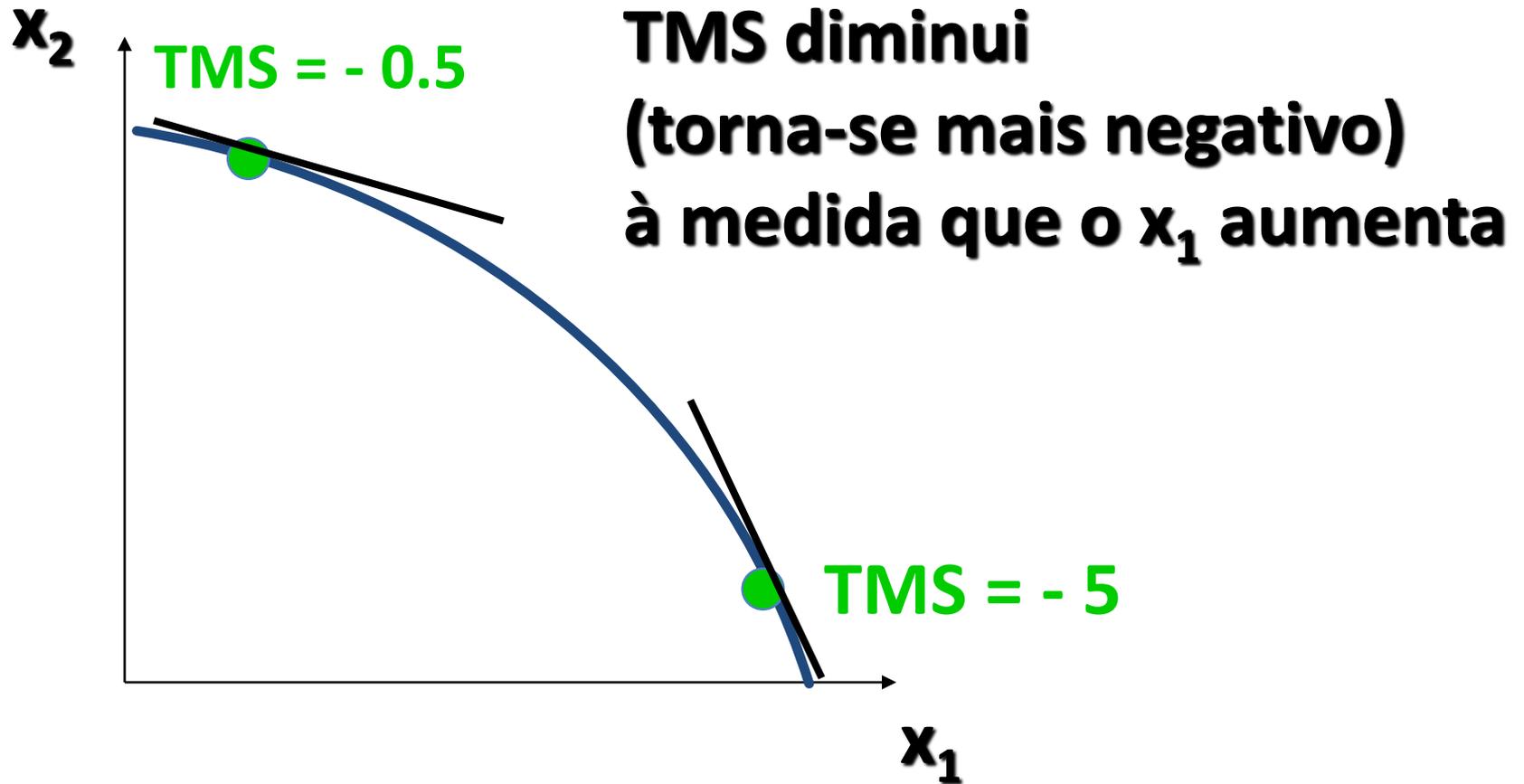
Taxa Marginal de Substituição

- A **Taxa Marginal de Substituição (TMS)** mede a quantidade de uma mercadoria de que o consumidor está disposto a desistir para obter mais de outra.
 - É medida pela inclinação da curva de indiferença (curva de nível da função utilidade).

Taxa Marginal de Substituição



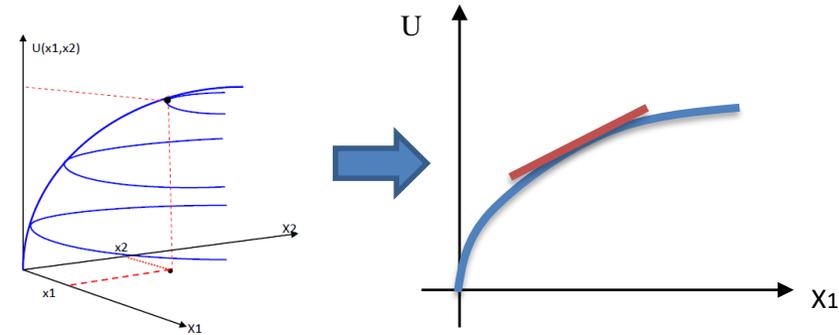
TMS e preferências côncavas



Utilidade Marginal e Taxa Marginal de Substituição

- Utilidade Marginal (UMg):

$$UMg_x = \frac{\partial U}{\partial x}$$



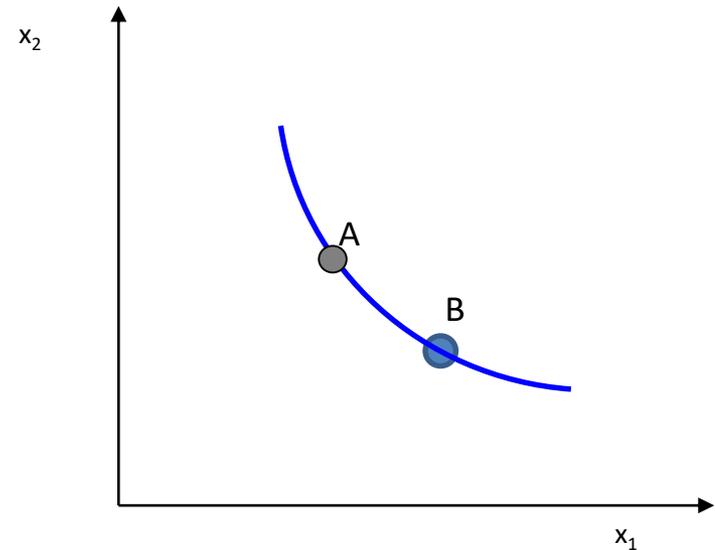
- Taxa Marginal de Substituição (TMS):

- Movimento ao longo da curva de indiferença não altera a utilidade:

$$dU = 0 \rightarrow \frac{\partial U}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial U}{\partial x_2} dx_2 = 0.$$

Rearranjando, temos:

$$TMS = \frac{dx_2}{dx_1} = \frac{UMg_1}{UMg_2}$$



Curva de Indiferença $U(V,A)=VA = 25$

Vestuário
(unidades por
semana)

Funções de Utilidade & Curvas de Indiferença

Suponha: $U = A.V$

Cesta de mercado $U = A.V$

C $25 = 2,5(10)$

A $25 = 5(5)$

B $25 = 10(2,5)$

15

10

5

2.5

0

2.5

5

10

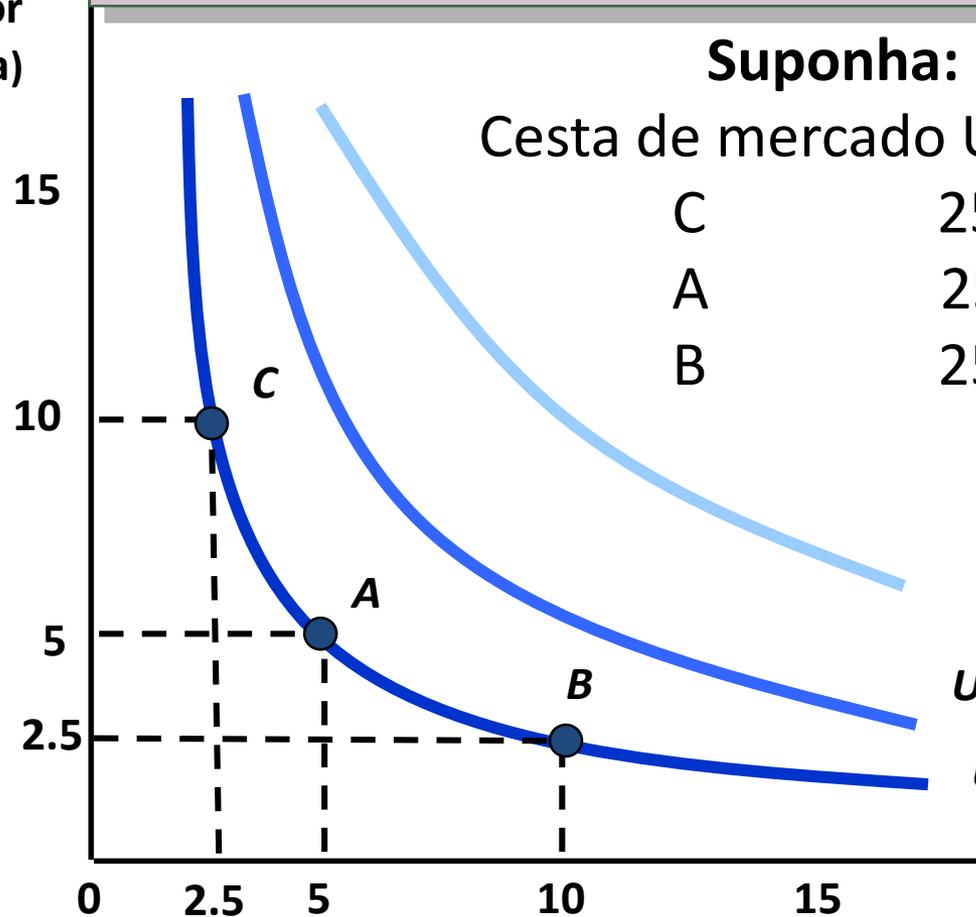
15

$U_3 = 100$ (Preferida a U_2)

$U_2 = 50$ (Preferida a U_1)

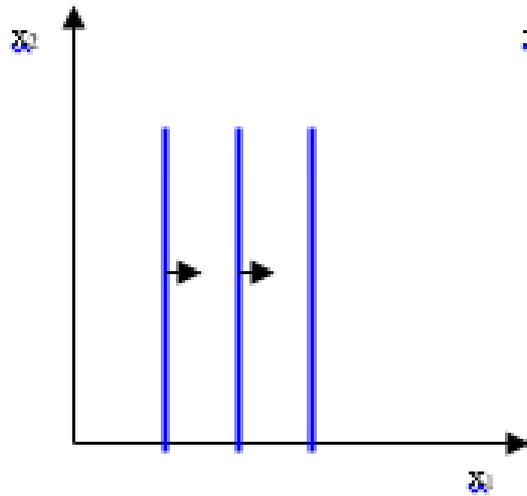
$U_1 = 25$

Alimento
(unidades por semana)

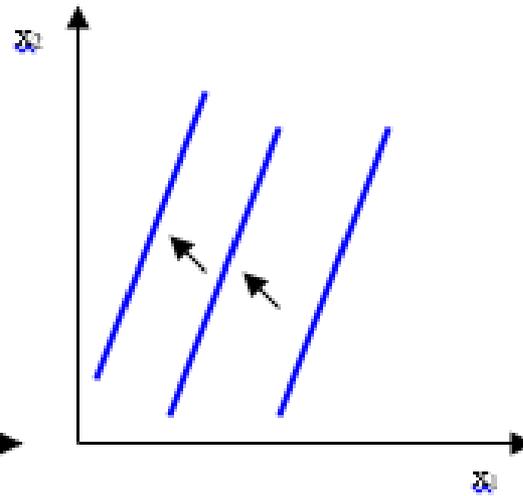


Exercício: relacione o formato das curvas de indiferença com o tipo de preferências

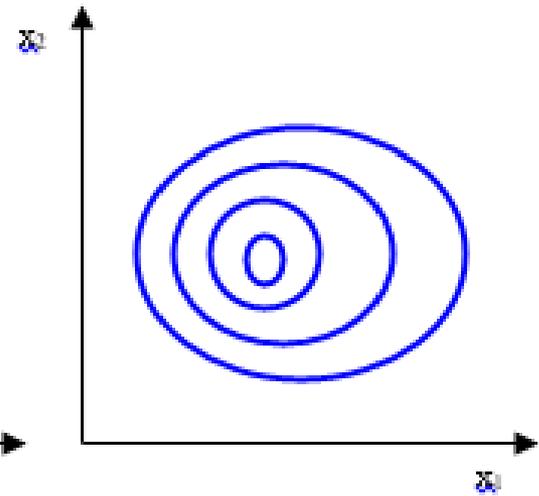
- Tipo I



- Tipo II



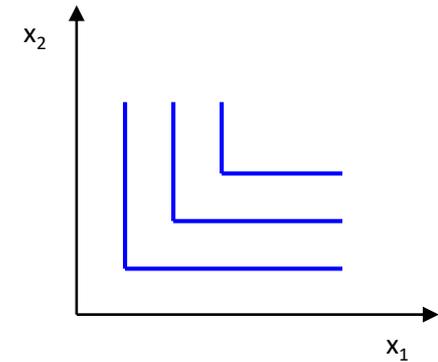
- Tipo III



Funções Utilidade mais Usadas

- FUNÇÃO UTILIDADE COMPLEMENTOS PERFEITOS:

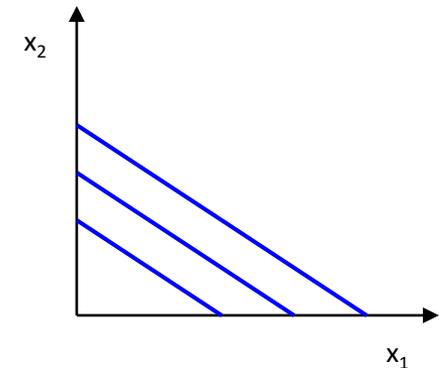
- $U(x_1, x_2) = \min\{ax_1, bx_2\}$, a e b constantes. Os dois bens só são úteis se consumidos em conjunto e em certa proporção fixa. Repare que na quina da curva de indiferença não se define a TMS.



- exemplo: $U(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$

- FUNÇÃO UTILIDADE SUBSTITUTOS PERFEITOS:

- $U(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$, a e b constantes. Os dois bens podem ser substituídos um pelo outro, de modo que a TMS é constante, não decrescente.

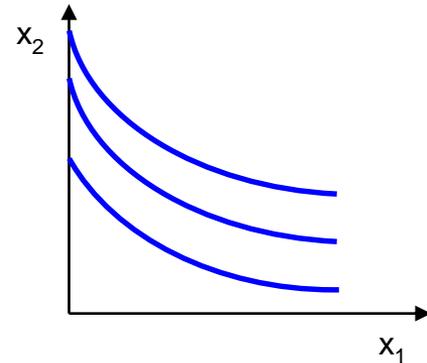


- exemplo: $U(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$

Funções Utilidade Usadas mais Usadas

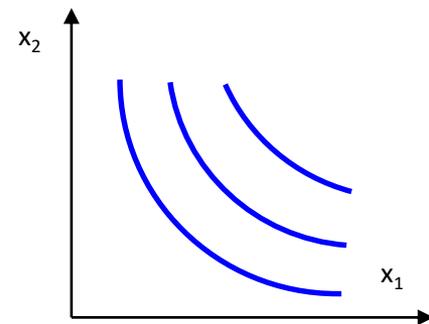
- FUNÇÃO UTILIDADE QUASE LINEAR:

- $U(x_1, x_2) = V(x_1) + x_2$
- exemplos:
 - $U(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$
 - $U(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + x_2$
- Neste tipo de função, a TMS depende apenas da quantidade do bem 1.



- FUNÇÃO UTILIDADE COBB-DOUGLAS:

- $U(x_1, x_2) = x_1^a x_2^{1-a}$, a constante.
- exemplo: a transformação monótona $V = \ln(U)$ representa as mesmas preferências e é mais fácil de manipular algebricamente:
 - $V(x_1, x_2) = \ln(x_1^a x_2^{1-a}) = a \ln x_1 + (1-a) \ln x_2$



Funções Utilidade Mais Usadas

- FUNÇÃO UTILIDADE CES (constant elasticity of substitution):

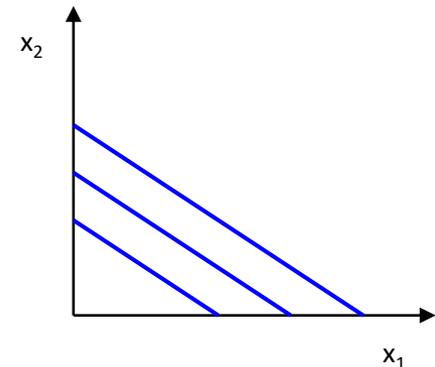
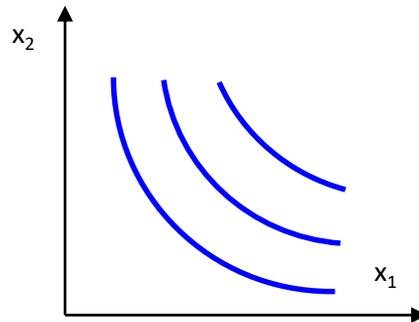
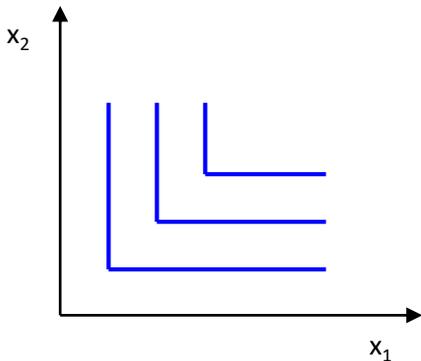
- $$U = (x_1^\rho + x_2^\rho)^{1/\rho}$$

- $$TMS = \frac{UMgx_1}{UMgx_2} = \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^{\rho-1}$$

- $\rho = -\infty$

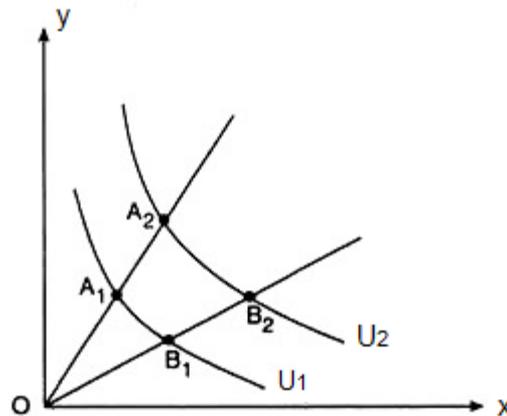
$$\rho \rightarrow 0$$

$$\rho = 1$$



Função Utilidade Homotética

- Uma função $f(x)$ é homogênea de grau k se $f(t.x) = t^k.f(x)$, sendo t uma constante
- Uma função é homotética se for transformação monótona de função homogênea de grau 1
- Exemplo: $U = X^\beta Y^{(1-\beta)}$
- Exercício: das funções estudadas anteriormente, quais são homotéticas?



4 – Pressuposto Comportamental

Considere B o conjunto orçamentário, isto é, todas as cestas que não violam a restrição orçamentária: $\sum_{i=1}^m p_i x_i \leq r$

- O consumidor escolhe uma cesta de consumo maximizadora de utilidade dentre as cestas que ele pode comprar, ou seja, escolhe uma cesta de consumo A^* tal que $U(A^*) \geq U(X)$ para todo $X \in B$.