IME-USP – MAT134 – 2/2020 – T42 (Diurno)

TG – *Superfícies Quádricas* (em GRUPO, máximo 5 componentes)

<u>Parte 1</u>

Para identificar uma quádrica, geralmente é necessária uma manipulação algébrica da equação para escrevê-la na forma canônica. Além disso, para analisar as características de uma quádrica e esboçar seu gráfico, é conveniente sempre obter:

i) intersecção com os eixos coordenados ($y = z = 0$ para o eixo *OX*; $x = z = 0$ para o eixo *OY* e $x = y = 0$ para o eixo *OZ*);

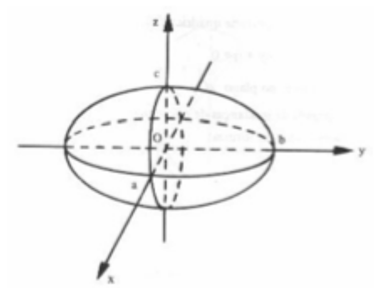
ii) traços sobre os planos coordenados (ou seja, intersecções com os planos coordenados: $z=0$ para o plano *OXY*; $y=0$ para o plano *OXZ* e $x=0$ para o plano *OYZ*);

iii) secções por planos paralelos aos planos coordenados (isto é, intersecção com planos paralelos aos planos coordenados: $z = k$ para planos paralelos ao plano *OXY*; $y = k$ para planos paralelos ao plano *OXZ* e $x = k$ para planos paralelos ao plano *OYZ).*

iv) Analisar as simetrias da superfície, em particular em relação aos planos coordenados, aos eixos e à origem do sistema.

1) Façam a (re)leitura do **<u>Resumo 1</u>**, e assistam os **vídeos** indicados abaixo. Escolham 3 (três) superfícies quádricas (distintas) e elaborem um quadro síntese para cada uma delas, conforme exemplo abaixo.
Vídeo 1: https://youtu.be/WreSe9zYnJo
Vídeo 2: https://youtu.be/K8ozh59LI9E

<table>
<tr><th>NOME</th><th colspan="2">ELIPSÓIDE</th></tr>
<tr><td>Equação
(na forma canônica)</td><td>$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$
(centrada na origem)</td><td>$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}+\frac{(z-l)^2}{c^2}=1$
(centro em *C(h, k, l)*)e eixos paralelos aos eixos coordenados)</td></tr>
<tr><td>Intersecção com os eixos coordenados</td><td colspan="2">✓ Eixo Ox : $A(\pm a,0,0)$
✓ Eixo Oy: $B(0,\pm b,0)$
✓ Eixo Oz: $C(0,0,\pm c)$</td></tr>
</table>

Traços sobre os planos coordenados	$\begin{cases} \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1 \\ z=0 \end{cases}$, $\begin{cases} \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1 \\ y=0 \end{cases}$, $\begin{cases} \dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1 \\ x=0 \end{cases}$ (*OXY*: elipse) (*OXZ*: elipse) (*OYZ*: elipse)
Intersecção com planos paralelos aos planos coordenados	$\begin{cases} \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1-\dfrac{k^2}{c^2} \\ z=k \end{cases}$, **elipses para -c < k < c.** $\begin{cases} \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1-\dfrac{k^2}{b^2} \\ y=k \end{cases}$, **elipses para -b < k < b** $\begin{cases} \dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1-\dfrac{k^2}{a^2} \\ x=k \end{cases}$, **elipses para -a < k < a.**
Esboço gráfico	
Outras características / Observações	- Elementos de simetria: em relação aos eixos, aos planos coordenados e em relação à origem. Se *a=b=c*, a equação toma a forma $x^2+y^2+z^2=a^2$ e representa uma ***superfície esférica*** de centro *C=(0,0,0)* e raio *a*. - Se dois dos coeficientes (a, b ou c) são iguais, é uma ***superfície de revolução*** (obtida por rotação de 360º de uma elipse em torno de um eixo).
Exemplos	i) Equação na forma geral ii) Equação na forma canônica Incluir um esboço do gráfico no papel (a mão livre) E a representação gráfica no *Geogebra.*

2) Justifiquem e esboce o gráfico de cada quádrica degenerada indicada na página 46 do Resumo 1.

3) Analisem as equações abaixo e tentem identificar qual quádrica cada uma delas representa. Atenção, não utilizem o *Geogebra* nesta questão.

   Obs.: As equações não estão no formato usual, conforme apresentadas no resumo. Recomenda-se tratá-las algebricamente, colocando-as na forma dita "canônica", para identificar as superfícies.

   a) $4x^2 - y^2 + 8z^2 = 16$
   b) $-36x^2 + 9y^2 - 16z^2 = 144$
   c) $4x^2 + y^2 + 2z^2 = 8$
   d) $z = y^2 - x^2$
   e) $x^2 + 4y^2 - 4z^2 = 0$

4) Agora, depois de ter respondido a questão 3, na janela *3D* do *Geogebra*, representem as quádricas do item anterior e verifiquem suas respostas.

   Em cada caso, obter os pontos de intersecção das quádricas com os eixos coordenados (se houver) e também seus *traços*, ou seja, as intersecções com os planos coordenados. Represente ainda, os traços da superfície para alguns planos paralelos aos planos coordenados. Deixar esses elementos indicados no gráfico.