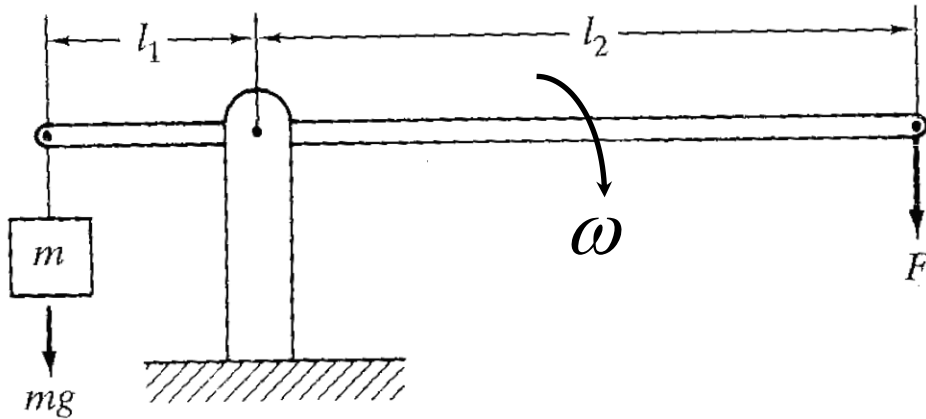


Transformadores

- *Mecânicos*
 - *Alavancas*
 - *Engrenagens e Caixas de transmissão*
- *Elétricos*

Transformadores Mecânicos: Alavancas

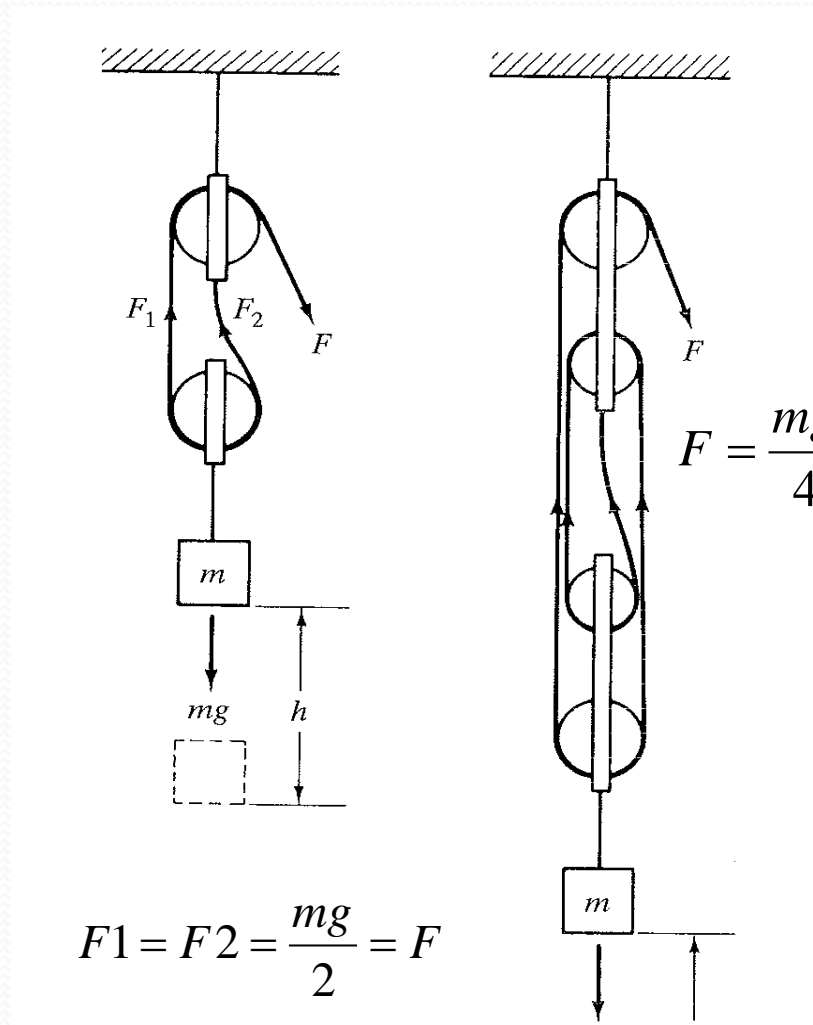


$$mgl_1 = Fl_2$$

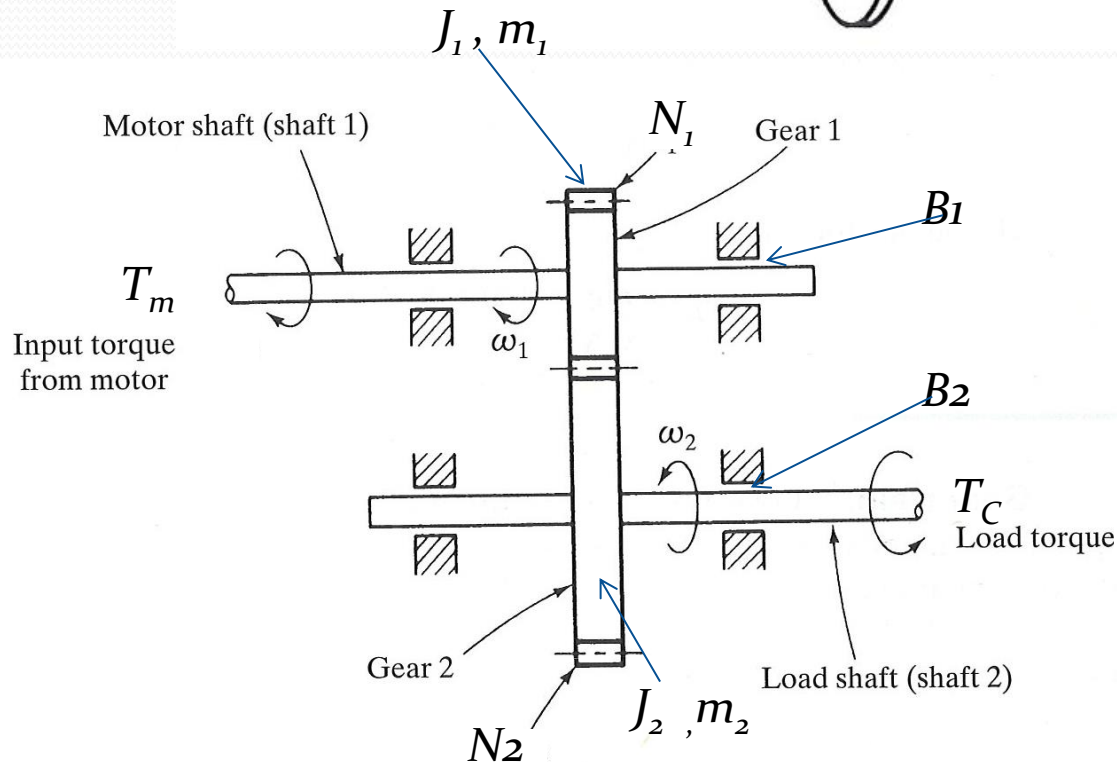
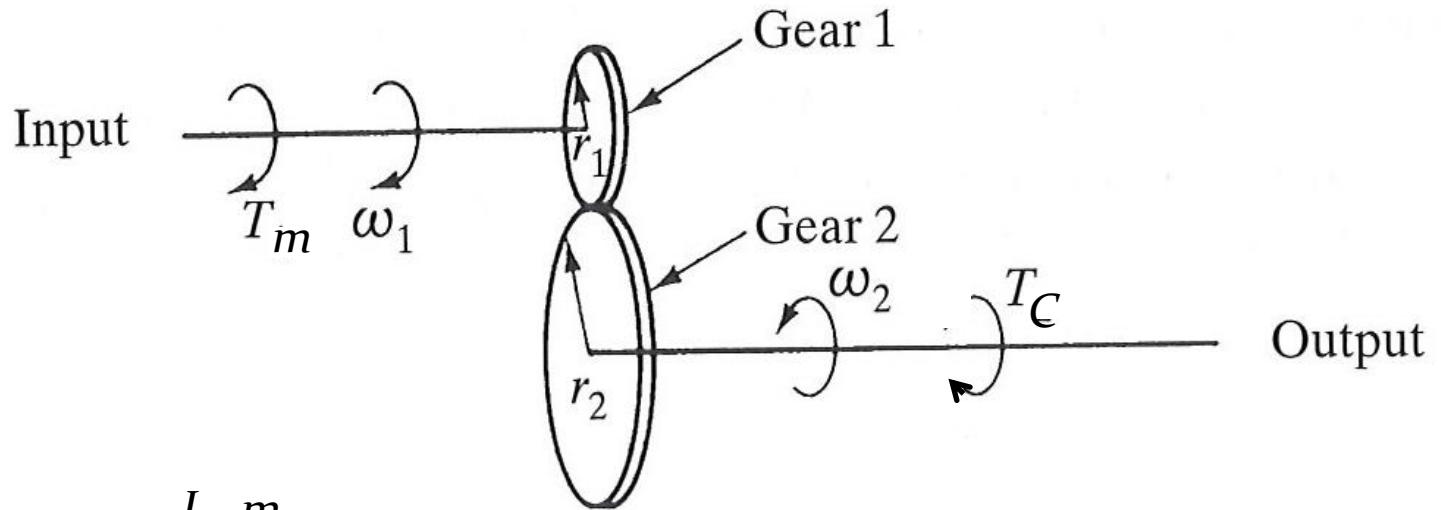
$$F = \frac{l_1}{l_2} mg$$

Modelo Dinâmico:

$$J_o \dot{\omega} = Fl_2 - mgl_1$$



Transformadores Mecânicos: Caixas de transmissão



$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{N_2}{N_1} = n$$

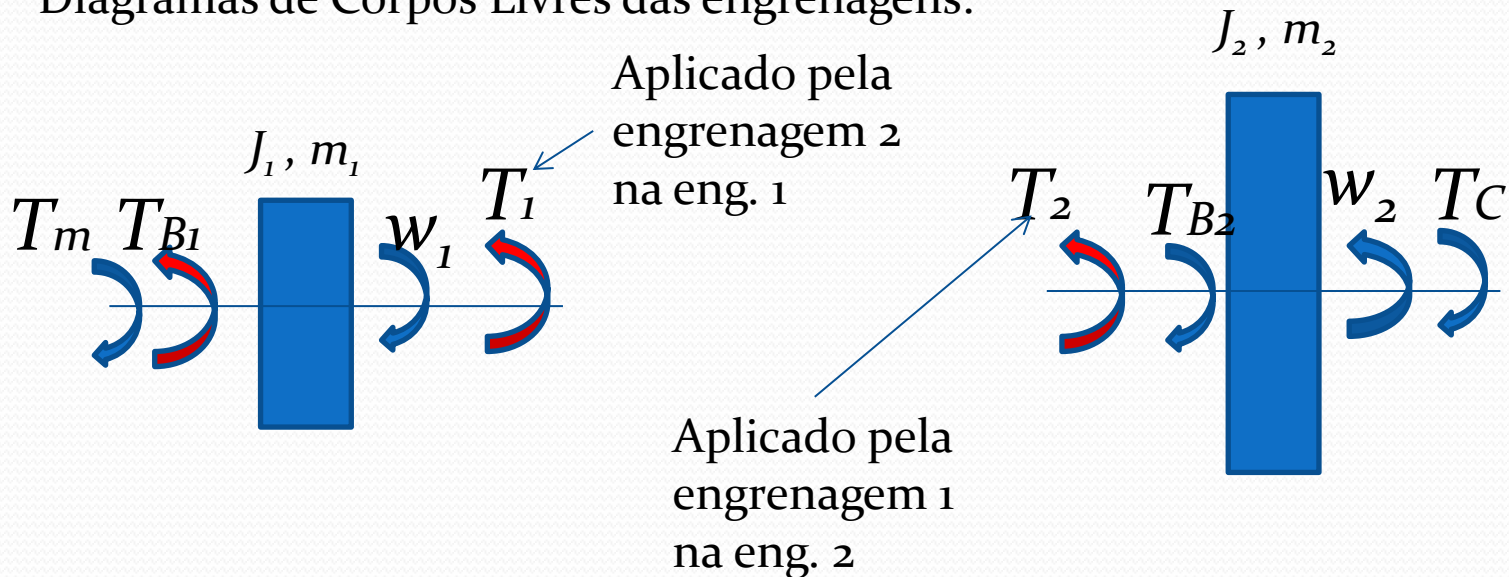
razão de *transmissão*

• Hipóteses simplificadoras:

- Amortecimento viscoso nos mancais
- Eixos curtos e rígidos (não flexíveis)
- Massas e momentos de inércia das engrenagens não são desprezíveis
- Número de dentes proporcional ao raio da engrenagem
- Rendimento da transmissão $\eta = 1$
- Não há escorregamento nos contatos das engrenagens:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{N_2}{N_1} = n \quad (1)$$

Diagramas de Corpos Livres das engrenagens:



$$J_1 \dot{w}_1 + B_1 w_1 + T_1 = T_m \quad (2)$$

$$J_2 \dot{w}_2 + B_2 w_2 + T_c = T_2 \quad (3)$$

Admitindo que não há perdas na transmissão: $\eta=1$ (1)

$$P_1 = P_2 \Rightarrow T_1 w_1 = T_2 w_2$$

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{N_2}{N_1} = n$$

$$\therefore T_1 = \frac{T_2 w_2}{w_1} = \frac{T_2}{n} \quad (4)$$

$n > 1 \rightarrow T_2$ amplificado
 w_2 reduzido

Pondo (4) em (2):

$$J_1 \dot{w}_1 + B_1 w_1 + \frac{T_2}{n} = T_m \quad (5)$$

Pondo (3) em (5):

$$J_1 \dot{w}_1 + B_1 w_1 + \frac{1}{n} (J_2 \dot{w}_2 + B_2 w_2 + T_c) = T_m \quad (6)$$

De (1), tem-se que: $w_2 = \frac{w_1}{n}$ (7) (1)

Pondo (7) em (6):

$$J_1 \dot{w}_1 + B_1 w_1 + \frac{1}{n} (J_2 \frac{\dot{w}_1}{n} + B_2 \frac{w_1}{n} + T_c) = T_m$$

$$\therefore \left(J_1 + \frac{J_2}{n^2} \right) \dot{w}_1 + \left(B_1 + \frac{B_2}{n^2} \right) w_1 + \frac{T_c}{n} = T_m$$

J_{eq1} B_{eq1}

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{N_2}{N_1} = n$$

$n > 1 \rightarrow T_2$ amplificado
 w_2 reduzido

$$J_{eq1} \dot{w}_1 + B_{eq1} w_1 + \frac{T_c}{n} = T_m$$

Obs: Se $n \gg 1 \Rightarrow$ pouca influência da 2ª engrenagem!

Analogamente:

$$J_{eq2} \dot{w}_2 + B_{eq2} w_2 + T_c = \frac{T_m}{n}$$

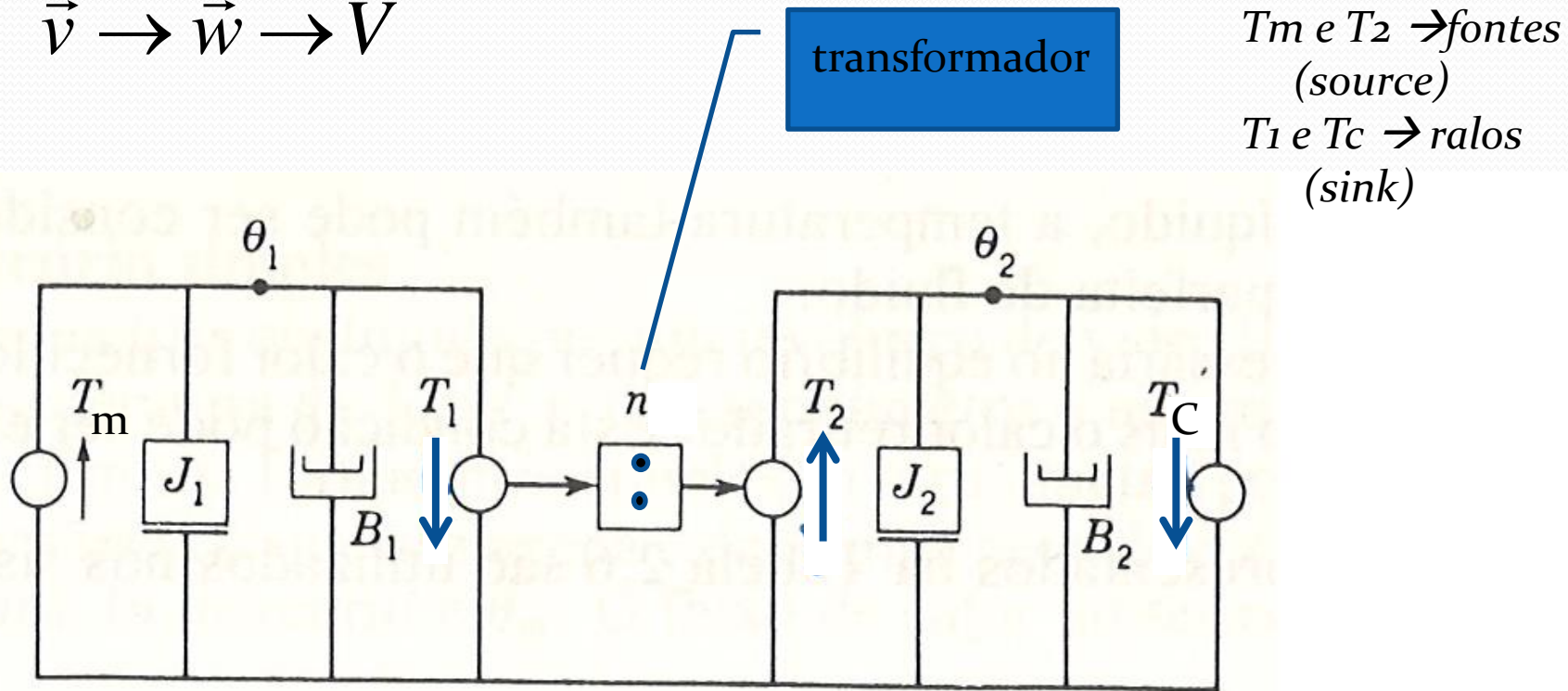
$$J_{eq2} = J_2 + n^2 J_1 \quad B_{eq2} = B_2 + n^2 B_1$$

Analogia

Usando a analogia:

$$\vec{f} \rightarrow \vec{M}_G \rightarrow i$$

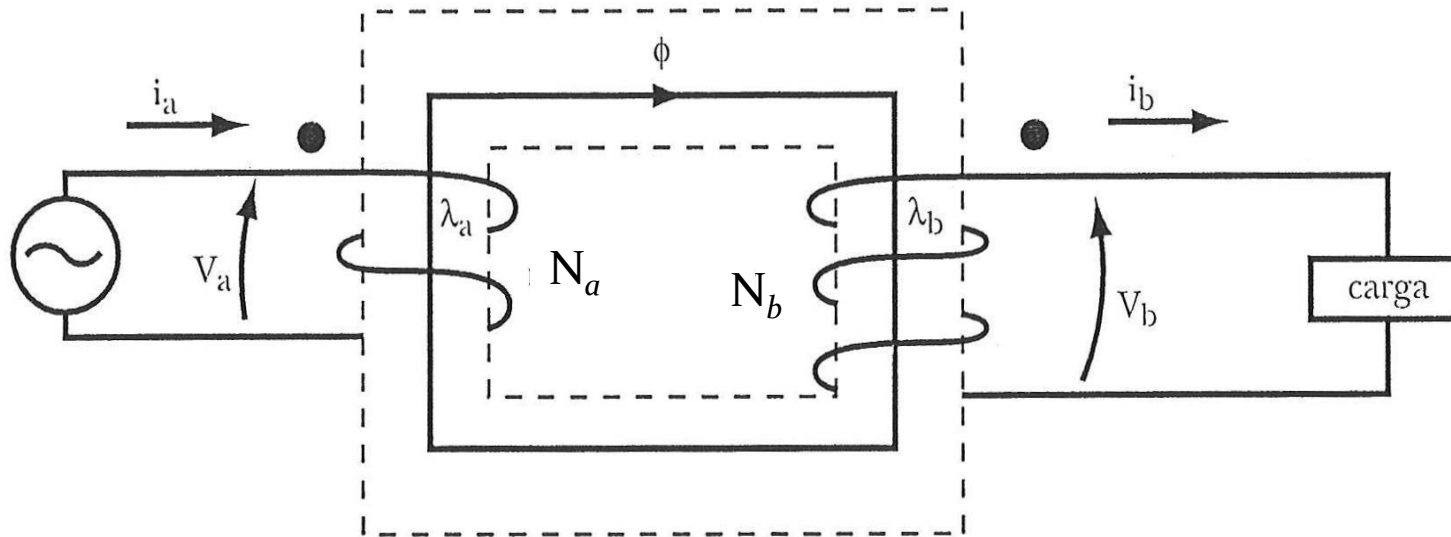
$$\vec{v} \rightarrow \vec{\omega} \rightarrow V$$



Ex. 1 para casa: a) achar o análogo elétrico e as equações que modelam o sistema mecânico por analogia.

b) Resolver usando a analogia do tipo 1.

Transformador Elétrico



$$\left. \begin{array}{l} \lambda = \int V dt \\ \lambda = N\Phi \end{array} \right\} \begin{array}{l} a \rightarrow \lambda_a = N_a \Phi = \frac{V_a}{D} \\ b \rightarrow \lambda_b = N_b \Phi = \frac{V_b}{D} \end{array} \rightarrow \frac{\lambda_a}{\lambda_b} = \frac{N_a}{N_b} = \frac{V_a}{V_b}$$

A tensão é transformada na razão direta do número de espiras.

Transformador Elétrico

Transformador ideal ($\eta = 1$)

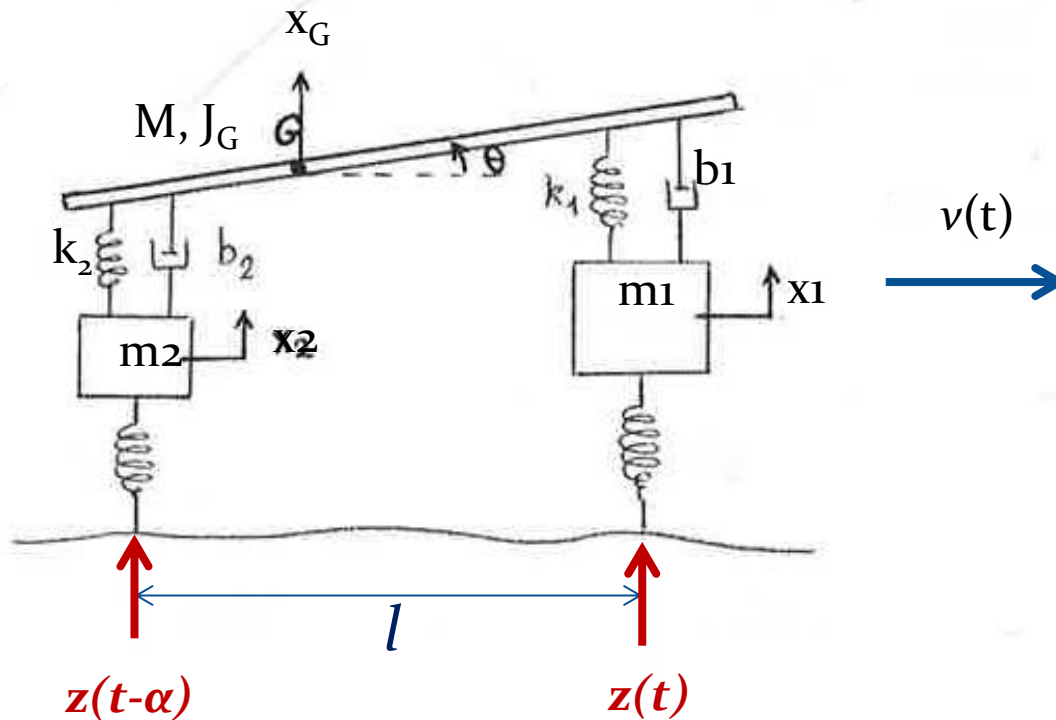
$$P_{in} = P_{out}$$

$$V_a i_a = V_b i_b$$

$$\frac{i_a}{i_b} = \frac{V_b}{V_a} = \frac{N_b}{N_a}$$

A corrente é transformada na razão inversa do número de espiras.

Ex. 2 para casa: resolver por analogia usando transformadores



Separar em dois sistemas de $\frac{1}{4}$ de carro ligados por um transformador que introduz o movimento de arfagem.