

Lista 3 (continuação) - Função dada por integral

(I) Determine a função $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, calculando a integral, e esboce o gráfico de F em cada caso:

$$(1) F(x) = \int_1^x 2t dt$$

$$(2) F(x) = \int_0^x f(t) dt, \text{ sendo } f(t) = \begin{cases} 1 & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$(3) F(x) = \int_{-5}^x f(t) dt, \text{ sendo } f(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } |t| \geq 1 \\ 1 & \text{se } |t| < 1 \end{cases}$$

$$(4) F(x) = \int_0^x f(t) dt, \text{ sendo } f(t) = \begin{cases} t & \text{se } -2 \leq t \leq 0 \\ e^{-t} & \text{se } t > 0 \end{cases}$$

(II) (1) Seja $F(x) = \int_0^x f(t) dt$, sendo $f(t) = \begin{cases} 1 & \text{se } t \neq 1 \\ 4 & \text{se } t = 1 \end{cases}$

(a) Esboce o gráfico de f e de F .

(b) Verifique que $F'(x) = f(x)$ em todo ponto x no qual f é contínua.

(c) Calcule $F'(1)$ e compare com $f(1)$.

(2) Seja $F(x) = \int_0^x f(t) dt$, sendo $f(t) = \begin{cases} t^2 & \text{se } t < 1 \\ \frac{1}{t} & \text{se } t \geq 1 \end{cases}$

Esboce os gráficos de f e de F e verifique que $F'(x) = f(x)$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

(3) Seja $F(x) = \int_0^x f(t) dt$, sendo $f(t) = \begin{cases} t^2 & \text{se } t < 1 \\ \frac{2}{t} & \text{se } t \geq 1 \end{cases}$

Esboce os gráficos de f e de F e verifique que $F'(x) = f(x)$ em todo ponto x no qual f é contínua. F é derivável em $x = 1$?

(III) Calcule a derivada de cada uma das seguintes funções

(a) $F(x) = \int_{-2}^x \frac{4t^3}{7+t^{10}} dt$

(b) $F(x) = \int_6^x \frac{4t^3}{7+t^{10}} dt$

(c) $F(x) = \int_x^7 \frac{4e^t}{1+t^6} dt$

(d) $F(x) = \int_{-2}^{x^3} e^{t^4-t} dt$

(e) $F(x) = \int_{x^2}^{\text{sen}x} \cos(t^3+5) dt$

(f) $F(x) = (x^2+5x) \int_{4x}^{1+\cos x} e^{t^2} dt$