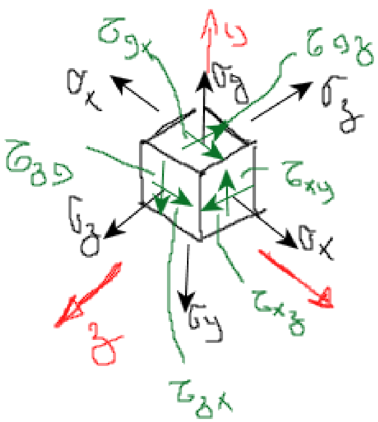
Estados de tensão - tensões principais

Tensão ⇒ Varia de ponto a ponto no interior do sólido

- Multi-direcional

- ao redor de um ponto | elemento de dimensões infinitesimais

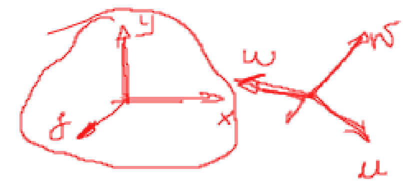
Base x, y, z
orientação específica



σ_x = Tensão normal // x

τ_{xy} = tensão de cisalhamento no plano cuja normal é x e atuante na direção y

$$\boxed{[\sigma]_A = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}}$$



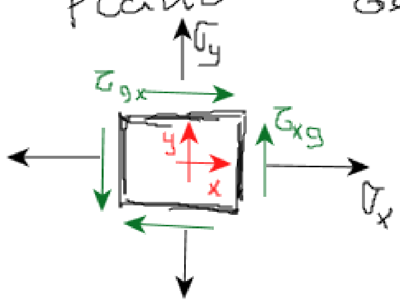
<u>simétrica</u>

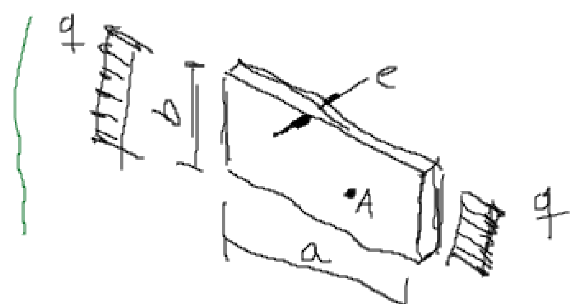
$\tau_{xy} = \tau_{yx}$ $\qquad$ $\tau_{yz} = \tau_{zy}$

$\tau_{xz} = \tau_{zx}$

Representação do estado de tensão no ponto A

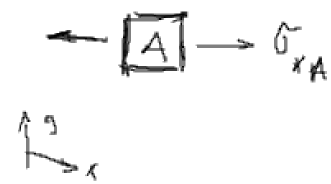
Estado plano de tensão (simplificação)



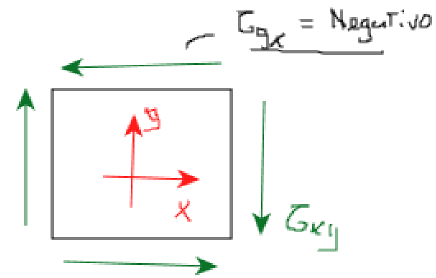


não deforma // a e

$e \ll a, b$



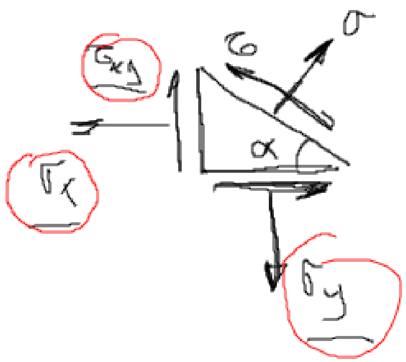
- Tensão Normal Positiva ⇒ Tração
- Tensão de cisalhamento positiva ⇒ "Rotação sentido horário"



τ_{xy} = Positivo

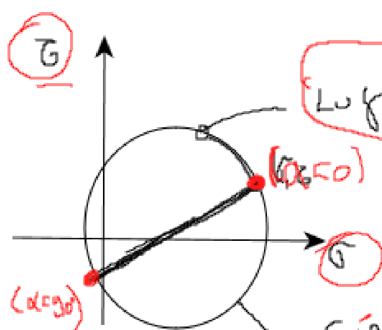
- Sinais p/ círculo de Mohr

(Não é p/ o tensor das tensões!)



elemento de lados dx, dy

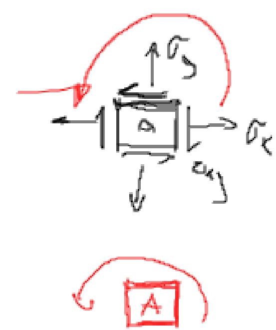
$$\begin{cases} \sigma = \dfrac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\alpha + \tau_{xy}\,\text{sen}\,2\alpha \\[2ex] \tau = -\dfrac{(\sigma_x - \sigma_y)}{2}\,\text{sen}\,2\alpha + \tau_{xy}\cos 2\alpha \end{cases}$$

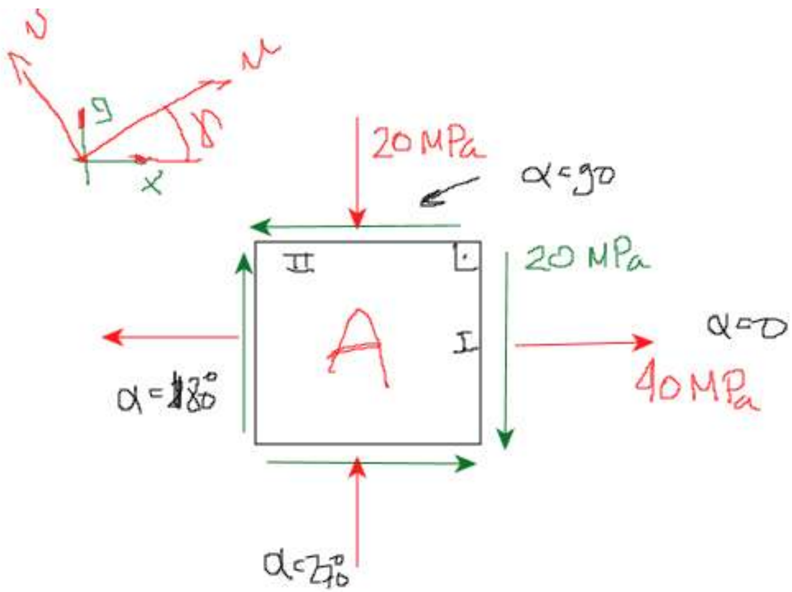


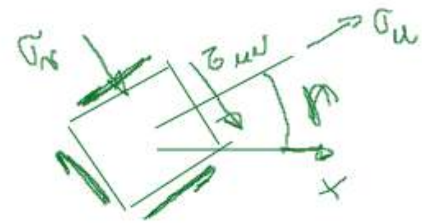
Lugar geométrico dos pares (σ, τ)

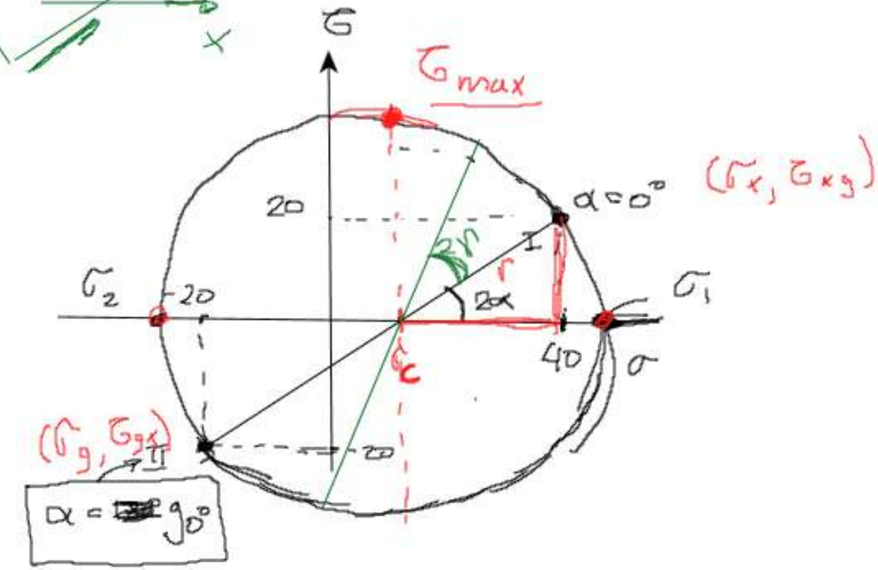
Círculo de Mohr

1. $\alpha = 0$ a $180°$



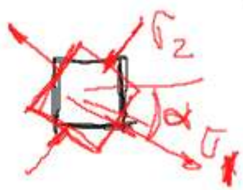






σ_1 e σ_2 ⇒ tensões principais

Direção onde apenas atuam tensões normais



$$\sigma_c = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = 30 \text{ MPa}$$

$$r^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2$$

$$\sigma_1 = \sigma_c + r = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = 10 + 10\sqrt{13} = 46 \text{ MPa}$$

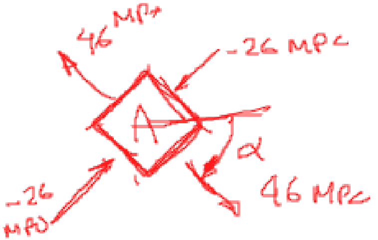
$$\sigma_2 = \sigma_c - r = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right) - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = 10 - 10\sqrt{13} = -26 \text{ MPa}$$

Tensões principais - Há uma orientação no ponto A na qual as tensões atuantes são apenas tensões normais, ditas principais.

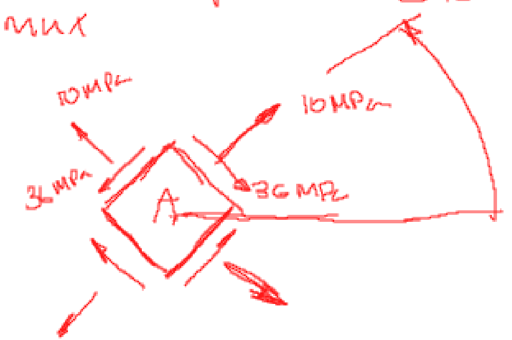
$$[\sigma]_A = \begin{bmatrix} 40 & 20 \\ +20 & 20 \end{bmatrix}$$

- $\operatorname{Sen} 2\alpha = \dfrac{20}{10\sqrt{13}} \Rightarrow \quad 2\alpha = \operatorname{Asen}(0{,}5547)$

$2\alpha =$



- $\sigma_{max} = r = 36\text{MPa}$



Conhecido o estado de tensão numa orientação dada, então é possível encontrar o estado de tensão em qualquer outra orientação, conhecendo quais as rotações entre as orientações.

Para critérios de falha - é importante o cálculo das tensões principais e das máximas tensões de cisalhamento