

# Programação Linear no Ambiente do Solver do MS Excel

Thiago Guilherme Péra  
*11/09/2020*



# Thiago Guilherme Péra

**Engenheiro Agrônomo** com concentração na área de Economia e Administração pela Universidade de São Paulo, Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz” (ESALQ/USP). **Mestre em Engenharia de Sistemas Logísticos** pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EP/USP), aluno de **Doutorado em Economia Aplicada** pela ESALQ/USP. É também coordenador do Grupo ESALQ-LOG. Em 2014 e 2017, foi agraciado com o Prêmio da Associação Brasileira de Logística. Possui atuação na área de ensino, pesquisa e extensão nos seguintes temas: perdas de pós-colheita, transporte, armazenagem e desenvolvimento de ferramentas quantitativas, com foco em modelos de otimização.

## (2014-atual) Professor:

- ESALQ-LOG: Cursos de Logística do Agronegócio e Modelagem de Otimização;
- FGV/MPAGRO: Professor colaborador na disciplina de mestrado “Logística Agroindustrial”.
- FGV/MBA: Professor na disciplina de “Logística do Agronegócio” no curso de MBA em “Economia e Gestão do Agronegócio”
- PECEGE/USP: Professor na disciplina de “Logística no Agronegócio” no curso de MBA em “Agronegócios”
- Unicesumar: Professor na disciplina de “Logística aplicada ao Agronegócio e à Agroindústria” no curso de pós-graduação em “Direito do Agronegócio”
- UNIARA: Professor na disciplina de “Gestão da Cadeia de Suprimentos” no curso de MBA em “Gestão Empresarial”



## (2013-atual) Coordenador do Grupo ESALQ-LOG:

- Gerenciamento e coordenação de projetos de logística;
- Gerenciamento de equipe;
- Gerenciamento de recursos financeiros;
- Treinamento de equipes em projetos.

## (2016) Consultor Especialista em Agrologística do Banco Mundial

- Consultor especialista no projeto “Assessing Agrologistic Risks and Costs in Brazil”.



# O Processo de Modelagem

- Escopo
- Tipo de modelo
- Variáveis de decisão
- Restrições
- Banco de dados

- *Software*
- Linguagem de programação
- Tipo de solver

1 - Abstração do sistema (modelagem matemática)


$$\sum_j^n a_{ij} x_j \leq b_i$$


2 - Programação do modelo



3 - Validação do modelo (análise dos resultados)



4 - Implementação das ações no sistema



Resultado não validado

Resultado validado

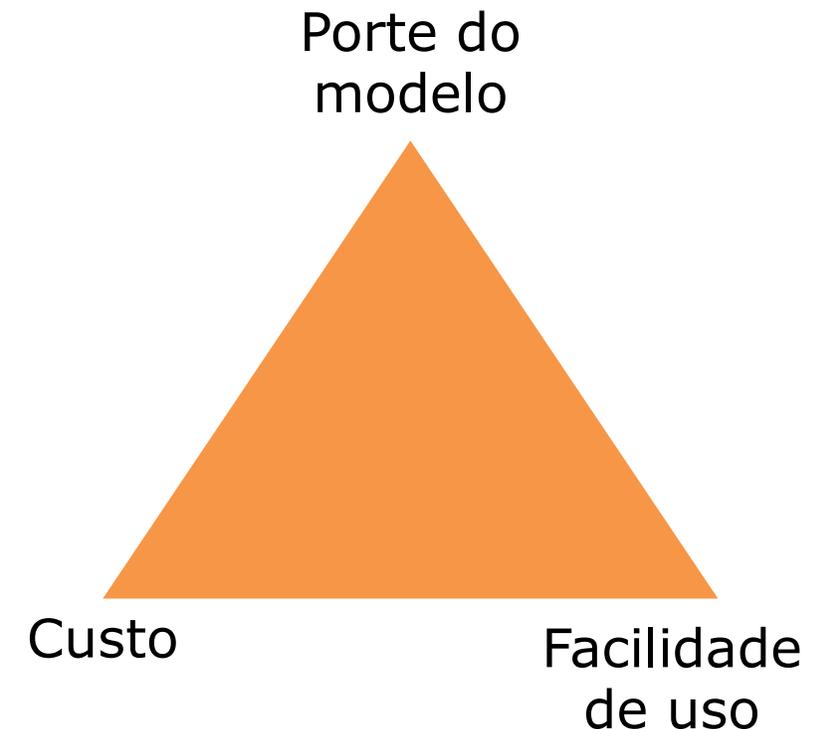


# Decisão da Escolha do Pacote de Otimização

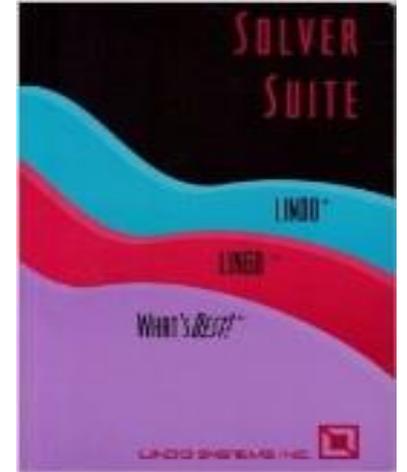


## Critérios de escolha:

- Nível de proficiência da linguagem de programação
- Estrutura dimensional do modelo
- Quantidade de variáveis e restrições (porte)
- Tipo de modelo
- Tipo de estrutura do banco de dados
- Interface com outros aplicativos/softwarewares
- Integração na nuvem
- Licença e manutenção do software



# Softwares de Otimização



# Softwares de Otimização

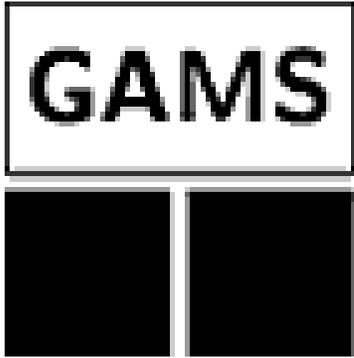


## LINDO

- Linguagem de programação: própria (lingo), simples
- Estrutura dimensional do modelo: pequeno porte
- Quantidade de variáveis e restrições: versão gratuita até 50 var., versão paga ilimitada
- Licença e manutenção do software: >US\$ 385

A screenshot of the LINDO software interface. The window title is 'LINDO'. The menu bar includes 'File', 'Edit', 'Solve', 'Reports', 'Window', and 'Help'. The toolbar contains various icons for file operations and solving. The main text area shows a linear programming model:

```
MIN 8X11 + 5X12 + 6X13 + 15X21 + 10X22 + 12X23 + 3X31 + 9X32 + 10X33
ST
OF1) X11 + X12 + X13 <= 120
OF2) X21 + X22 + X23 <= 80
OF3) X31 + X32 + X33 <= 80
P1) X11 + X21 + X31 = 150
P2) X12 + X22 + X21 = 70
P3) X13 + X23 + X33 = 60
```

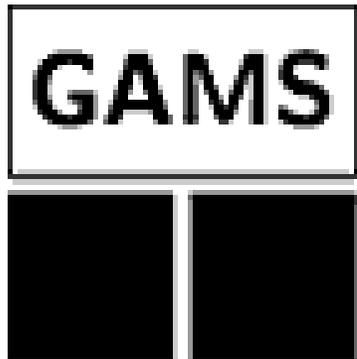


# Softwares de Otimização

## GAMS – GENERAL ALGEBRAIC MODELING SYSTEM

- O GAMS cria uma estrutura de otimização a partir dos modelos e dados definidos pelo usuário para análise e processamento, mas não resolve o problema de otimização. Em vez disso, ele usa os chamados ***solvers*** que se conectam ao GAMS e estão incluídos no sistema. Alguns exemplos de *solvers* famosos:





# Softwares de Otimização

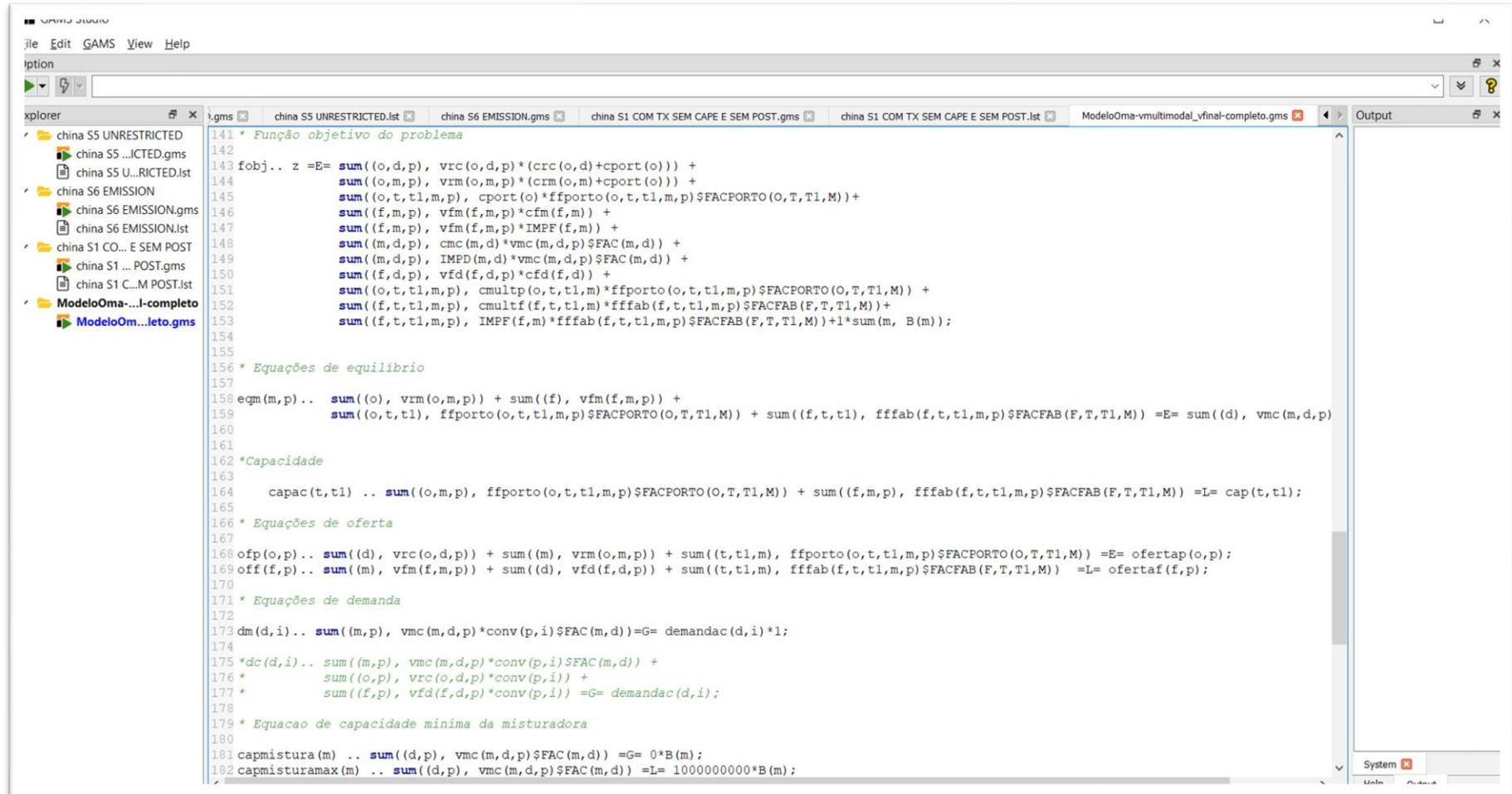
## **GAMS – GENERAL ALGEBRAIC MODELING SYSTEM**

- Linguagem de programação: própria denominada GAMS
- Estrutura dimensional do modelo: grande porte
- Quantidade de variáveis e restrições: versão gratuita até 50 var., versão paga ilimitada
- Licença e manutenção do software: >US\$ 2500 + custo do *solver*
- Possui algoritmos sofisticados de pré-processamento e processamento dos modelos
- Integração com outros aplicativos (*plugins*)

# GAMS

# Softwares de Otimização

# GAMS – GENERAL ALGEBRAIC MODELING SYSTEM



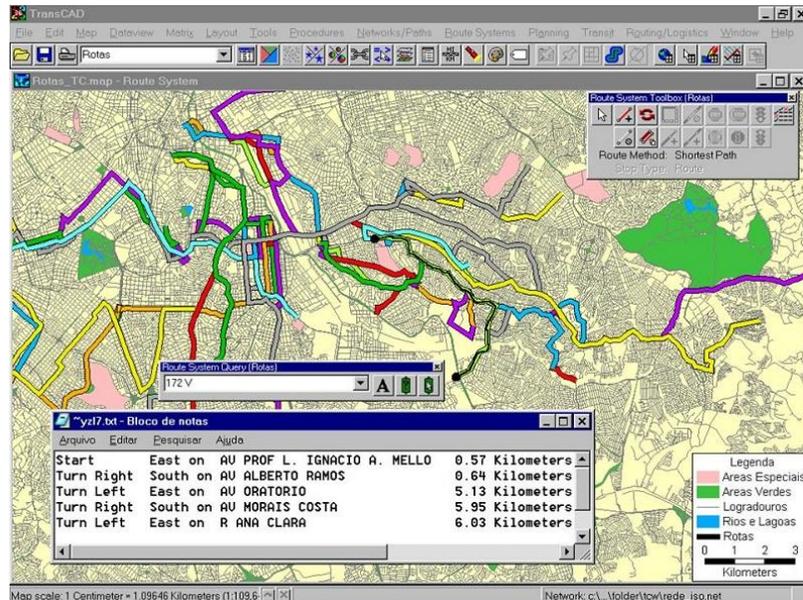
```
141 * Função objetivo do problema
142
143 fobj.. z =E= sum((o,d,p), vrc(o,d,p)*(crc(o,d)+cport(o))) +
144 sum((o,m,p), vrm(o,m,p)*(crm(o,m)+cport(o))) +
145 sum((o,t,t1,m,p), cport(o)*ffporto(o,t,t1,m,p)$FACPORTO(O,T,T1,M)) +
146 sum((f,m,p), vfm(f,m,p)*cfm(f,m)) +
147 sum((f,m,p), vfm(f,m,p)*IMPF(f,m)) +
148 sum((m,d,p), cmc(m,d)*vmc(m,d,p)$FAC(m,d)) +
149 sum((m,d,p), IMPD(m,d)*vmc(m,d,p)$FAC(m,d)) +
150 sum((f,d,p), vfd(f,d,p)*cfd(f,d)) +
151 sum((o,t,t1,m,p), cmultp(o,t,t1,m)*ffporto(o,t,t1,m,p)$FACPORTO(O,T,T1,M)) +
152 sum((f,t,t1,m,p), cmultf(f,t,t1,m)*fffab(f,t,t1,m,p)$FACFAB(F,T,T1,M)) +
153 sum((f,t,t1,m,p), IMPF(f,m)*fffab(f,t,t1,m,p)$FACFAB(F,T,T1,M))+1*sum(m, B(m));
154
155
156 * Equações de equilibrio
157
158 eqm(m,p) .. sum((o), vrm(o,m,p)) + sum((f), vfm(f,m,p)) +
159 sum((o,t,t1), ffporto(o,t,t1,m,p)$FACPORTO(O,T,T1,M)) + sum((f,t,t1), fffab(f,t,t1,m,p)$FACFAB(F,T,T1,M)) =E= sum((d), vmc(m,d,p))
160
161
162 *Capacidade
163
164 capac(t,t1) .. sum((o,m,p), ffporto(o,t,t1,m,p)$FACPORTO(O,T,T1,M)) + sum((f,m,p), fffab(f,t,t1,m,p)$FACFAB(F,T,T1,M)) =L= cap(t,t1);
165
166 * Equações de oferta
167
168 ofp(o,p) .. sum((d), vrc(o,d,p)) + sum((m), vrm(o,m,p)) + sum((t,t1,m), ffporto(o,t,t1,m,p)$FACPORTO(O,T,T1,M)) =E= ofertap(o,p);
169 off(f,p) .. sum((m), vfm(f,m,p)) + sum((d), vfd(f,d,p)) + sum((t,t1,m), fffab(f,t,t1,m,p)$FACFAB(F,T,T1,M)) =L= ofertaf(f,p);
170
171 * Equações de demanda
172
173 dm(d,i) .. sum((m,p), vmc(m,d,p)*conv(p,i)$FAC(m,d))=G= demandac(d,i)*1;
174
175 *dc(d,i) .. sum((m,p), vmc(m,d,p)*conv(p,i)$FAC(m,d)) +
176 * sum((o,p), vrc(o,d,p)*conv(p,i)) +
177 * sum((f,p), vfd(f,d,p)*conv(p,i)) =G= demandac(d,i);
178
179 * Equacao de capacidade minima da misturadora
180
181 capmistura(m) .. sum((d,p), vmc(m,d,p)$FAC(m,d)) =G= 0*B(m);
182 capmisturamax(m) .. sum((d,p), vmc(m,d,p)$FAC(m,d)) =L= 1000000000*B(m);
```

# Softwares de Otimização



## TRANSCAD

- É um software de planejamento de transporte que possui integração com modelos de programação linear de redes (não é exclusivamente um pacote de otimização)
- Licença e manutenção do software: US\$ 10 mil

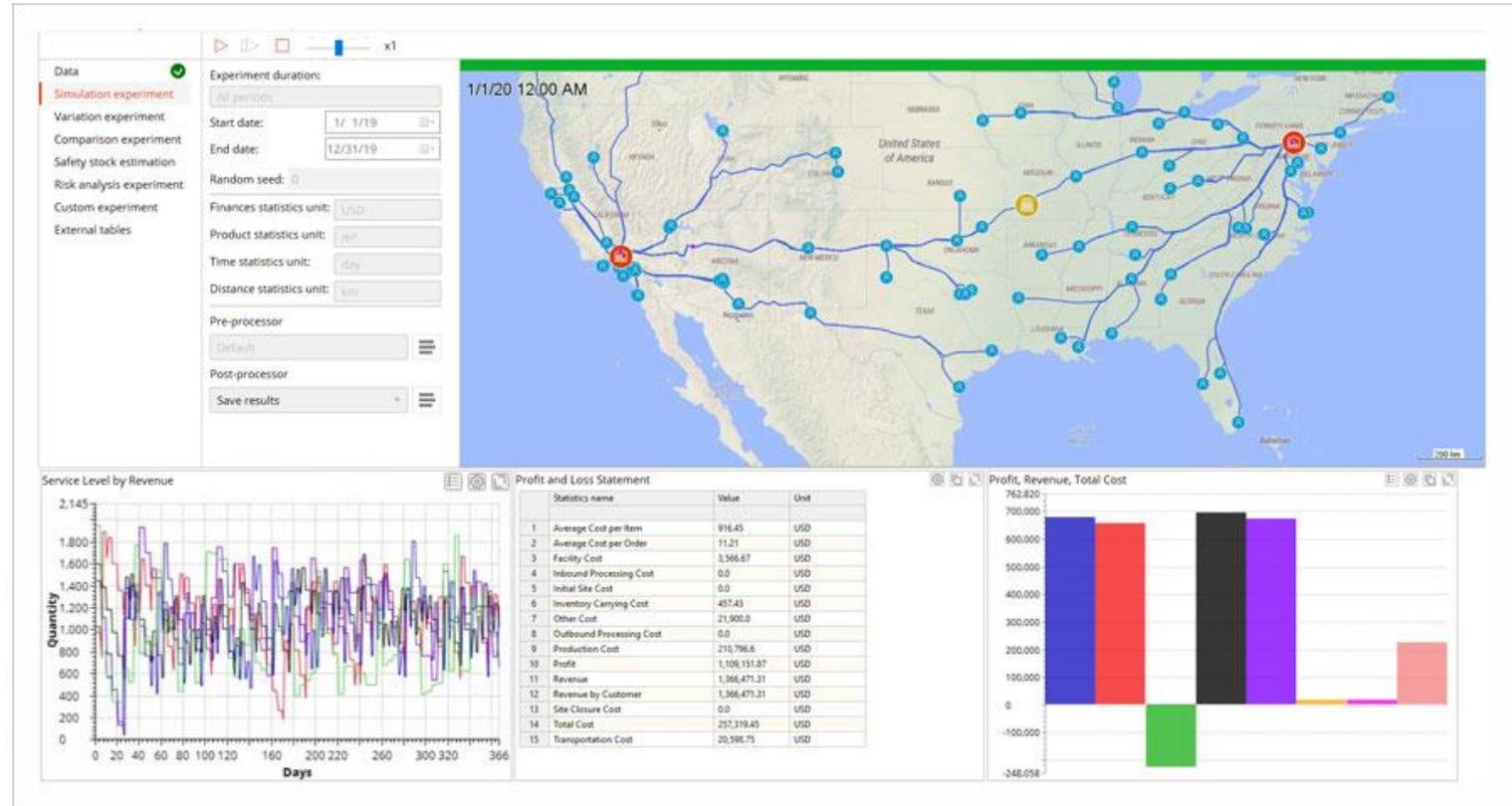
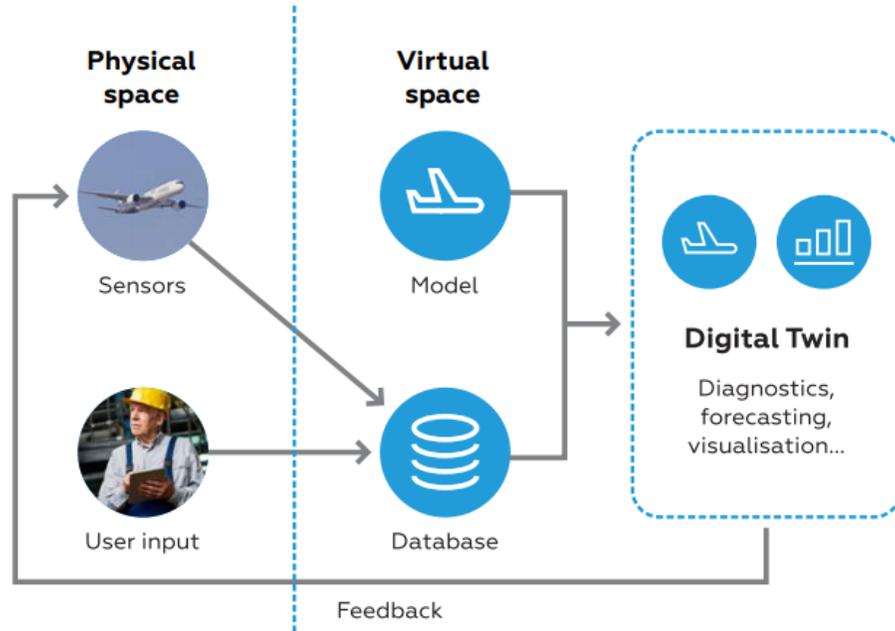


# Softwares de Otimização



## AnylogistiX: Digital Twin

### DIGITAL TWINS – AN EXAMPLE



# Softwares de Otimização



## SOLVER DO MS EXCEL

Bastante popular (MS Excel)

- Flexibilidade (ambiente planilha)
- Programações: Linear, inteira, inteira-mista e alguns casos de programação não-linear
- Permite realizar análise de sensibilidade
- Recomendado para problemas de poucas dimensões
- Limitações (versão padrão): 200 variáveis, sem limite de restrições. Versão avançada: até 16 mil variáveis + algoritmos eficientes

# Solver do MS Excel

Parâmetros do Solver

Definir Objetivo:

Para:  Máx.  Mín.  Valor de:

Alterando Células Variáveis:

Sujeito às Restrições:

Tornar Variáveis Irrestritas Não Negativas

Selecionar um Método de Solução:

Método de Solução

Selecione o mecanismo GRG Não Linear para Problemas do Solver suaves e não lineares. Selecione o mecanismo LP Simplex para Problemas do Solver lineares. Selecione o mecanismo Evolutionary para problemas do Solver não suaves.

Opções

Todos os Métodos | GRG Não Linear | Evolutionary

Precisão da Restrição:

Usar Escala Automática

Mostrar Resultados de Iterações

Resolvendo com Restrições de Números Inteiros

Ignorar Restrições de Números Inteiros

Nível de Número Inteiro Ideal (%):

Resolvendo Limites

Tempo Máx. (Segundos):

Iterações:

Evolutionary e Restrições de Números Inteiros:

Subproblemas Máx.:

Soluções Viáveis Máx.:

# Opções do Solver

**Tempo máximo** Limita o tempo usado pelo processo de solução. Apesar de ser possível fornecer o valor máximo como 32.767, o valor padrão de 100 (segundos) é o mais adequado para a maioria dos pequenos problemas.

**Iterações** Limita o tempo utilizado pelo processo de solução, restringindo o número de cálculos intermediários. Apesar de ser possível fornecer o valor máximo como 32.767, o valor padrão de 100 (segundos) é o mais adequado para a maioria dos pequenos problemas.

**Precisão** Controla a precisão das soluções utilizando o número inserido para determinar se o valor de uma célula de restrição alcança a meta ou satisfaz a um limite superior ou inferior. A precisão deve ser indicada por um número fracionário entre 0 (zero) e 1. Uma precisão maior é indicada quando o número inserido possui mais casas decimais — por exemplo, 0,0001 é mais preciso que 0,01.

**Tolerância** A porcentagem através da qual a célula de destino de uma solução, atendendo às restrições de número inteiro, pode divergir do valor ideal verdadeiro e ainda ser considerada aceitável. Esta opção é aplicada somente aos problemas com restrições de número inteiro. Uma tolerância mais alta tende a acelerar o processo de solução.

# Opções do Solver

**Convergência** O Solver para quando a alteração relativa no valor da célula de destino é menor que o número exibido na caixa **Convergência** das cinco últimas iterações. A convergência é aplicada apenas aos problemas não-lineares e deve ser indicada por um número fracionário entre 0 (zero) e 1. Uma convergência menor é indicada quando o número inserido tem mais casas decimais — por exemplo, 0,0001 tem uma alteração relativa menor que 0,01. Quanto menor o valor da convergência, mais tempo é necessário para o Solver encontrar uma solução.

**Assumir Modelo Linear** Selecione esta opção para acelerar o processo de solução quando todas as relações no modelo forem lineares e for preciso resolver um problema de otimização linear.

**Assumir Não-negativo** Faz com que o Solver assuma um limite inferior 0 (zero) para todas as células ajustáveis para as quais não foi definido um limite inferior na caixa **Restrição** da caixa de diálogo **Adicionar Restrição**.

**Usar Escala Automática** Selecione esta opção para usar a escala automática quando as entradas e as saídas tiverem tamanhos muito diferentes — por exemplo, quando a maximização da porcentagem de lucros estiver sendo feita com base em investimentos de milhões de dólares.

**Mostrar Resultados da Iteração** Selecione esta opção para pausar o Solver e exibir os resultados de cada iteração.



# Vamos aplicar em um conhecido caso...

Uma certa agroindústria do ramo alimentício tirou de produção uma certa linha de produto não-lucrativo. Isto criou um considerável excedente na capacidade de produção. A gerência está considerando dedicar esta capacidade excedente a um ou mais produtos, identificados como produtos 1, 2 e 3. A capacidade disponível das máquinas que poderia limitar a produção está resumida na tabela que se segue:

Tipo de máquina	Tempo disponível (horas de máquina)
A	500
B	350
C	150

O número de horas de máquina requerido por unidade dos respectivos produtos (produção “em série”) é conhecido como coeficiente de produtividade (em horas de máquina por unidade), conforme representado a seguir:

Tipo de máquina	Produto 1	Produto 2	Produto 3
A	9	3	5
B	5	4	0
C	3	0	2

O lucro unitário estimado é de US\$ 30, US\$ 12 e US\$ 15, respectivamente, para os produtos 1, 2 e 3. Determinar a quantidade de cada produto que a firma deve produzir para maximizar o seu lucro.

...mas, lembrando

## Modelo de Programação de Linear

- Definição do objetivo básico do problema representada por uma “função objetivo”; maximização? minimização?
- Definição das alternativas possíveis (variáveis) são as alternativas a serem utilizadas na função objetivo;
- Definição das restrições do problema são limitações geralmente expressas por inequações;



# Análise de Sensibilidade

Indica o quanto a função objetivo é desfavorecida, caso a variável nula entre na solução (ou, o quanto precisa ser melhorada p/ entrar na solução).

Intervalo de variação dos coeficientes das variáveis na função objetivo sem que se altere a solução (logicamente, o valor da função objetivo será alterado)

Células da

Célula	Final Valor	Reduzido Custo	Objetivo Coeficiente	Acréscimo	Decréscimo
\$E\$18	0	-0,75	30	0,75	1E+30
\$F\$18 Produção Produto2	87,5	0	12	1E+30	0,6
\$G\$18 Produção Produto3	47,5	0	15	5	0,71428571

Restrições

Quanto a função objetivo é favorecida com o aumento de 1 unidade no limite da restrição (RHS)

Intervalo de variação dos limites das restrições (RHS) que não altera o preço sombra (mantém a proporcionalidade linear da análise de sensibilidade e mantém as mesmas variáveis na solução)

Célula	Final Valor	Sombra Preço	Restrição Lateral RH
\$E\$29	500	3	500
\$E\$30 MáquinaB Função da Restrição	350	0,75	350
\$E\$31 MáquinaC Função da Restrição	95	0	150



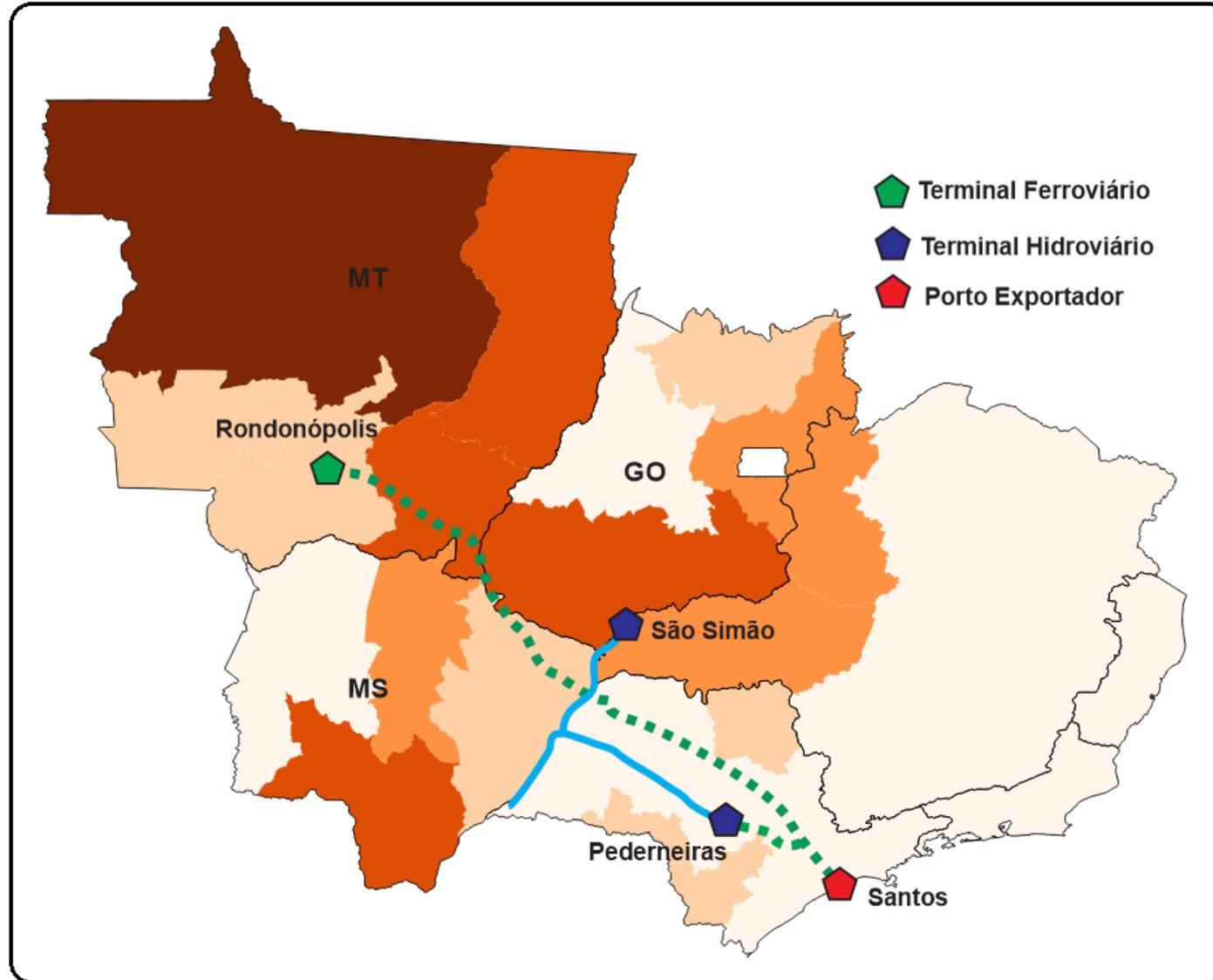
# Estudo de Caso

Você foi contratado como um analista logístico da Centro-Oeste Trading, responsável por toda logística de soja dos estados de MT, MS e GO para exportação via Santos. A sua função é elaborar o planejamento logístico de exportação anual, envolvendo os modais rodoviário, ferroviário e hidroviário. Nesse sentido, há também contratos estabelecidos de exportação e movimentações multimodais que devem ser respeitados.

Os dados estão consolidados na planilha. Lembre-se que logística é custo e sua função é elaborar um bom planejamento de forma a se gastar o menos possível com tal atividade.

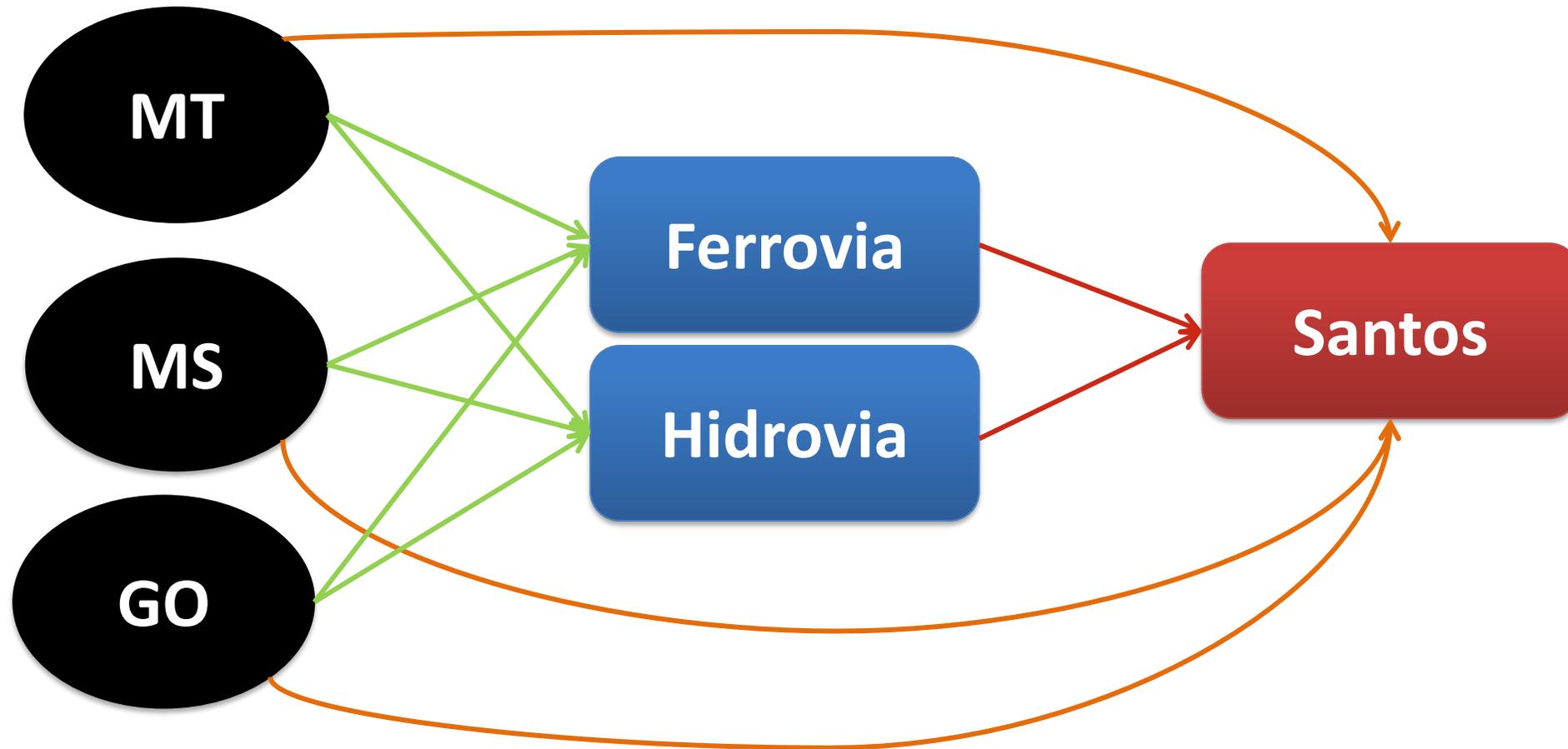


# Estudo de Caso





# Estudo de Caso





# Considerações Finais



- Desafios dos processos de modelagem
- Diversidade de softwares
- Maiores vantagens do Excel: facilidade de implementação e integração rápida com modelos visuais (gráficos, *dashboard* etc.)
- Biblioteca de modelos: analogias
- Ambiente 4.0: demanda maior em como *descomoditizar* dados
  - oportunidades na área de otimização



# Considerações Finais



Garbage In



Garbage Out



Seja organizado no  
uso das planilhas  
para os modelos!!!



# Bibliografia recomendada

Caixeta Filho, J. V. Pesquisa Operacional: Técnicas de otimização aplicadas a Sistemas Agroindustriais. São Paulo, Atlas, 2001, 171p.

Colin, E. C., Pesquisa Operacional – 170 Aplicações em Estratégia, Finanças, Logística, Produção, Marketing e Vendas, Editora LTC, 2007.

# Obrigado!

## Meus contatos



**Facebook:**

<https://www.facebook.com/thiagoguilherme.pera>



**LinkedIn:**

<https://br.linkedin.com/in/thiago-guilherme-péra-847082b0>



**E-mail:**

[thiago.pera@usp.br](mailto:thiago.pera@usp.br)

