EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS DE 1^a ORDEM - INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA

A *equação diferencial ordinária de* 1^a *ordem*, escrita na forma normal é:

$$y' = f(x, y). \tag{1}$$

sendo $f : \Omega \to \mathbb{R}$ uma função real definida em um aberto $\Omega \subset \mathbb{R}^2$.

O *Problema de Valor Inicial (P.V.I)* correspondente é então:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} &= f(x, y). \\ y(x_0) &= y_0. \end{cases} \tag{2}$$

Uma *solução* do P.V.I no intervalo I contendo x_0 é uma função diferenciável $y = \varphi(x)$, definida em I e tal que $(x, \varphi(x)) \in I$, para todo $x \in I$ e $\varphi'(x) = f(x, \varphi(x))$, para todo $x \in I$.

1. Interpretação geométrica

Se φ é uma solução de (1) no intervalo I, então, para todo $x \in I$ o gráfico da solução $(x, \varphi(x)$ tem uma reta tangente com inclinação igual a $\varphi'(x)$. Ou seja, o ângulo θ entre esta reta e o eixo das abcissas tem tangente tg $\theta = \varphi'(x)$. (ver figura (1)).

Por outro lado, da equação (1), temos que $\varphi'(x) = f(x, \varphi(x)$. Assim a inclinação da reta tangente, no ponto, $(x, y) = (x, \varphi(x))$ *pode ser determinada, a partir da equação, mesmo sem determinar a solução.*

(ver figura (1)).

Date: September 2, 2020.

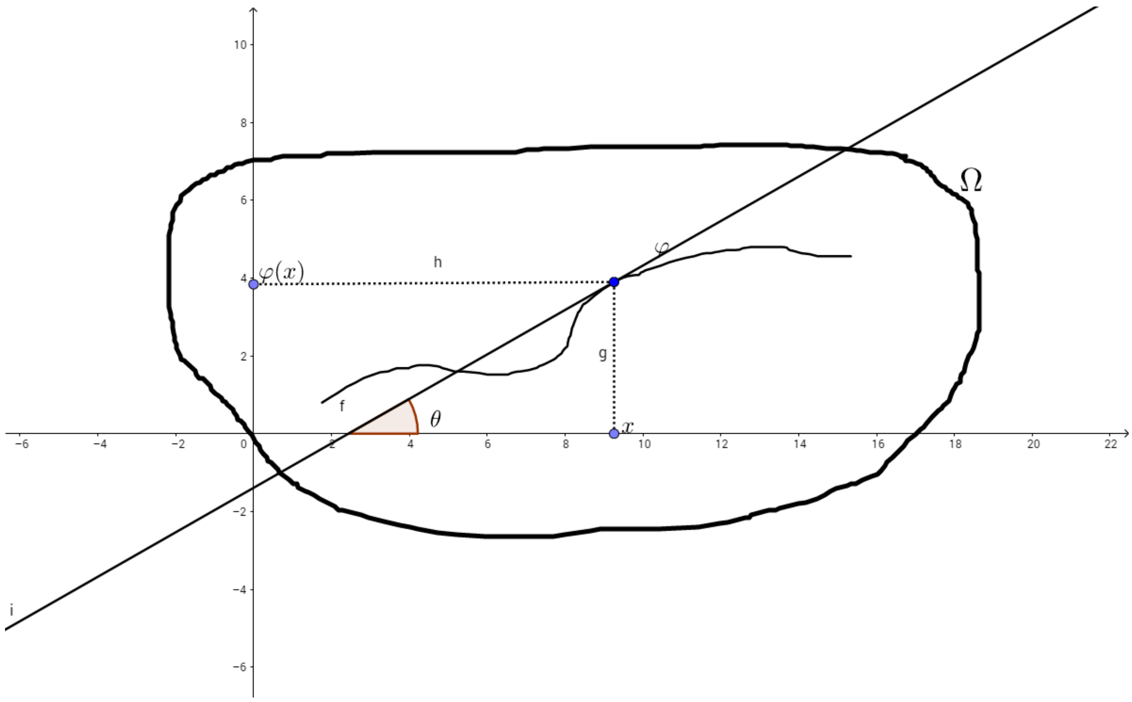

FIGURE 1. Reta tangente ao gráfico da solução.

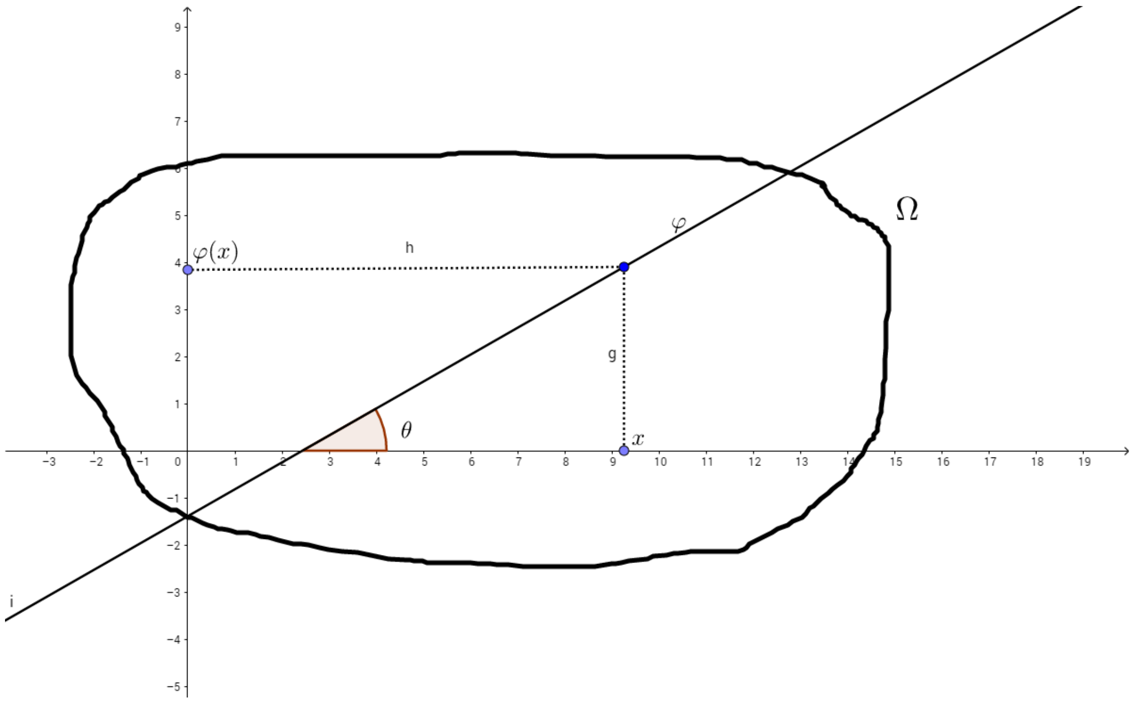

FIGURE 2. Reta tangente ao gráfico da solução sem a solução.

Um vetor tangente à reta tangente ao gráfico da solução no ponto (x, y) é: $\vec{X}(x, y) = (1, f(x, y))$.

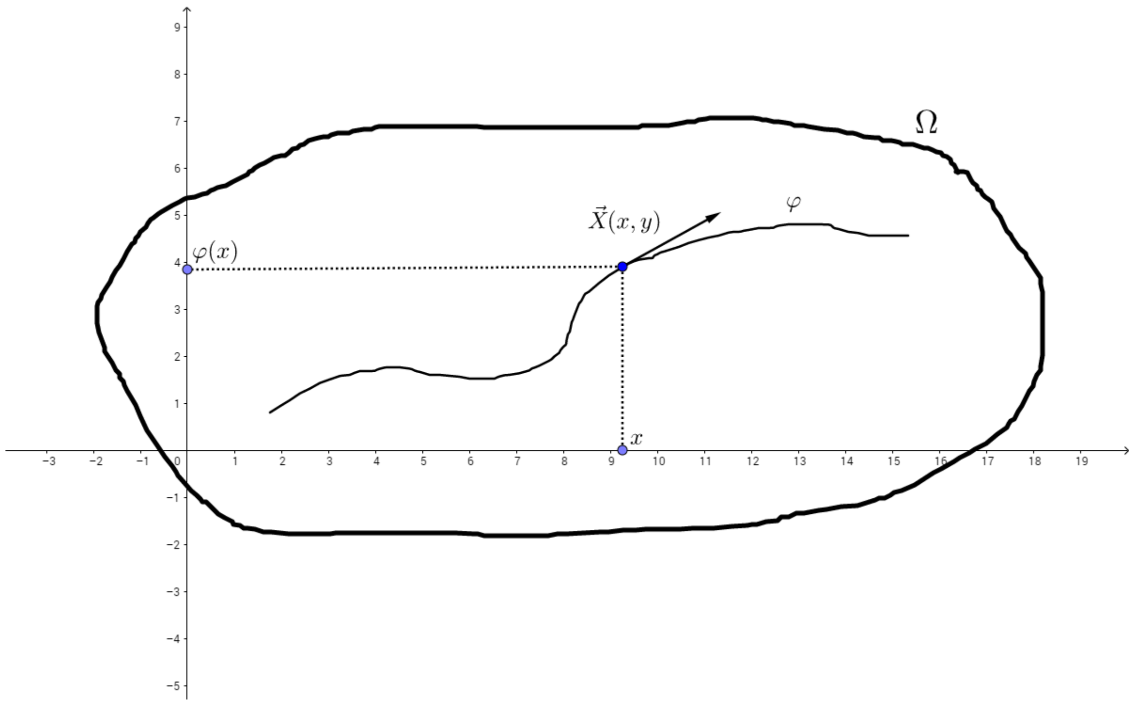

FIGURE 3. Vetor tangente ao gráfico da solução.

Frequentemente, podemos ter uma boa ideia do aspecto qualitativo das soluções esboçando o campo vetorial $\vec{X}(x, y)$. Ou, alternativamente, o *campo de direções*, ou seja, um segmento de reta cuja inclinação em cada ponto é dada por $f(x, y)$.

Por exemplo, o campo de direções correspondente á equação que modela a queda de corpos

$$\frac{d}{dt}v = g - kv. \tag{3}$$

está esboçado na figura (1)

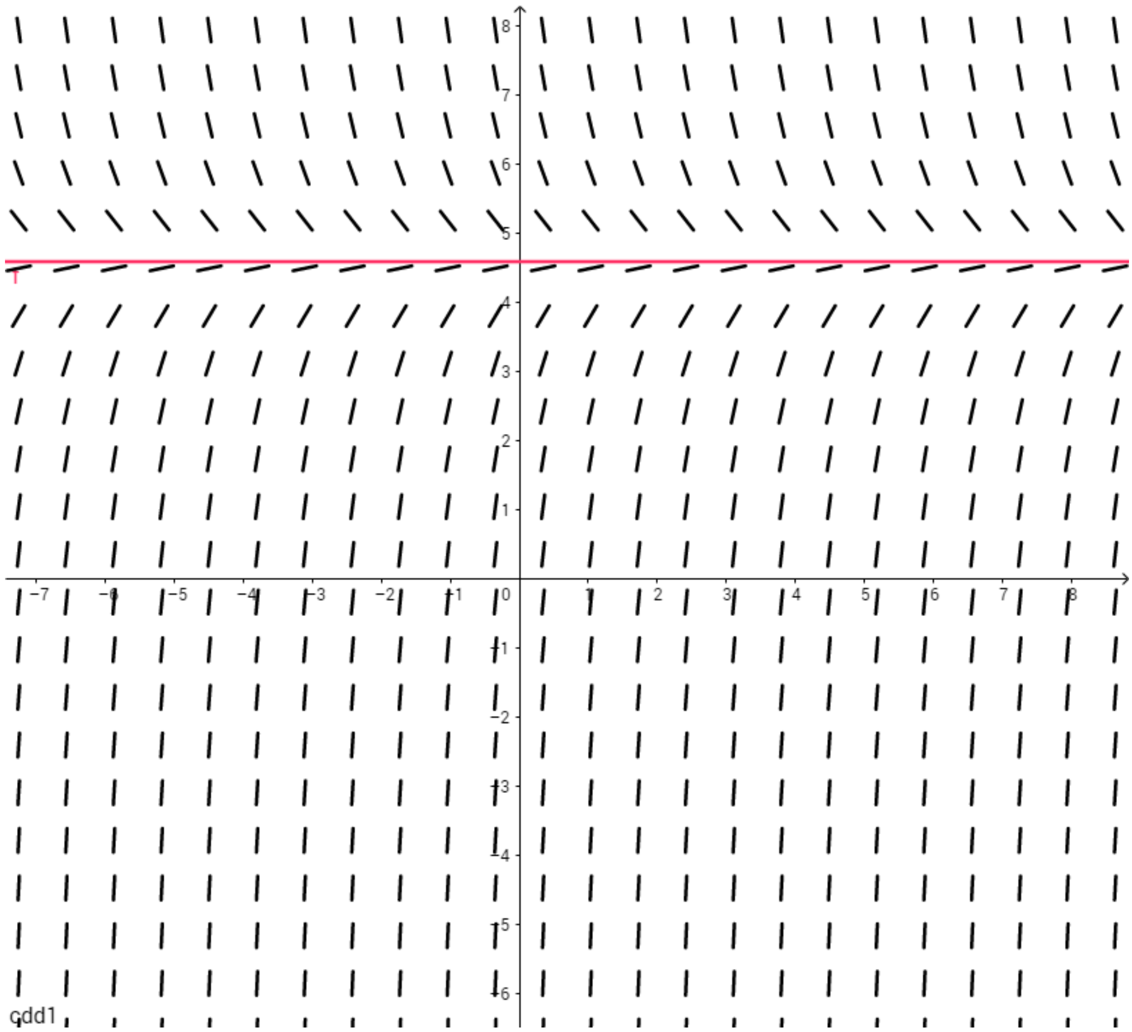

FIGURE 4. Campo de direções para a queda de corpos.